



UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

FACULTAD DE CIENCIA

Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación

La matemática en la clase de física: ¿Condicionante o posibilitador?

Mirko Cruces Vargas

Profesor Guía: Carlos Vanegas Ortega

Tesis para optar al grado de Magíster en Educación Matemática

Santiago-Chile

2025



Dedicatoria

*A mi familia, a mi pareja y a mi mascota, por su
compañía constante y apoyo incondicional durante
este proceso.*



Agradecimientos

Quisiera agradecer, en primer lugar, a mi profesor guía, por su acompañamiento constante, sus orientaciones y sus valiosos aportes durante el desarrollo de esta investigación, los cuales fueron fundamentales para su construcción y mejora.

Asimismo, agradezco a mis compañeros y compañeras de magíster, por el apoyo brindado, así como por los espacios de discusión y reflexión que contribuyeron a enriquecer este proceso formativo.

Extiendo también mi agradecimiento a mis colegas de trabajo, quienes, desde su experiencia pedagógica, aportaron con ideas, retroalimentación y apoyo durante el desarrollo de esta investigación.

Finalmente, agradezco a mi familia y a mi pareja, por su apoyo, comprensión y constante motivación a lo largo de este proceso.



Resumen

En la enseñanza de la física, la matemática suele utilizarse principalmente como una herramienta de cálculo, lo que limita su potencial para favorecer la comprensión de los fenómenos y el desarrollo de habilidades cognitivas complejas. Esta situación se refleja en dificultades persistentes de los estudiantes para interpretar, razonar y anticipar comportamientos a partir de modelos matemáticos en contextos físicos.

Frente a esta problemática, este estudio tiene como objetivo explorar cómo la modelización matemática contribuye al desarrollo de un rol estructural de la matemática en la clase de física, favoreciendo los procesos de razonamiento, interpretación y anticipación de comportamientos en estudiantes de segundo año medio en Chile.

La investigación se desarrolló bajo un enfoque cualitativo, mediante la implementación de una secuencia de cuatro talleres de modelización matemática en un curso de enseñanza media. A partir del análisis de producciones escritas, se identificaron los roles que los estudiantes asignan a la matemática y los procesos que desarrollan al utilizarla.

Los resultados evidencian que, si bien inicialmente predomina un uso técnico de la matemática, el trabajo con modelización favorece un tránsito progresivo hacia un uso más estructural. En particular, la anticipación de comportamientos se desarrolla con mayor frecuencia, mientras que el razonamiento y la interpretación presentan mayores dificultades. Este tránsito no es inmediato, sino gradual y no dicotómico.

Se concluye que la modelización matemática, desde un diseño didáctico intencionado, constituye una estrategia clave para promover un uso más significativo de la matemática en la enseñanza de la física.

Palabras clave: *relación matemática y física, matemática en la clase de física, modelamiento matemático*



Abstract

In physics education, mathematics is often used primarily as a computational tool, which limits its potential to support the understanding of physical phenomena and the development of higher-order cognitive skills. This issue is reflected in students' persistent difficulties in interpreting, reasoning, and anticipating behaviours through mathematical models in physics contexts.

This study aims to explore how mathematical modelling contributes to the development of a structural role of mathematics in physics classes, fostering reasoning, interpretation, and the anticipation of behaviours among second-year high school students in Chile.

A qualitative approach was adopted through the implementation of a sequence of four mathematical modelling workshops in a secondary school physics class. Students' written productions were analysed to identify the roles they assign to mathematics and the processes they develop when engaging with physical situations.

The findings show that, although students initially tend to use mathematics in a technical way, modelling activities promote a gradual transition towards a more structural use. In particular, the anticipation of behaviours emerges more frequently, while reasoning and interpretation present greater difficulties. This transition is not immediate, but rather gradual and non-dichotomous.

It is concluded that mathematical modelling, when supported by intentional instructional design, constitutes a key approach to fostering a more meaningful use of mathematics in physics education.

Keywords: Mathematical and physical relationships, mathematics in physics class, mathematical modelling.



Índice

1	Definición del problema	14
1.1	La matemática en la clase de física: relaciones y tensiones reportadas por la literatura	14
1.2	El rol de la matemática en las clases de física	18
1.3	Preguntas y objetivos de investigación	20
2	Marco Teórico	22
2.1	Tensión entre la matemática y otras disciplinas	22
2.2	El papel del modelamiento en el uso estructural de la matemática en la clase de física	23
2.3	Procesos asociados a un rol estructural de la matemática en la clase de física	29
3	Marco Metodológico	31
3.1	Tipo de metodología y alcance	31
3.2	Población, muestra y rigor ético	32
3.2.1	Justificación de la población y muestra	32
3.2.2	Instrumentos de ética	33
3.3	Diseño metodológico	34
3.3.1	Fase 1: Identificación del rol predominante de la matemática en la clase de física	34
3.3.2	Fase 2: Descripción de los procesos de razonar, interpretar y anticipar comportamientos	36
3.3.3	Fase 3: Evaluación del rol estructural de la matemática en la clase de física	38
3.4	Análisis y rigurosidad científica	40
3.5	Síntesis gráfica de las etapas de investigación	42
4	Resultados y análisis	43
4.1	Análisis del Taller N°1 “Situaciones de movimientos rectilíneos”	43
4.1.1	5.1.1.- Criterios y resultados del Taller N°1	45
4.2	Análisis del Taller N°2 “Caída en plano inclinado”	61
4.2.1	Criterios y resultados del Taller N°2	61
4.3	Análisis del Taller N°3 “Introducción a fuerza”	72



4.3.1	Criterios y resultados del Taller N°3	72
4.4	Análisis del Taller N°4 “Estudio de la energía mecánica”	85
4.4.1	Criterios y resultados del Taller N°4	86
4.5	Comparación de los procesos asociados al rol estructural durante el desarrollo de los talleres aplicados.....	99
4.6	Discusión de resultados.....	101
5	Conclusiones.....	103
6	Referencias.....	107
7	Anexos.....	111
7.1	Anexo: Asentimiento informado para estudiantes	111
7.2	Anexo: Consentimiento informado para padres, madres, tutores/as	115
7.3	Anexo: Carta de autorización de la directora del establecimiento	119
7.4	Anexo: Carta de compromiso del investigador.....	120
7.5	Anexo: Rúbrica para la validación de expertos para el instrumento N°1 .	121
7.6	Anexo: Rúbrica para la validación de expertos para los instrumentos N°2, N°3 y N°4	122
7.7	Anexo: Instrumento N°1: Taller N°1 “Situaciones de Mov. Rectilíneo”	123
7.8	Anexo: Instrumento N°2: Taller N°2 “Caída en plano inclinado”	125
7.9	Anexo: Instrumento N°3: Taller N°3 “Introducción a fuerzas”	126
7.10	Anexo: Instrumento N°4: Taller N°4 “Estudio de la energía mecánica”	128
7.11	8.11.- Anexo: Carta de solicitud validación a expertos.....	130



Índice de ilustraciones

Ilustración 2.1 "Estructura traducida del proceso de la matemática al enfrentarse a situaciones o fenómenos físicos en la realidad. Fuente: Treiber, et al. (2023), pp. 2"	24
Ilustración 2.2 "Síntesis de las distintas perspectivas adoptadas por los autores de modelización y la perspectiva adoptada en la investigación"	26
Ilustración 3.1 "Síntesis gráfica de las fases del diseño"	34
Ilustración 3.2 "Preguntas orientadas a un rol técnico de la matemática en la clase de física"	35
Ilustración 3.3 "Preguntas orientadas a un rol estructural de la matemática en la clase de física"	36
Ilustración 3.4 "Preguntas del Taller N°2 asociadas a la interpretación y anticipación de comportamientos"	37
Ilustración 3.5 "Preguntas del taller N°3 asociadas al razonamiento e interpretación"	38
Ilustración 3.6 "Preguntas del Taller N°4 orientadas a reconocer la importancia y uso de modelos matemáticos en la clase de física"	39
Ilustración 3.7 "Etapas llevadas a cabo durante la investigación"	42
Ilustración 4.1 "Ejemplo de respuesta de estudiante que se considera con un rol técnico en la actividad 1 del taller n°1"	48
Ilustración 4.2 "Ejemplo de respuesta de estudiante que se considera con un rol técnico-estructural en la actividad 1 del taller n°1"	48
Ilustración 4.3 "Ejemplo de respuesta de estudiante que se considera con un rol estructural incipiente en la actividad 1 del taller n°1"	49
Ilustración 4.4 "Ejemplo de respuesta de estudiante que se considera con un rol técnico en la actividad 2 del taller n°1"	52
Ilustración 4.5 "Ejemplo de respuesta de estudiante que se considera con un rol técnico-estructural en la actividad 2 del taller n°1"	53
Ilustración 4.6 "Ejemplo de respuesta de estudiante que se considera con un rol estructural incipiente en la actividad 2 del taller n°1 donde se interpreta el resultado"	54
Ilustración 4.7 "Ejemplo de respuesta de estudiante que se considera con un rol estructural incipiente en la actividad 2 del taller n°1 donde se utiliza un modelo matemático implícito"	54



Ilustración 4.8 "Ejemplo de respuesta de estudiante que se considera con un rol técnico en la actividad 3 del taller nº1"	58
Ilustración 4.9 "Ejemplo de respuesta de estudiante que se considera con un rol técnico-estructural en la actividad 3 del taller nº1"	58
Ilustración 4.10 "Ejemplo de respuesta de estudiante que se considera con un rol estructural incipiente en la actividad 3 del taller nº1"	59
Ilustración 4.11 "Ejemplo de respuesta de estudiante correspondiente al primer grupo de tendencias de la actividad 1 del taller nº2, el cual reconoce la acción de la gravedad"	63
Ilustración 4.12 "Ejemplo de respuesta de estudiante correspondiente al segundo grupo de tendencias de la actividad 1 del taller nº2, el cual extiende su explicación más allá del momento en que se pregunta"	63
Ilustración 4.13 "Ejemplo de respuesta de estudiante correspondiente al primer grupo de tendencias de la actividad 2 del taller nº2, los cuales se centran en una explicación cualitativa"	65
Ilustración 4.14 "Ejemplo de respuesta de estudiante correspondiente al segundo grupo de tendencias de la actividad 2 del taller nº2, los cuales se centran en una explicación cuantitativa"	65
Ilustración 4.15 "Ejemplo de respuesta de estudiante correspondiente al tercer grupo de tendencias de la actividad 2 del taller nº2, los cuales se centran en definiciones físicas"	66
Ilustración 4.16 "Ejemplo de respuesta de estudiantes en la actividad 3 del taller nº2, el cual prioriza el reemplazo directo en las ecuaciones"	67
Ilustración 4.17 "Ejemplo de respuesta de estudiantes en la actividad 3 del taller nº2, en el cual se pueden identificar errores con las unidades de medida"	68
Ilustración 4.18 "Ejemplo de respuesta de estudiantes en la actividad 3 del taller nº2, el cual presenta dificultades para interpretar el significado de la posición en el contexto físico"	68
Ilustración 4.19 "Ejemplo de respuesta de estudiantes en la actividad 4 del taller nº2, en donde se plantea que el modelo deja de ser pertinente debido a que cambian las condiciones iniciales"	69
Ilustración 4.20 "Ejemplo de respuesta de estudiantes en la actividad 4 del taller nº2, en donde se plantea que el modelo es pertinente, pero debe sufrir algunas modificaciones" ...	69
Ilustración 4.21 "Ejemplo de respuesta de estudiante a la actividad 5 del taller nº2, en donde se considera un caso en particular para responder a una situación de cambio"	70



Ilustración 4.22 "Ejemplo de respuesta de estudiante a la actividad 5 del taller nº2, en donde se considera se consideran ambos casos y se llega a una generalización"	71
Ilustración 4.23 "Determinación del peso a partir de la aplicación de una ecuación sin interpretación de resultados"	73
Ilustración 4.24 "Uso de modelos e interpretación de respuesta matemática, presentando algunos errores conceptuales"	73
Ilustración 4.25 "Ejemplo de respuesta que considera adecuada únicamente la magnitud de una fuerza"	74
Ilustración 4.26 "Ejemplo de respuesta que considera adecuada únicamente la representación vectorial de una fuerza"	74
Ilustración 4.27 "Ejemplo de respuesta que considera la importancia de la representación tanto escalar como vectorial de una fuerza"	75
Ilustración 4.28 "Determinación explícita de modelo para determinar la masa de un cuerpo dado el peso y la aceleración de gravedad"	75
Ilustración 4.29 "Determinación implícita de la masa de un cuerpo, planteando un modelo particular para la situación"	76
Ilustración 4.30 "Representaciones de estudiante acerca de las fuerzas actuando en un cuerpo en plano inclinado"	77
Ilustración 4.31 "Identificación de relación entre variables de un fenómeno donde actúa la fuerza roce"	77
Ilustración 4.32 "Ejemplo 1 de Diagrama de Cuerpo Libre de un cuerpo cuando se le aplica fuerza en distintos momentos"	78
Ilustración 4.33 "Ejemplo 2 de Diagrama de Cuerpo Libre de un cuerpo cuando se le aplica fuerza en distintos momentos"	78
Ilustración 4.34 "Ejemplo de justificación entregada por los estudiantes acerca del comportamiento de un cuerpo en distintos momentos"	79
Ilustración 4.35 "Ejemplo de modelo sin explicación de sus condiciones necesarias"	79
Ilustración 4.36 "Determinación de un coeficiente de roce al analizar distintos momentos de un movimiento"	80
Ilustración 4.37 "Ejemplo de respuesta que reconoce el tipo de roce a partir de la rapidez de un cuerpo"	81



Ilustración 4.38 “Identificación de un comportamiento específico a partir de un valor matemático observado”	81
Ilustración 4.39 “Identificación de un comportamiento específico a partir del reconocimiento de relaciones entre variables”	81
Ilustración 4.40 “Ejemplo de propuesta experimental sin profundizar en el procedimiento ni procesamiento”	82
Ilustración 4.41 “Ejemplo de propuesta experimental que plantea mediciones específicas” 83	
Ilustración 4.42 “Ejemplo de propuesta experimental bien detallada y justificada a partir de los procesos de medición e interpretación de la información obtenida”	84
Ilustración 4.43 “Ejemplo de respuesta donde se plantea que la energía mecánica llega a cero y luego cambia su comportamiento”	87
Ilustración 4.44 “Ejemplo de respuesta donde se plantea que la energía mecánica llega hasta el valor 0”	87
Ilustración 4.45 “Ejemplo de respuesta donde se plantea que la energía mecánica se mantendrá constante”	88
Ilustración 4.46 “Ejemplo de determinación de energía cinética a partir de la idea que la mecánica se conserva siempre”	89
Ilustración 4.47 “Ejemplo 1 del uso de los valores de la situación para determinar la energía cinética de un cuerpo”	90
Ilustración 4.48 “Ejemplo 2 del uso de valores de la situación para determinar la energía cinética de un cuerpo”	90
Ilustración 4.49 “Ejemplo 1 de representaciones gráficas de la energía cinética y potencial en situación de caída”	91
Ilustración 4.50 “Ejemplo 2 de representaciones gráficas de la energía cinética y potencial en situación de caída”	91
Ilustración 4.51 “Ejemplo 1 de identificación de cambios en la representación gráfica de un fenómeno a partir de un cambio en la situación inicial”	92
Ilustración 4.52 “Ejemplo 2 de identificación de cambios en la representación gráfica de un fenómeno a partir de un cambio en la situación inicial”	92
Ilustración 4.53 “Ejemplo 1 de respuestas entregadas por los estudiantes al solicitarles reflexionar acerca de los modelos matemáticos utilizados en las clases de física”	94



Ilustración 4.54 “Ejemplo 2 de respuestas entregadas por los estudiantes al solicitarles reflexionar acerca de los modelos matemáticos utilizados en las clases de física”	94
Ilustración 4.55 “Ejemplo 3 de respuestas entregadas por los estudiantes al solicitarles reflexionar acerca de los modelos matemáticos utilizados en las clases de física”	95



Índice de tablas

Tabla 2.1 "Comparación de cómo se entiende modelización desde los autores y desde MINEDUC (2015), desde distintas perspectivas"	27
Tabla 4.1 "Definición de los procesos asociados a un rol estructural de la matemática en la clase de física"	44
Tabla 4.2 "Criterios para determinar el rol predominante de los/las estudiantes de la muestra en el Taller N°1"	45
Tabla 4.3 "Criterios asociados al rol técnico y rol estructural de la matemática en la actividad 1 del Taller N°1"	46
Tabla 4.4 "Clasificación del rol predominante en los estudiantes de la muestra en virtud de los criterios establecidos para la actividad 1 del taller n°1"	50
Tabla 4.5 "Criterios asociados al rol técnico y rol estructural de la matemática en la actividad 2 del Taller N°1"	51
Tabla 4.6 "Clasificación del rol predominante en los estudiantes de la muestra en virtud de los criterios establecidos para la actividad 2 del taller n°1"	55
Tabla 4.7 "Criterios asociados al rol técnico y rol estructural de la matemática en la actividad 3 del Taller N°1"	56
Tabla 4.8 "Clasificación del rol predominante en los estudiantes de la muestra en virtud de los criterios establecidos para la actividad 3 del taller n°1"	60
Tabla 4.9 "Criterios de cada proceso asociado al rol estructural de la matemática para ubicar a los estudiantes en los niveles"	95
Tabla 4.10 "Frecuencia estudiantil de la predominancia del rol estructural"	99



1 Definición del problema

Comprender el papel que cumple la matemática en la clase de física requiere, en primer lugar, situar la problemática a partir de los antecedentes que la sustentan. En este sentido, se revisan diversas investigaciones que abordan las relaciones y tensiones entre ambas disciplinas, así como las dificultades que enfrentan los estudiantes al utilizar la matemática en contextos físicos. A partir de este recorrido, se profundiza en la noción de rol de la matemática en la clase de física, distinguiendo entre sus distintas formas de uso. Finalmente, este análisis permite delimitar la problemática de investigación y formular las preguntas y objetivos que orientan el presente estudio.

1.1 La matemática en la clase de física: relaciones y tensiones reportadas por la literatura

La física es una rama de la ciencia que estudia principalmente los fenómenos en el universo y la Tierra. Para Potvin y Hasni (2014), en las últimas décadas, los estudiantes presentan una disminución en el interés por las ciencias, por lo cual, numerosos programas buscan aumentar la motivación en estas áreas. Sin embargo, los estudiantes de física a menudo tienen problemas con las matemáticas, lo cual convierte los desafíos de los aprendizajes de la física en problemas que atañen a la educación matemática (Treiber, et al., 2023).

Diversos autores, como Chiabrando, et al, (2024) y Johansson y Österholm (2023), han evidenciado que las dificultades de los estudiantes en la resolución de problemas en la clase de física no se encuentran necesariamente en la manipulación algebraica ni en las tareas matemáticas asociadas a estudiar un fenómeno, sino en la articulación entre los modelos conceptuales y su representación matemática. En este sentido, se ha observado que los principales obstáculos surgen al momento de realizar la conversión desde un esquema conceptual hacia el lenguaje matemático, lo que dificulta la interpretación de los resultados dentro del modelo físico (Chiabrando et al., 2024). Esta situación da cuenta de una desconexión entre la matemática y el fenómeno físico, donde el uso de ecuaciones no siempre está acompañado de una comprensión del sistema que se modela.

Con relación a lo anterior, en términos prácticos, los y las estudiantes pueden ser capaces de aplicar ecuaciones o procedimientos matemáticos sin necesariamente comprender qué representan dentro del fenómeno físico o que están analizando. Es decir, logran operar con



expresiones algebraicas, pero presentan dificultades para establecer un vínculo entre dichas expresiones y las condiciones específicas del sistema en estudio. De esta forma, la matemática se utiliza principalmente como una herramienta de cálculo, dejando de lado su potencial para describir, interpretar y dar sentido al comportamiento del fenómeno. Esta situación evidencia una comprensión fragmentada, en la cual el modelo matemático no se construye a partir del análisis del sistema físico, sino que se aplica de manera descontextualizada.

Para algunos autores, como Nilsen, et al. (2013), la física es muy dependiente de la matemática, considerándola como el lenguaje de la física y, además, como un requisito previo para el aprendizaje de la asignatura. Según Johansson y Österholm (2023), la investigación no ha podido esclarecer las principales razones por las cuales los estudiantes presentan dificultades en la matemática en clases de física, y esto puede deberse a que se tiene la perspectiva de que los estudiantes transfieren el conocimiento matemático desde la clase de matemática a la clase de física.

Esta última idea de una diferencia entre ambas disciplinas no se considera cuando los estudios se centran únicamente en las dificultades para transferir los conocimientos matemáticos a la física (Johansson & Österholm, 2023).

Es fundamental reconocer que existen diferencias epistemológicas entre las asignaturas de física y matemática y, por tanto, el uso que se le da a la matemática en cada una de ellas. Es por esto que la clase de física no debe convertirse en una clase de matemática y viceversa (Kuo y Redish, 2015). En el contexto chileno, esta distinción no solo es teórica, sino que se expresa de manera concreta en las aulas. Evidencia reciente muestra que estudiantes de enseñanza media de la Región Metropolitana tienden a percibir la física como una extensión de la matemática (Parra et al., 2021), entendida principalmente como la aplicación de fórmulas y procedimientos de cálculo. En dicho estudio con 1.222 estudiantes, la mayoría señaló que la física es “matemática aplicada” y que aprender física consiste, fundamentalmente, en resolver ejercicios numéricos.

Esta situación revela una problemática relevante para el sistema escolar chileno, ya que da cuenta de una enseñanza que privilegia la mecanización de cálculos por sobre la comprensión de los fenómenos físicos y el desarrollo de habilidades matemáticas más avanzadas. De hecho, tanto estudiantes como docentes tienden a confundir el uso de la matemática en otras disciplinas con la mera aplicación de algoritmos, lo que dificulta la



construcción de modelos y la interpretación de los fenómenos desde una perspectiva científica más amplia (Parra et al., 2021). En este sentido, el fenómeno no solo está presente, sino que impacta directamente en cómo los estudiantes comprenden y valoran la física, volviéndose un problema didáctico y epistemológico de alta relevancia. Por ello, estudiar esta relación en el contexto chileno resulta fundamental para avanzar hacia propuestas de enseñanza que integren de manera más integral y profunda el uso de la matemática en la clase de física, favoreciendo aprendizajes más profundos y significativos.

En esta misma línea, Johansson y Österholm (2023) profundizan en las diferencias entre ambas disciplinas a partir del análisis de textos escolares de matemática y física del mismo nivel educativo. Sus resultados evidencian que, si bien existen similitudes en los tipos de operaciones matemáticas utilizadas, en física se presenta una mayor cantidad de símbolos matemáticos y estos adquieren un significado físico asociado a magnitudes del sistema. Además, los autores identifican diferencias en el discurso algebraico de ambas asignaturas, particularmente en el uso de mediadores visuales y en la presencia de palabras que acompañan a los símbolos. Estas diferencias sugieren que la matemática en física no solo cumple una función operativa, sino también representacional, lo que puede dificultar que los estudiantes reconozcan similitudes entre ambas disciplinas. Finalmente, los autores concluyen que es necesario desarrollar estudios empíricos y comparativos que permitan comprender cómo los estudiantes interactúan con estos distintos discursos, lo cual refuerza la necesidad de investigaciones que profundicen en el uso de la matemática en contextos de aula.

Incluso, Planinic, et al. (2012) demostraron que los estudiantes presentan problemas para identificar tareas similares en ambas asignaturas e incluso presentan mayor éxito en las tareas matemáticas y mayores fallos en las asociadas a física, lo cual sugiere una dificultad para interpretar una respuesta matemática en el contexto físico.

Dentro de las investigaciones de este campo, Galili (2018) es quien más profundiza en el origen de las disciplinas (o asignaturas), afirmando que es necesario comprender la naturaleza de la relación que existe entre ambas, ya que, a pesar de ser dos áreas distintas, están profundamente entrelazadas. La autora propone varias ideas fuerza respecto a esta temática.

En primer lugar, se propone que la matemática estudia y opera con objetos abstractos y tiene la característica de ser idealizada, mientras que la física trabaja con lo real y puede



ser flexible, debido a la realidad cambiante del contexto (Wigner, 1995, en Galili, 2018). Esta idea sugiere que a pesar de que la matemática sea útil en el contexto de la física, no representa necesariamente una comprensión científica. Además de esto, Galili (2018) enfatiza en que, para diferentes científicos a lo largo de la historia, la matemática ha servido como un modelo para describir y entender fenómenos de la realidad que difícilmente son abordables desde el punto de vista únicamente físico (como es el caso de Faraday, Newton o Einstein), sin embargo, esta utilidad se debe a que los modelos son ajustables a la realidad física. En síntesis, la autora precisa en que la física y la matemática tienen una relación mutua, donde cada una puede contribuir al desarrollo de la otra, sin perder el foco de que cada una tiene diferentes compromisos, objetivos y significados. Además, la autora propone como una de sus conclusiones no aislar la matemática únicamente como una herramienta para la física ni como una herramienta que ignore la realidad.

Por otra parte, los problemas que los estudiantes presentan al utilizar matemática en clases de física se relacionan con la forma en que es utilizada la matemática, ya que, a pesar de que reconocen la importancia de esta para su formación, consideran esta asignatura es tediosa, debido a que sienten que el aprender matemática significa resolver un ejercicio, memorizar fórmulas y aprenderse procedimientos para dar respuesta a los desafíos planteados (Parra, et al., 2021). Estos autores concluyen que la clase de física es percibida por los estudiantes como una clase en donde se aplica matemática, es decir, sienten que aprenden física al resolver ejercicios matemáticos dentro de ella.

Por ejemplo, Johansson y Österholm (2023) identificaron que una de las áreas más dificultosa en ambas asignaturas es el álgebra, en la cual se observan diferencias para trabajar las mismas tareas en las dos materias. Ellos encontraron que, al resolver una ecuación en ambas asignaturas, se observa una dificultad con la interpretación de este proceso y/o resultado en física, ya que se tiende a utilizar modelos matemáticos únicamente como una herramienta de cálculo.

Finalmente, es fundamental declarar que los estudios que se centran en las diferencias entre el estudio de la física y la matemática, abordan únicamente las experiencias de los investigadores, por ende, es necesario realizar investigaciones más centradas en lo empírico de estas diferencias (Johansson & Österholm, 2023). Con relación a esto, se menciona el hecho de que en general, los estudiantes transfieren los conocimientos del aula de matemática al aula de física, sin embargo, la relación de ambas es más compleja, por ende, se debe reconocer que existe una diferencia entre las matemáticas en física y las



matemáticas en matemática (Kuo & Redish, 2015). Para Kuo & Redish, (2015), los estudios que abordan ambas asignaturas profundizan únicamente en cómo se utiliza la matemática en la física, asumiéndola la primera como un conocimiento previo y además, no se genera una diferenciación entre ambas, evidenciando una escasez de investigaciones que aborden las diferencias entre ellas.

Con base en los antecedentes expuestos, surge la necesidad de profundizar en la forma en que la matemática es utilizada en las clases de física, particularmente con relación a los procesos que desarrollan los estudiantes al emplearla para comprender fenómenos. En este sentido, resulta relevante analizar no solo el desempeño en la resolución de problemas, sino también cómo los estudiantes articulan los modelos matemáticos con el fenómeno físico, permitiendo así identificar oportunidades para fortalecer un uso más significativo de la matemática en este contexto.

En esta línea, diversos estudios han abordado las dificultades de los estudiantes en el uso de la matemática en física principalmente desde la perspectiva de la transferencia de conocimientos hacia nuevas situaciones o contextos aplicados. Sin embargo, son escasas las investigaciones que se centran en analizar el papel que cumple la matemática dentro de las prácticas reales de enseñanza en el aula, así como en los procesos que desarrollan los estudiantes al utilizarla en la construcción de significado sobre fenómenos físicos (Hansson et al., 2015).

En este sentido, la literatura evidencia una necesidad de profundizar en cómo se articulan la realidad, los modelos teóricos y las matemáticas durante la actividad en clases, más allá de la mera resolución de problemas, lo que permite identificar una brecha en el estudio de los procesos involucrados en el uso de la matemática en la enseñanza de la física.

1.2 El rol de la matemática en las clases de física

Para comprender mejor las dificultades mencionadas a lo largo de los anteriores antecedentes, surge la necesidad de, en primer lugar, definir el papel o rol que puede tomar la matemática. Autores como Pospiech, et al, (2015) y Karam (2014) explican que la matemática puede desempeñar dos papeles principales, un rol técnico y un rol estructural. A continuación, se presenta la discusión que poseen los autores respecto a estos dos conceptos:



- *a) Rol técnico de la matemática:* El rol técnico hace referencia a utilizar o considerar la matemática únicamente como una herramienta (Uhden y Pospiech, 2011). Utilizar la matemática con un rol técnico, conduce a los y las estudiantes a considerar la matemática como una simple herramienta para establecer relaciones y cuantificar conceptos o elementos (Karam, 2014). Además, al desempeñar un rol técnico, la matemática es considerada por los estudiantes como un proceso repetitivo de “conectar y reconectar” para resolver tareas o desafíos en física, es decir, solamente se observan los datos o las incógnitas y luego se selecciona una ecuación, sin importar cuál sea el contexto físico (Tumirano y Redish, 2007).
- *b) Rol estructural de la matemática:* El rol estructural de la matemática se relaciona con las situaciones en donde se considera o utiliza como un instrumento para razonar, interpretar y anticipar comportamientos (Treiber, et al., 2023). Al desempeñar un rol estructural, se reconoce que la matemática puede representar o modelar sistemas físicos o bien, la realidad, ya que permite enriquecer el pensamiento físico a través de la significación de las operaciones matemáticas en distintos contextos (Pospiech, et al., 2015).

Con relación a esta dualidad en el papel o rol con que se usa la matemática en la clase de física, se observa que en general, los docentes comienzan a abordar fenómenos físicos mediante las expresiones puramente algebraicas (Sherin, 2001). Además, son muy pocas las ocasiones en donde se profundiza en el tipo de estructura matemática que se utiliza en estas clases y en las interpretaciones de los resultados que se obtienen (Karam, 2014).

En definitiva, se evidencia que es común reducir la matemática simplemente a una herramienta de cálculo en las clases de física, lo cual genera que los estudiantes presenten dificultades al realizar tareas matemáticas en estas clases. Una de las razones por las cuales ocurre lo anterior, es debido a que existe una relación compleja entre los modelos teóricos y la realidad en las clases de física, generando una dificultad en el entendimiento del contenido (Treiber, et al., 2023). Para Treiber, et al. (2023), la modelización matemática es altamente valorada cuando se requiere utilizar la matemática en las clases de física, ya que un diseño que transite entre la realidad y el modelo matemático permitiría una mejor interpretación y anticipación de comportamientos en estas

Con base a las fuentes expuestas y evidencias mencionadas, es que surge la problemática de que la matemática en las clases de física suele cumplir un rol técnico, convirtiendo la clase de física en una más de matemática, lo cual genera dificultad por parte de los



estudiantes en el entendimiento y aplicación de objetos matemáticos en la asignatura de física y los contenidos de esta. Es por esto que, surge la necesidad de usar la matemática con un rol estructural en las clases de física, a través de la modelización.

1.3 Preguntas y objetivos de investigación

A partir de los antecedentes y problemática presentados, la **pregunta de investigación** que se responde en esta tesis es: *“¿Cómo contribuye la modelización al desarrollo del rol estructural de la matemática en la clase de física, de tal manera que favorezca los procesos de razonamiento, interpretación y anticipación de comportamientos de los estudiantes de segundo año medio?”*

Con relación a esta pregunta de investigación, surgieron, además, tres **preguntas auxiliares**:

- 1.- *¿Cuál es el rol que le atribuyen los estudiantes de segundo año medio a la matemática cuando es utilizada en las clases de física?*
- 2.- *¿Cómo desarrollan los estudiantes los procesos de razonamiento, interpretación y anticipación de comportamientos al utilizar la matemática para responder a situaciones físicas?*
- 3.- *¿En qué medida el uso de la modelización favorecería el desarrollo de un rol estructural de la matemática en la clase de física?*

Con base a lo anterior, es que el **objetivo general** de esta investigación es *“Explorar la contribución de la modelización al rol que ocupa la matemática en las clases de física en estudiantes de enseñanza media, de manera que facilite los procesos de razonamiento, interpretación y anticipación de comportamientos”*. Para llevar a cabo este objetivo, se plantean tres objetivos específicos:

- **Objetivo Específico 1:** Identificar el rol predominante de la matemática en los estudiantes de segundo año medio en las clases de física a partir de situaciones de modelización.
- **Objetivo Específico 2:** Describir la forma en que los estudiantes interpretan, razonan y anticipan comportamientos sobre fenómenos físicos cuando se usa un rol estructural de la matemática a través de la modelización.



- **Objetivo Específico 3:** Evaluar de qué forma el uso de la modelización matemática presenta oportunidades para el desarrollo de un rol estructural de la matemática en la clase de física.



2 Marco Teórico

Abordar la problemática planteada implica desarrollar un marco conceptual que permita comprender el uso de la matemática más allá de su dimensión operativa. Para ello, se comienza analizando la relación entre la matemática y otras disciplinas, considerando su carácter como lenguaje y las implicancias que esto tiene en los procesos de comprensión. Posteriormente, se profundiza en el papel del modelamiento matemático como una herramienta que posibilita un uso estructural de la matemática en la clase de física. Finalmente, se caracterizan los procesos asociados a este uso: razonar, interpretar y anticipar comportamientos; los cuales constituyen el eje central para el análisis de los resultados de la investigación.

2.1 Tensión entre la matemática y otras disciplinas

Desde la didáctica de la matemática, diversos autores han planteado que esta disciplina puede comprenderse como un lenguaje, en tanto permite la representación, comunicación y construcción de conocimiento. En particular, Calderón (2012) señala que el lenguaje matemático no se limita a un sistema de símbolos, sino que también posee una dimensión discursiva que interviene en la forma en que los sujetos construyen significado en el contexto escolar. En este sentido, aprender matemática implica no solo dominar procedimientos, sino también participar en un tipo específico de discurso que requiere interpretar símbolos, relaciones y estructuras en función de un contexto determinado.

Esta perspectiva resulta relevante para la presente investigación, ya que permite comprender que el uso de la matemática en la clase de física no puede reducirse a la aplicación de fórmulas, sino que involucra procesos de interpretación y construcción de significado, propios de un lenguaje que debe ser comprendido con relación al fenómeno que se estudia.

Con relación a lo anterior, existen estudios que han evidenciado una de las principales dificultades en el aprendizaje de la matemática, la cual se encuentra en la comprensión de su lenguaje. En particular, García (2023) plantea que el problema de la comprensión matemática trasciende el estudio mecánico y memorístico de conceptos, destacando que el lenguaje matemático, al estar compuesto por símbolos que pueden carecer de significados para los estudiantes y dificulta la interpretación de las situaciones



problemáticas. En este contexto, se señala que la falta de comprensión no se debe necesariamente a limitaciones en las habilidades operativas, sino a la incapacidad de otorgar sentido a las representaciones matemáticas dentro de un determinado contexto. Esta perspectiva permite explicar por qué los estudiantes son capaces de resolver procedimientos matemáticos sin lograr interpretar los resultados obtenidos, evidenciando un uso de la matemática más cercano a un rol técnico que estructural (Treiber, et al., 2023).

Desde una perspectiva más amplia, el desarrollo de la didáctica de la matemática como disciplina ha permitido comprender que el aprendizaje matemático no puede explicarse únicamente desde la transmisión de contenidos, sino que requiere considerar la naturaleza del conocimiento matemático y las condiciones en las que este se construye en el aula. Gascón (1998) señala que la evolución de la didáctica ha implicado una ampliación progresiva de su objeto de estudio, incorporando el análisis de la actividad matemática escolar como un fenómeno complejo que involucra aspectos cognitivos, sociales y epistemológicos.

En este sentido, al considerar la matemática como un fenómeno complejo, se abre la posibilidad de situar su uso en un contexto más amplio, en el cual su significado depende de las prácticas en las que se inserta. Esto resulta fundamental para comprender cómo la matemática se articula con otras disciplinas, ya que no posee un significado único, sino que, puede variar según el contexto en el que se utilice. De este modo, una misma representación matemática puede adquirir distintos sentidos dependiendo de la disciplina, lo que permite explicar las dificultades que enfrentan los estudiantes al trasladar este lenguaje entre distintos ámbitos del conocimiento.

2.2 El papel del modelamiento en el uso estructural de la matemática en la clase de física

Treiber, et al., (2023) plantea un esquema para llevar a cabo un proceso de modelamiento que permita realizar los procesos de razonar, interpretar y anticipar comportamientos. Su propuesta se sustenta en dos perspectivas de educación, por una parte, el ciclo de modelamiento de la física (Uhden, et al., 2012) y el ciclo de modelamiento de la matemática (Blum & Leiß, 2005). Considerando ambos procesos, la **ilustración 2.1** muestra la secuencia propuesta por Treiber, et al., (2023) al enfrentarse a situaciones que requieran matemática en la clase de física:

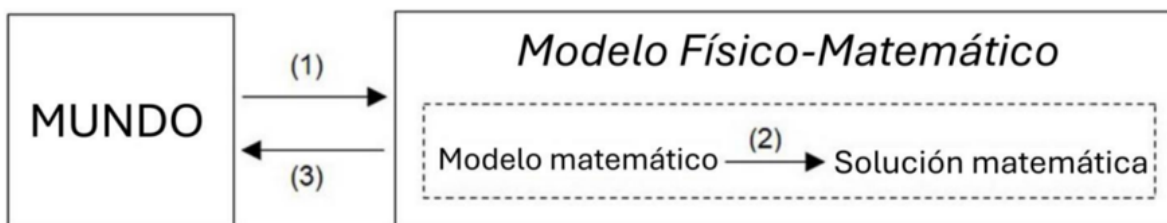


Ilustración 2.1 "Estructura traducida del proceso de la matemática al enfrentarse a situaciones o fenómenos físicos en la realidad. Fuente: Treiber, et al. (2023), pp. 2"

Para Treiber, et al., (2023), en este proceso se transita por tres momentos principales:

- *Inicio en el mundo (1)*: Corresponde al inicio del proceso, en donde se observa una situación o fenómeno físico en la realidad. Este fenómeno se simplifica y describe mediante modelos matemáticos (por ejemplo, una fórmula o expresión matemática), a esto se le llama "modelo físico-matemático".
- *Modelo y solución matemática (2)*: En este punto, este último modelo físico-matemático, puede considerar y describir por medios matemáticos todos los supuestos y conocimientos basados en la física, permitiendo que pueda restringirse únicamente al dominio matemático, para así llegar a una solución matemática.
- *Regreso al mundo (3)*: Una vez que se llega a una solución matemática, esta es llevada de vuelta al mundo o realidad, para evaluar si esta es significativa dentro del contexto físico.

Para los autores, en este proceso la matemática cumple un rol estructural en los momentos en que se transita entre el mundo y el modelo físico-matemático, es decir es (1) y (3), mientras que el rol técnico se desarrolla cuando consideramos llegar únicamente a una solución matemática, es decir, en (2). Cuando se utiliza la matemática solamente como una herramienta de cálculo, significa que solamente obtenemos una solución matemática que no es capaz de transitar al mundo o la realidad, minimizando el papel que desempeña la matemática.

Para Treiber et al. (2023), cuando se requiere el uso de la matemática en la clase de física, la modelización matemática es altamente valorada, ya que el uso de modelos que transiten entre un modelo matemático y un fenómeno físico en particular, permite una mejor interpretación de este último, además de la capacidad para anticipar sus comportamientos.



Debido a lo anterior, es necesario declarar lo qué se entenderá como modelización matemática dentro del contexto de esta investigación, la cual se centra en el rol de la matemática en la clase de física.

Para Bassanezi (2002), la modelación es entendida como un arte, el cual tiene la capacidad de transformar a un lenguaje matemático los problemas observables. para poder resolverlos, interpretarlos y finalmente, evaluar estas soluciones dentro del fenómeno de la realidad. Este autor, defiende el uso de modelos y de la modelación en las clases, ya que permiten fomentar el pensamiento crítico y una mirada más positiva en los estudiantes frente a las problemáticas de la vida, convirtiéndolos en ciudadanos autónomos e influyentes.

Con relación a lo planteado por Bassanezi (2002), Olarte (2020) afirma que la gran mayoría de problemas o fenómenos a los que se enfrentan los estudiantes en el día a día, es capaz de ser representado y analizado de forma matemática a través de la modelación, por lo cual recomienda utilizarla en el contexto escolar.

Por otra parte, para Haines y Crouch (2007, citados en Kaya, 2021), la modelación matemática corresponde a un proceso que permite expresar problemas hallados en la vida real o cotidiana mediante una representación matemática. Este proceso se lleva a cabo mediante seis etapas: expresar el problema en el mundo real, plantear un modelo, resolver el modelo de manera matemática, interpretación y evaluación de la solución en el contexto inicial, y finalmente, corregir el modelo en caso de ser necesario.

Finalmente, para Stohlmann y Albarracín (2016), citados en Stohlmann y Yang (2023), la modelización matemática se entiende como un proceso en el cual existen problemáticas abiertos y prácticos del mundo real que cobran sentido para los estudiantes. Stohlmann y Albarracín (2016) aclaran que en estos procesos se deben aplicar suposiciones, representaciones múltiples y aproximaciones.

Dado que se busca la implementación de la modelización matemática en la clase de física, y se pretende el uso de un rol estructural dentro de estas clases, basándonos en el modelo propuesto por Treiber, et al. (2023), el cual enfatiza en la capacidad de este rol de la matemática en la clase de física para transitar entre el mundo real y los modelos propuestos, es que se opta por adoptar las tres perspectivas de modelización presentadas anteriormente.



Con base a lo anterior, a partir de ahora, cuando se hable de modelización o modelamiento matemático en esta investigación, se entenderá entonces, como un proceso dinámico y reflexivo que consiste en posicionar problemas del mundo real en lenguaje matemático, buscarles una solución e interpretar sus resultados en el contexto original, para evaluar posibles ajustes a los modelos matemáticos utilizados. Este proceso permite representar fenómenos cotidianos mediante suposiciones, aproximaciones y diversas formas de representación, fomentando en los estudiantes habilidades como pensamiento crítico, la autonomía y la capacidad de actuar frente a problemáticas reales.

Considerando las perspectivas mencionadas anteriormente, la **ilustración 2.2** muestra una síntesis gráfica de la perspectiva que adoptan los autores acerca de la modelización y la que se adoptó en la investigación.



Ilustración 2.2 "Síntesis de las distintas perspectivas adoptadas por los autores de modelización y la perspectiva adoptada en la investigación"



En contraste con la perspectiva local, en Chile, el Ministerio de Educación (MINEDUC, 2015) plantea en sus bases curriculares de séptimo básico a segundo medio, la habilidad de modelar en la asignatura de matemática. Para el Ministerio de Educación, esta habilidad significa la construcción de un modelo físico o abstracto que recoja partes de las características de una realidad o situación, para poder estudiarla, evaluar su validez y modificarla. Para el Ministerio de Educación, estos modelos utilizados permiten, además, hallar soluciones y aplicarlas en otras situaciones, generando puntos de comparación y estudiar relaciones.

Desde el Ministerio de Educación, se espera que cuando un estudiante modela en la clase de matemática, aprenda a utilizar diferentes formas de representar datos y a discriminar la eficacia y validez de las herramientas y métodos matemáticos utilizados para responder a una problemática. Además, se menciona que cuando los estudiantes construyen modelos, descubren comportamientos o patrones y son capaces de expresarlas por su cuenta, asimismo, fortalecen la creatividad y su capacidad de razonamiento y resolución de problemas.

Dentro de las bases curriculares de tercero y cuarto medio (MINEDUC, 2015), el modelamiento matemático se entiende como un proceso que busca integrar la resolución de problemas, el razonamiento matemático y estadístico, la argumentación y el estudio y representación de fenómenos cotidianos y diversas problemáticas. Para el Ministerio de Educación, esta habilidad se enriquece de la reflexión y discusión colectiva de los estudiantes, por medio de la discusión entre pares, donde se logra aprender a argumentar, fortaleciendo no solo el entendimiento de las disciplinas, sino también de valores ciudadanos.

A partir de lo expuesto, en la **tabla 2.1** se realiza una comparación entre las concepciones de los autores planteados y el MINEDUC, respecto al modelamiento o modelización.

Tabla 2.1 "Comparación de cómo se entiende modelización desde los autores y desde MINEDUC (2015), desde distintas perspectivas"

	Para los autores	Para MINEDUC (2015)
<i>Comparativa a partir del significado</i>	Modelar es transitar entre problemáticas en la realidad y su representación matemática. Modelar es	Modelar es crear un modelo que recoja partes de un fenómeno, para estudiarlo y



	interpretar y evaluar los modelos matemáticos utilizados que representan una situación. Modelar es darle significado a una solución matemática dentro de un contexto inicial.	aplicar soluciones en otros contextos.
<i>Comparativa a partir del proceso</i>	Creación de un modelo, resolver matemáticamente el modelo, interpretación de la solución en contexto inicial. Corrección del modelo de ser necesario.	Creación de un modelo, resolución y estudio del modelo, aplicación de las soluciones halladas en otros contextos.
<i>Comparativa a partir del resultado</i>	Fomenta el pensamiento crítico, la autonomía y el entendimiento de fenómenos que se dan en la cotidianidad, para predecir su comportamiento.	Fortalece el razonamiento, la resolución de problemas y el dominio de objetos matemáticos. Busca fortalecer valores ciudadanos.

Como se observa en la tabla, para los autores que sustentan la propuesta de esta tesis, cuando se habla de modelamiento o modelización matemática es fundamental que se base en realizar un proceso que permite simplificar un comportamiento o problemática mediante una representación matemática, hallar una solución desde la matemática y evaluar si es pertinente en la situación inicial que dio origen al modelo, centrándose principalmente en cómo estos modelos permiten entender un fenómeno y poder anticiparse a sus comportamientos.

Por otro lado, para el MINEDUC, el modelar únicamente se reconoce cuando se crea un modelo matemático que representa algunos componentes de un fenómeno y se evalúa y compara dicho modelo para poder representar otras situaciones en la realidad, centrándose en el comportamiento del modelo y el objeto matemático que hay tras este.

A partir de la comparación presentada, es posible evidenciar diferencias sustantivas entre la perspectiva adoptada en esta investigación y la propuesta del MINEDUC (2015),



particularmente al analizar las nociones clave que estructuran cada enfoque. Mientras que el currículum enfatiza la creación de modelos y su posterior aplicación en distintos contextos, la postura de los autores entiende la modelización como un proceso de tránsito, en el cual los estudiantes avanzan progresivamente entre la realidad y su representación matemática. Esta diferencia no es menor, ya que la idea de crear un modelo supone un nivel de dominio que no todos los estudiantes logran alcanzar de manera inmediata, mientras que la noción de transitar permite reconocer distintos niveles de participación en el proceso, haciéndolo más accesible y formativo.

Asimismo, desde la perspectiva de los autores, la modelización involucra procesos de interpretación continua de los modelos matemáticos en relación con el fenómeno físico, lo que contrasta con el énfasis del MINEDUC en la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento desde una lógica más orientada al resultado. En este sentido, la interpretación no se limita a validar una respuesta, sino que constituye un proceso central para dotar de significado a las representaciones matemáticas, lo que resulta coherente con el enfoque de esta investigación.

Por otra parte, al analizar los resultados asociados a cada perspectiva, se observa que la propuesta de los autores promueve el desarrollo del pensamiento crítico y la autonomía, en tanto los estudiantes participan activamente en la construcción y validación de los modelos utilizados. En contraste, el enfoque del MINEDUC, si bien busca fortalecer habilidades como el razonamiento y la resolución de problemas, tiende a centrarse en desempeños más estructurados y orientados a la obtención de soluciones correctas. De este modo, la perspectiva adoptada en este estudio permite una mayor flexibilidad en los procesos de aprendizaje, favoreciendo un uso de la matemática más significativo y coherente con la complejidad de los fenómenos físicos.

2.3 Procesos asociados a un rol estructural de la matemática en la clase de física

Desde esta propuesta teórica, la matemática puede cumplir distintos roles en la clase de física, principalmente un rol técnico y un rol estructural. Mientras que el rol técnico se relaciona con el uso de la matemática como una herramienta de cálculo para obtener resultados numéricos, el rol estructural implica utilizarla como un medio para comprender, analizar y anticipar el comportamiento de los fenómenos físicos. Sin embargo, para poder estudiar este segundo enfoque dentro del contexto de esta investigación, resulta necesario



definir con mayor precisión qué procesos se desarrollan cuando la matemática cumple un rol estructural. En este sentido, los autores coinciden en que dicho rol se manifiesta principalmente a través de tres procesos fundamentales: razonar, interpretar y anticipar comportamientos. Con relación a esto, es necesario definir cómo se entendieron estos procesos en la investigación.

Se entiende por **razonar** (o razonamiento), como el proceso en el cual se resuelve una problemática con condiciones iniciales, mediante la elaboración de conclusiones que son propuestas con base en un pensamiento ordenado y estructurado (García-Madruga y Fernández, 2008). Estos últimos autores enfatizan en que el éxito del proceso de razonar radica en la construcción y manipulación de modelos, es decir, para poder razonar, es vital construir y manipular algún modelo. Desde una visión matemática, una persona matemáticamente competente, razona cuando realiza deducciones, particulariza o generaliza comportamientos, los procesos y técnicas utilizados (Alsina, 2010).

Cuando un estudiante es capaz de **interpretar**, se hace referencia a que este desarrolla la habilidad de poder realizar una lectura de los diversos contextos presentados, identificando los puntos clave de las situaciones (Biembengut y Hein, 2004). Para estos autores, es fundamental que en un proceso de modelamiento exista interpretaciones por parte del estudiantado, ya que le permite evaluar la validez de los modelos utilizados y de la respuesta matemática dentro de los contextos presentados.

Finalmente, la **anticipación de comportamientos** se da cuando se está estudiando algún fenómeno o situación y el estudiante es capaz de prever cómo se comportará este fenómeno, al posicionarse desde posibles parámetros que podrían tomar las variables en situaciones aún no estudiadas, pero habiendo aplicado un modelo matemático para situaciones similares del mismo fenómeno (Bosch, et al, 2006). El proceso de anticipar comportamientos pone a prueba la validez de los modelos utilizados para representar un fenómeno.

A partir de lo anterior, en esta investigación se entenderá que la matemática cumple un rol estructural cuando permite a los estudiantes razonar sobre un fenómeno físico, interpretar el significado de los modelos matemáticos utilizados y anticipar el comportamiento de un sistema a partir de dichos modelos. Estos tres procesos serán utilizados como categorías de análisis para estudiar cómo los estudiantes utilizan la matemática en los talleres que componen el diseño metodológico del estudio.



3 Marco Metodológico

Para abordar la problemática planteada y dar respuesta a las preguntas de investigación, se define un diseño metodológico que permite analizar el uso de la matemática en la clase de física desde una perspectiva situada. En este sentido, se presenta el enfoque metodológico adoptado, junto con las características de la población y muestra participantes, así como los criterios éticos considerados en el desarrollo del estudio. Posteriormente, se describe el diseño de la investigación, estructurado en distintas fases que orientan la implementación de los talleres de modelización y el análisis de los procesos desarrollados por los estudiantes. Finalmente, se detallan los procedimientos de análisis de la información y los criterios de rigurosidad científica que sustentan la validez de los resultados obtenidos.

3.1 Tipo de metodología y alcance

Debido a la naturaleza de la problemática abordada, se opta por una **metodología de carácter cualitativo**, ya que el propósito de la investigación no es medir el rendimiento de los estudiantes mediante resultados numéricos, sino comprender cómo utilizan la matemática en la clase de física cuando se enfrentan a situaciones de modelización.

La investigación será abordada desde la perspectiva de Pérez (2002), quien afirma que la metodología cualitativa se basa en las representaciones obtenidas a partir de ciertas condiciones, para así llegar al origen de ellas, mediante el análisis e interpretación de los datos. En este sentido, la afirmación anterior se traduce en que la investigación no busca únicamente analizar si los estudiantes responden correcta o incorrectamente, sino comprender la forma en que llevan a cabo los procesos cuando utilizan la matemática en la clase de física. Esto implica orientar el análisis hacia cómo razonan, cómo interpretan los resultados obtenidos y cómo anticipan comportamientos a partir de modelos matemáticos, es decir, hacia los procesos asociados a un rol estructural de la matemática. Desde esta perspectiva, el enfoque cualitativo permite profundizar en las razones que explican por qué los estudiantes responden de determinada manera cuando se les solicita razonar, interpretar o anticipar un fenómeno físico, más que limitarse a cuantificar los resultados obtenidos.



Por otra parte, la investigación se enmarcó en un **alcance exploratorio**, desde la perspectiva de Ramos (2020), quien propone que dicho alcance se centra en estudiar casos que no se han investigado previamente, centrando, además, el interés del fenómeno en sus características. Con relación a lo anterior, la investigación buscaba analizar un fenómeno que ha sido escasamente estudiado en el contexto escolar, particularmente con relación al rol estructural que cumple la matemática en la clase de física. Tal como se mencionó en los antecedentes, la mayoría de los estudios se centran en las dificultades matemáticas de los estudiantes, pero no en la forma en que utilizan la matemática para razonar, interpretar o anticipar comportamientos en fenómenos físicos. En este sentido, el carácter exploratorio del estudio se justifica en la necesidad de comprender cómo se desarrollan estos procesos cuando los estudiantes trabajan con situaciones de modelización.

3.2 Población, muestra y rigor ético

3.2.1 Justificación de la población y muestra

Con relación a la población de la investigación, corresponde a **estudiantes de enseñanza media**, ya que la literatura señalada en los antecedentes corresponde a problemáticas que se presentan en este nivel educativo, como en el caso de Treiber, et al, 2023 cuando trabajan con estudiantes de secundaria en una olimpiada de física.

La muestra escogida corresponde a dos cursos de segundo medio, considerando 73 estudiantes en total de un colegio mixto ubicado en la comuna de Maipú. Los estudiantes tienen edades entre los 15 y 16 años, quienes presentan un promedio general de 5.5 en la asignatura de física y 5.7 en la asignatura de matemática.

Respecto a la muestra, se seleccionaron estudiantes de **segundo año medio**, ya que dentro del currículum chileno de física este nivel corresponde al curso en el que se requiere mayor uso de modelos matemáticos para analizar y resolver problemáticas asociadas a fenómenos físicos, por ejemplo al analizar gráficas para movimientos rectilíneos en la unidad 1, realizar diagramas de fuerzas en la unidad 2, representar gráficamente el comportamiento de una energía en la unidad 3 y realizar interpretaciones a partir de las leyes de Kepler en la unidad 4 (MINEDUC, 2015). A diferencia de los niveles anteriores, desde séptimo básico hasta primero medio predomina principalmente un enfoque cualitativo en el estudio de los fenómenos, mientras que en segundo medio se incorpora con mayor énfasis el uso de expresiones matemáticas para describir, interpretar y anticipar



comportamientos físicos. Por esta razón, este nivel resulta pertinente para analizar la forma en que los estudiantes utilizan la matemática cuando se enfrentan a situaciones de modelización en la clase de física.

3.2.2 Instrumentos de ética

Dado que la investigación se desarrolló con estudiantes menores de edad, se consideró necesario solicitar previamente un asentimiento informado por parte de los y las participantes, el cual se encuentra en el **anexo 7.1**. En este documento se explicó de forma clara el propósito del estudio, el tipo de actividades que se realizarían y el uso que se daría a la información obtenida, asegurando en todo momento que la participación fuera voluntaria y que los estudiantes pudieran decidir libremente si deseaban formar parte del estudio.

Con relación a lo anterior, al tratarse de estudiantes menores de edad, también se solicitó un consentimiento informado dirigido a los apoderados y apoderadas que se detalla en el **anexo 7.2**. En este documento se informó sobre los objetivos de la investigación, las características de las actividades que se aplicarían y el tratamiento de los datos recolectados, garantizando que la información obtenida sería utilizada únicamente con fines académicos y resguardando en todo momento la confidencialidad de los participantes.

Por otra parte, debido a que la investigación se llevó a cabo dentro de un establecimiento educacional, se solicitó previamente la autorización formal de la directora del establecimiento. En esta autorización se detalló el propósito del estudio, la forma en que se aplicarían los talleres y el resguardo del tiempo pedagógico de los estudiantes, asegurando que el desarrollo de la investigación no afectara el normal funcionamiento de las clases. Este documento se presenta en el **anexo 7.3**.

Finalmente, al tratarse de una investigación que trabaja directamente con personas y con información obtenida a partir de sus respuestas, se elaboró una carta de compromiso por parte del investigador. En este documento se estableció el resguardo de la identidad de los participantes, el uso responsable de la información recolectada y la utilización de los datos exclusivamente con fines académicos, garantizando así el cumplimiento de los principios éticos asociados al desarrollo de investigaciones en el contexto educativo. Este documento se encuentra en el **anexo 7.4**, y en él también se refuerza el valor de la responsabilidad como investigador.

3.3 Diseño metodológico

Como se muestra en la **ilustración 3.1**, el diseño metodológico se estructuró en 3 fases, las cuales buscan responder a los objetivos específicos del estudio. En las siguientes secciones se detallan las características de cada fase y el instrumento usado para la producción de la información.



Ilustración 3.1 "Síntesis gráfica de las fases del diseño"

3.3.1 Fase 1: Identificación del rol predominante de la matemática en la clase de física

La primera fase corresponde a la aplicación del primer instrumento hacia los estudiantes, el cual consta de un documento llamado "*Taller N°1: Situaciones de Mov. Rectilíneo*". Este instrumento, el cual se puede encontrar en el **anexo 7.7**, busca responder al primer objetivo específico de la investigación, es decir, "*identificar el rol que los estudiantes de segundo año medio le asignan a la matemática en las clases de física a partir de una situación de modelización*".

Antes de la aplicación de este instrumento, se realizó una validación de expertos a partir de una rúbrica, la cual se detalla en el **anexo 7.5**. Esta estuvo orientada a reconocer oportunidades de mejora en el instrumento, para evitar que predominara un tipo de pregunta o confirmar si estas estaban bien orientadas al rol que buscaban representar. Para esta



validación, primero se envió una carta mediante correo electrónico a los expertos (para ver carta, **anexo 7.11**).

Esta fase tuvo una duración total de tres horas, en donde se dedicó una clase (1 hora y 30 minutos) para cada curso involucrado. En esta etapa, se busca identificar cuál es el rol predominante en los estudiantes de la muestra, por lo tanto, es necesario presentarles situaciones de modelización con preguntas orientadas tanto a un rol técnico como a un rol estructural. A continuación, la **ilustración 3.2** muestra un ejemplo de un tipo de pregunta orientada al rol técnico de la matemática, ya que en general, estas pueden responderse usando la matemática únicamente como una herramienta de cálculo.

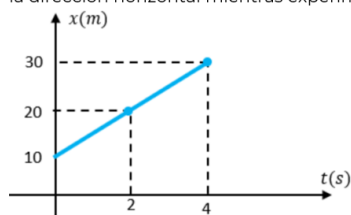
Rol Técnico	1.- Un ciclista inicia un movimiento a una velocidad constante de $+15$ (m/s) en dirección horizontal. Si este ciclista parte desde la posición -30 (m) en esta misma dirección, ¿Cuál será su posición a los 4 segundos luego de iniciar el recorrido? Asociada a rol técnico debido a que puede resolverse únicamente evaluando las variables dentro de las ecuaciones y puede entregarse un resultado sin la necesidad de interpretarlo.
Rol Técnico	2.- Un corredor se encuentra compitiendo cuando pasa por la posición $+20$ (m) en dirección horizontal moviéndose con velocidad constante. Desde este momento, demora 6 segundos en llegar a la posición $+50$ (m). Sabiendo esto, ¿Cuál fue la velocidad que llevaba el ciclista? Asociada a rol técnico debido a que puede resolverse únicamente evaluando las variables dentro de las ecuaciones y puede entregarse un resultado sin la necesidad de interpretarlo.

Ilustración 3.2 "Preguntas orientadas a un rol técnico de la matemática en la clase de física"

Por otra parte, la **ilustración 3.3** detalla preguntas orientadas a un rol estructural de la matemática, ya que requieren un razonamiento a partir de un modelo matemático (en este caso, representado por una gráfica), además se busca una interpretación de la situación presentada.



1.- La siguiente gráfica representa la posición a partir del tiempo de un cuerpo en la dirección horizontal mientras experimenta movimiento.



Rol Estructural	a) Propongan un procedimiento para poder determinar la velocidad del cuerpo representado en la gráfica Asociada a un rol estructural, ya que para determinar el procedimiento deben razonar qué estrategias son válidas para su proceso e interpretar con qué variables dentro de la gráfica se debe trabajar. Además, el planteamiento de un modelo exige plantear una forma de anticipar los comportamientos del fenómeno.
Rol Estructural	b) ¿Cuál es la velocidad que experimenta el cuerpo? ¿Qué representa este valor respecto a la posición del cuerpo? Asociada a un rol estructural, ya que para llegar a una respuesta correcta y adecuada es necesario usar el modelo planteado anteriormente y además, interpretar qué representa esto en el contexto inicial del fenómeno expuesto

Ilustración 3.3 "Preguntas orientadas a un rol estructural de la matemática en la clase de física"

Una vez aplicado el instrumento, se procedió a recopilar y revisar las respuestas entregadas por los y las estudiantes, con el propósito de identificar el tipo de uso que asignaban a la matemática al enfrentar situaciones de modelización en física. A partir de este análisis inicial, fue posible ubicar a los estudiantes según el rol predominante que evidenciaban en sus respuestas, distinguiendo si la matemática era utilizada principalmente como una herramienta de cálculo o como un elemento estructural para comprender el fenómeno físico.

3.3.2 Fase 2: Descripción de los procesos de razonar, interpretar y anticipar comportamientos

La segunda fase consiste principalmente en la aplicación de dos talleres: “*Taller N°2: Caída en plano inclinado*” y “*Taller N°3: Introducción a fuerzas*”. Estos instrumentos se encuentran en el **anexo 7.8** y el **anexo 7.9**, respectivamente. Ambos instrumentos buscan responder al segundo objetivo específico de la investigación, el cual corresponde a “*describir la forma en que los estudiantes interpretan, razonan y anticipan comportamientos sobre fenómenos físicos cuando se usa un rol estructural de la matemática a través de la modelización*”

Al igual que el taller anterior, los talleres N°2, N°3 y N°4 fueron validados mediante una rúbrica la cual se presentó a los mismos expertos. Esta rúbrica se encuentra en el **anexo 7.6**. Esta rúbrica buscaba identificar oportunidades de mejora en cuanto a la claridad, coherencia y relevancia de los instrumentos a partir del objetivo que intentaban abordar.

Esta fase constó de un tiempo de aplicación de doce horas, en donde se dedicaron cuatro clases (6 horas en total) a cada uno de los cursos involucrados. Para ambos talleres



correspondientes a esta fase, se utilizaron dos clases, una para abordar el fenómeno físico y otra para consolidar los modelos y procedimientos matemáticos asociados a él. A partir de esta fase, se busca realizar análisis a partir de los procesos asociados a un rol estructural, por tanto, los instrumentos presentan preguntas que requieren razonar, interpretar o anticipar comportamientos para ser respondidas. La **ilustración 3.4** muestra cómo para responder a las preguntas, es necesario contemplar modelos matemáticos y además, predecir qué pasaría si la situación que intentan responder sufre cambios. Además, al buscar la explicación de qué representan sus respuestas, también se induce un proceso de interpretación.

Actividad 4 (Predicciones)

Utilizando el modelo matemático seleccionado en la pregunta 1 de la actividad 3, respondan:

1.- Supongan que ahora la pelota se suelta desde la mitad de la rampa, ¿Qué ocurrirá a con el modelo si se experimenta esta nueva situación? Explique

2.- Determinen cuánto tiempo demora la pelota aproximadamente en llegar al suelo utilizando el modelo planteado en la "Actividad 3" ¿Es pertinente utilizar el mismo modelo? Explique

3.- Comprueben la respuesta a la pregunta anterior, grabando la situación y fijándose en el tiempo que marque el video (mantengan la misma inclinación que el experimento inicial)

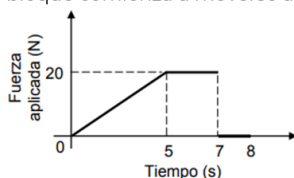
4.- ¿Qué representa el valor de la posición de la pelota en el contexto de esta nueva prueba?

Ilustración 3.4 "Preguntas del Taller N°2 asociadas a la interpretación y anticipación de comportamientos"

Por otra parte, la **ilustración 3.5** corresponde a ejemplos de preguntas en donde el rol estructural se hace necesario no solo para interpretar una situación física desde lo matemático, sino también, para plantear distintas representaciones de un fenómeno cuando experimenta cambios repetidos. En este sentido, los procesos relacionados al razonamiento cobran sentido cuando se induce analizar distintos momentos de un fenómeno y comprarlos.



4.- Se desea mover un bloque en reposo por una superficie horizontal. Para ello, es necesario aplicar distintas fuerzas en diferentes momentos. La siguiente gráfica muestra la fuerza aplicada horizontalmente en función del tiempo. El bloque comienza a moverse a los 5 segundos y se detiene a los 8 segundos.



Respecto a esta situación, realicen el diagrama de cuerpo libre del bloque para los tres distintos momentos

Momento 1 (segundo 0 al segundo 5)

Momento 2 (segundo 5 al segundo 7)

Momento 3 (segundo 7 al segundo 8)

Ilustración 3.5 "Preguntas del taller N°3 asociadas al razonamiento e interpretación"

Una vez terminada la segunda sesión para el Taller N°3, se procedió a recopilar las respuestas entregadas por los estudiantes, con el fin de describir cómo llevan a cabo cada uno de los tres procesos del rol estructural. En esta etapa, se pueden identificar cuáles son las características de cada proceso que más predominan cuando se llevan a cabo, además, se pueden observar posibles oportunidades de mejora en los procedimientos para llegar a consolidar un rol estructural de la matemática en la clase de física.

3.3.3 Fase 3: Evaluación del rol estructural de la matemática en la clase de física

La tercera y última fase, corresponde principalmente a la aplicación del cuarto instrumento, titulado "*Taller N°4: Estudio de la energía mecánica*". Este último taller, tiene como fin responder al último objetivo específico de la investigación, el cual consta de "*evaluar si el rol estructural de la matemática en la clase de física permea los procesos de razonamiento, interpretación y anticipación de comportamientos en estudiantes de segundo año medio*". Este documento puede encontrarse en el **anexo 7.10**.

Al igual que los talleres anteriores, este instrumento pasó por la evaluación de expertos, con la misma rúbrica que se utilizó en la fase 2, la cual se encuentra en el **anexo 7.6**. Por tanto, también buscaba identificar oportunidades de mejora en cuanto a la claridad, coherencia y relevancia del instrumento.



Para la aplicación de esta fase, se destinó un total de 3 horas, en donde se dedicó una clase (1 hora y media) con cada curso involucrado. Con los resultados de esta fase, se pudo evaluar cómo un rol estructural intencionado de la matemática en la clase de física ayuda a introducir los procesos de razonar, interpretar y anticipar comportamientos, evidenciando que estos pueden aparecer durante el desarrollo de tareas matemáticas en la clase de física, aunque no siempre de manera robusta. Con la información recogida gracias al último instrumento, se pudieron realizar comparaciones con respecto al inicio y al final del estudio, en cuanto a la manera en que los estudiantes responden y enfrentan los desafíos, orientándolos a un uso de la matemática como un instrumento para desarrollar habilidades, y no solo como una herramienta de cálculo. Con relación a esto, se presenta a continuación la **ilustración 3.6**, en donde se plantean preguntas para que los mismos estudiantes puedan reflexionar acerca del uso de modelos matemáticos cuando estos pueden responder a situaciones de fenómenos físicos.

Actividad 3 (Evaluando la pertinencia de los modelos matemáticos)

Dentro del estudio de la cinemática y dinámica de cuerpos (contenidos abordados en física durante este año), es necesario recurrir a modelos matemáticos (ecuaciones, gráficas, DCL, etc.) para poder llegar a una solución dentro de un contexto inicial. Durante los últimos talleres se han abordado temas específicos de estas áreas de la física, trabajando principalmente representaciones matemáticas de los fenómenos. Considerando esto, respondan

1.- ¿En qué deben fijarse o tener en cuenta cuando crean un modelo matemático en las clases de física?

2.- Una vez que reconocen o plantean un modelo matemático en fenómenos físicos, ¿son siempre válidos? ¿por qué?

3.- ¿Es suficiente considerar únicamente la respuesta matemática de los modelos utilizados en fenómenos físicos? ¿por qué?

4.- ¿Qué utilidad creen que tienen los modelos matemáticos para el entendimiento de los fenómenos físicos que representan?

Ilustración 3.6 "Preguntas del Taller N°4 orientadas a reconocer la importancia y uso de modelos matemáticos en la clase de física"



3.4 Análisis y rigurosidad científica

Para la recolección de datos se utilizaron cuatro instrumentos, los cuales correspondieron a talleres aplicados en el contexto de la clase de física. Estos talleres fueron diseñados considerando los objetivos de la investigación y el marco teórico asociado a los roles de la matemática en la clase de física, particularmente el rol estructural. Cada uno de los instrumentos fue aplicado en distintos momentos del proceso, permitiendo obtener información progresiva sobre la forma en que los y las estudiantes utilizaban la matemática al enfrentar situaciones físicas. A partir de estos instrumentos se obtuvieron las respuestas que posteriormente fueron analizadas mediante los procedimientos descritos en esta sección, resguardando así la coherencia entre la recolección de datos y el análisis realizado.

El análisis de los datos se llevó a cabo a partir de un enfoque cualitativo, centrado en las explicaciones escritas que los y las estudiantes entregaron en las preguntas abiertas de los distintos talleres (Flick, 2018). En este sentido, la información no fue tratada como resultados numéricos, sino como representaciones del pensamiento de los estudiantes frente al uso de la matemática en la clase de física (Denzin y Lincoln, 2011). A partir de esto, se buscó identificar patrones de respuesta, formas de razonamiento y maneras de interpretar los fenómenos físicos cuando se les solicitaba utilizar herramientas matemáticas (Saldaña, 2016).

Respecto a la reducción de datos, esta se realizó mediante un proceso de codificación progresiva (Flick, 2018). En una primera etapa se revisaron todas las respuestas de los estudiantes con el objetivo de identificar los argumentos que aparecían con mayor frecuencia. Es decir, se buscaron ideas repetidas, formas similares de explicar un fenómeno o maneras recurrentes de utilizar la matemática. A partir de esta revisión inicial se comenzó a organizar la información en categorías preliminares, las cuales posteriormente fueron ajustadas y refinadas tomando como referencia el marco teórico de la investigación, particularmente los roles de la matemática en la clase de física y los tres procesos asociados al rol estructural: razonar, interpretar y anticipar comportamientos. De esta forma, la reducción de datos no consistió únicamente en seleccionar respuestas, sino en transformar las explicaciones de los estudiantes en categorías de análisis coherentes con el enfoque teórico del estudio (Denzin y Lincoln, 2011).

En cuanto a los procesos utilizados para analizar los datos, el procedimiento se desarrolló en distintas fases. En primer lugar, se identificó el tipo de uso de la matemática presente en



cada respuesta, es decir, si esta era utilizada únicamente como una herramienta de cálculo o si cumplía un rol estructural en la comprensión del fenómeno físico. Posteriormente, una vez identificadas las respuestas que evidenciaban el rol estructural, se profundizó en los procesos que los estudiantes ponían en juego, analizando si eran capaces de razonar a partir de modelos matemáticos, interpretar el significado físico de los resultados obtenidos y anticipar el comportamiento de un fenómeno frente a cambios en las condiciones iniciales. Este análisis se realizó considerando tanto lo que los estudiantes escribían explícitamente como la coherencia entre sus explicaciones, sus representaciones y sus conclusiones.

Finalmente, el proceso de análisis se organizó en distintas fases que permitieron abordar los datos de manera sistemática. En una primera etapa se realizó una lectura completa de todas las respuestas con el objetivo de reconocer tendencias generales en la forma en que los y las estudiantes utilizaban la matemática para responder a las situaciones planteadas. Posteriormente, a partir del marco teórico de la investigación, se procedió a codificar las respuestas, lo que permitió determinar qué rol cumplía la matemática en cada caso, distinguiendo si esta era utilizada únicamente como herramienta de cálculo o si cumplía un rol estructural en la comprensión del fenómeno físico. Una vez realizada esta clasificación, el análisis se centró específicamente en los tres procesos asociados al rol estructural (razonar, interpretar y anticipar comportamientos), identificando cuál de ellos se desarrollaba con mayor frecuencia, cuál predominaba en los estudiantes y cuáles presentaban mayores dificultades. Finalmente, a partir de esta organización de los datos, se elaboraron conclusiones considerando tanto el tipo de respuestas entregadas por los estudiantes como el análisis del proceso que seguían al utilizar la matemática, lo que permitió establecer una interpretación coherente entre los resultados iniciales y finales del estudio.

Además, la rigurosidad del estudio se resguardó mediante distintos procedimientos, entre ellos la validación previa de los instrumentos por juicio de expertos (Flick, 2018), lo que permitió asegurar la coherencia teórica de las actividades y la pertinencia de las preguntas en relación con los objetivos de la investigación.

3.5 Síntesis gráfica de las etapas de investigación

A partir de la información presentada en las fases del diseño, la **ilustración 3.7** detalla a continuación la síntesis gráfica de las etapas de la investigación.

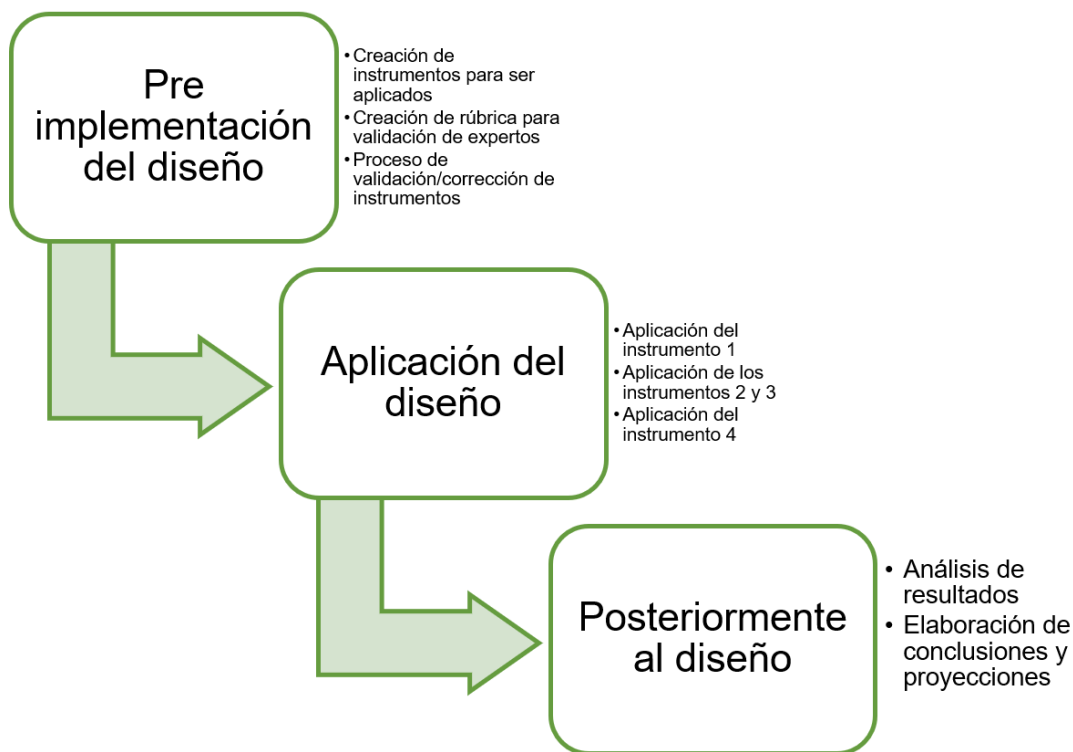


Ilustración 3.7 "Etapas llevadas a cabo durante la investigación"



4 Resultados y análisis

El análisis de esta sección se construyó a partir de las respuestas escritas de 73 estudiantes de segundo año medio, quienes participaron en la resolución de los cuatro talleres diseñados para esta investigación. En cada taller se propusieron diversas actividades orientadas a abordar fenómenos físicos mediante el uso de modelos matemáticos, cuyas resoluciones fueron analizadas con el propósito de identificar regularidades en las formas en que los estudiantes utilizan la matemática al enfrentarse a situaciones propias de la clase de física. En particular, el análisis se centró en examinar las estrategias y argumentaciones presentes en las producciones de los estudiantes, considerando tanto los procedimientos utilizados como las explicaciones que acompañan sus resultados, con el fin de caracterizar la manera en que razonan, interpretan y anticipan comportamientos, a partir de modelos matemáticos.

4.1 Análisis del Taller N°1 “Situaciones de movimientos rectilíneos”

El Taller N°1 tuvo como objetivo identificar el rol que los y las estudiantes atribuyen a la matemática en la clase de física cuando se enfrentan a situaciones que requieran utilizar la matemática. En particular, se buscó reconocer si la matemática es utilizada principalmente como una herramienta de cálculo y ejecución de procedimientos, predominando un rol técnico de ella o si adquiere un carácter estructurante en la comprensión de los fenómenos físicos, permitiendo razonar, interpretar y anticipar comportamientos a partir de modelos matemáticos, atribuyéndole un rol estructural.

Para caracterizar este uso de la matemática, se consideró la distinción entre un rol técnico y un rol estructural. El primero corresponde a un uso de la matemática centrado en la ejecución de procedimientos, la aplicación directa de ecuaciones y la obtención de resultados numéricos, priorizando la memorización. En cambio, el rol estructural supone que la matemática actúa como un medio para organizar el razonamiento físico, ya que es vista como un instrumento que permite interpretar situaciones, justificar procedimientos y anticipar el comportamiento de distintos sistemas físicos.

Con base en lo anterior, surge la necesidad de evidenciar cómo se entienden cada uno de los procesos que involucran a la matemática desde un rol estructural. La **tabla 4.1** muestra



la definición de los conceptos de *razonar*, *interpretar* y *anticipación de comportamientos* considerados para el análisis de este taller:

Tabla 4.1 "Definición de los procesos asociados a un rol estructural de la matemática en la clase de física"

<i>Razonar</i>	<i>Interpretar</i>	<i>Anticipación de comportamientos</i>
• Proceso ordenado y estructurado de elaboración de conclusiones • Requiere construcción y manipulación de modelos (García-Madruga Fernández, 2008) • Uso de técnicas y procesos adecuados (Alsina, 2010)	• Implica leer y comprender distintos contextos • Identifica elementos clave de situaciones (Biembengut y Hein, 2004) • Permite evaluar la validez de los modelos y la pertinencia de las respuestas	• Prever cómo se comportará un fenómeno no directamente observado (Bosch, et al, 2006) • Valida la utilidad del modelo al aplicarlo en nuevos contextos • Analizar variables implicadas y proyectar estados futuros (Salinas, 2003)

El análisis de las respuestas de los estudiantes permitió observar que el uso de la matemática en la resolución de las actividades no se ajusta de manera estricta a una distinción entre un rol técnico y un rol estructural. En las producciones analizadas se identifican diversas formas intermedias de utilización de la matemática, en las que pueden coexistir procedimientos de carácter técnico con intentos parciales de interpretación o anticipación de comportamientos físicos. En este sentido, se hizo necesario distinguir distintos tipos de rol que permitan caracterizar con mayor precisión la forma predominante en que la matemática es utilizada por los estudiantes, reconociendo que en una misma respuesta pueden aparecer elementos asociados a más de un tipo de rol. A partir de esta consideración, se definieron cuatro tipos de rol: *técnico*, *técnico-estructural*, *estructural incipiente* y *estructural*; que permiten describir gradualmente el modo en que la matemática interviene en la comprensión de los fenómenos físicos abordados.



En la **tabla 4.2** se especifica cuáles son las condiciones necesarias para posicionar a un o una estudiante en un rol predominante de los cuatro mencionados anteriormente:

Tabla 4.2 "Criterios para determinar el rol predominante de los/las estudiantes de la muestra en el Taller N°1"

Rol técnico	Considera la matemática en la clase de física únicamente como herramienta de cálculo, memorización y ejecución
Rol técnico-estructural	Considera un uso técnico de la matemática en la clase de física, pero con uno o dos elementos de un rol estructural
Rol estructural incipiente	Considera elementos mayoritariamente del rol estructural de la matemática en la clase de física, pero no cumple con todos los elementos o procesos
Rol estructural	Considera cumplir a profundidad con el rol estructural de la matemática en la clase de física, mostrando sus elementos y desarrollando los procesos asociados a este

4.1.1 5.1.1.- Criterios y resultados del Taller N°1

Con el propósito de orientar el análisis de las producciones de los estudiantes, se establecieron previamente los aspectos matemáticos que se esperaba observar en cada una de las actividades propuestas en los talleres. En particular, el análisis se organizó considerando cada actividad de manera independiente, identificando los procesos de razonamiento, interpretación y anticipación de comportamientos que se esperaba que los estudiantes movilizaran al enfrentarse a las distintas situaciones físicas presentadas.

Actividad 1: Determinación de magnitudes

En esta actividad se esperaba observar cómo los/las estudiantes se enfrentan a situaciones de cálculo en cinemática, específicamente en contextos de movimiento rectilíneo uniforme (MRU) y movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA), y qué rol le atribuyen a la matemática durante la resolución de estas situaciones.

El análisis se centra en identificar si el uso de la matemática se restringe a una función operativa o si, por el contrario, cumple un rol estructurante del razonamiento físico involucrado en cada situación.



Con el fin de orientar el análisis, se establecen los siguientes criterios esperados, asociados a los roles técnico y estructural de la matemática para la actividad 1 del taller, los cuales son presentados en la **tabla 4.3**:

Tabla 4.3 "Criterios asociados al rol técnico y rol estructural de la matemática en la actividad 1 del Taller N°1"

Rol Técnico	Rol Estructural
• Reconocimiento de las magnitudes físicas involucradas en los contextos planteados • Selección y uso de ecuaciones itinerario correspondientes al tipo de movimiento • Sustitución directa de valores en las expresiones matemáticas para obtener resultados numéricos • Registro de procedimientos matemáticos de carácter algorítmico	• Interpretación contextual de las situaciones físicas (por ejemplo, identificación del sentido del movimiento, sistema de referencia o diferencia entre rapidez y velocidad) • Justificación de los procesos matemáticos utilizados en función del contexto físico del problema • Anticipación del comportamiento del fenómeno físico, integrando el significado de las magnitudes involucradas • Articulación entre el modelo matemático empleado y el fenómeno físico descrito

En esta actividad, orientada a la determinación de magnitudes físicas a partir de ecuaciones de movimiento, los distintos tipos de rol se caracterizaron a partir de la forma en que los y las estudiantes utilizaron las ecuaciones y relacionaron las variables físicas involucradas.

Al observar las respuestas entregadas por los y las estudiantes en esta actividad, se observa que la mayoría aborda las situaciones propuestas mediante la aplicación directa de ecuaciones conocidas, priorizando la sustitución de valores numéricos y la obtención de resultados. En estos casos, las respuestas suelen comenzar con la escritura de una ecuación itinerario o de velocidad, seguida del reemplazo de los datos entregados en el enunciado, sin que se explice previamente el modelo matemático utilizado ni se justifique su pertinencia en relación con el fenómeno descrito. Este tipo de resoluciones evidencia un uso predominantemente procedimental de la matemática, en el que el énfasis se sitúa en



la ejecución de cálculos más que en la comprensión de las relaciones entre las variables físicas involucradas.

No obstante, en un número menor de respuestas se observan intentos de interpretación que permiten relacionar las expresiones matemáticas con el contexto físico del problema, particularmente en aquellas situaciones que requerían interpretar el sentido del movimiento o el significado de ciertas magnitudes, como la rapidez o la aceleración. En estos casos, los y las estudiantes suelen complementar los cálculos con explicaciones breves acerca del signo de las variables o de la dirección del movimiento, aunque estas interpretaciones no siempre se desarrollan de manera sistemática ni articulada con el resto del procedimiento.

En términos generales, los resultados de esta actividad sugieren que el rol predominante de la matemática corresponde a un rol técnico, con presencia ocasional de elementos asociados a un rol técnico-estructural, especialmente en aquellas preguntas que exigían algún grado de interpretación del contexto físico. Para poder agrupar a los y las estudiantes en algún rol de los definidos anteriormente, es necesario definir cómo se entiende cada uno dentro de la actividad.

a) Rol técnico (Actividad 1): Se consideraron como respuestas de rol técnico aquellas en que los y las estudiantes recurrieron directamente a ecuaciones conocidas del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, sustituyendo los valores entregados en el enunciado sin justificar la elección de la ecuación utilizada ni explicitar el modelo matemático considerado. En estos casos, las resoluciones se centran exclusivamente en la obtención de un resultado numérico, sin establecer relaciones entre las variables ni interpretar el significado físico de los valores obtenidos.

A continuación, la **ilustración 4.1** corresponde a un ejemplo de respuesta considerada como rol técnico a esta actividad, en donde se observa que el estudiante plantea una ecuación memorizada de una situación de movimiento rectilíneo, sin especificar por qué se utiliza esta expresión a partir de la información del enunciado, además, se observa que durante el proceso matemático desarrollado y la obtención del resultado, se omiten las unidades de medida y no se expresa una relación entre las variables del enunciado, lo cual representa una ausencia de la interpretación del modelo y su implicancia con el contexto inicial:



2.- Un corredor se encuentra compitiendo cuando pasa por la posición +20 (m) en dirección horizontal moviéndose con velocidad constante. Desde este momento, demora 6 segundos en llegar a la posición +50 (m). Sabiendo esto, ¿Cuál fue la velocidad que llevaba el ciclista?

Ilustración 4.1 "Ejemplo de respuesta de estudiante que se considera con un rol técnico en la actividad 1 del taller n°1"

b) Rol técnico-estructural (Actividad 1): Se clasificaron como técnico-estructurales aquellas respuestas en que los estudiantes combinan procedimientos de cálculo con intentos parciales de interpretación del fenómeno físico. En estos casos, además del reemplazo de valores en ecuaciones conocidas, los estudiantes suelen incluir justificaciones breves acerca del tipo de movimiento considerado o del significado de algunas variables, aunque estas explicaciones no se desarrollan de manera sistemática ni permiten comprender completamente el fenómeno estudiado.

A continuación, se muestran un ejemplo de respuesta en donde predomina el rol técnico-estructural en la **ilustración 4.2**. La respuesta del estudiante muestra una interpretación de la información entregada para justificar el uso de un modelo en particular (específicamente uno asociado a movimiento rectilíneo uniforme), sin embargo, se observa que se considera más importante el valor numérico. Si bien en estos casos se consideran datos relevantes como el sentido de una magnitud, sigue ausente el proceso de interpretar este significado en el contexto entregado, evidenciado por la ausencia de una unidad de medida o una respuesta explícita de lo que podría representar este valor en la situación entregada:

Ilustración 4.2 "Ejemplo de respuesta de estudiante que se considera con un rol técnico-estructural en la actividad 1 del taller n°1"

c) Rol estructural incipiente (Actividad 1): Se consideraron como respuestas de rol estructural incipiente aquellas en que los estudiantes establecen relaciones entre las variables físicas involucradas y utilizan el modelo matemático para explicar el



comportamiento del fenómeno, aunque estas explicaciones no siempre resulten completas o coherentes. En estos casos, los estudiantes intentan interpretar el significado de los resultados obtenidos o justificar los procedimientos utilizados, evidenciando una articulación parcial entre el modelo matemático y la situación física.

La **ilustración 4.3** corresponde a un ejemplo de respuesta en donde predomina un rol estructural incipiente, ya que este tipo de respuesta, además de presentar un modelo justificado en las condiciones del contexto presentado, se evidencia un manejo adecuado del modelo matemático, a pesar de que en el procedimiento no se observe un orden lógico de las operaciones matemáticas, se obtiene un resultado que tiene coherencia en la situación inicial, y además, se intenta interpretar qué representa el valor numérico final. A pesar de lo anterior, esta respuesta aún carece de unidades de medida y de modelos que establezcan relaciones claras entre las variables:

3.- Un auto se mueve en el eje horizontal con una velocidad constante de -8 (m/s). Si se sabe que el auto demoró 3 segundos en llegar a la posición -40 (m), ¿Cuál fue la posición inicial del auto desde que se estudió su movimiento?

Handwritten work showing the calculation of initial position:

$$X(t) = -40(m) \quad X(t) = x_i + (-8) \cdot 3$$
$$-24 - 40 = -16$$

So posición inicial fue de -16

Ilustración 4.3 "Ejemplo de respuesta de estudiante que se considera con un rol estructural incipiente en la actividad 1 del taller n°1"

d) Rol estructural (Actividad 1): Se clasificaron como estructurales aquellas respuestas en que los estudiantes utilizan la matemática como herramienta para organizar la comprensión del fenómeno físico, integrando la construcción del modelo matemático, la justificación de los procedimientos y la interpretación de los resultados obtenidos. En estos casos, las ecuaciones aparecen como parte de un modelo que permite describir y explicar el movimiento, estableciendo relaciones claras entre las variables físicas involucradas. En particular para esta actividad, no se identificaron respuestas que pudieran clasificarse dentro de un rol estructural de la matemática.

Finalmente, cabe mencionar que, en esta actividad, los criterios que aparecieron con mayor frecuencia fueron aquellos asociados al uso directo de ecuaciones y procedimientos algebraicos, especialmente la sustitución de valores en expresiones conocidas. La mayoría de los y las estudiantes logró identificar qué ecuaciones utilizar y aplicarlas correctamente, lo que permitió resolver la situación desde un enfoque principalmente técnico.



Sin embargo, los criterios que aparecieron con menor frecuencia fueron aquellos relacionados con la explicitación del modelo matemático y la justificación de su elección. En pocas respuestas se observa que los y las estudiantes expliquen por qué la ecuación utilizada representa adecuadamente la situación física, o que describan la relación entre las variables antes de proceder al cálculo. Esto sugiere que el proceso de razonamiento matemático se omite o tiende a quedar implícito, priorizándose la ejecución del procedimiento por sobre la construcción consciente del modelo.

También se observa que los criterios vinculados a la interpretación conceptual de las variables y parámetros estuvieron poco presentes. Aunque muchos estudiantes identifican correctamente magnitudes como velocidad o posición, con frecuencia no explicitan el significado de sus signos o unidades dentro del fenómeno descrito.

En conjunto, estos resultados refuerzan la idea de que en esta actividad **predominó un rol técnico**, con **algunos elementos técnico-estructurales** aislados. En virtud de estas consideraciones, se construye la **tabla 4.4** que muestra los distintos roles y la cantidad de estudiantes asociados:

Tabla 4.4 "Clasificación del rol predominante en los estudiantes de la muestra en virtud de los criterios establecidos para la actividad 1 del taller n°1"

Rol Predominante	Técnico	Técnico-Estructural	Estructural incipiente	Estructural
Cantidad de Estudiantes	39	25	9	0
Porcentaje	53,42%	34,24%	12,32%	0%

Actividad 2: Análisis de situaciones

En esta actividad se esperaba analizar cómo los/las estudiantes utilizan la matemática al enfrentarse a situaciones que requieren interpretar, modelar y analizar fenómenos físicos, a partir de distintas representaciones matemáticas tales como gráficas, ecuaciones itinerario y sistemas de coordenadas.

A diferencia de la actividad anterior, aquí el foco no se sitúa principalmente en el cálculo directo, sino en la comprensión de relaciones entre variables, la construcción y uso de modelos matemáticos y la interpretación de estos en el contexto del fenómeno físico estudiado.



Para orientar el análisis, se consideran los siguientes criterios esperados, asociados a los roles técnico y estructural de la matemática para la actividad 2 del taller, presentados en la **tabla 4.5**:

Tabla 4.5 "Criterios asociados al rol técnico y rol estructural de la matemática en la actividad 2 del Taller N°1"

Rol Técnico	Rol Estructural
• Uso de ecuaciones o modelos matemáticos entregados sin una interpretación explícita de sus componentes • Evaluación directa de expresiones matemáticas para obtener valores numéricos • Identificación aislada de resultados sin vinculación con el contexto físico • Aplicación algorítmica de modelos sin justificar su pertinencia	• Interpretación de representaciones matemáticas (gráficas, ecuaciones, tablas) en función del fenómeno físico descrito • Construcción de procedimientos o estrategias para determinar magnitudes físicas • Articulación entre las variables matemáticas y su significado físico • Anticipación del comportamiento del sistema físico a partir del modelo matemático utilizado

En la Actividad 2, centrada en el análisis de situaciones a partir de gráficas y modelos matemáticos de movimiento rectilíneo, se observa una mayor diversidad en las formas de resolución de los y las estudiantes. A diferencia de la actividad anterior, las preguntas planteadas exigían interpretar representaciones gráficas, proponer procedimientos y justificar el significado de los resultados obtenidos, lo que favoreció la aparición de respuestas en las que la matemática fue utilizada no solo como herramienta de cálculo, sino también como medio para describir y explicar el comportamiento del fenómeno físico.

En muchas producciones se observa que los y las estudiantes logran establecer relaciones entre las variables representadas en las gráficas o en las ecuaciones itinerario, identificando, por ejemplo, la velocidad como la pendiente de la gráfica posición-tiempo o reconociendo el tipo de movimiento a partir de la forma de las expresiones matemáticas. Sin embargo, estas interpretaciones suelen centrarse en aspectos puntuales del modelo matemático, sin desarrollar explicaciones más amplias acerca de su significado físico o de las relaciones entre las distintas magnitudes involucradas.



De manera general, las respuestas muestran un predominio de resoluciones que combinan procedimientos de cálculo con intentos parciales de interpretación, lo que permite caracterizar esta actividad como una instancia en la que **predomina un rol técnico-estructural** de la matemática, con algunos casos en los que se observan elementos propios de un rol estructural más desarrollado, especialmente en aquellas preguntas que requerían anticipar comportamientos a partir de los modelos construidos. Para poder agrupar a los y las estudiantes en algún rol de los definidos anteriormente, es necesario definir cómo se entiende cada uno dentro de la actividad

a) Rol técnico (Actividad 2): Se consideran como respuestas de rol técnico aquellas en que los y las estudiantes aplican procedimientos matemáticos o manipulan expresiones simbólicas para obtener resultados, sin establecer una interpretación clara de la relación entre las variables. En estas respuestas predomina el cálculo o la sustitución de valores, sin explicación del significado físico o matemático de los resultados obtenidos.

La **ilustración 4.4** corresponde a un ejemplo de respuesta considerada como rol técnico en esta actividad. La imagen muestra cómo el estudiante determina como procedimiento una ecuación memorizada, específicamente la expresión para determinar una pendiente de una recta, sin embargo, no existe justificación del por qué esta expresión es válida a partir del contexto físico. Además, se observa que en este tipo de respuesta predominan procesos puramente matemáticos, reforzando esta idea al observar que durante el proceso e incluso el resultado final, no se expresan unidades de medida ni se interpreta el resultado final a partir del contexto físico inicial:

a) Propongan un procedimiento para poder determinar la velocidad del cuerpo representado en la gráfica

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{30 - 20}{4 - 2} = \frac{10}{2} = 5$$

Ilustración 4.4 "Ejemplo de respuesta de estudiante que se considera con un rol técnico en la actividad 2 del taller n°1"

b) Rol técnico-estructural (Actividad 2): Se consideran como respuestas de rol técnico-estructural aquellas en que los y las estudiantes aplican correctamente procedimientos matemáticos y, además, incorporan elementos parciales de interpretación de la situación. En estos casos se reconocen algunas relaciones entre las variables o se intenta explicar el



significado de los resultados, aunque estas explicaciones suelen ser incompletas o poco articuladas.

En la **ilustración 4.5** se observa una respuesta en donde predomina el rol técnico-estructural. Con relación a esto, se puede observar que, si bien el estudiante presenta un modelo matemático a partir de una memorización, sí le da un significado al resultado numérico que obtiene al utilizar el modelo, lo cual indica que el estudiante identifica qué está determinando en el contexto entregado, sin embargo, la respuesta no articula una explicación detallada de cómo interpretar este resultado en la situación en particular, ni se justifica el uso de los modelos.

d) Con base en la ecuación itinerario determinada en la pregunta anterior, encuentre en qué posición debería encontrarse el cuerpo representado en la gráfica pasados 30 segundos desde el inicio del viaje

$$x(t) = 10 + 5 \cdot 30 \Rightarrow 15 \cdot 30 = 450$$

posición 450 (m) pasados los 30 s.

Ilustración 4.5 "Ejemplo de respuesta de estudiante que se considera con un rol técnico-estructural en la actividad 2 del taller n°1"

c) Rol estructural incipiente (Actividad 2): Se consideran como respuestas de rol estructural incipiente aquellas en que los y las estudiantes logran interpretar la relación entre las variables involucradas y explicar parcialmente su significado en el contexto de la situación. Sin embargo, estas respuestas presentan dificultades en la coherencia de la explicación o en la articulación entre el modelo matemático y la interpretación física.

A continuación, se puede observar que en la **ilustración 4.6** el estudiante reconoce qué representa cada componente de una ecuación itinerario, lo cual se evidencia al traducir la información del contexto a un modelo matemático que represente la posición de una situación en específico a partir del tiempo. Sin embargo, existe una confusión entre el concepto de posición el cual se asocia netamente a un corte con el eje vertical, centrándose únicamente en el valor numérico, sin profundizar qué implica físicamente el resultado. Por otra parte, la **ilustración 4.7**, se muestra un ejemplo de respuesta donde el estudiante recurre a representar gráficamente un cambio de una variable a partir de otra, ubicando correctamente los puntos de una recta y representando de manera adecuada la relación entre variables, sin embargo, la interpretación de los resultados o las justificaciones de sus procedimientos no quedan en evidencia o son menos relevantes a la hora de recurrir a la gráfica:



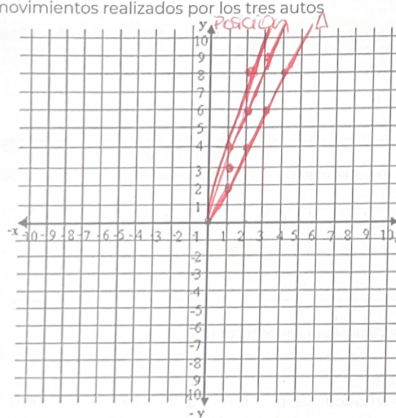
c) Determinen cuál creen que sea la ecuación itinerario de la posición del cuerpo representado en la gráfica. Explique sus respuestas, además, indique qué representa cada valor de la expresión

$$x(t) = x_i + v \cdot t \rightarrow x(10) = 10 + 5 \frac{m}{s} \cdot t$$

Posición inicial a lo
recto que empieza en
5 m. porque la pendiente da ese
numero

Ilustración 4.6 "Ejemplo de respuesta de estudiante que se considera con un rol estructural incipiente en la actividad 2 del taller n°1 donde se interpreta el resultado"

d) Realice en el siguiente sistema de coordenadas, las rectas que representan los movimientos realizados por los tres autos



Auto A: $2 \cdot 2 = 4$
 $2 \cdot 3 = 6$
 $2 \cdot 4 = 8$
 Auto B: $4 \cdot 1 = 4$

tiempo: $4 \cdot 1 = 4$
 $4 \cdot 2 = 8$
 $4 \cdot 3 = 12$

Auto C: $3 \cdot 1 = 3$
 $3 \cdot 2 = 6$
 $3 \cdot 3 = 9$

Ilustración 4.7 "Ejemplo de respuesta de estudiante que se considera con un rol estructural incipiente en la actividad 2 del taller n°1 donde se utiliza un modelo matemático implícito"

d) Rol estructural (Actividad 2): Se consideran como respuestas de rol estructural aquellas en que los y las estudiantes establecen con claridad la relación entre las variables y explican de manera coherente el significado matemático y físico de dicha relación. En estas respuestas la matemática es utilizada para comprender la situación y no solo para realizar cálculos. En particular para esta actividad, no se identificaron respuestas que pudieran clasificarse dentro de un rol estructural de la matemática. Aunque algunos estudiantes evidenciaron elementos propios de un razonamiento estructural, como el uso de definiciones formales o la justificación parcial del sistema de referencia, estas producciones no lograron integrar de manera consistente los procesos de razonamiento, interpretación y articulación entre el modelo matemático y el fenómeno físico, por lo que se clasificaron principalmente dentro del nivel estructural incipiente.

En la Actividad 2, los criterios que aparecieron con mayor frecuencia fueron aquellos asociados a la identificación de resultados matemáticos correctos y la descripción básica de lo que ocurre en la situación física. En varias respuestas los y las estudiantes lograron



reconocer valores relevantes o tendencias generales, mostrando cierto grado de conexión entre la matemática y el fenómeno descrito.

No obstante, los criterios que aparecieron con menor frecuencia fueron los vinculados a la interpretación profunda de las relaciones entre las variables. En muchos casos las respuestas se limitaron a descripciones superficiales, sin explicar cómo las expresiones matemáticas permiten comprender el comportamiento del sistema. Las explicaciones suelen centrarse en el resultado final más que en el significado de las relaciones matemáticas involucradas.

También se observa que los criterios asociados a la articulación entre lenguaje matemático y lenguaje físico estuvieron débilmente presentes. Cuando los estudiantes debían explicar el significado de un resultado o de una relación matemática, las respuestas tendían a ser vagas o incompletas, lo que sugiere dificultades para traducir la información matemática a términos físicos.

En esta actividad se observa un predominio de respuestas ubicadas entre **un rol técnico y un rol técnico-estructural**. En virtud de estas consideraciones, se construye la **tabla 4.6** que muestra los distintos roles y la cantidad de estudiantes asociados:

Tabla 4.6 "Clasificación del rol predominante en los estudiantes de la muestra en virtud de los criterios establecidos para la actividad 2 del taller n°1"

Rol Predominante	Técnico	Técnico-Estructural	Estructural incipiente	Estructural
Cantidad de Estudiantes	32	38	3	0
Porcentaje	43,83%	52,05%	4,1%	0%

Actividad 3: Conducir y planificar una investigación

En esta actividad se esperaba observar el rol que los/las estudiantes atribuyen a la matemática en un contexto de planificación experimental y análisis de datos, propio de una situación de modelización más abierta dentro del estudio de la cinemática.

El énfasis se sitúa en cómo los/las estudiantes utilizan la matemática para comparar tipos de movimiento, diseñar una metodología experimental y justificar conclusiones a partir de la interpretación de variables y modelos matemáticos.



En particular, se espera que los/las estudiantes:

- Reconozcan la aceleración como magnitud clave para diferenciar entre un movimiento rectilíneo uniforme y uno uniformemente acelerado
- Relacionen los modelos matemáticos asociados a cada tipo de movimiento con los comportamientos físicos que estos representan
- Propongan una metodología experimental coherente con el contexto físico planteado, identificando variables independientes, dependientes y de control

Para el análisis, se construyó la **tabla 4.7** que muestra los criterios esperados, asociados a los roles técnico y estructural de la matemática para la actividad 3 del taller:

Tabla 4.7 "Criterios asociados al rol técnico y rol estructural de la matemática en la actividad 3 del Taller N°1"

Rol Técnico	Rol Estructural
• Identificación de magnitudes físicas sin profundizar en su significado dentro del fenómeno • Uso de modelos matemáticos de forma descriptiva o declarativa • Enumeración de pasos experimentales sin articulación con los modelos matemáticos • Presentación de resultados sin análisis de su pertinencia	• Interpretación del significado físico de las magnitudes matemáticas involucradas • Uso de la matemática para justificar diferencias entre tipos de movimiento • Articulación entre variables, modelos matemáticos y diseño experimental • Evaluación de la validez del modelo matemático a partir del análisis de datos y comportamientos observados

En la Actividad 3, orientada a la planificación de una investigación experimental para diferenciar entre movimientos rectilíneos uniformes y uniformemente acelerados, las respuestas de los y las estudiantes evidencian un uso de la matemática más vinculado a la interpretación de magnitudes y a la anticipación de comportamientos que al cálculo directo de resultados numéricos. En esta actividad, la mayoría de los estudiantes logra identificar la aceleración como la magnitud física que permite distinguir entre ambos tipos de movimiento, estableciendo relaciones entre las variables involucradas y reconociendo el



papel que cumplen las representaciones matemáticas en la descripción de estos fenómenos.

Asimismo, en las propuestas de metodologías experimentales se observa que muchos estudiantes incorporan elementos relacionados con la medición de variables, la representación de datos y el análisis de resultados, lo que evidencia intentos por utilizar la matemática como herramienta para organizar la comprensión del fenómeno estudiado. Sin embargo, en varios casos estas propuestas se mantienen a un nivel descriptivo general, sin explicitar con claridad cómo los modelos matemáticos permitirían extraer conclusiones acerca del tipo de movimiento observado.

En términos generales, las respuestas de esta actividad muestran un predominio de elementos asociados a un **rol técnico-estructural**, en el que los y las estudiantes utilizan la matemática para interpretar y anticipar comportamientos físicos, aunque sin integrar completamente estos procesos en un modelo matemático explícito y coherente. Para poder agrupar a los y las estudiantes en algún rol de los definidos anteriormente, es necesario definir cómo se entiende cada uno dentro de la actividad

a) Rol técnico (Actividad 3): Se consideran como respuestas de rol técnico aquellas en que los y las estudiantes utilizan procedimientos matemáticos para calcular valores futuros de la situación, sin justificar el comportamiento que describen. En estas respuestas la anticipación se reduce a la aplicación de fórmulas o sustitución de valores, sin explicación del comportamiento del fenómeno.

La **ilustración 4.8** muestra que a pesar de reconocer las variables que actúan en un fenómeno físico, el estudiante presenta un procedimiento y análisis de datos que apuntan a identificar un tipo de movimiento únicamente al analizar un valor matemático dentro de un contexto, dejando de lado la interpretación física detrás de su análisis, sin justificar adecuadamente su montaje y procedimiento:



Clasificación de las variables (independiente, dependiente, control)	$P_e, P_i, V_i, V_f, t, a, \dots$
Montaje y procedimiento experimental	Tirar 2 pelotas de cierta altura con una que tenga V_i y otra no
Procesamiento y análisis de datos	Con la que tiene V_i sería MRUA y sin V_i sería MRU

Ilustración 4.8 "Ejemplo de respuesta de estudiante que se considera con un rol técnico en la actividad 3 del taller n°1"

b) Rol técnico-estructural (Actividad 3): Se consideran como respuestas de rol técnico-estructural aquellas en que los y las estudiantes aplican procedimientos matemáticos correctos y, además, incorporan intentos de anticipación del comportamiento de la situación. Sin embargo, estas anticipaciones suelen estar débilmente justificadas o limitadas a casos particulares.

Un ejemplo de este tipo de respuestas se muestra en la **ilustración 4.9**, en donde se observa una correcta identificación de variables, además de un procedimiento adecuado en virtud de lo que se solicita, sin embargo, el análisis de los datos se reduce a analizar únicamente un caso específico del fenómeno, sin poder generalizar la interpretación de un modelo matemático:

Clasificación de las variables (independiente, dependiente, control)	Independiente $\rightarrow$ tiempo Dependiente $\rightarrow$ posición Control $\rightarrow$ masa
Montaje y procedimiento experimental	Se mide tiempo y posición de un objeto en un plano horizontal (se mide su posición cada 5 segundos, hasta llegar a los 20(s))
Procesamiento y análisis de datos	Si cada 5 segundos aumenta el recorrido es MRUA, si se mantiene es MRU

Ilustración 4.9 "Ejemplo de respuesta de estudiante que se considera con un rol técnico-estructural en la actividad 3 del taller n°1"

c) Rol estructural incipiente (Actividad 3): Se consideran como respuestas de rol estructural incipiente aquellas en que los y las estudiantes anticipan el comportamiento de la situación a partir de la relación matemática entre las variables, entregando justificaciones



parciales o incompletas. En estos casos se reconoce la tendencia general del fenómeno, aunque la explicación no siempre es completamente clara o consistente.

La **ilustración 4.10** muestra un tipo de respuesta en donde predomina el rol estructural incipiente. El estudiante reconoce adecuadamente las variables implicadas y además, se plantea una interpretación adecuada y que puede generalizarse en el análisis de sus datos, dando una respuesta de cómo los modelos matemáticos aportan a diferenciar tipos de movimiento según su comportamiento. Sin embargo, los modelos matemáticos específicos y el procedimiento experimental se presentan de forma implícita, ya que no se profundiza totalmente en cómo construir el modelo para poder interpretarlo.

Clasificación de las variables (independiente, dependiente, control)	Indep. → tiempo. Dep. → Posición / veloc. Control → Masa.
Montaje y procedimiento experimental	
Procesamiento y análisis de datos	

- Si el carrito recorre la misma distancia en iguales intervalos de tiempo. Veloc. constante → No acel. (MRU).
- Si el carrito recorre distancias c/vez mayores (o menores) en = intervalo de tiempo.

Ilustración 4.10 "Ejemplo de respuesta de estudiante que se considera con un rol estructural incipiente en la actividad 3 del taller nº1"

d) Rol estructural (Actividad 3): Se consideran como respuestas de rol estructural aquellas en que los y las estudiantes anticipan correctamente el comportamiento de la situación a partir de la comprensión de la relación matemática entre las variables, justificando sus conclusiones de manera clara y coherente. En estas respuestas la matemática permite explicar y predecir el fenómeno de forma fundamentada. Aunque varias de las respuestas evidencian intentos de utilizar la matemática para orientar el proceso de investigación, estos no alcanzan a consolidarse en un rol estructural. En general, la matemática aparece como un recurso para calcular o registrar información, pero no como un modelo que permita organizar de manera coherente la planificación, anticipar



comportamientos y fundamentar las decisiones metodológicas. Por esta razón, ninguna de las respuestas fue clasificada dentro del rol estructural.

En la Actividad 3, los criterios que aparecieron con mayor frecuencia fueron aquellos asociados a la anticipación de estados futuros del sistema a partir de expresiones matemáticas. Una parte importante de los y las estudiantes logró proyectar valores o describir el comportamiento del movimiento en otros instantes, mostrando que la matemática es utilizada como herramienta para prever resultados.

A diferencia de las actividades anteriores, en esta actividad se observa una mayor presencia de respuestas que incorporan elementos de comprensión del comportamiento del fenómeno, especialmente al describir cómo cambian las variables en el tiempo. Esto coincide con la observación general de que la anticipación es el proceso estructural más desarrollado entre los estudiantes.

Sin embargo, los criterios que aparecieron con menor frecuencia fueron aquellos asociados a la justificación conceptual de las anticipaciones realizadas. Aunque muchos estudiantes logran predecir correctamente lo que ocurrirá, en varios casos no explican por qué ese comportamiento se desprende del modelo matemático. Las anticipaciones suelen presentarse como conclusiones directas más que como resultados de un razonamiento explícito.

También se observa que los criterios asociados a la generalización del comportamiento aparecen solo en algunos casos, predominando respuestas centradas en valores particulares más que en tendencias generales.

En conjunto, esta actividad muestra un predominio de **rol técnico-estructural** en mayor medida, seguido de un predominio del **rol técnico**, con una mayor cercanía al rol estructural que en las actividades anteriores. En virtud de estas consideraciones, se construye la **tabla 4.8** que muestra los distintos roles y la cantidad de estudiantes asociados:

Tabla 4.8 "Clasificación del rol predominante en los estudiantes de la muestra en virtud de los criterios establecidos para la actividad 3 del taller n°1"

Rol Predominante	Técnico	Técnico-Estructural	Estructural incipiente	Estructural
Cantidad de Estudiantes	19	29	2	0



Porcentaje	38%	58%	4%	0%
-------------------	-----	-----	----	----

Es importante señalar que no todos los y las estudiantes lograron completar esta actividad dentro del tiempo destinado al taller. En consecuencia, el análisis presentado se basa únicamente en las respuestas de aquellos estudiantes que alcanzaron a desarrollarla. Durante la aplicación del taller, quienes no finalizaron la actividad señalaron que la extensión del instrumento y la cantidad de preguntas propuestas dificultaron su resolución completa en el tiempo disponible. Este aspecto debe ser considerado al interpretar los resultados, particularmente en lo referido a la distribución de los roles identificados en esta actividad.

Finalmente, en relación con el objetivo específico de describir el rol que adopta la matemática, se observa que en este taller predomina un rol técnico, con presencia parcial de elementos estructurales asociados principalmente a la anticipación de comportamientos

4.2 Análisis del Taller N°2 “Caída en plano inclinado”

El Taller 2 tuvo como objetivo describir la forma en que los y las estudiantes llevan a cabo los procesos de razonamiento, interpretación y anticipación de comportamientos al utilizar la matemática en la resolución de situaciones de física. En este sentido, el análisis no se centra en clasificar las respuestas de los estudiantes según un determinado rol de la matemática, sino en caracterizar cómo se manifiestan los procesos asociados al rol estructural en sus producciones escritas.

Para ello, se analizaron las respuestas correspondientes a cada una de las actividades del taller, considerando criterios establecidos previamente para identificar evidencias de razonamiento, interpretación y anticipación. Este análisis permitió reconocer tendencias generales en la forma en que los y las estudiantes construyen explicaciones matemáticas sobre los fenómenos físicos estudiados, así como las principales fortalezas y dificultades que se presentan en cada uno de estos procesos.

4.2.1 Criterios y resultados del Taller N°2

Con el propósito de describir estos procesos con mayor precisión, el análisis se organizó por actividad, considerando que cada una de ellas estaba orientada a promover distintos aspectos del razonamiento, la interpretación y la anticipación de comportamientos. De esta manera, el estudio de las respuestas permitió identificar cómo los y las estudiantes abordan cada uno de estos procesos en contextos específicos, evidenciando diferencias en la



profundidad y en la forma en que utilizan la matemática para comprender los fenómenos físicos.

Actividad 1: Observación

En esta actividad se esperaba describir cómo los/las estudiantes reconocen las variables relevantes de un fenómeno físico e identifican comportamientos a partir de una observación directa (caída de una pelota por un plano inclinado). El análisis se orienta a caracterizar si los y las estudiantes:

- Identifican adecuadamente variables físicas involucradas en un fenómeno
- Reconocen cambios cualitativos en un fenómeno presentado
- Relacionan de forma adecuada las variables identificadas con el fenómeno presentado

Esta actividad permite describir procesos iniciales de interpretación, en los cuales la matemática comienza a organizar la identificación del fenómeno.

En la **actividad 1**, se observa que la mayoría de los y las estudiantes logra identificar adecuadamente las variables involucradas en el fenómeno físico, incluyendo variables cinemáticas como la velocidad y la aceleración, así como variables dinámicas como las fuerzas peso, roce, normal.

Con relación a la descripción del comportamiento de la velocidad, se distinguen dos tendencias principales. Un primer grupo de estudiantes señala que la velocidad aumenta durante la caída debido a la acción de la aceleración de gravedad, lo cual puede observarse en la **ilustración 4.11**, en donde se le atribuye a la aceleración de gravedad la causa de esto, sin embargo, el estudiante únicamente describe la parte del trayecto consultado, sin generalizar su respuesta o plantear qué ocurre después. A pesar de esto, se observa que las variables involucradas son identificadas de manera sencilla y son capaces de comparar la situación con una similar (caída de un cuerpo de forma libre).

Un segundo grupo, además de reconocer este aumento de velocidad, anticipa que una vez que la pelota entra en contacto con el suelo la velocidad disminuirá debido a la acción del roce. Este ejemplo de respuesta puede observarse en la **ilustración 4.12**, en donde al igual que en el ejemplo anterior, no existe gran dificultad para identificar variables, sumando que, en este caso, el estudiante es capaz de proyectar un estado del sistema más allá de lo



consultado, lo cual representaría indicios de un proceso de razonamiento y anticipación de comportamientos asociados a un rol estructural.

A partir de esta observación, respondan:

1.- A partir de los temas estudiados en clases, ¿Qué magnitudes físicas creen que se encuentran implicadas en la situación?

Aceleración de gravedad, roce cinético, fuerza normal, fuerza peso

2.- ¿Qué ocurre con la velocidad del autito desde que se deja caer y su llegada al suelo? ¿Qué magnitudes físicas influyen en este comportamiento?

su velocidad aumenta hasta tocar el suelo gracias a la gravedad, pero no tanto como en una caída libre gracias al roce con el suelo

Ilustración 4.11 "Ejemplo de respuesta de estudiante correspondiente al primer grupo de tendencias de la actividad 1 del taller n°2, el cual reconoce la acción de la gravedad"

A partir de esta observación, respondan:

1.- A partir de los temas estudiados en clases, ¿Qué magnitudes físicas creen que se encuentran implicadas en la situación?

Velocidad, aceleración, masa y desplazamiento

2.- ¿Qué ocurre con la velocidad del autito desde que se deja caer y su llegada al suelo? ¿Qué magnitudes físicas influyen en este comportamiento?

la velocidad al inicio va aumentando por la gravedad y al llegar al suelo esto disminuye su velocidad hasta detenerse

Ilustración 4.12 "Ejemplo de respuesta de estudiante correspondiente al segundo grupo de tendencias de la actividad 1 del taller n°2, el cual extiende su explicación más allá del momento en que se pregunta"

En general, las respuestas evidencian que los y las estudiantes logran describir el fenómeno físico observado, centrándose en explicaciones que priorizan las relaciones cualitativas entre las variables que el uso de modelos matemáticos. A pesar de aquello, los y las estudiantes son capaces de estimar el estado de un sistema físico en ciertas condiciones, identificando correctamente las causas de este.

Actividad 2: Análisis de datos

En esta actividad se esperaba describir cómo los/las estudiantes razonan al analizar datos empíricos e interpretan la relación entre variables de un fenómeno, a partir del análisis de un video propio experimentando el fenómeno. Se analiza si los y las estudiantes:



- Interpretan cómo varía el tiempo cuando las distancias son iguales
- Describen cómo es el cambio de posición a partir del tiempo
- Clasifican el tipo de movimiento de un fenómeno (MRU o MRUA) de manera justificada

Esta actividad permite caracterizar procesos de razonamiento e interpretación, en los cuales la matemática actúa como medio para estructurar y explicar el comportamiento del fenómeno.

En la **actividad 2**, se observa que los y las estudiantes logran identificar correctamente los cambios que experimentan las variables del sistema y el tipo de movimiento involucrado. Sin embargo, se distinguen tres formas principales de abordar la descripción del fenómeno. Un primer grupo describe los cambios de manera cualitativa, indicando únicamente si las magnitudes aumentan o disminuyen, esto se puede observar en la **ilustración 4.13**, donde a pesar de anteriormente realizar una medición de datos experimentales, se observa que estos no cobran tanta importancia, sino más bien si estos valores van en aumento o disminución, lo cual después es la base para argumentar los cambios del sistema y también es útil para identificar la relación entre las variables involucradas. Por otra parte, un segundo grupo complementa esta descripción incorporando valores numéricos concretos, evidenciando una lectura más detallada de los datos, esto puede observarse en la **ilustración 4.14**, donde el estudiante justifica un comportamiento a partir del análisis y comparación de valores numéricos obtenidos en la parte experimental, para luego justificar qué implican estos valores en el sistema. Finalmente, un tercer grupo, representado en la **ilustración 4.15** fundamenta sus respuestas a partir de la definición de un tipo de movimiento (MRUA), otorgando menor relevancia a las evidencias empíricas recolectadas, esto se evidencia mediante la identificación de los comportamientos de las variables, para luego buscar una definición adecuada que coincida con lo que identifican. A pesar de estas diferencias, los tres grupos logran clasificar correctamente el tipo de movimiento, lo que muestra distintas maneras de razonar e interpretar un mismo fenómeno.



A partir de lo anterior, respondan:

1.- ¿Qué está ocurriendo con el tiempo a medida que se avanzan distancias iguales?

A medida que avanza el tiempo, la distancia recorrida en intervalos iguales de tiempo son cada vez mayores lo que indica que el Auto acelera

2.- ¿Cómo va cambiando de posición del autito a medida que avanza el tiempo?

La posición del Auto aumenta de forma no lineal con tiempo. Es decir, no aumenta a un ritmo constante, cada vez recorre más distancia en el mismo intervalo

3.- ¿Qué tipo de movimiento (MRU) o MRUA) estaría experimentando el autito?
¿Por qué?

El Auto experimenta un MRUA ya que su velocidad ~~constante~~ cambia uniformemente

Ilustración 4.13 "Ejemplo de respuesta de estudiante correspondiente al primer grupo de tendencias de la actividad 2 del taller n°2, los cuales se centran en una explicación cualitativa"

A partir de lo anterior, respondan:

1.- ¿Qué está ocurriendo con el tiempo a medida que se avanzan distancias iguales?

Se demoran lo mismo, ya que de 80 cm a 50 cm (30 cm) se demora 0.15(s) y de 50 cm a 20 cm (30 cm) se demora 0.15(s)

2.- ¿Cómo va cambiando de posición del autito a medida que avanza el tiempo?

Según va pasando el tiempo, el autito recorre distancias iguales en tiempos iguales

3.- ¿Qué tipo de movimiento (MRU) o MRUA) estaría experimentando el autito?
¿Por qué?

Está experimentando un MRU. Por que la ~~velocidad~~ ^{aceleración} del auto no es in cambiando o moviéndose que voy avanzando

Ilustración 4.14 "Ejemplo de respuesta de estudiante correspondiente al segundo grupo de tendencias de la actividad 2 del taller n°2, los cuales se centran en una explicación cuantitativa"



A partir de lo anterior, respondan:

1.- ¿Qué está ocurriendo con el tiempo a medida que se avanzan distancias iguales?

Se puede observar que las distancias disminuyen y el tiempo disminuye siendo esto directamente proporcional.

2.- ¿Cómo va cambiando de posición del autito a medida que avanza el tiempo?

A medida que avanza el tiempo, la velocidad del auto va aumentando.

3.- ¿Qué tipo de movimiento (MRU) o MRUA) estaría experimentando el autito? ¿Por qué?

MRUA, porque se ve una aceleración constante.

Ilustración 4.15 "Ejemplo de respuesta de estudiante correspondiente al tercer grupo de tendencias de la actividad 2 del taller n°2, los cuales se centran en definiciones físicas"

Actividad 3: Creación de un modelo

En esta actividad se esperaba describir cómo los/las estudiantes plantean, manipulan e interpretan modelos matemáticos que representen el movimiento observado. Se analiza si los y las estudiantes:

- Construyen un modelo matemático coherente con el fenómeno físico presentado
- Utilizan un modelo matemático para anticipar comportamientos o situaciones a partir de modelos construidos
- Interpretan resultados matemáticos en el contexto físico del fenómeno representado por el modelo matemático

Desde el marco teórico, esta actividad caracteriza procesos de razonamiento mediante modelos, donde la matemática estructura la explicación del fenómeno.

En la **actividad 3**, se observa que los y las estudiantes utilizan principalmente las ecuaciones de movimiento del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado para responder a las preguntas propuestas. En la mayoría de los casos estas ecuaciones se utilizan sin explicitar previamente el modelo matemático que representan, privilegiando el reemplazo de valores por sobre la formulación del modelo. Se observan dificultades en la coherencia entre las magnitudes utilizadas, particularmente en lo referido al uso de unidades de medida, lo que en algunos casos conduce a resultados numéricos alejados del comportamiento esperado del fenómeno físico. Sin embargo, en términos algebraicos, la



mayoría de los procedimientos se desarrolla de manera correcta, lo cual los y las lleva a validar sus procedimientos. La **ilustración 4.16** y la **ilustración 4.17** muestran cómo los estudiantes que responden se centran en utilizar una ecuación itinerario, sin justificar el uso de ella, además, tanto en el desarrollo de sus procedimientos como en sus respuestas existe una carencia de las unidades de medida o alguna interpretación de las respuestas acorde al contexto físico. Además, en la primera ilustración nombrada, se generaliza un modelo matemático, mientras que en la segunda ilustración, se muestra que existen estudiantes que son capaces de llevar este modelo general al caso particular del contexto entregado.

Finalmente, en la **ilustración 4.18**, se muestra cómo los estudiantes asocian el concepto de posición con distancia recorrida, desconociendo la naturaleza vectorial de la posición. Se observa que no se plantea un sistema de referencia para determinar la posición y además, se asocia directamente este concepto con una ecuación itinerario, evidenciando esto último con expresiones como “para poder ver la posición y el tiempo recorrido”.

1.- Planteen alguna expresión o modelo matemático que muestre la posición en la que se encontraba el autito en sus mediciones realizadas, en base al tipo de movimiento identificado

$$x_i + v_i \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

2.- Utilicen un tiempo de viaje que **no hayan medido** y determinen la posición del autito con la expresión o modelo matemático planteado en la pregunta anterior

$$67.8 + \frac{1}{2} \cdot 9.8 \cdot e \quad 54 \quad 90.2 = 45$$
$$61.0 + \frac{1}{2} \cdot 9.8 \cdot 9$$

Ilustración 4.16 "Ejemplo de respuesta de estudiantes en la actividad 3 del taller n°2, el cual prioriza el reemplazo directo en las ecuaciones"



1.- Planteen alguna expresión o modelo matemático que muestre la posición en la que se encontraba el autito en sus mediciones realizadas, en base al tipo de movimiento identificado

MRUA $\vec{x}(t) = x_i + v_i \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$
~~3m~~ $\vec{x}(t) = 3 + 0 \cdot 0,3,21 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0,3,21^2 \rightarrow 3 + 5t^2 //$

2.- Utilicen un tiempo de viaje que **no hayan medido** y determinen la posición del autito con la expresión o modelo matemático planteado en la pregunta anterior

$3 + 5 \cdot 0,43^2 \rightarrow 0,1849 \cdot 5 = 0,9245$
 $x(t) = 3,9245$

Ilustración 4.17 "Ejemplo de respuesta de estudiantes en la actividad 3 del taller n°2, en el cual se pueden identificar errores con las unidades de medida"

3.- ¿Qué representa el valor de la posición del autito en el contexto del experimento, si esta posee un valor de 20 centímetros?

La distancia recorrida en la rampa y
para poder ver la posición y tiempo recorrido

Ilustración 4.18 "Ejemplo de respuesta de estudiantes en la actividad 3 del taller n°2, el cual presenta dificultades para interpretar el significado de la posición en el contexto físico"

En esta actividad se observan dificultades persistentes para interpretar el significado físico de la posición como magnitud vectorial, lo que evidencia una débil articulación entre el modelo matemático y el fenómeno representado.

Actividad 4: Predicciones

En esta actividad se esperaba observar cómo los/las estudiantes anticipan comportamientos de un sistema físico ante nuevas condiciones, utilizando modelos matemáticos previamente contruidos. Se analiza si los y las estudiantes:

- Reconocen las variables que deben cambiar en un modelo y las que deben mantenerse
- Justifican la pertinencia de modelos matemáticos de manera adecuada
- Predicen estados futuros no estudiados o experimentados directamente
- Interpretan el significado físico de los resultados en las situaciones de cambio

Esta actividad permite describir procesos de anticipación y transferencia de modelos, asociados a un uso estructural de la matemática.



En la **actividad 4**, esta dificultad interpretativa que se menciona antes se vuelve especialmente relevante. Los estudiantes que no logran otorgar significado físico a la posición tienden a afirmar que el modelo matemático deja de ser válido y debe ser reemplazado, esto es observable en la **ilustración 4.19**, donde la respuesta al cambiar la posición inicial muestra que se asocia a un cambio abrupto en la situación experimentada y que otro modelo distinto debe ser creado para responder a este cambio. En contraste, el resto considera que el modelo sigue siendo pertinente, pero que es necesario modificar alguno de sus parámetros, lo cual se evidencia en la **ilustración 4.20**, en donde los estudiantes afirman que al cambiar la posición inicial del contexto, solamente debe cambiar un parámetro del modelo utilizado, otorgándole un significado más profundo a la posición, dejando en evidencia que para determinar esta magnitud, se debe tener una referencia, la cual optan por representar como la posición de valor 0 para simplificar sus modelos, reconociendo además, que para que esto sea posible, deben cumplirse condiciones como mantener la inclinación de la experimentación inicial.

2.- Determinen cuánto tiempo demora el autito aproximadamente en llegar al suelo utilizando el modelo planteado en la "Actividad 3" ¿Es pertinente utilizar el mismo modelo? Explique

$$\vec{x}(t) = 30 + 0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 9,8 t^2 \rightarrow 30 + 4,9 t^2$$

No es pertinente ya que la situación cambia al cambiar la posición inicial

Ilustración 4.19 "Ejemplo de respuesta de estudiantes en la actividad 4 del taller n°2, en donde se plantea que el modelo deja de ser pertinente debido a que cambian las condiciones iniciales"

2.- Determinen cuánto tiempo demora el autito aproximadamente en llegar al suelo utilizando el modelo planteado en la "Actividad 3" ¿Es pertinente utilizar el mismo modelo? Explique

demora 0,6 segundos en llegar al suelo, si es pertinente ya que se toma la posición inicial como 0, así que sirve para cualquier tiempo mientras se mantiene la inclinación.

Ilustración 4.20 "Ejemplo de respuesta de estudiantes en la actividad 4 del taller n°2, en donde se plantea que el modelo es pertinente, pero debe sufrir algunas modificaciones"

Actividad 5: Pertinencia de variables

En esta actividad se esperaba describir cómo los/las estudiantes razonan y anticipan las consecuencias de modificar una condición inicial (ángulo de inclinación) en el comportamiento del fenómeno. Se analiza si los y las estudiantes:

- Reconocen el efecto de una variable en un sistema físico
- Relacionan de forma adecuada el cambio de una variable del fenómeno físico con el modelo matemático



- Anticipan cómo se modificará el fenómeno físico

Esta actividad se asocia directamente al proceso de evaluación y anticipación, al poner a prueba la validez del modelo frente a nuevas condiciones.

Finalmente, en la **actividad 5**, se distinguen tres grupos: quienes analizan casos de un cambio positivo, un cambio negativo y quienes reflexionan sobre ambos escenarios. Todos coinciden en que el cambio de inclinación afecta a las magnitudes físicas y, por ende, requiere ajustes en el modelo matemático. Sin embargo, también reconocen que la estructura general del modelo no debería modificarse de manera radical, sino adaptarse a las nuevas condiciones. Esta actividad evidencia una forma de anticipación más global, en la que los estudiantes reconocen la estabilidad de la estructura matemática frente a variaciones del sistema físico. En particular, la **ilustración 4.21** muestra cómo se reconoce de manera adecuada un cambio en el sistema inicial, sin embargo, este cambio se particulariza para casos en que la aceleración aumenta, describiendo qué ocurriría con otras magnitudes y relacionando de manera adecuada las variables involucradas. Por otra parte, la **ilustración 4.22** muestra cómo se contemplan ambos escenarios, identificando correctamente el comportamiento de las variables en función de este cambio, sin embargo, aún se pueden observar confusiones o respuestas incompletas respecto a los conceptos físicos involucrados, en donde se tiende a confundir el concepto de aceleración y se trabaja como velocidad o haciendo alusión a que el tiempo aumenta o disminuye, sin dejar en claro que el tiempo al que se refieren es el tiempo del recorrido de la rampa, pudiendo presentarse confusiones tales como que el tiempo transcurre más lento o más rápido.

Para finalizar, como grupo respondan la última pregunta:
1.- ¿Qué ocurrirá con las magnitudes físicas que describen el movimiento del autito si el ángulo de inclinación cambia, respecto al experimento inicial? Expliquen

la aceleración aumentaría y cambiaría
más la posición con respecto al tiempo.

Ilustración 4.21 "Ejemplo de respuesta de estudiante a la actividad 5 del taller n°2, en donde se considera un caso en particular para responder a una situación de cambio"



Para finalizar, como grupo respondan la última pregunta:

1.- ¿Qué ocurrirá con las magnitudes físicas que describen el movimiento del autito si el ángulo de inclinación cambia, respecto al experimento inicial? Expliquen

la aceleración aumenta cambia el tiempo cambia	la altura cambia
--	------------------

Si el ángulo de inclinación aumenta:
el tiempo disminuye
la altura aumenta
y la aceleración aumenta
velocidad

Si el ángulo disminuye:
el tiempo aumenta
la altura disminuye
la aceleración disminuye
velocidad

Ilustración 4.22 "Ejemplo de respuesta de estudiante a la actividad 5 del taller n°2, en donde se considera se consideran ambos casos y se llega a una generalización"

Con relación a el objetivo específico de este taller, el análisis de las respuestas permite describir la forma en que los y las estudiantes llevan a cabo los procesos de razonamiento, interpretación y anticipación de comportamientos al utilizar la matemática en situaciones de física. En general, se observa que los estudiantes logran identificar variables relevantes y describir el comportamiento de los fenómenos físicos estudiados, especialmente cuando estas descripciones se basan en observaciones directas o en regularidades visibles en los datos. Sin embargo, se evidencian dificultades para articular estos procesos a partir de modelos matemáticos, ya que en varias actividades las ecuaciones aparecen principalmente como herramientas de cálculo o verificación más que como representaciones de relaciones entre magnitudes físicas.

En particular, el proceso de interpretación se manifiesta con mayor claridad en aquellas actividades que requieren describir el comportamiento del sistema a partir de observaciones o datos experimentales, mientras que el razonamiento suele apoyarse en relaciones cualitativas entre variables o en definiciones previamente estudiadas. Por su parte, la anticipación de comportamientos aparece principalmente en actividades donde se solicita prever cambios en las condiciones iniciales, aunque estas predicciones tienden a centrarse en modificaciones generales del modelo sin profundizar en sus implicancias físicas. En conjunto, estos resultados permiten caracterizar la forma en que los y las estudiantes utilizan la matemática para comprender fenómenos físicos, evidenciando avances en la descripción y análisis de situaciones, pero también limitaciones en la integración de los modelos matemáticos como herramientas para explicar y anticipar el comportamiento de los sistemas estudiados



4.3 Análisis del Taller N°3 “Introducción a fuerza”

Al igual que en el Taller 2, el análisis del Taller 3 se organizó a partir de las distintas actividades propuestas, con el propósito de describir la forma en que los y las estudiantes llevan a cabo los procesos de razonamiento, interpretación y anticipación de comportamientos en la clase de física. Cada actividad fue diseñada para promover estos procesos en distintos contextos asociados al estudio de las fuerzas, particularmente la fuerza peso y la fuerza de roce. En lo que sigue se describe lo que se esperaba de los y las estudiantes en cada actividad y posteriormente se analizan las formas en que estos procesos se manifestaron en sus respuestas.

4.3.1 Criterios y resultados del Taller N°3

Actividad 1: Análisis de la fuerza peso

En esta actividad se esperaba que los y las estudiantes razonaran acerca de la relación entre masa, aceleración de gravedad y peso, reconociendo las variables involucradas en el fenómeno y estableciendo relaciones entre ellas. Asimismo, se esperaba que interpretaran el significado físico del peso como fuerza gravitatoria, distinguiéndolo de la masa y reconociendo su carácter vectorial. Finalmente, se esperaba que pudieran anticipar comportamientos del modelo matemático del peso en distintos contextos, como cambios de planeta o variaciones en la aceleración de gravedad, evaluando su validez en distintas situaciones.

En la **actividad 1** se observó que los y las estudiantes logran aplicar correctamente la relación matemática entre masa, aceleración de gravedad y fuerza peso para determinar el valor del peso de un cuerpo. En la mayoría de las respuestas se evidencia un manejo adecuado de la ecuación $P=mg$, utilizándola principalmente como una herramienta de cálculo que permite obtener resultados numéricos correctos. Sin embargo, al momento de interpretar el significado físico del peso, se observan dificultades importantes, ya que varios estudiantes dejan esta parte sin responder o entregan explicaciones incompletas que no logran vincular adecuadamente la expresión matemática con el fenómeno físico representado. En estos casos, el peso suele ser descrito únicamente como un resultado numérico o como una propiedad del objeto, sin explicitar su carácter de fuerza asociada a la interacción gravitatoria. Esto último, puede observarse en la **ilustración 4.23**, donde el estudiante utiliza la ecuación de peso y entrega un resultado únicamente numérico, sin representar su unidad de medida, a pesar de reconocer que se estaba determinando el peso y este corresponde a una fuerza, además, no se contesta a la pregunta de qué



representa este valor, lo cual se repite con gran parte de los estudiantes de la muestra, en donde a lo más, dan una respuesta con unidad de medida, sin interpretar aún su significado en el contexto entregado.

Por otra parte, en la **ilustración 4.24**, se evidencia una respuesta que surge a partir de un modelo matemático conocido, el cual es manejado de manera adecuada y se incluye la unidad de medida en el resultado, reconociendo que corresponde a una fuerza, lo cual queda mucho más claro al explicar qué representa específicamente la fuerza peso a nivel general, sin embargo, no se entregan detalles de qué representa en el contexto específico. Finalmente, en ambas ilustraciones se observa que se asocia un cambio de peso de un cuerpo a la variable gravedad, lo cual representa un error desde la física, al no reconocer que en realidad el cambio ocurre por acción de la aceleración de gravedad.

1.- Si un cuerpo que se encuentra en la Tierra y tiene una masa de 28 kg, ¿Cuál es su peso? ¿Qué representa este valor?

$$P_{\text{ESO}} = \text{MASA} \times \text{GRAVEDAD}$$
$$28 \text{ kg} \cdot 10 = 280$$

2.- En una misión espacial, un astronauta pesa 200 [N] aproximadamente en un planeta hipotético y en otro planeta hipotético pesa 400 [N], ¿A qué se debe que el astronauta pese distinto en estos planetas?

a que la gravedad es distinta

Ilustración 4.23 "Determinación del peso a partir de la aplicación de una ecuación sin interpretación de resultados"

1.- Si un cuerpo que se encuentra en la Tierra y tiene una masa de 28 kg, ¿Cuál es su peso? ¿Qué representa este valor?

$$28 \text{ KG} \cdot 10 (\text{m/s}^2) = 280 \text{ (N)}$$

→ Represento cuanta fuerza ejerce la tierra sobre un cuerpo, atrayéndola hacia su centro.

2.- En una misión espacial, un astronauta pesa 200 [N] aproximadamente en un planeta hipotético y en otro planeta hipotético pesa 400 [N], ¿A qué se debe que el astronauta pese distinto en estos planetas?

Se debe a la gravedad que hay en este planeta ya que la masa es la misma

Ilustración 4.24 "Uso de modelos e interpretación de respuesta matemática, presentando algunos errores conceptuales"

Con base a lo anterior, se observó que la mayoría de los y las estudiantes reconoce adecuadamente las variables involucradas en el modelo matemático de la fuerza peso, identificando la masa y la aceleración de gravedad como magnitudes relevantes a pesar de



no referirse a ellas adecuadamente. En particular, se evidencia una tendencia a señalar que las variaciones en el peso se deben a cambios en la aceleración de gravedad (referida frecuentemente como "la gravedad") cuando la masa permanece constante, lo que muestra una comprensión parcial de las relaciones entre las variables del modelo.

Además, respecto a la representación de una fuerza, existen estudiantes que optan por afirmar que la manera correcta de representarla es únicamente considerando su magnitud, lo cual se observa en la **ilustración 4.25**, donde se afirma que es correcto indicar que el peso no necesita dirección ni sentido, perdiendo su clasificación de magnitud vectorial al ser una fuerza, sin especificar que esto podría ser válido al hablar únicamente de la magnitud. Por otra parte, la **ilustración 4.26** muestra otro grupo de estudiantes que considera que, para hablar del peso, es necesaria indicar tanto su dirección como sentido, sin embargo, al igual que los estudiantes anteriores, no reconocen que ambas representaciones están correctas, por tanto, en el caso de esta ilustración (1.25), se identifica una menor relevancia en la componente magnitud de un vector fuerza, en este caso, el peso. Finalmente, en la **ilustración 4.27** también hubo estudiantes que consideran que ambas representaciones están en lo correcto, reconociendo las componentes vectoriales de la fuerza, y detallando que la magnitud únicamente considera un valor numérico, sin enfatizar que también requiere una unidad de medida. Esto último, también muestra una justificación a partir de la definición de magnitud vectorial y escalar.

5.- En la clase de física, dos estudiantes discuten acerca del peso de un cuerpo. El primer estudiante plantea que el peso del cuerpo es de -30 [N] y, mientras que el segundo plantea que su peso tiene una magnitud de 30 [N], ¿Cuál de los dos se encuentra en lo correcto? ¿Por qué?

El segundo está en lo correcto ya que está bien decir que no tiene sentido ni dirección

Ilustración 4.25 "Ejemplo de respuesta que considera adecuada únicamente la magnitud de una fuerza"

5.- En la clase de física, dos estudiantes discuten acerca del peso de un cuerpo. El primer estudiante plantea que el peso del cuerpo es de -30 [N] y, mientras que el segundo plantea que su peso tiene una magnitud de 30 [N], ¿Cuál de los dos se encuentra en lo correcto? ¿Por qué?

El primer niño está bien ya que la fuerza es hacia abajo y vertical

Ilustración 4.26 "Ejemplo de respuesta que considera adecuada únicamente la representación vectorial de una fuerza"



5.- En la clase de física, dos estudiantes discuten acerca del peso de un cuerpo. El primer estudiante plantea que el peso del cuerpo es de -30 [N] y, mientras que el segundo plantea que su peso tiene una magnitud de 30 [N] , ¿Cuál de los dos se encuentra en lo correcto? ¿Por qué?

Los 2 tienen razón ya que el peso es vectorial y se cuenta la dirección y sentido, y la magnitud habla solamente de valor numérico

Ilustración 4.27 “Ejemplo de respuesta que considera la importancia de la representación tanto escalar como vectorial de una fuerza”

Finalmente, se observa que varios estudiantes logran utilizar la ecuación de la fuerza peso como base para proponer una metodología experimental orientada a determinar la masa de un cuerpo a partir de mediciones de peso y aceleración de gravedad. Con base en lo anterior, la **ilustración 4.28** muestra cómo a partir de la ecuación de peso se generaliza una expresión matemática para obtener la masa de un cuerpo, la cual finalmente se calcula con valores específicos de una situación presentada, permitiendo especificar la expresión del peso. Además, en la **ilustración 4.29** se establece directamente el valor de la masa a partir de una identificación de valores, es decir, sabiendo el peso de un cuerpo a partir de distintas aceleraciones de gravedad, se plantea un valor para la masa que es válido en todas estas situaciones. Estas ilustraciones evidencian que el modelo matemático puede ser utilizado como herramienta para planificar procedimientos experimentales y anticipar estados de un fenómeno físico.

7.- A partir de la gráfica y la información de la tabla, propongan un método para determinar la masa del objeto estudiado

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g} \rightarrow m = \frac{\vec{P}}{\vec{g}} \rightarrow m = \frac{10 \text{ (N)}}{5 \text{ (m/s}^2\text{)}} = \frac{10}{5} = 2 \text{ (kg)}$$

8.- Una vez determinada la masa del objeto estudiado, ¿Cuál sería el modelo matemático que permita determinar el peso del cuerpo en cualquier lugar del universo?

$$\vec{P} = 2 \text{ (kg)} \cdot \vec{g}$$

Ilustración 4.28 “Determinación explícita de modelo para determinar la masa de un cuerpo dado el peso y la aceleración de gravedad”



8.- Una vez determinada la masa del objeto estudiado, ¿Cuál sería el modelo matemático que permita determinar el peso del cuerpo en cualquier lugar del universo?

$$2(\text{kg}) \cdot \text{Gravedad} = \text{Peso}$$

9.- A partir del modelo anterior, ¿Cuál será el peso del objeto en un planeta con una aceleración de gravedad de valor 50 m/s^2 ?

$$2(\text{kg}) \cdot 50(\text{m/s}^2) = 100(\text{N})$$

Ilustración 4.29 “Determinación implícita de la masa de un cuerpo, planteando un modelo particular para la situación”

Actividad 2: Análisis de la fuerza roce

En esta actividad se esperaba que los y las estudiantes razonaran acerca de las condiciones necesarias para que un cuerpo permanezca en reposo o comience a moverse, estableciendo relaciones entre las fuerzas presentes en un sistema físico. Asimismo, se esperaba que interpretaran representaciones como diagramas de cuerpo libre y gráficos de fuerza en función del tiempo, relacionándolos con el estado de movimiento del cuerpo. Finalmente, se esperaba que anticiparan comportamientos del sistema al modificar ciertas condiciones, como la fuerza aplicada o el tipo de bloque, reconociendo cómo estos cambios afectarían el modelo de fuerzas y los coeficientes de roce.

En la **actividad 2**, se observa que los y las estudiantes logran identificar adecuadamente las fuerzas presentes en las distintas situaciones analizadas, lo cual se puede notar en los diagramas realizados por los estudiantes en la **ilustración 4.30**, en los cuales, si bien existe una representación adecuada, la fuerza de roce se muestra de manera general, sin distinguir entre el roce estático y cinético. Sin embargo, a pesar de no diferenciar esto último en sus diagramas, en la **ilustración 4.31** se observa que se tiene conocimiento de las condiciones que deben cumplirse para experimentar movimientos o equilibrios de fuerza, identificando también la relación entre las variables para hacer posibles estos casos, sin diferenciar nuevamente el tipo de fuerza de roce. A nivel general, se evidencia que la mayoría de los estudiantes reconoce que el movimiento se produce cuando las fuerzas no se encuentran en equilibrio, estableciendo relaciones entre las magnitudes involucradas y utilizando estas ideas para justificar cualitativamente el comportamiento del sistema. No obstante, se observa una tendencia a representar la fuerza de roce de manera global, sin distinguir entre roce estático y roce cinético, lo que sugiere que, si bien la fuerza es

identificada correctamente, su comportamiento dentro del fenómeno físico no siempre es comprendido con claridad.

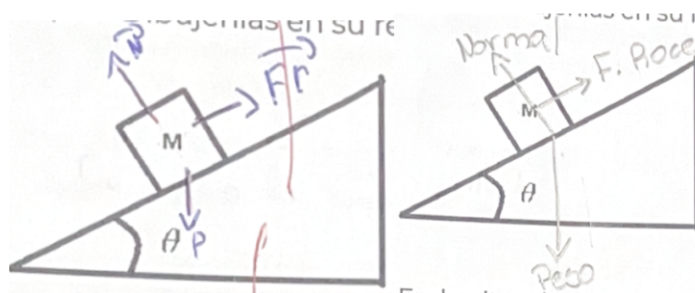


Ilustración 4.30 “Representaciones de estudiante acerca de las fuerzas actuando en un cuerpo en plano inclinado”

2.- En la situación anterior, ¿Qué condiciones deben cumplirse respecto a las fuerzas para que el bloque se encuentre estático? ¿Se contrasta esto con su modelo de fuerzas?

Primero que todo, la suma de fuerzas deben ser 0, por lo que debe haber un equilibrio entre la fuerza de roce y el peso.

3.- ¿Qué creen que debería cambiar en la situación para que el bloque comience a moverse? ¿Cómo afectaría esto a su modelo de fuerzas planteado anteriormente?

La fuerza de roce debe ser menor que el peso, lo que provoca que el bloque vaya pendiente abajo. Afecta en el “equilibrio” de fuerzas.

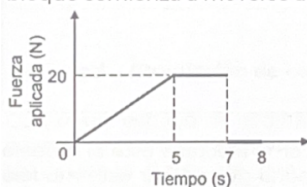
Ilustración 4.31 “Identificación de relación entre variables de un fenómeno donde actúa la fuerza roce”

Asimismo, se identifican dificultades en la interpretación del comportamiento dinámico de los cuerpos cuando dejan de actuar ciertas fuerzas. En particular, varios estudiantes tienden a asumir que, al dejar de aplicarse una fuerza sobre un objeto en movimiento, dejan de actuar fuerzas externas sobre él, lo que se manifiesta en respuestas donde se identifica la ausencia de la fuerza de roce en los diagramas de cuerpo libre, tal como muestran las **ilustración 4.32** y la **ilustración 4.33**, en donde se deja de aplicar fuerza según la gráfica presentada, sin embargo, no se reconoce que el cuerpo sigue en movimiento y que sigue actuando un roce para detenerlo. Simplemente al dejar de aplicar fuerza, se representa el diagrama con la ausencia de roce de manera inmediata, lo cual sugiere que únicamente el roce actuará al aplicar una fuerza.

Con relación a lo anterior, también se identifican explicaciones escritas en las que se afirma que el cuerpo se detiene simplemente porque deja de aplicarse la fuerza, lo cual se puede apreciar de forma directa en la **ilustración 4.34** donde se afirma que, al dejar de aplicar fuerza, el cuerpo se detiene, pero no queda claridad si esto ocurre de manera instantánea

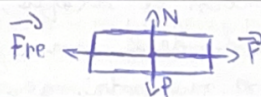
o progresivamente. Estas respuestas evidencian dificultades para interpretar el papel de las fuerzas resistivas en el movimiento y para relacionar las representaciones matemáticas con el comportamiento físico del sistema.

4.- Se desea mover un bloque en reposo por una superficie horizontal. Para ello, es necesario aplicar distintas fuerzas en diferentes momentos. La siguiente gráfica muestra la fuerza aplicada horizontalmente en función del tiempo. El bloque comienza a moverse a los 5 segundos y se detiene a los 8 segundos.

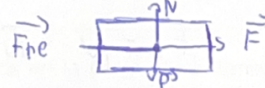


Respecto a esta situación, realicen el diagrama de cuerpo libre del bloque para los tres distintos momentos

Momento 1 (segundo 0 al segundo 5)



Momento 2 (segundo 5 al segundo 7)



Momento 3 (segundo 7 al segundo 8)

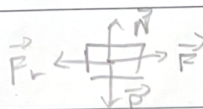


Ilustración 4.32 “Ejemplo 1 de Diagrama de Cuerpo Libre de un cuerpo cuando se le aplica fuerza en distintos momentos”

Momento 1 (segundo 0 al segundo 5)



Momento 2 (segundo 5 al segundo 7)



Momento 3 (segundo 7 al segundo 8)



Ilustración 4.33 “Ejemplo 2 de Diagrama de Cuerpo Libre de un cuerpo cuando se le aplica fuerza en distintos momentos”



5.- En cada momento:
¿Cómo se comporta la magnitud de la fuerza aplicada horizontalmente? ¿Cómo influye este comportamiento al estado de movimiento del cuerpo?

Momento 1 (segundo 0 al segundo 5)

Esta fuerza va aumentando, lo que hace que el cuerpo entre en movimiento

Momento 2 (segundo 5 al segundo 7)

Una vez el cuerpo entra en movimiento la fuerza se mantiene haciendo que el cuerpo avance a una veloc. constante

Momento 3 (segundo 7 al segundo 8)

Se deja de aplicar fuerza por lo que el cuerpo detiene su movimiento

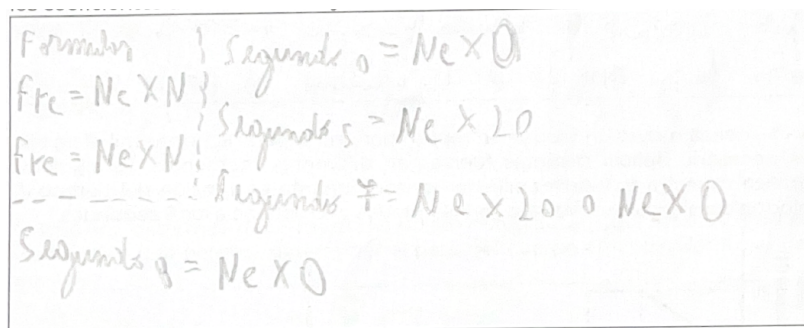
Ilustración 4.34 “Ejemplo de justificación entregada por los estudiantes acerca del comportamiento de un cuerpo en distintos momentos”

Por otra parte, al solicitar procedimientos para determinar el coeficiente de roce, se observa que varios estudiantes recurren directamente a modelos matemáticos, como en el caso de la **ilustración 4.35**, donde el estudiante presenta ecuaciones sin acompañarlas de explicaciones que justifiquen su elección o que describan el fenómeno físico involucrado, ya que plantea que un coeficiente corresponde a un cociente entre magnitudes, sin explicar de qué base parte su modelo ni las condiciones necesarias. En el caso de la **ilustración 4.36** se establece una metodología para determinar coeficientes analizando distintos momentos de un recorrido, sin embargo, no se desarrolla de manera completa o adecuada los modelos matemáticos, ya que en la respuesta final no existe un modelo general o expresión que agrupe los tres casos planteados. En estos casos, la matemática aparece principalmente como una herramienta formal para el cálculo, sin que se expliciten las condiciones físicas que permiten aplicar el modelo.

6.- Basándose en sus respuestas anteriores, elabore un modelo para determinar los coeficientes de roce estático y cinético del material del cuerpo estudiado

Coef. Roce estático	$\mu_e = \frac{F_{re}}{N}$ fuerza Roce estático Normal	$\mu_c = \frac{F_{rc}}{N}$
---------------------	---	----------------------------

Ilustración 4.35 “Ejemplo de modelo sin explicación de sus condiciones necesarias”



Formulas

$$\text{Segundos } 0 = Ne \times 0$$

$$frc = Ne \times N$$

$$\text{Segundos } 5 = Ne \times 20$$

$$frc = Ne \times N$$

$$\text{Segundos } 7 = Ne \times 20 \text{ o } Ne \times 0$$

$$\text{Segundos } 8 = Ne \times 0$$

Ilustración 4.36 “Determinación de un coeficiente de roce al analizar distintos momentos de un movimiento”

Finalmente, en la **ilustración 4.37**, se observa que en este apartado puntualizan qué tipo de roce está presente, a la vez que relacionan esto con la rapidez de un cuerpo, lo que sugiere que para determinar qué tipo de roce se experimenta, se recurre a la rapidez, identificando adecuadamente la relación entre estas magnitudes.

Si bien los estudiantes reconocen adecuadamente condiciones físicas asociadas a ciertos eventos (como la presencia de movimiento o reposo) e identifican estas situaciones incluso en representaciones gráficas, se observa que al momento de relacionarlas con modelos matemáticos la interpretación física pierde relevancia, predominando explicaciones basadas en definiciones formales de las fuerzas que son utilizadas principalmente para sustentar procedimientos de cálculo. Con relación a esto, se puede observar en la **ilustración 4.38** a pesar de identificar correctamente el momento en que un cuerpo comienza a moverse, se justifica a partir únicamente de un valor numérico de una gráfica, perdiendo relevancia la parte física del fenómeno. Por otra parte, la **ilustración 4.39** muestra un razonamiento similar a la anterior, en donde el foco nuevamente es en el valor numérico de la gráfica, sin embargo, se reconoce que debe existir una relación entre la fuerza aplicada y la de roce para lograr generar un movimiento, indicando que la fuerza aplicada debe superar a cierto valor numérico del roce estático específico en este contexto.



A partir de estas gráficas:
8.- Complete la siguiente tabla

Fuerza Aplicada	Describa qué ocurre con la fuerza de roce	Describa qué ocurre con la rapidez
Entre 0 y 10 Newtons	F. roce aumenta al igual que fuerza aplicada. (roce estático)	El bloque no se mueve, la rapidez es 0.
Mayor a 10 Newtons	F. roce se mantiene constante (roce cinético)	Bloque se empieza a mover, su rapidez aumenta.

9.- ¿En qué momento se puede afirmar que el bloque comienza a moverse? ¿Qué permite afirmar esto?

Cuando la fuerza aplicada supera los 10 N, porque en ese punto la F. de roce ya no puede aumentar más y el bloque empieza a deslizarse (comienzo r. cinético).

Ilustración 4.37 “Ejemplo de respuesta que reconoce el tipo de roce a partir de la rapidez de un cuerpo”

9.- ¿En qué momento se puede afirmar que el bloque comienza a moverse? ¿Qué permite afirmar esto?

Al aplicar 10(N), se puede afirmar observando el gráfico de la rapidez

Ilustración 4.38 “Identificación de un comportamiento específico a partir de un valor matemático observado”

9.- ¿En qué momento se puede afirmar que el bloque comienza a moverse? ¿Qué permite afirmar esto?

Cuando la fuerza aplicada supera los 10N, porque en este punto la F. de roce ya no puede aumentar más y el bloque empieza a deslizarse (r. cinético)

Ilustración 4.39 “Identificación de un comportamiento específico a partir del reconocimiento de relaciones entre variables”

Actividad 3: Predicción del coeficiente de roce

En esta actividad se esperaba que los y las estudiantes razonaran acerca de los modelos matemáticos asociados a la fuerza de roce estática y cinética, identificando las variables relevantes y las relaciones entre ellas. Asimismo, se esperaba que interpretaran el significado físico de los coeficientes de roce y su relación con las características de las superficies en contacto. Finalmente, se esperaba que anticiparan comportamientos a partir de los modelos matemáticos, proponiendo una metodología experimental que permitiera establecer relaciones entre las variables y determinar el valor del coeficiente de roce.



En la **actividad 3**, se observa que los y las estudiantes logran identificar de manera consistente las variables involucradas en la investigación propuesta, distinguiendo correctamente entre variable independiente, dependiente, como en el caso de la **ilustración 4.40**, en donde al clasificar las variables se muestra una comprensión del fenómeno, en donde un material puede afectar al coeficiente de roce, a pesar de no dejar tan en claro la variable control. En este sentido, se presenta una metodología adecuada pero incompleta, ya que se menciona el procedimiento, pero de manera superficial, sin dejar tan en claro las acciones. Por último, este tipo de respuesta viene acompañado de una determinación de valores arbitrarios para realizar comparaciones, identificando las consecuencias de cambios en los sistemas.

Por otra parte, existen estudiantes, como el ejemplo de la **ilustración 4.41** también se identifican correctamente las variables y se clasifican en virtud de cuál afecta a la otra, reconociendo una variable control que también es adecuada para el contexto de determinar coeficientes de roce. Además, se establece que deben realizarse mediciones, sin especificar cuáles. A pesar de lo anterior, en este caso también se recurre a utilizar valores arbitrarios y a partir de ellos, establecer una conclusión de cómo se comportará una variable en función de otra, respaldando sus explicaciones en valores numéricos.

Clasificación de las variables (independiente, dependiente, control)	ind=material dep=coef. de roce. control=superficie
Montaje y procedimiento experimental	Deslizar un ovillo por un pavimento y luego por un vidrio
Procesamiento y análisis de datos (utilicen datos hipotéticos para explicar como relacionarían las variables y cómo obtendrían el coeficiente de roce)	En pavimento el coef. de roce será=30. en vidrio el coef. de roce será=10. El pavimento al ser más rugoso presentará más coef. de roce, por lo que costará más moverlo

Ilustración 4.40 “Ejemplo de propuesta experimental sin profundizar en el procedimiento ni procesamiento”

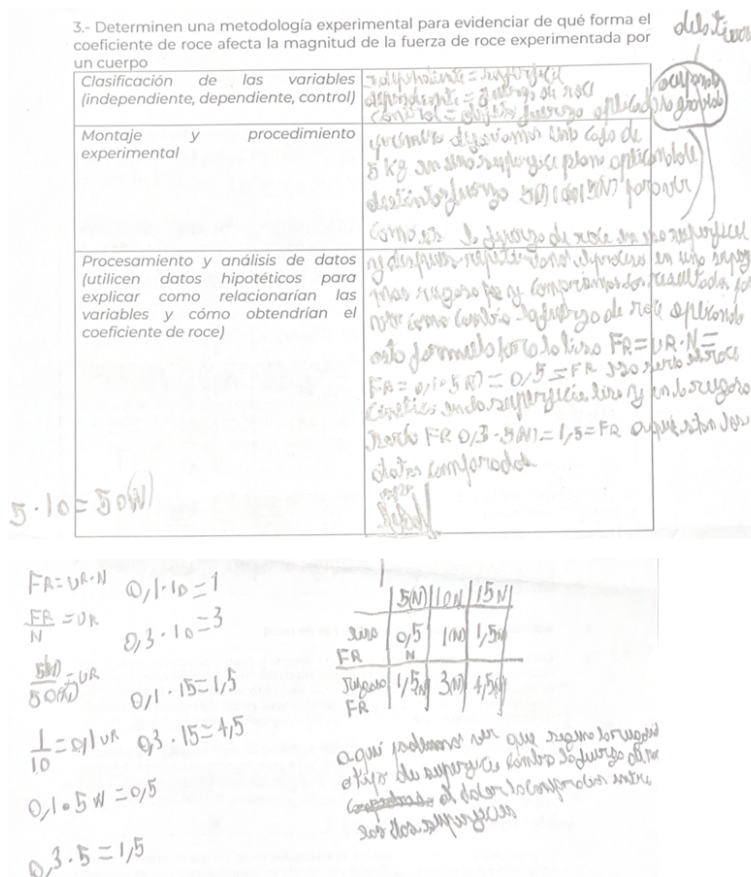


Clasificación de las variables (independiente, dependiente, control)	Ind: Superficie Control: Masa del cuerpo de la fuerza de roce
Montaje y procedimiento experimental	Un bloque de madera sobre una superficie horizontal, se tira midiendo esto con un dinamómetro. Se repite con diferentes materiales.
Procesamiento y análisis de datos (utilicen datos hipotéticos para explicar como relacionarían las variables y cómo obtendrían el coeficiente de roce)	$F_R = \mu \cdot N$ $N = 10 = P_{\text{peso}}$ $\mu_{\text{din}} = 0,08 \cdot 10 = 0,8 \text{ (N)}$ $\mu_{\text{est}} = 0,25 \cdot 10 = 2,5 \text{ (N)}$ $P = mg \quad g = 10 \text{ (m/s}^2\text{)}$ $m = P/g$ A mayor coef de roce, mayor fuerza de roce experimenta el cuerpo

Ilustración 4.41 “Ejemplo de propuesta experimental que plantea mediciones específicas”

En general, las respuestas evidencian una adecuada comprensión del fenómeno físico asociado a la fuerza de roce, reconociendo que esta depende de las características de las superficies en contacto y anticipando que cambios en estas condiciones producirán variaciones en la magnitud de la fuerza. En este sentido, la mayoría de los estudiantes logra prever cualitativamente el comportamiento esperado del sistema frente a modificaciones en las condiciones experimentales. Incluso, en la **ilustración 4.42** se puede observar que existen estudiantes que detallan aún más sus procedimientos, acompañándolos de explicaciones fundamentadas desde la física y desarrollando múltiples ejemplos numéricos, para llegar a conclusiones a partir del análisis de tablas creadas en sus procedimientos.

En general, se observan diferencias en la forma en que los estudiantes fundamentan sus propuestas metodológicas. Algunos estudiantes describen procedimientos experimentales centrados en las acciones a realizar, como medir fuerzas o modificar superficies, por ejemplo, sin relacionarlos explícitamente con modelos matemáticos, un grupo más reducido propone metodologías que incorporan relaciones matemáticas entre las variables y plantean comparaciones entre resultados como forma de sustentar sus conclusiones.



En términos generales, si bien el comportamiento físico del fenómeno es comprendido de manera adecuada, se observa una escasa presencia de modelos matemáticos como herramientas para justificar los procedimientos propuestos o para interpretar los resultados obtenidos. No obstante, los y las estudiantes logran anticipar el comportamiento del sistema frente a cambios en las condiciones iniciales, aun cuando estas predicciones no siempre se encuentran apoyadas en relaciones matemáticas explícitas.

Con relación al objetivo específico de este taller, el análisis de las respuestas permite describir la forma en que los y las estudiantes llevan a cabo los procesos de razonamiento, interpretación y anticipación de comportamientos al utilizar la matemática en situaciones de física. En general, se observa que los estudiantes logran identificar variables relevantes y reconocer relaciones cualitativas entre las magnitudes involucradas, particularmente en el caso de la fuerza peso y la fuerza de roce. Asimismo, muestran una adecuada capacidad para prever el comportamiento de los fenómenos físicos frente a cambios en las



condiciones del sistema, anticipando, por ejemplo, variaciones en el peso al modificar la aceleración de gravedad o cambios en la fuerza de roce al variar las superficies en contacto.

Sin embargo, se evidencian mayores dificultades en los procesos de razonamiento e interpretación cuando estos requieren articular las relaciones físicas con modelos matemáticos. En varias de las actividades la matemática aparece principalmente como una herramienta de cálculo o como una expresión formal que no es acompañada por explicaciones que den cuenta del fenómeno físico representado. En particular, se observan dificultades para interpretar el significado físico de magnitudes como la fuerza peso o la fuerza de roce, así como para utilizar modelos matemáticos como base para justificar procedimientos experimentales o conclusiones. De este modo, si bien los estudiantes logran comprender de manera general el comportamiento físico de los sistemas estudiados, esta comprensión no siempre se sustenta en el uso explícito de relaciones matemáticas.

En conjunto, los resultados sugieren que, dentro de los tres procesos analizados, **la anticipación de comportamientos constituye el proceso más desarrollado** por los y las estudiantes, mientras que el razonamiento y la interpretación asociados al uso de modelos matemáticos se manifiestan de manera más limitada. Esto permite caracterizar la forma en que los estudiantes utilizan la matemática en este contexto, evidenciando que el fenómeno físico puede ser anticipado con relativa facilidad, aun cuando los modelos matemáticos que lo describen no sean utilizados de manera sistemática para fundamentar dichas predicciones.

4.4 Análisis del Taller N°4 “Estudio de la energía mecánica”

A diferencia de los talleres anteriores, en los que el análisis se centró en describir la forma en que los y las estudiantes llevan a cabo los procesos de razonamiento, interpretación y anticipación de comportamientos, este taller tiene como objetivo evaluar en qué medida estos procesos se desarrollan desde un rol estructural de la matemática. Para ello, se analizaron las respuestas de los estudiantes a las distintas actividades propuestas, considerando la forma en que los modelos matemáticos fueron utilizados para razonar sobre los fenómenos físicos, interpretar los resultados obtenidos y anticipar comportamientos en nuevas situaciones.

Para llevar a cabo este análisis, se definió en primer lugar lo que se esperaba de los y las estudiantes en cada una de las actividades del taller, considerando los procesos de razonamiento, interpretación y anticipación de comportamientos desde un rol estructural de



la matemática. Posteriormente, se analizaron las respuestas identificando los aspectos que fueron logrados y aquellos que se manifestaron de manera parcial o ausente. Finalmente, se compararon estos resultados con los criterios establecidos, con el propósito de evaluar en qué medida el rol estructural de la matemática permea los procesos desarrollados por los estudiantes en la clase de física.

4.4.1 Criterios y resultados del Taller N°4

Actividad 1: Análisis de variables

En esta actividad se esperaba que los y las estudiantes identificaran las variables involucradas en el movimiento de un cuerpo en un plano inclinado y analizaran las transformaciones de energía que ocurren durante el recorrido. Desde un rol estructural de la matemática, se esperaba que las distintas formas de energía fueran interpretadas como modelos matemáticos que representan estados del sistema, permitiendo describir cómo varían en función de las variables involucradas. Asimismo, se esperaba que los estudiantes pudieran razonar acerca de la relación entre energía potencial gravitatoria, energía cinética y energía mecánica, anticipando el comportamiento de estas magnitudes a lo largo del movimiento y justificando sus respuestas a partir de relaciones matemáticas entre las variables.

En la **actividad 1**, se observó que los y las estudiantes logran identificar adecuadamente las variables involucradas en el fenómeno físico analizado, lo cual puede evidenciarse en la **ilustración 4.43**, **ilustración 4.44** y la **ilustración 4.45**, en donde se reconocen magnitudes relevantes como fuerza de roce, aceleración de gravedad (reconocida en algunos casos como fuerza de gravedad), y energías cinéticas, potencial y mecánica. A nivel general, estas ilustraciones muestran respuestas bastante similares, sin embargo, existen diferencias notorias cuando se pregunta acerca de la energía mecánica: en la primera de estas ilustraciones, se anticipa que la energía mecánica aumentará para en un punto llegar a convertirse únicamente en energía potencial; en la segunda de estas ilustraciones se plantea que la energía mecánica irá en disminución hasta llegar a un valor 0; finalmente, en la tercera de estas ilustraciones se plantea únicamente que la energía mecánica se mantiene, sin dar mayores detalles, lo cual podría indicar una respuesta a partir de una definición más que un razonamiento físico-matemático del contexto entregado. En varias respuestas se evidencia que los estudiantes son capaces de describir cualitativamente el efecto que producen cambios en ciertas variables, lo que muestra una comprensión general del fenómeno físico estudiado.



Un bloque cae libremente por una rampa (plano inclinado) y luego pasa al suelo, deteniéndose después de cierto tiempo. A partir de esta situación, responda:

1.- ¿Qué variables están involucradas en este recorrido movimiento?

tiempo de gravedad, fuerza de roce, energía cinética.

2.- ¿Qué energías están involucradas en este recorrido y en qué momentos actúan?

la energía cinética y a que pasa de cinética a energía potencial

3.- ¿Qué ocurre con la energía potencial gravitatoria y cinética mientras el cuerpo se encuentra en movimiento?

la energía cinética. ocurre como una fuerza contraria a la energía potencial gravitatoria en el cuerpo

4.- ¿Cómo creen que se comporte el valor de la energía mecánica desde que se deja caer del punto más alto de la rampa hasta que se detiene?

la energía mecánica disminuye mientras el cuerpo va hasta que llega al final donde la energía cinética es 0 y se queda la energía potencial total

Ilustración 4.43 “Ejemplo de respuesta donde se plantea que la energía mecánica llega a cero y luego cambia su comportamiento”

Un bloque cae libremente por una rampa (plano inclinado) y luego pasa al suelo, deteniéndose después de cierto tiempo. A partir de esta situación, responda:

1.- ¿Qué variables están involucradas en este recorrido movimiento?

roce ~~energía~~ velocidad, fuerza normal y masa

2.- ¿Qué energías están involucradas en este recorrido y en qué momentos actúan?

energía cinética actúa cuando el bloque se desliza por el suelo y el suelo se opone al movimiento hasta detenerse. Energía potencial gravitatoria actúa al estar en un cuerpo

3.- ¿Qué ocurre con la energía potencial gravitatoria y cinética mientras el cuerpo se encuentra en movimiento?

la energía cinética disminuye hasta volverse 0 y la energía potencial también

4.- ¿Cómo creen que se comporte el valor de la energía mecánica desde que se deja caer del punto más alto de la rampa hasta que se detiene?

El valor de la energía mecánica va disminuyendo hasta volverse 0

Ilustración 4.44 “Ejemplo de respuesta donde se plantea que la energía mecánica llega hasta el valor 0”



Un bloque cae libremente por una rampa (plano inclinado) y luego pasa al suelo, deteniéndose después de cierto tiempo. A partir de esta situación, responda:

1.- ¿Qué variables están involucradas en este recorrido movimiento?

Indep = Tiempo
Dep = Altura

2.- ¿Qué energías están involucradas en este recorrido y en qué momentos actúan?

Energía Cinética cuando el libro se mueve y energía Potencial cuando cambia la posición del objeto.

Además esta la energía Mecánica que se mantiene constante

3.- ¿Qué ocurre con la energía potencial gravitatoria y cinética mientras el cuerpo se encuentra en movimiento?

La E_p disminuye y la E_c aumenta

4.- ¿Cómo creen que se comporte el valor de la energía mecánica desde que se deja caer del punto más alto de la rampa hasta que se detiene?

Se mantiene

Ilustración 4.45 "Ejemplo de respuesta donde se plantea que la energía mecánica se mantendrá constante"

Sin embargo, se observa que solo un grupo reducido de estudiantes sustenta sus explicaciones a partir de modelos matemáticos o relaciones entre las variables involucradas. En la mayoría de los casos, las explicaciones se mantienen en un nivel descriptivo, centradas en el comportamiento físico del fenómeno más que en el uso de modelos matemáticos que permitan justificar dichas afirmaciones. En este sentido, si bien los estudiantes logran reconocer los elementos relevantes del fenómeno y anticipar su comportamiento, la matemática no siempre aparece como una herramienta para estructurar el razonamiento ni para fundamentar las conclusiones alcanzadas.

Actividad 2: Análisis de energías en caída libre

En esta actividad se esperaba que los y las estudiantes utilizaran modelos matemáticos asociados a la energía mecánica para interpretar datos experimentales y establecer relaciones entre las variables involucradas. Desde un rol estructural de la matemática, se esperaba que los estudiantes emplearan los modelos de energía potencial gravitatoria y energía cinética como herramientas para razonar sobre el fenómeno físico, interpretar la información presentada en tablas y gráficas y anticipar comportamientos frente a cambios en las condiciones del sistema. En particular, se esperaba que los modelos matemáticos permitieran justificar procedimientos de cálculo, explicar el comportamiento de la energía mecánica y evaluar la validez de los modelos propuestos en distintas situaciones.

En la **actividad 2**, se evidencia que los y las estudiantes utilizan modelos matemáticos con mayor frecuencia que en la actividad anterior para responder a las situaciones propuestas.



En varios casos, los modelos son aplicados a partir de procedimientos conocidos, reproduciendo ecuaciones y pasos de resolución previamente estudiados, por ejemplo, en la **ilustración 4.46** se observa un intento de respuesta en donde no se consideran las velocidades para determinar la energía cinética, sino que únicamente se determina como la diferencia entre la energía mecánica y la potencial, respondiendo a esta parte desde una consideración vista en clases en donde la energía mecánica se debe mantener, pero únicamente en ausencia de fuerzas externas, por tanto, en este tipo de respuesta no existe un razonamiento físico a partir del contexto inicial. Sin embargo, también se identifican respuestas en las que los modelos matemáticos son adaptados a partir del análisis de las condiciones iniciales del fenómeno, evidenciando intentos de razonamiento que consideran las características particulares de la situación planteada, lo cual puede observarse en la **ilustración 4.47** y la **ilustración 4.48**, donde la energía cinética es determinada a partir de los valores entregados de velocidad, lo cual indica que los modelos y procesamiento matemáticos se realizan a partir de considerar cada uno de los momentos presentados, reconociendo de forma implícita que la energía mecánica no se mantiene. En estos últimos dos casos, se observa que numéricamente ambos tipos de estudiantes son capaces de determinar la masa de un cuerpo a partir del modelo de energía potencial, sin embargo, en el primer caso únicamente se detalla la unidad de medida, lo cual indica una interpretación del resultado obtenido en la situación.

Un estudiante de segundo medio deja caer una pelota de ping pong desde el momento en que se suelta el objeto y el momento en que toca el piso. Los resultados de este estudio se muestran a continuación:

Altura (m)	Velocidad (m/s)	Energía Potencial Gravitatoria (J)	Energía Cinética (J)
1.0	0	10	0
0.75	1.4	7.5	2.5
0.5	2	5	5
0.25	2.7	2.5	7.5
0	3.1	0	10

Basándose en el contexto entregado y los resultados de la tabla, respondan:

1.- Planteen una metodología para poder determinar la masa del cuerpo que está cayendo

$$m = \frac{E_p}{gh}$$
$$m = \frac{10,1}{10 \cdot 1} = \frac{10,1}{10} = 1,1 \text{ kg}$$

2.- ¿Cuáles son los valores de la energía cinética en las distintas alturas? Adjuntan sus procedimientos y completan la tabla

$$10 - 0 = 10$$
$$10 - 10 = 0$$
$$10 - 5 = 5$$
$$10 - 2,5 = 7,5$$

Ilustración 4.46 “Ejemplo de determinación de energía cinética a partir de la idea que la mecánica se conserva siempre”



Un estudiante de segundo medio deja caer una pelota de ping pong desde un metro de altura en el patio central y se toma registro de las variables involucradas desde el momento en que se suelta el objeto y el momento en que toca el piso. Los resultados de este estudio se muestran a continuación:

Altura (m)	Velocidad (m/s)	Energía Potencial Gravitatoria (J)	Energía Cinética (J)
1.0	0	10	0
0.75	1.4	7.5	0.98
0.5	2	5	2
0.25	2.7	2.5	3.645
0	3.1	0	4.805

$m = 1 \text{ kg}$
 $10 = m \cdot g \cdot h$
 $10 = 1 \cdot 10 \cdot 1$
 $10 = 10$

Basándose en el contexto entregado y los resultados de la tabla, respondan:

1.- Planteen una metodología para poder determinar la masa del cuerpo que está cayendo

$$Potencia = m \cdot g \cdot h$$

$$10 = m \cdot 10 \cdot 1$$

$$10 = 10m$$

$$1 = m$$

$$m = 1 \text{ kg}$$

2.- ¿Cuáles son los valores de la energía cinética en las distintas alturas? Adjunten sus procedimientos y completen la tabla

$$Altura = 1.0 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 0^2 = EC = 0$$

$$0.75 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1.4^2 = EC = 0.98$$

$$0.5 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2^2 = EC = 2$$

$$0.25 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2.7^2 = EC = 3.645$$

$$0 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3.1^2 = EC = 4.805$$

Ilustración 4.47 “Ejemplo 1 del uso de los valores de la situación para determinar la energía cinética de un cuerpo”

Un estudiante de segundo medio deja caer una pelota de ping pong desde un metro de altura en el patio central y se toma registro de las variables involucradas desde el momento en que se suelta el objeto y el momento en que toca el piso. Los resultados de este estudio se muestran a continuación:

Altura (m)	Velocidad (m/s)	Energía Potencial Gravitatoria (J)	Energía Cinética (J)
1.0	0	10	0
0.75	1.4	7.5	0.98
0.5	2	5	2
0.25	2.7	2.5	3.645
0	3.1	0	4.805

Basándose en el contexto entregado y los resultados de la tabla, respondan:

1.- Planteen una metodología para poder determinar la masa del cuerpo que está cayendo

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$10 = m \cdot 10 \cdot 1 = 10m$$

$$10 = 10m$$

$$1 = m$$

2.- ¿Cuáles son los valores de la energía cinética en las distintas alturas? Adjunten sus procedimientos y completen la tabla

$$EC = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1.4^2 = 0.98$$

$$\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2^2 = 2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2.7^2 = 3.645$$

$$\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3.1^2 = 4.805$$

Ilustración 4.48 “Ejemplo 2 del uso de valores de la situación para determinar la energía cinética de un cuerpo”

Asimismo, se observó que los estudiantes logran identificar adecuadamente las variables involucradas en los fenómenos analizados y en varios casos construyen representaciones gráficas para describir el comportamiento de las magnitudes físicas. Con relación a esto, la **ilustración 4.49** y la **ilustración 4.50** muestran distintas formas de representar gráficamente la energía cinética, haciendo alusión a representaciones lineales y en otros casos a curvas, sin embargo, en la mayoría de los casos se presenta el mismo

comportamiento de la energía potencial, coincidiendo en su representación gráfica. Estos modelos son presentados por los estudiantes para mostrar cómo cambia el sistema de la situación previamente detallada en la tabla de valores.

6.- Realicen la gráfica de la energía cinética y la energía potencial gravitatoria a partir del tiempo transcurrido del movimiento

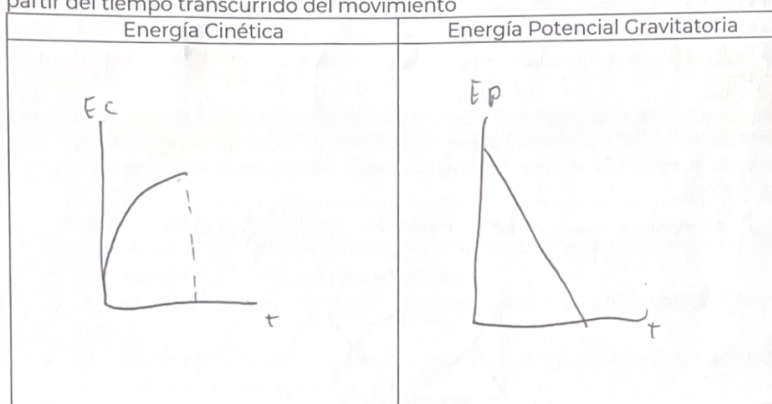


Ilustración 4.49 “Ejemplo 1 de representaciones gráficas de la energía cinética y potencial en situación de caída”

6.- Realicen la gráfica de la energía cinética y la energía potencial gravitatoria a partir del tiempo transcurrido del movimiento

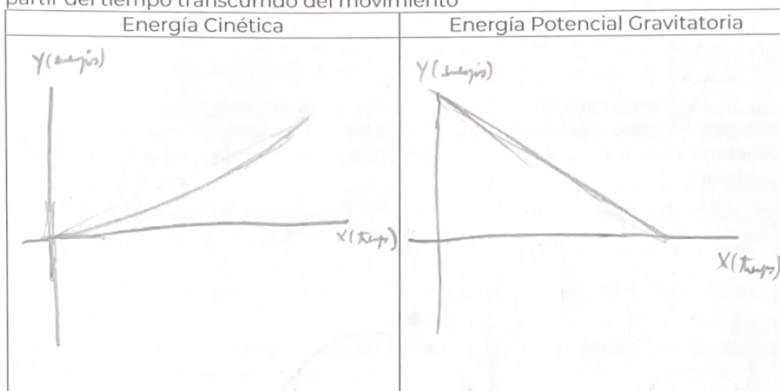


Ilustración 4.50 “Ejemplo 2 de representaciones gráficas de la energía cinética y potencial en situación de caída”

Estas representaciones permiten modelar cambios en las condiciones iniciales y anticipar el comportamiento esperado del sistema, aun cuando no siempre sean elaboradas con total precisión. De igual manera, los y las estudiantes logran extraer información relevante a partir de gráficas, esto puede observarse en la **ilustración 4.51** y la **ilustración 4.52**, donde en ambos casos se reconoce que la forma de una gráfica que muestra la energía potencial mantiene su forma al duplicar la masa, pero aumentan sus valores al doble, reconociendo directamente cómo al variar una de las magnitudes, su valor numérico y su representación gráfica cambian. Sin embargo, al intentar reconocer un tipo de gráfica, los estudiantes en ambos casos dan explicaciones mucho más cualitativas y que carecen de un razonamiento



físico, diferenciando gráficas a partir de sus comportamientos y valores, más allá de lo que podrían representar dentro del contexto, presentando una ausencia del sustento físico a sus respuestas, indicando por ejemplo que “una sube y otra baja” o planteando dónde comienza cada una. Estas últimas respuestas podrían indicar un reconocimiento de cada gráfica a partir de modelos que ya se han estudiado, dejando de lado un razonamiento de los contextos entregados a partir de la física.

9.- Sabiendo el tipo de movimiento, ¿Qué tipo de energía modela cada una de las gráficas presentadas? ¿Qué evidencias de la gráfica les permiten afirmar esto?

La que comienza en 0 es P gravitatoria
La que comienza en el mayor valor es Cinética

10.- Si un cuerpo experimentara el mismo tipo de movimiento identificado en la pregunta 8, pero esta vez su masa es el doble que el cuerpo representado, ¿Cómo afectaría esto a la gráfica de sus energías? Planteen la nueva gráfica que se generaría

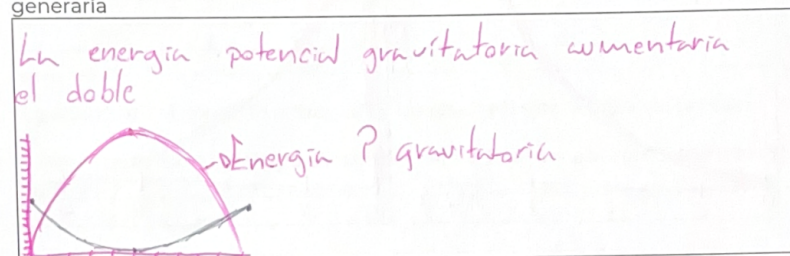


Ilustración 4.51 “Ejemplo 1 de identificación de cambios en la representación gráfica de un fenómeno a partir de un cambio en la situación inicial”

9.- Sabiendo el tipo de movimiento, ¿Qué tipo de energía modela cada una de las gráficas presentadas? ¿Qué evidencias de la gráfica les permiten afirmar esto?

la grafica ascendente es la energía cinética
y la descendente es la P.g se nota porque
una sube y la otra baja

10.- Si un cuerpo experimentara el mismo tipo de movimiento identificado en la pregunta 8, pero esta vez su masa es el doble que el cuerpo representado, ¿Cómo afectaría esto a la gráfica de sus energías? Planteen la nueva gráfica que se generaría

Si la masa se duplica
las graficas mantienen
su forma, pero las en-
ergías valen el doble.

Ilustración 4.52 “Ejemplo 2 de identificación de cambios en la representación gráfica de un fenómeno a partir de un cambio en la situación inicial”

En conjunto, se observa que la matemática adquiere un papel más visible en la resolución de las tareas propuestas; sin embargo, su uso se orienta principalmente a la obtención de



resultados o a la representación de situaciones, sin que siempre se utilice como herramienta para estructurar el razonamiento sobre el fenómeno físico.

Actividad 3: Evaluando la pertinencia de los modelos matemáticos

En esta actividad se esperaba que los y las estudiantes reflexionaran acerca del papel de los modelos matemáticos en la descripción de fenómenos físicos. Desde un rol estructural de la matemática, se esperaba que los estudiantes reconocieran que los modelos matemáticos constituyen representaciones de relaciones entre variables físicas y que su validez depende de las condiciones del fenómeno estudiado. Asimismo, se esperaba que pudieran interpretar los resultados matemáticos en función del contexto físico y reconocer que la matemática no solo permite obtener respuestas numéricas, sino también comprender y anticipar el comportamiento de los sistemas físicos.

Finalmente, en la **actividad 3**, se observa que los y las estudiantes reconocen explícitamente la utilidad de la matemática en la descripción y comprensión de los fenómenos físicos. En la mayoría de las respuestas se identifica que los estudiantes valoran los modelos matemáticos como herramientas que permiten explicar el comportamiento de los sistemas físicos y obtener resultados que no serían accesibles únicamente a partir de observaciones cualitativas. Esto se detalla en la **ilustración 4.53**, donde se expresa que la utilidad de los modelos permite expresar de mejor forma valores o datos de una experimentación. Por otra parte, la **ilustración 4.54** muestra que algunos estudiantes reconocen la utilidad de los modelos matemáticos para entender y comprender cómo funcionan los sistemas o fenómenos físicos. Finalmente, en la **ilustración 4.55** se reconoce incluso que estos modelos matemáticos son útiles para predecir qué ocurrirá con un sistema físico incluso sin necesidad de experimentar la situación. Las tres respuestas apuntan a que estos modelos permiten comprender un fenómeno y incluso anticipar comportamientos.

Asimismo, se observa que los estudiantes reconocen que los modelos matemáticos no son representaciones absolutas de la realidad, sino aproximaciones cuya validez depende de las condiciones en que se aplican. En este sentido, varias respuestas hacen referencia a la necesidad de considerar ciertas condiciones o limitaciones al utilizar modelos matemáticos para describir fenómenos físicos. Por ejemplo, la **ilustración 4.53** apunta a la importancia de las unidades de medida, reconociendo que un resultado matemático no es suficiente para dar una respuesta, sino que es necesario interpretarlo dentro del contexto. Por su parte, la **ilustración 4.54** entrega este mismo razonamiento de manera más explícita,



indicando directamente que debe relacionarse este valor con la realidad que se intenta explicar. Finalmente, la **ilustración 4.55** nuevamente indica que los resultados numéricos no son suficientes y debe interpretarse dentro del contexto.

1.- ¿En qué deben fijarse o tener en cuenta cuando crean un modelo matemático en las clases de física?

valor numerico - Relación entre variables y variables

2.- Una vez que reconocen o plantean un modelo matemático en fenómenos físicos, ¿son siempre válidos? ¿por qué?

no siempre son válidos, ya que, dependen del contexto

3.- ¿Es suficiente considerar únicamente la respuesta matemática de los modelos utilizados en fenómenos físicos? ¿por qué?

no, porque siempre hay que tener en consideración la unidad de medida

4.- ¿Qué utilidad creen que tienen los modelos matemáticos para el entendimiento de los fenómenos físicos que representan?

Sirven para expresar mejor los valores y datos numéricos

Ilustración 4.53 “Ejemplo 1 de respuestas entregadas por los estudiantes al solicitarles reflexionar acerca de los modelos matemáticos utilizados en las clases de física”

1.- ¿En qué deben fijarse o tener en cuenta cuando crean un modelo matemático en las clases de física?

Debemos fijarnos en que el modelo represente bien el fenómeno considerando variables importantes y las condiciones reales del experimento

2.- Una vez que reconocen o plantean un modelo matemático en fenómenos físicos, ¿son siempre válidos? ¿por qué?

No siempre, porque a veces los modelos simplifican la realidad y no consideran todos los factores

3.- ¿Es suficiente considerar únicamente la respuesta matemática de los modelos utilizados en fenómenos físicos? ¿por qué?

No, porque la matemática no explica el significado físico, es necesario interpretar los resultados y relacionarlos con lo que pasa en la realidad

4.- ¿Qué utilidad creen que tienen los modelos matemáticos para el entendimiento de los fenómenos físicos que representan?

Analizar, entender y comprender como funcionan los fenómenos físicos

Ilustración 4.54 “Ejemplo 2 de respuestas entregadas por los estudiantes al solicitarles reflexionar acerca de los modelos matemáticos utilizados en las clases de física”



1.- ¿En qué deben fijarse o tener en cuenta cuando crean un modelo matemático en las clases de física?

Variables, fórmula variables, modelo que se parezca

2.- Una vez que reconocen o plantean un modelo matemático en fenómenos físicos, ¿son siempre válidos? ¿por qué?

No siempre porque algunos modelos son simplificados, me refiero a que no consideran cosas como el aire o el roce.

3.- ¿Es suficiente considerar únicamente la respuesta matemática de los modelos utilizados en fenómenos físicos? ¿por qué?

No, hay que interpretarlo no solo sacar el número.

4.- ¿Qué utilidad creen que tienen los modelos matemáticos para el entendimiento de los fenómenos físicos que representan?

Entender fenómenos físicos, predecir que va a pasar, resolver sin necesidad de experimentar.

Ilustración 4.55 “Ejemplo 3 de respuestas entregadas por los estudiantes al solicitarles reflexionar acerca de los modelos matemáticos utilizados en las clases de física”

Sin embargo, a pesar de este reconocimiento explícito de la importancia de la matemática en la física, se observa que los procesos asociados a un rol estructural de la matemática no siempre se manifiestan de manera consistente en las actividades anteriores. En particular, el uso de modelos matemáticos para sustentar razonamientos, interpretar resultados y anticipar comportamientos se presenta de manera parcial, lo que sugiere que, si bien los estudiantes reconocen la relevancia de la matemática en la clase de física, aún se requiere profundizar en la forma en que estos modelos son utilizados para comprender los fenómenos físicos.

Una vez analizadas las respuestas de los y las estudiantes, es importante presentar criterios para establecer si el rol estructural de la matemática permea los procesos de razonamiento, interpretación y anticipación de comportamientos, lo cual se quería lograr con este último taller. A continuación, se presentan los criterios para agrupar a los y las estudiantes a partir de las acciones predominantes de cada fase del rol estructural, los cuales fueron ordenados en la **tabla 4.9**:

Tabla 4.9 “Criterios de cada proceso asociado al rol estructural de la matemática para ubicar a los estudiantes en los niveles”

Fase del rol estructural	Criterios de cada proceso asociado al rol estructural de la matemática para ubicarse en los niveles
--------------------------	---



de la matemática en la clase de física	<i>Razonar</i>	<i>Interpretar</i>	<i>Anticipar comportamientos</i>
Estructural consolidad o	• Establecer relaciones explícitas y adecuadas entre variables de un fenómeno físico mediante ecuaciones o modelos matemáticos fundamentados desde el contexto • Ajustar el modelo según las condiciones del fenómeno y no solo aplicar ecuaciones • Justificar decisiones matemáticas en función del fenómeno físico	• Explicar el significado físico de ecuaciones, gráficos o resultados numéricos • Relacionar la expresión matemática con el comportamiento real del sistema o fenómeno • Reconocer límites y condiciones de validez de los modelos matemáticos	• Utilizar el modelo matemático para prever cambios en el fenómeno • Modificar variables y condiciones iniciales para describir cómo afectan al sistema • Sustentar las predicciones en relaciones matemáticas explícitas aplicadas a fenómenos físicos
Estructural en desarrollo	• Utilizar modelos matemáticos,	• Extraer información de gráficos o	• Realizar predicciones coherentes



	pero principalmente de forma procedimental o memorística • Identificar variables, pero no siempre establece relaciones claras o adecuadas entre ellas • Aplicar ecuaciones correctamente, pero sin justificar su elección desde el contexto del fenómeno	ecuaciones, pero sin contextualizar en el fenómeno • Describir fenómenos físicos asociados a resultados • Explicar el significado físico del modelo de manera general	con el fenómeno físico a partir del modelo • Fundamentar predicciones en el modelo matemático, aunque no siempre de forma explícita • Analizar cambios en variables se desarrolla principalmente desde lo cualitativo
Estructural incipiente o inicial	• Identificar variables del fenómeno • Desarrollar explicaciones principalmente desde lo cualitativo • La integración de las relaciones matemáticas	• Describir comportamientos físicos de manera superficial • Poco uso de ecuaciones o gráficos para explicar fenómenos, cuando no se presentan de forma explícita	• Anticipar cambios en un fenómeno físico de forma intuitiva o descriptiva • Las predicciones son adecuadas para el contexto, pero no se



	se realiza de manera superficial, a pesar de reconocer su importancia	Le relación entre los fenómenos físicos y los modelos matemáticos se identifica, pero es superficial	sustentan en modelos matemáticos Los modelos matemáticos se utilizan principalmente con el fin de hallar un resultado matemático, dejando de lado su uso general
--	---	--	--

Para clasificar a los y las estudiantes en los distintos niveles de desarrollo del rol estructural, se estableció como criterio que el nivel estructural consolidado requiere el cumplimiento integrado de todos los criterios definidos para los tres procesos: razonar, interpretar y anticipar comportamientos. En consecuencia, la ubicación en cada nivel no responde al cumplimiento aislado de un indicador, sino a la predominancia de los criterios evidenciados en sus respuestas. De este modo, aquellos estudiantes cuyas producciones manifiestan de manera sistemática la articulación entre modelo matemático y fenómeno físico en los tres procesos se ubican en el nivel consolidado; quienes evidencian dicha articulación de manera parcial o predominante, pero no integrada en su totalidad, se clasifican en el nivel estructural en desarrollo; mientras que aquellos cuyas respuestas muestran una incorporación inicial del modelo matemático, sin que este estructure completamente el razonamiento físico, se sitúan en el nivel estructural incipiente. A partir de estos criterios, se pudo realizar la **tabla 4.10**, la cual detalla la frecuencia asociada de estudiantes a los roles correspondientes de la matemática en la clase de física.



Tabla 4.10 “Frecuencia estudiantil de la predominancia del rol estructural”

Predominancia de rol estructural	Estructural consolidado	Estructural en desarrollo	Estructural incipiente o inicial
Cantidad de estudiantes	0	48	25
Porcentaje de estudiantes	0%	65,75%	34,25%

Este resultado permite establecer una comparación directa con el Taller 1, en el cual predominaban respuestas asociadas a un rol técnico y técnico-estructural, con una presencia menor de manifestaciones estructurales incipientes y una ausencia de desempeños plenamente estructurales.

Mientras que en el Taller 1 el foco estaba puesto en identificar el rol predominante en la resolución de situaciones físicas, el Taller 4 permite evaluar específicamente el grado en que el rol estructural permea los procesos de razonamiento, interpretación y anticipación de comportamientos. En este sentido, **se observa un desplazamiento desde un uso predominantemente técnico de la matemática hacia un uso más frecuente de modelos matemáticos en la explicación de los fenómenos**, aunque aún sin consolidarse completamente como organizadores del pensamiento físico.

4.5 Comparación de los procesos asociados al rol estructural durante el desarrollo de los talleres aplicados

Al comparar los resultados del Taller 4 con los del Taller 1, se evidencia un avance en la forma en que los y las estudiantes incorporan modelos matemáticos en la comprensión de los fenómenos físicos. En el Taller 1 predominaba un uso técnico de la matemática, centrado principalmente en la aplicación directa de ecuaciones para obtener resultados numéricos, con escasa interpretación del significado físico de las magnitudes involucradas. En contraste, en el Taller 4 se observa una mayor presencia de modelos matemáticos en las respuestas, particularmente en la construcción de representaciones gráficas y en el uso de relaciones entre variables para anticipar comportamientos.

No obstante, este avance no alcanza un nivel de consolidación estructural. Si bien la mayoría de los estudiantes se ubica en un nivel estructural en desarrollo, la matemática



continúa desempeñando en muchos casos un rol principalmente procedimental o descriptivo, sin estructurar completamente los procesos de razonamiento e interpretación. En particular, **el proceso de anticipación se manifiesta con mayor solidez**, ya que los estudiantes logran prever comportamientos ante cambios en las condiciones del sistema; sin embargo, el razonamiento sustentado en modelos y la interpretación profunda del significado físico de las expresiones matemáticas se desarrollan de manera parcial.

La ausencia de estudiantes en el nivel estructural consolidado sugiere que, aunque se observan avances respecto al Taller 1, aún no se evidencia una integración sistemática de la matemática como herramienta estructurante del pensamiento físico. De este modo, los resultados permiten afirmar que el rol estructural comienza a desarrollarse en la muestra estudiada, pero todavía requiere fortalecerse para alcanzar un uso plenamente articulado entre modelo matemático y fenómeno físico.

Al analizar de manera articulada los resultados de los cuatro talleres, se observa una trayectoria de desarrollo progresivo en la incorporación del rol estructural de la matemática en la comprensión de fenómenos físicos. En el Taller 1 predominaba un uso técnico de la matemática, centrado principalmente en la aplicación directa de ecuaciones sin una interpretación profunda de su significado físico. En los Talleres 2 y 3 comienza a evidenciarse un avance en el proceso de anticipación, ya que los y las estudiantes logran prever comportamientos ante cambios en variables y condiciones del sistema; sin embargo, este proceso se desarrolla mayormente desde descripciones cualitativas o intuiciones físicas, con escasa fundamentación explícita en modelos matemáticos.

En el Taller 4, si bien se observa una mayor presencia de representaciones gráficas, identificación de variables y utilización de modelos matemáticos, la integración de estos en los procesos de razonamiento e interpretación continúa siendo parcial. La mayoría de los estudiantes se ubica en un nivel estructural en desarrollo, lo que indica que la matemática comienza a cumplir una función organizadora en la comprensión del fenómeno, aunque aún no estructura de manera integrada los tres procesos definidos en el marco teórico. La ausencia de desempeños correspondientes al nivel estructural consolidado confirma que, pese a los avances respecto al Taller 1 y al fortalecimiento del proceso de anticipación evidenciado en los Talleres 2 y 3, la articulación sistemática entre modelo matemático y fenómeno físico todavía se encuentra en una fase de desarrollo.



4.6 Discusión de resultados

A partir del análisis realizado en los cuatro talleres, es posible establecer una evolución en la forma en que los y las estudiantes utilizan la matemática en la clase de física, así como también identificar con mayor claridad qué procesos asociados al rol estructural logran desarrollarse con mayor facilidad y cuáles requieren aún mayor tiempo y trabajo sistemático. Esta comparación resulta especialmente relevante si se considera que, desde los antecedentes teóricos, diversos autores, como Karam (2014), Pospiech et al. (2015) y Sherin (2001), señalan que en las clases de física la matemática suele utilizarse principalmente con un rol técnico, es decir, como una herramienta de cálculo más que como un medio para razonar, interpretar o anticipar comportamientos físicos.

En el Taller N°1 se observa claramente esta tendencia inicial. La mayoría de las respuestas analizadas muestra un uso de ecuaciones centrado en la sustitución directa de valores, sin una justificación previa del modelo matemático ni una interpretación posterior del resultado obtenido. Este comportamiento coincide con lo planteado por Tuminaro y Redish (2007), quienes sostienen que los estudiantes suelen resolver problemas de física identificando datos e incógnitas para luego seleccionar una ecuación, sin considerar el significado físico de esta. En este sentido, los resultados del primer taller no solo confirman lo planteado en la literatura, sino que también permiten evidenciar que el rol técnico de la matemática constituye el punto de partida predominante en el grupo analizado.

Sin embargo, en los Talleres N°2 y N°3 comienza a observarse un cambio progresivo en la forma en que los estudiantes enfrentan las actividades. Si bien el uso de modelos matemáticos sigue siendo en muchos casos parcial o poco justificado, se identifican con mayor claridad procesos de anticipación de comportamientos, especialmente cuando los estudiantes deben predecir qué ocurrirá ante un cambio en alguna variable o cuando deben diseñar procedimientos experimentales. Este resultado coincide con lo señalado por Treiber et al. (2023), quienes proponen que el rol estructural de la matemática se desarrolla cuando esta permite anticipar comportamientos y no solo calcular resultados. En este sentido, los talleres intermedios muestran que los estudiantes logran anticipar fenómenos físicos con relativa facilidad, aun cuando los modelos matemáticos que podrían sustentar esas predicciones no siempre son utilizados de manera explícita.

Finalmente, el Taller N°4 permite observar con mayor claridad el impacto de la implementación de los talleres previos, ya que una parte importante de los estudiantes logra utilizar la matemática no solo para calcular, sino también para representar, interpretar y



justificar el comportamiento de un fenómeno físico. No obstante, los resultados también muestran que el desarrollo del rol estructural no se produce de manera inmediata ni completa, lo que coincide con lo planteado por Pospiech et al. (2015), quienes señalan que el rol estructural de la matemática implica comprender el significado de las relaciones matemáticas en distintos contextos y no únicamente utilizarlas como herramientas operativas. Esto permite afirmar que el tránsito desde un rol técnico hacia uno estructural requiere tiempo, implementación recursiva y continua de experiencias de modelización que permitan vincular de forma sistemática el mundo físico con los modelos matemáticos.

En conjunto, la comparación entre los cuatro talleres permite sostener que los resultados obtenidos no solo son coherentes con los antecedentes teóricos, sino que también los profundizan desde una perspectiva empírica. En particular, se confirma que el proceso que resulta más accesible para los estudiantes es la anticipación de comportamientos, mientras que los procesos de razonamiento e interpretación requieren un trabajo más prolongado y explícito. De esta manera, los resultados obtenidos permiten sustentar la idea de que el desarrollo del rol estructural de la matemática en la clase de física no depende únicamente del contenido abordado, sino principalmente del tipo de actividades propuestas y del tiempo destinado a trabajar la modelización matemática de manera sistemática.

.



5 Conclusiones

A partir del desarrollo de esta investigación, es posible afirmar que la modelización matemática constituye una estrategia pertinente para favorecer el uso de la matemática con un rol estructural en la clase de física. En particular, los resultados obtenidos permiten responder a la pregunta de investigación, evidenciando que el uso de situaciones de modelización orienta a los y las estudiantes a desarrollar procesos de razonamiento, interpretación y anticipación de comportamientos, ya sea de forma explícita o implícita, al enfrentarse a fenómenos físicos. En este sentido, la modelización no solo actúa como un recurso metodológico, sino que configura un espacio en el cual los estudiantes deben articular conocimientos matemáticos con la comprensión de fenómenos, promoviendo un uso más significativo de la matemática.

Con relación al objetivo general, se logra evidenciar que la modelización contribuye a transformar el rol que ocupa la matemática en la clase de física, desplazándolo desde un uso predominantemente técnico hacia uno de carácter más estructural. Este cambio se observa especialmente en la manera en que los estudiantes comienzan a utilizar representaciones, identificar variables relevantes y anticipar comportamientos frente a modificaciones en las condiciones iniciales de un fenómeno. Sin embargo, este tránsito no se consolida completamente en el corto plazo, ya que la matemática continúa siendo utilizada en muchos casos como una herramienta de cálculo o representación, sin estructurar de manera integrada los procesos de razonamiento e interpretación. Esto permite concluir que el principal obstáculo no radica en la falta de conocimientos matemáticos, sino en la dificultad para dotar de significado a las expresiones utilizadas y vincularlas con el fenómeno físico, lo que limita el desarrollo de un uso plenamente estructural.

Respecto a los objetivos específicos, el primer objetivo permitió identificar que, en una etapa inicial, los estudiantes asignan a la matemática un rol principalmente técnico, coherente con lo planteado en los antecedentes teóricos. Este resultado confirma que, en contextos escolares tradicionales, la matemática suele ser concebida como una herramienta de cálculo más que como un medio para comprender fenómenos.

El segundo objetivo evidenció que, al trabajar con situaciones de modelización, los estudiantes desarrollan con mayor frecuencia el proceso de anticipación de



comportamientos, mientras que los procesos de razonamiento e interpretación se presentan de manera más parcial. Este hallazgo resulta especialmente significativo, ya que muestra que los estudiantes son capaces de prever comportamientos desde una perspectiva más intuitiva, pero encuentran mayores dificultades al momento de justificar o explicar dichos comportamientos a partir de modelos matemáticos.

Finalmente, el tercer objetivo permitió evaluar que, si bien el rol estructural comienza a manifestarse en las respuestas de los estudiantes, este no permea de manera completa y sistemática los tres procesos definidos, lo que se refleja en la ausencia de desempeños correspondientes a un nivel estructural consolidado. En particular, se observa que el proceso de anticipación de comportamientos es el que se desarrolla con mayor frecuencia, mientras que los procesos de razonamiento e interpretación tienden a manifestarse de manera más parcial, evidenciando mayores dificultades en su consolidación.

En conjunto, estos resultados permiten concluir que el desarrollo del rol estructural no ocurre de manera homogénea, sino que se configura de forma progresiva y diferenciada según el tipo de proceso involucrado.

Estos resultados son consistentes con la literatura revisada, particularmente con lo planteado por autores como Karam (2014) y Sherin (2001), quienes señalan que el desarrollo del rol estructural de la matemática requiere tiempo, experiencia y un trabajo sistemático con modelos matemáticos en distintos contextos. En este sentido, uno de los principales hallazgos de la investigación es que, si bien es posible “forzar” el uso de la matemática desde un enfoque estructural mediante el diseño de tareas de modelización, esto no garantiza por sí solo la consolidación de los procesos asociados, sino que más bien inicia un proceso de desarrollo que debe ser sostenido en el tiempo. De este modo, se refuerza la idea de que el tránsito desde un rol técnico hacia uno estructural no debe comprenderse como una dicotomía, sino como un proceso progresivo en el que los estudiantes transitan por distintos niveles intermedios de desarrollo.

En este sentido, la utilización de categorías como técnico-estructural, estructural incipiente y estructural en desarrollo constituye un aporte de esta investigación, ya que permite dar cuenta de dicha progresión de manera más precisa, superando una visión binaria del uso de la matemática. Estas categorías no solo permiten describir con mayor detalle las formas en que los estudiantes utilizan la matemática en la clase de física, sino que también ofrecen una herramienta para monitorear sus avances y orientar de manera más intencionada el



proceso de enseñanza, reconociendo que el desarrollo del rol estructural requiere tiempo, acompañamiento y oportunidades sistemáticas de aprendizaje

Desde esta perspectiva, uno de los aportes más relevantes de esta investigación radica en evidenciar, a partir de datos empíricos en el contexto escolar chileno, que la modelización matemática no solo permite abordar fenómenos físicos desde una perspectiva más cercana a la realidad de los estudiantes, sino que también constituye una oportunidad concreta para promover el desarrollo de habilidades asociadas al rol estructural de la matemática. Asimismo, se aporta una caracterización detallada de cómo los estudiantes desarrollan los procesos de razonamiento, interpretación y anticipación en este contexto, lo que permite comprender con mayor profundidad las dificultades específicas asociadas a cada uno de estos.

En términos didácticos, estos resultados implican la necesidad de replantear el uso de la matemática en la enseñanza de la física, promoviendo un enfoque que favorezca la interpretación de los modelos, la explicitación del razonamiento y la conexión entre las representaciones matemáticas y los fenómenos físicos. En este sentido, los hallazgos de la investigación permiten evidenciar que un enfoque centrado principalmente en la resolución de problemas (tal como se plantea en el currículum del MINEDUC, 2015)— resulta limitado para promover un uso estructural de la matemática, en la medida en que tiende a priorizar la obtención de resultados por sobre los procesos de construcción de significado. Por ello, se sugiere que el diseño de tareas no solo considere la resolución de problemas, sino que también incorpore de manera intencionada la construcción de significado, lo que posiciona a la modelización como una estrategia clave dentro del aula.

Con relación con las limitaciones del estudio, si bien el tiempo destinado a la implementación del diseño resultó insuficiente para consolidar el rol estructural de la matemática en los estudiantes, esta situación permite proyectar la necesidad de desarrollar intervenciones de mayor duración que favorezcan un trabajo sostenido con los procesos estudiados.

Del mismo modo, el hecho de que el estudio se haya desarrollado en un contexto específico y con una muestra acotada, abre la posibilidad de replicar esta investigación en distintos contextos educativos, con el fin de analizar la transferibilidad de los resultados y enriquecer la comprensión del fenómeno. Asimismo, el uso exclusivo de producciones escritas como fuente de análisis sugiere la necesidad de incorporar, en futuras investigaciones, otras



técnicas de recolección de datos, como entrevistas o discusiones grupales, que permitan acceder a dimensiones más profundas del pensamiento de los estudiantes.

A partir de lo anterior, se proponen como líneas de proyección futuras investigaciones que consideren el diseño de secuencias didácticas de mayor duración, orientadas a promover de manera sistemática el desarrollo del rol estructural de la matemática. Asimismo, se plantea la necesidad de profundizar en el estudio de cada uno de los procesos analizados, particularmente en aquellos que presentan mayores dificultades, como el razonamiento y la interpretación, con el fin de diseñar estrategias específicas que favorezcan su desarrollo. Del mismo modo, resulta relevante explorar la implementación de este tipo de propuestas en distintos niveles educativos, lo que permitiría analizar cómo evoluciona el desarrollo del rol estructural a lo largo de la trayectoria escolar de los estudiantes.

En coherencia con lo anterior, es posible sostener que los avances observados en el desarrollo del rol estructural no se producen de manera espontánea, sino que responden a un diseño didáctico intencionado que orienta el uso de la matemática hacia la modelización de fenómenos físicos. Este resultado permite proyectar una línea de desarrollo en el ámbito de la formación docente, tanto en profesores de matemática como de física, en la medida en que resulta necesario generar espacios de reflexión pedagógica que permitan identificar qué rol de la matemática predomina en sus prácticas de enseñanza. A partir de este reconocimiento, se abre la posibilidad de diseñar e implementar procesos formativos orientados a la elaboración de secuencias didácticas que promuevan de manera explícita el desarrollo del rol estructural en el aula, favoreciendo así un uso más significativo de la matemática en contextos escolares.

En síntesis, esta investigación permite sostener que la modelización matemática constituye una estrategia didáctica que configura un espacio de aprendizaje en el cual los estudiantes articulan conocimientos matemáticos y físicos, favoreciendo un uso más significativo de la matemática en la clase de física. No obstante, también evidencia que el desarrollo del rol estructural no es inmediato ni automático, sino que requiere de un trabajo intencionado, sostenido y coherente con el marco teórico que lo sustenta. De este modo, se contribuye a la comprensión del papel que cumple la matemática en contextos reales de aula, relevando la importancia de centrar la atención no solo en los resultados obtenidos por los estudiantes, sino en los procesos que estos desarrollan al utilizarla, lo que abre nuevas posibilidades para la enseñanza de la física desde una perspectiva más integrada y significativa.



6 Referencias

- Alsina, Á. (2019). Del razonamiento lógico-matemático al álgebra temprana en educación infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 8(1), 1–19. <https://doi.org/10.24197/edmain.1.2019.1-19>
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: Uma nova estratégia*. Editora Contexto.
- Biembengut, M. S., & Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16(2), 105–125
- Blum, W., & Leiß, D. (2005). “Filling up” – The problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks. En W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, & M. Niss (Eds.), *Proceedings of CERME 4: Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1623–1633).
- Bosch, M., García, F. J., Gascón, J., & Ruiz Higuera, L. (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar: Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Educación Matemática*, 18(2), 37–74
- Calderón, D. I. (2012). El lenguaje en las matemáticas escolares. En D. I. Calderón (Comp.), *Perspectivas en la didáctica de las matemáticas* (pp. 79–110). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Chiabrando, L., Kenig, F. S., Montino, M., & Pérez, S. M. (2024). El uso de reglas y restricciones en la resolución de un problema de mecánica: El rol de la matemática en la física. *Ciência & Educação*, 30, e24033. <https://doi.org/10.1590/1516-731320240033>
- Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (Eds.). (2011). *The SAGE handbook of qualitative research* (4th ed.). SAGE Publications.
- Erazo, M. (2011). Rigor científico en las prácticas de investigación cualitativa. *Ciencia, Docencia y Tecnología*, 22(42), 107–137.
- Flick, U. (2018). *An introduction to qualitative research* (6th ed.). SAGE Publications.



- Galili, I. (2018). Physics and mathematics as interwoven disciplines in science education. *Science & Education*, 27, 7–37. <https://doi.org/10.1007/s11191-018-9958>
- García, C. (2023). Construcción del conocimiento para la comprensión del lenguaje matemático. *Revista Colegiada de Ciencia*, 4(2), 111–122.
- García-Madruga, J. A., & Fernández Corte, T. (2008). Memoria operativa, comprensión lectora y razonamiento en la educación secundaria. *Anuario de Psicología*, 39(1), 133–157
- Gascón, J. (1998). Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18(1), 7–33.
- Haines, C., & Crouch, R. (2007). Mathematical modelling and applications: Ability and competence frameworks. En W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education* (Vol. 10, pp. 336–342). Springer.
- Hansson, L., Hansson, Ö., Juter, K., & Redfors, A. (2015). Reality–Theoretical models–Mathematics: A ternary perspective on physics lessons in upper-secondary school. *Science & Education*, 24, 615–644. <https://doi.org/10.1007/s11191-015-9750-1>
- Johansson, H., & Österholm, M. (2023). Algebra discourses in mathematics and physics textbooks: Comparing the use of algebraic symbols. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1–22. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2023.2226154>
- Karam, R. (2014). Framing the structural role of mathematics in physics lectures: A case study on electromagnetism. *Physical Review Special Topics – Physics Education Research*, 10, 010119. <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.10.010119>
- Kaya, Y. S. (2021). Perceptions of pre-service teachers regarding the model eliciting activities. *MIER Journal of Educational Studies Trends and Practices*, 180–199.
- Kuo, E., & Redish, E. F. (2015). Language of physics, language of math: Disciplinary culture and dynamic epistemology. *Science & Education*, 24(5), 561–590. <https://doi.org/10.1007/s11191-015-9749-7>
- MINEDUC. (2015). *Bases curriculares de 7° básico a 2° medio*. Ministerio de Educación de Chile.



MINEDUC. (2015). *Bases curriculares de 3° y 4° medio*. Ministerio de Educación de Chile.

Nilsen, T., Angell, C., & Grønmo, L. S. (2013). Mathematical competencies and the role of mathematics in physics education: A trend analysis of TIMSS Advanced 1995 and 2008. *Acta Didactica Norge*, 7(1), Article 6.

Olarte García, J. A. (2020). Homogeneizar la práctica de la modelación: Un reto del sistema educativo colombiano. *Revista Educación*, 44(1), 230–244.

Parra, V., Vanegas, C., & Bustamante, D. (2021). La clase de física es una extensión de la clase de matemática: Percepciones de estudiantes de enseñanza media sobre la enseñanza de la física. *Estudios Pedagógicos (Valdivia)*, 47(3), 291–302.
<https://doi.org/10.4067/S0718-07052021000300291>

Pérez, C. (2002). Sobre la metodología cualitativa. *Revista Española de Salud Pública*, 76, 373–380.

Planinic, M., Milin-Šipuš, Ž., Katić, H., Sušac, A., & Ivanjek, L. (2012). Comparison of student understanding of line graph slope in physics and mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10, 1393–1414.
<https://doi.org/10.1007/s10763-012-9344-1>

Pospiech, G., Eylon, B., Bagno, E., Lehavi, Y., & Geyer, M.-A. (2015). The role of mathematics for physics teaching and understanding. *Il Nuovo Cimento C*, 38, 110.
<https://doi.org/10.1393/ncc/i2015-15110-6>

Potvin, P., & Hasni, A. (2014). Interest, motivation and attitude towards science and technology at K-12 levels: A systematic review of 12 years of educational research. *Studies in Science Education*, 50, 85–129.
<https://doi.org/10.1080/03057267.2014.881626>

Ramos, C. (2020). Los alcances de una investigación. *CienciAmérica*, 9(3), 1–6.
<https://doi.org/10.33210/ca.v9i3.336>

Saldaña, J. (2016). *The coding manual for qualitative researchers* (3rd ed.). SAGE Publications.

Sherin, B. L. (2001). How students understand physics equations. *Cognition and Instruction*, 19(4), 479–541. https://doi.org/10.1207/S1532690XCI1904_3



- Stohlmann, M., & Albarracín, L. (2016). What is known about elementary grades mathematical modelling. *Education Research International*, 2016, 5240683. <https://doi.org/10.1155/2016/5240683>
- Stohlmann, M., & Yang, Y. (2023). Investigating the alignment to mathematical modelling of teacher-created mathematical modelling activities available online. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 54(5), 671–686. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1961030>
- Treiber, E., Neumann, I., & Heinze, A. (2023). What's mathematics doing here? The role of mathematics in German physics Olympiad tasks. *Frontiers in Education*, 8, 1196189.
- Tuminaro, J., & Redish, E. F. (2007). Elements of a cognitive model of physics problem solving: Epistemic games. *Physical Review Special Topics – Physics Education Research*, 3(2), 020101. <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.3.020101>
- Uhden, O., Karam, R., Pietrocola, M., & Pospiech, G. (2012). Modelling mathematical reasoning in physics education. *Science & Education*, 21(4), 485–506. <https://doi.org/10.1007/s11191-010-9303-9>
- Uhden, O., & Pospiech, G. (2011). Mathematics in physics: Analysis of students' difficulties. *En Proceedings of the ESERA Conference* (pp. 218–222).



7 Anexos

7.1 Anexo: Asentimiento informado para estudiantes



Emitido por el Comité de Ética re-acreditado por 3 años
según Resolución N° 2313470287/2023

COMITÉ DE
ÉTICA
INSTITUCIONAL

CONSENTIMIENTO INFORMADO

(Señale el nombre del procedimiento o instrumento y a quién está dirigido) USAR LENGUAJE CLARO Y
COMPENSIBLE (NO EXPERTO)

SE LE INVITA A PARTICIPAR EN EL SIGUIENTE PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:

1.- Título:

2.- Objetivo de la investigación:

3.- Su participación consistirá en _____ (entrevista, focus, etc.), lo que ocupará _____ (tiempo).

4.- **Riesgos y beneficios:** La metodología que se utilizará en la investigación _____ (sí/no) implica riesgos para el(la) participante. En caso de que existan riesgos, estos podrían ser: _____. El(la) investigador(a) se compromete a minimizar los eventuales riesgos. Esta investigación _____ (sí/no) implica beneficios para los participantes. (*En caso de existir beneficios, detallar*).

5.- **Tipo de información que busca la investigación:** A modo de ejemplo, el tipo de información que se busca apunta a responder preguntas tales como:

6.- **Participación Voluntaria:** La participación en la investigación, es absolutamente voluntaria. La información recabada solo se utilizará en este estudio.

7.- **Derecho a retirarse de la investigación:** Igualmente, en el transcurso de la investigación y duración del proyecto, el (la) participante tendrá todo el derecho a retirarse en cualquier momento, comunicándolo al (la) investigador(a) por cualquier medio disponible, y sin que esto implique sanciones, responsabilidad o consecuencias negativas que lo(a) afecten.



8.- Derecho de conocer los resultados generales de la investigación: Los resultados de este estudio, serán presentados en _____ (Conferencias, Seminarios, Artículo Científico, Libros).

Si el (la) participante desea recibir los resultados de la investigación, podrá señalarlo al final de este formulario e incluir una dirección electrónica de contacto para ello.

9.- Derecho al resguardo de la identidad del (la) participante, de la información compartida y de sus datos personales.

Anonimato del (la) participante: El (la) participante no será identificado en los resultados de la investigación ni en cualquier acción que derive de ella.

Página 1 de 3

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
Chacabuco N° 675 - Santiago – Chile
www.usach.cl



#SOMOSUSACH



Emitido por el Comité de Ética re-acreditado por 3 años
según Resolución N° 2313470287/2023

COMITÉ DE
ÉTICA
INSTITUCIONAL

Confidencialidad del (la) participante: Al participar en esta investigación, todos los datos aportados o recabados serán confidenciales y deberán mantenerse en estricta reserva por parte de las personas vinculadas al estudio.

Derecho a la imagen del (la) participante: En el caso que el proyecto amerite el registro visual o audiovisual de su participación en él, tendrá derecho a consentir o disentir independiente y específicamente que esto suceda.



(PARA PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN CON FOCUS GROUP)

Deber de confidencialidad: Asimismo, en mi calidad de participante de esta investigación, me comprometo a guardar la más estricta confidencialidad de las opiniones vertidas por los(as) otros(as) participantes del Focus Group, no pudiendo reproducir sus opiniones ni individualizar a quienes las emitieron en ninguna otra instancia.

10.- Custodio de los Datos: El (la) investigador(a) responsable guardará la información personal relacionada al estudio por 5 años una vez terminada la investigación. Posterior a este periodo se destruirá toda documentación física y/o digital que se relacione con su identidad.

11.- Respetto de publicaciones: Se solicitará autorización al (la) participante respecto de que la información aportada aparezca en artículos o libros que se podrían publicar como resultado de esta investigación. Igualmente se solicitará su autorización para que su nombre figure en la investigación. En el caso que el(la) participante acepte aparecer con su identidad en la publicación, el(la) investigador(a) responsable, de manera previa enviará para su revisión la información a publicar. El(la) participante podrá realizar las correcciones y/u observaciones que estime pertinentes en lo que respecta a los datos por él(ella) aportados.

12.- Compensaciones: En el caso que corresponda, el(la) investigador(a) deberá compensar o retribuir transporte, colación u otros gastos extraordinarios derivados de la participación del sujeto en el estudio.

13.- Investigador(a) responsable: en caso de consultas, se puede dirigir a

Unidad académica:

Fono: (56-2)

E-mail:

14.- Identificación del Comité de Ética Institucional: En caso de reclamos, se puede dirigir al Dr. Jairo Vanegas López, Presidente del Comité de Ética de la Universidad de Santiago de Chile. Fono: (56-2) 27180294 / (56-2) 27180293. Email: comitedeetica@usach.cl

15.- Ejemplares: Este Consentimiento Informado se firma en dos ejemplares: uno para el (la) investigador(a) responsable y uno para el (la) participante.



PARTICIPANTE:

(Marcar con una X donde corresponda)

HE LEÍDO ESTE DOCUMENTO Y HE SIDO INFORMADO DEL OBJETIVO Y CARACTERÍSTICAS DE ESTE ESTUDIO Y ACEPTO PARTICIPAR VOLUNTARIAMENTE EN ÉL, EN CALIDAD DE:

ACEPTO QUE ESTA ENTREVISTA SEA GRABADA EN FORMATO AUDIO _____ ACEPTO QUE MI PARTICIPACIÓN SEA REGISTRADA MENDIANTE FOTOGRAFÍAS O VIDEOS _____ DESEO QUE LOS(AS) INVESTIGADORES(AS) ME ENVÍEN LOS RESULTADOS GENERALES DEL ESTUDIO: SI _____ NO _____ PARA ELLO, REGISTRO MI CORREO ELECTRÓNICO, EL CUAL ES: _____	NO ACEPTO QUE ESTA ENTREVISTA SEA GRABADA EN FORMATO AUDIO _____ NO ACEPTO QUE MI PARTICIPACIÓN SEA REGISTRADA MENDIANTE FOTOGRAFÍAS O VIDEOS _____
INVESTIGADOR RESPONSABLE NOMBRE FIRMA FECHA	PARTICIPANTE NOMBRE FIRMA
DIRECTOR DEL ESTABLECIMIENTO Nombre FIRMA FECHA	



7.2 Anexo: Consentimiento informado para padres, madres, tutores/as



Emitido por el Comité de Ética re-acreditado por 3 años
según Resolución N° 2313470287/2023

COMITÉ DE
ÉTICA
INSTITUCIONAL

CONSENTIMIENTO INFORMADO PADRES, MADRES Y/O TUTORES

El siguiente documento sirve como formato para redactar el Consentimiento Informado de Padres, Madres y/o Tutores. Debe ajustarse a su proyecto de investigación y todo lo que se encuentra destacado en verde (como este recuadro), debe ser eliminado, ya que, solo corresponde a párrafos orientadores para la elaboración del documento definitivo.

I. Descripción de la Investigación

El propósito de la información que se presenta a continuación es ayudarle a tomar la decisión de que su hijo/a, pupilo/a participe o no en esta investigación.

Título de la Investigación:
Investigador/a Responsable:
Investigadores/as Co-Responsables:
Colaboradores/as:
Institución Patrocinante:

Propósito de la Investigación:

[PONER EL PROPÓSITO DEL ESTUDIO Y PERIODICIDAD, EN LENGUAJE COMPRENSIBLE Y CORTO, NO ES NECESARIO COPIAR EL PROYECTO]

II. Derechos de Participación

1. La **participación de mi hijo/a o pupilo/a es totalmente libre y voluntaria**, por lo que puedo negarme a que participe sin que esto implique ninguna desventaja o consecuencia. Entiendo que la **participación** de mi hijo/a, pupilo/a consistirá en ser _____ (entrevistado, estudiado, observado sistemáticamente, etc) a partir de una pauta de _____ (preguntas tipo, seguimiento), que se desarrollará en _____ (institución, establecimiento) ubicado en _____ (dirección física).



2. Mi hijo/a o pupilo/a posee el **derecho de retirarse** de la investigación en el momento que lo desee, sin expresión de causa y sin que el retiro implique sanciones, responsabilidades o consecuencias negativas. En caso que mi hijo/a o pupilo/a decida retirarse en cualquier etapa de la investigación, sus datos, respuestas y transcripciones serán eliminadas y no tendrán validez.
3. **Riesgos eventuales:** La metodología que se utilizará en la investigación _____ (sí/no) implica riesgos para mi hijo/a o pupilo/a. En caso de que existan riesgos, estos podrían ser: _____. El/la investigador/a se compromete a minimizar los eventuales riesgos. Esta investigación _____ (sí/no) implica beneficios para los/as participantes. (*En caso de existir beneficios, detallar*).

Página 1 de 4

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
Chacabuco N° 675 - Santiago - Chile
www.usach.cl

SOMOSUSACH



Emitido por el Comité de Ética re-acreditado por 3 años
según Resolución N° 2313470287/2023

COMITÉ DE
ÉTICA
INSTITUCIONAL

4. En caso de **Molestias** que se relacionen con algún problema o complicación médica que crea que puedan estar relacionadas con la participación de mi hijo/a o pupilo/a en esta investigación, me comunicaré directamente con el/la investigador/a principal, el/la cual procurará un tratamiento médico y de cuidado adecuado y sin costo.
5. No existe ningún tipo de **Costo** asociado a la investigación para mi hijo/a o pupilo/a.
6. **Derecho al resguardo de la identidad de los/as niños/as, de la información compartida y de sus datos personales:**
- ✓ **Anonimato de los/as niños/as y adolescentes:** El/la participante no será identificado en los resultados de la investigación ni en cualquier acción que derive de ella.
 - ✓ **Confidencialidad de los/as niños/as y adolescentes:** Al participar en esta investigación, todos los datos aportados o recabados serán confidenciales y deberán mantenerse en estricta reserva por parte de las personas vinculadas al estudio.



- ✓ **Derecho a la imagen de los/as niños/as y adolescentes:** En el caso que el proyecto amerite el registro visual o audiovisual de la participación de mi hijo/a o pupilo/a en él, tendrá derecho a consentir o disentir independiente y específicamente que esto suceda.

7. **Custodio de los Datos:** El/la investigador/a responsable guardará la información personal relacionada al estudio por 5 años, una vez terminada la investigación. Posterior a este periodo se destruirá toda documentación física y/o digital que se relacione con la identidad de los/as participantes.

8. **Resultados de la investigación:**

Sí ___ No ___ deseo obtener una síntesis de los **resultados** de la investigación. Dichos resultados serán enviados a la **dirección electrónica** _____

He leído (o se me ha leído) la información del documento de consentimiento. He tenido tiempo para hacer preguntas y se me ha contestado claramente. No tengo ninguna duda sobre la participación de mi hijo/a pupilo/a.

Consiento voluntariamente la participación de mi hijo/a o pupilo/a, por lo que sus derechos de participación en el estudio y la confidencialidad de su información, están asegurados por el/la **Investigador/a Responsable** y por el **Comité de Ética Institucional** de la Universidad de Santiago de Chile.

INSTITUCIONAL

III. **Contactos**

- a. **Consultas al/la Investigador/a:** En caso de tener alguna duda en relación con el consentimiento o con la investigación, por favor comuníquese con el/la investigador/a responsable.
- b. **Reclamación:** En caso de estimar que sus derechos han sido vulnerados tanto durante como después de realizada la investigación, puede contactarse con el Comité de Ética Institucional de la Universidad de Santiago de Chile, el cual examina los proyectos de acuerdo a regulaciones nacionales e internacionales de carácter ético.

Investigador(a) Responsable	Datos Comité de Ética Institucional
Nombre:	Dr. Jairo Vanegas López
Email:	Fono: (56-2) 27180294 / (56-2) 27180293
Teléfono:	Correo electrónico: comitedeetica@usach.cl



IV. Autorización

El presente Consentimiento Informado se firma en dos ejemplares. Uno de los documentos queda en poder del/la investigador/a y el otro en poder del padre, la madre y/o tutor/a del/la participante.

He leído este documento y he sido informado/a del objetivo y características de este estudio. Para formalizar mi aceptación, firmo voluntariamente, consintiendo la participación de mi hijo/a o pupilo/a en él, en conformidad con los siguientes términos:

ACEPTO QUE ESTA ENTREVISTA/ESTUDIO SEA GRABADA EN FORMATO AUDIO _____	NO ACEPTO QUE ESTA ENTREVISTA/ESTUDIO SEA GRABADA EN FORMATO AUDIO _____
ACEPTO QUE LA PARTICIPACIÓN DE MI HIJO/A O PUPILO/A SEA REGISTRADA MENDIANTE FOTOGRAFÍAS O VIDEOS _____	NO ACEPTO QUE MI PARTICIPACIÓN DE MI HIJO/A O PUPILO/A SEA REGISTRADA MENDIANTE FOTOGRAFÍAS O VIDEOS _____
DESEO QUE LOS/AS INVESTIGADORES/AS ME ENVÍEN LOS RESULTADOS GENERALES DEL ESTUDIO: SI _____ NO _____	

FIRMA

ADULTO RESPONSABLE

FIRMA

INVESTIGADOR/A RESPONSABLE

FIRMA

DIRECTOR/A RESPONSABLE
ESTABLECIMIENTO

<Ciudad> _____, <Día> _____ de <mes> de _____ de <año> ____.



7.3 Anexo: Carta de autorización de la directora del establecimiento



Emitido por el Comité de Ética re-acreditado por 3 años
según Resolución N° 2313470287/2023

COMITÉ DE
ÉTICA
INSTITUCIONAL

CARTA DE AUTORIZACIÓN DEL (LA) DIRECTOR(A) DEL ESTABLECIMIENTO DONDE SE DESARROLLARÁ LA INVESTIGACIÓN

Yo _____ en mi calidad de Director/a de _____ autorizo el desarrollo del proyecto de investigación titulado _____, dirigido por el (la) investigador(a) don/ña _____, en este establecimiento ubicado en _____.

Como director(a) estoy al tanto de la naturaleza y de los objetivos de esta investigación, en la cual se recopilará información a través de la revisión o desarrollo de los siguientes elementos: _____ (documentos, muestras biológicas, de entrevistas y de los grupos de discusión, entre otros).

Asimismo, la participación de los/as participantes o sujetos de investigación es LIBRE Y VOLUNTARIA e independiente de esta autorización.

También entiendo que la participación de las personas que pertenecen a la institución que dirijo (pacientes, funcionarios(as), dependientes, estudiantes, docentes) conlleva un manejo confidencial de la información recabada, sin que se identifique ni a las personas ni a las organizaciones en los documentos o publicaciones derivadas del estudio.

La información obtenida será utilizada solo con fines de esta investigación, estará bajo la custodia del (la) investigador(a) responsable por _____ años y luego será destruida. No obstante lo anterior,

_____ (sí o no) acepto que se señale el nombre de la organización en los resultados de la investigación.

_____ (sí o no) me interesa conocer los resultados de la investigación.

Consiento actuar como ministro de fe en la firma del consentimiento o en designar un delegado al efecto.

Entiendo que ante cualquier duda o consultas respecto de la investigación se puede contactar al (la) investigador(a) responsable _____ (nombre y teléfono) y ante algún reclamo referido a la vulneración de los derechos de los participantes, se puede dirigir al Dr. Jairo Vanegas López, Presidente del Comité de Ética de la Universidad de Santiago de Chile. Fono: (56-2) 27180294 / (56-2) 27180293. E.mail: comitedeetica@usach.cl

La presente Carta de Autorización se firma en tres ejemplares. Uno de los documentos queda en poder del (la) investigador(a), otro en poder del (la) Director(a) y una última copia es remitida al Comité de Ética Institucional de la Universidad de Santiago.

Para formalizar el permiso en este estudio, firmo a continuación
Atentamente,

NOMBRE DEL DIRECTOR(A)
CORREO ELECTRÓNICO - TELÉFONO

FIRMA
Ciudad _____ Día _____ del mes de _____ del año _____



7.4 Anexo: Carta de compromiso del investigador



Emitido por el Comité de Ética re-acreditado por 3 años
según Resolución N° 2313470287/2023

COMITÉ DE
ÉTICA
INSTITUCIONAL

CARTA DE COMPROMISO DEL/A INVESTIGADOR/A

Yo _____ Investigador/a responsable del proyecto de investigación
_____ mediante la suscripción del presente documento me comprometo a:

1. Declarar mis potenciales conflictos de interés ante el comité de ética de investigación.
2. Reportar por escrito al Comité cualquier desviación y/o modificación ya sea en el proyecto de investigación o en el proceso de consentimiento informado y suspender la ejecución del proyecto hasta la evaluación y pronunciamiento del Comité.
3. Elaborar informes de seguimiento y reportarlos al comité.
4. Elaborar el informe final al término del estudio y reportarlo al comité
5. Comunicar al Comité la suspensión del estudio en curso, enviando un informe con los resultados obtenidos, las razones de la suspensión y el programa de acción en relación con los sujetos participantes.
6. Garantizar que el procedimiento del consentimiento informado se lleve a cabo de tal forma que promueva la autonomía del sujeto, asegurándose que este logró entender la información respecto de la investigación, sus riesgos y probables beneficios.
7. Tomar a su cargo un número razonable de casos que no le impida asumir la responsabilidad del estudio en forma total.
8. Garantizar que los datos entregados sean íntegros y confiables, cumpliendo con el protocolo autorizado.
9. Custodiar los datos personales recopilados, resguardar la confidencialidad de los datos conocidos, mantener la más estricta reserva sobre el contenido de los datos como de los nombres de los participantes, ni ninguna otra información que permita individualizarlos, comprometiéndome a anonimizar esta información. Asimismo, me comprometo a eliminar estos datos una vez que concluya la investigación, pudiendo almacenarlos por un período máximo de 5 años. Finalmente, me comprometo a que en ningún caso las muestras y los datos recopilados serán utilizados para fines o proyectos diversos a los que fueron extraídos, sin previa autorización del Comité de Ética Institucional de la Universidad de Santiago.
10. Para el caso de investigación que utilizan fármacos/dispositivos médicos –clínicos–, debe obtener la autorización del Instituto de Salud Pública para su uso provisional, antes de ejecutar el estudio.
11. Debe informar al Comité Ético Científico USACH de cualquier nueva información que pueda afectar la seguridad de los pacientes o el debido desarrollo del proyecto.
12. Comunicar los eventos adversos en la forma más rápida al Comité de Ética, Instituto de Salud Pública y Patrocinador del proyecto.
 - a. Notificar desde el momento que se da el evento hasta las 72 horas de ocurridos, los eventos adversos serios e inesperados que hayan ocurrido en pacientes de este centro.
 - b. Notificar oportunamente de otros eventos no anticipados que potencialmente pongan en riesgo a los sujetos participantes del estudio o a los investigadores.

NOMBRE

Investigador(a) Responsable/Tutor(a) de Tesis



7.5 Anexo: Rúbrica para la validación de expertos para el instrumento N°1

Criterios para la validación del instrumento

A continuación, se presentan criterios para evaluar el instrumento "Taller 1 – Situaciones de Movimiento Rectilíneo". Marque con una X la opción que usted considere adecuada para cada ítem.

Objetivo Específico al que responde el instrumento: Identificar el rol que los estudiantes de segundo año medio le asignan a la matemática en las clases de física a partir de una situación de modelización.

Para responder a lo solicitado, la escala de valoración corresponde a:

4: Muy de acuerdo

3: De acuerdo

2: En desacuerdo

1: Muy en desacuerdo

Criterio	Descripción	1	2	3	4
1.- Claridad en instrucciones	Las instrucciones son claras, directas y permiten que los/las estudiantes comprendan qué hacer				
2.- Claridad en preguntas	Las preguntas están planteadas de manera que no dejan espacio a la ambigüedad y utilizan un lenguaje comprensible				
3.- Coherencia interna	Las preguntas siguen un orden lógico y su dificultad es coherente				
4.- Pertinencia	Las actividades permiten identificar si los estudiantes utilizan el rol técnico o estructural				
5.- Suficiencia	La cantidad de preguntas del instrumento permite levantar la información necesaria requerida para el objetivo de este				
6.- Rol técnico	El instrumento posee preguntas en donde se podría utilizar la matemática solamente como herramienta de cálculo				
7.- Rol estructural	El instrumento posee preguntas en donde se podría utilizar la matemática para poder razonar, interpretar y anticipar comportamientos				
8.- Equilibrio entre roles	La cantidad de preguntas orientadas a un técnico y estructural de la matemática poseen una cantidad similar, evitando profundizar más en alguno de estos roles				

Comentarios:



7.7 Anexo: Instrumento N°1: Taller N°1 “Situaciones de Mov. Rectilíneo”

Taller 1 “Situaciones de Mov. Rectilíneo” (II° Medio)

Nombres	- - - -	Fecha	__/__/2025
---------	------------------	-------	------------

Instrucciones: De forma grupal, realicen las siguientes actividades y respondan las preguntas solicitadas

Ecuaciones útiles para las actividades

Mov. Rectilíneo Uniforme (MRU)	$\vec{x}(t) = x_i + v \cdot t$
Mov. Rectilíneo Uniforme Acelerado (MRUA)	$\vec{v}(t) = v_i + a \cdot t$ $\vec{x}(t) = x_i + v_i \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

Actividad 1 (Determinación de magnitudes)

- Como grupo, lean detenidamente los contextos presentados y respondan a las magnitudes solicitadas en cada caso
- Deben dejar registro de todos los desarrollos y modelos matemáticos utilizados

Rol Técnico

1.- Un ciclista inicia un movimiento a una velocidad constante de +15 (m/s) en dirección horizontal. Si este ciclista parte desde la posición -30 (m) en esta misma dirección, ¿Cuál será su posición a los 4 segundos luego de iniciar el recorrido?

Asociada a un rol técnico debido a que puede resolverse únicamente evaluando las variables dentro de las ecuaciones y puede entregarse un resultado sin la necesidad de interpretar.

Rol Técnico

2.- Un corredor se encuentra compitiendo cuando pasa por la posición +20 (m) en dirección horizontal moviéndose con velocidad constante. Desde este momento, demora 6 segundos en llegar a la posición +50 (m). Sabiendo esto, ¿Cuál fue la velocidad que llevaba el ciclista?

Asociada a un rol técnico debido a que puede resolverse únicamente evaluando las variables dentro de las ecuaciones y puede entregarse un resultado sin la necesidad de interpretar.

Rol Estructural

7.- Una pelota de tenis es lanzada desde una azotea de un edificio hacia debajo de forma vertical, con una rapidez de 1 (m/s). Si se suelta desde una altura de 120 (m) con respecto del suelo, ¿A qué altura respecto al suelo se encontrará pasados 4 segundos desde que se lanzó?

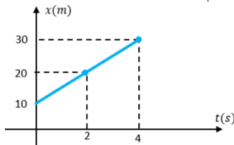
Asociada a un rol estructural, ya que, si bien se puede resolver recurriendo a las ecuaciones, es necesario interpretar y razonar la información entregada para resolver correctamente:

- La rapidez entregada presenta el módulo de la velocidad, que en este caso es de signo negativo y no positivo
- Deben reconocer que la aceleración que está actuando es en sentido negativo y corresponde a la aceleración de gravedad de la Tierra
- La altura que se solicita anticipar es en base al piso y no al punto desde el que se lanzó la pelota

Actividad 2 (Análisis de situaciones)

- A partir de las situaciones presentadas en esta sección, responder como grupo a lo solicitado en cada una de ellas
- Deben dejar registro de todos los desarrollos y modelos matemáticos utilizados

1.- La siguiente gráfica representa la posición a partir del tiempo de un cuerpo en la dirección horizontal mientras experimenta movimiento.



Rol Estructural

a) Propongan un procedimiento para poder determinar la velocidad del cuerpo representado en la gráfica

Asociada a un rol estructural, ya que para determinar el procedimiento deben razonar qué estrategias son válidas para su proceso e interpretar con qué variables dentro de la gráfica se debe trabajar. Además, el planteamiento de un modelo exige plantear una forma de anticipar los comportamientos del fenómeno.

Rol Estructural

b) ¿Cuál es la velocidad que experimenta el cuerpo? ¿Qué representa este valor respecto a la posición del cuerpo?

Asociada a un rol estructural, ya que para llegar a una respuesta correcta y adecuada es necesario usar el modelo planteado anteriormente y además, interpretar qué representa esto en el contexto inicial del fenómeno expuesto

Rol Técnico

3.- Un auto se mueve en el eje horizontal con una velocidad constante de -8 (m/s). Si se sabe que el auto demoró 3 segundos en llegar a la posición -40 (m), ¿Cuál fue la posición inicial del auto desde que se estudió su movimiento?

Asociada a un rol técnico debido a que puede resolverse únicamente evaluando las variables dentro de las ecuaciones y puede entregarse un resultado sin la necesidad de interpretar.

Rol Estructural

4.- Un automóvil se mueve en el eje horizontal con una rapidez de 12 (m/s) en sentido negativo. Si este automóvil mantiene esta rapidez constante desde el origen del eje horizontal, ¿Cuál será su posición pasados 5 segundos?

Asociada a un rol estructural, ya que, si bien se puede resolver recurriendo a las ecuaciones, es necesario interpretar la información entregada para resolver correctamente:

- Rapidez de 12 (m/s) en sentido negativo implica una velocidad negativa
- Partir desde el origen del eje horizontal implica una posición inicial de valor "0"

Rol Técnico

5.- Un corredor olímpico parte una carrera desde el reposo, de manera que lleva una aceleración constante de +0.5 (m/s²) en el eje horizontal durante los primeros siete segundos de carrera. Pasados los siete segundos, ¿Qué velocidad llevará el corredor?

Asociada a un rol técnico debido a que puede resolverse únicamente evaluando las variables dentro de las ecuaciones y puede entregarse un resultado sin la necesidad de interpretar.

Rol Estructural

6.- Un ascensor desciende con un cambio de velocidad constante en el eje vertical de valor -0.2 metros cada segundo cuadrado. Si el ascensor comienza con una velocidad de -0.2 (m/s), ¿Qué velocidad tendrá pasados 10 segundos?

Asociada a un rol estructural, ya que, si bien se puede resolver recurriendo a las ecuaciones, es necesario interpretar la información entregada para resolver correctamente:

- Cambio de velocidad constante implica una aceleración constante
- Movimiento vertical implica una velocidad en este eje y no en horizontal
- Se debe anticipar un comportamiento a partir de la interpretación de la información previamente detallada

Rol Estructural

c) Determinen cuál creen que sea la ecuación itinerario de la posición del cuerpo representado en la gráfica. Explique sus respuestas, además, indique qué representa cada valor de la expresión

Asociada a un rol estructural, ya que para llegar a una respuesta correcta y adecuada es necesario discriminar la información útil tanto de la gráfica como del modelo planteado previamente. Además, es necesario interpretar la respuesta y razonar respecto a qué variables o magnitudes son representadas en la ecuación

Rol Estructural

d) Con base en la ecuación itinerario determinada en la pregunta anterior, encuentre en qué posición debería encontrarse el cuerpo representado en la gráfica pasados 30 segundos desde el inicio del viaje

Asociada a un rol estructural, ya que se solicita directamente anticipar un comportamiento, pero es necesario entender a profundidad el modelo planteado anteriormente para poder trabajar con valores aún no estudiados

Rol Estructural

2.- En una carrera de autos, participan tres autos: A, B y C. Todos los autos parten quietos y solo comienzan a acelerar cuando se les da la señal. Sus aceleraciones son todas en la misma dirección y sentido y poseen valores de

Auto A: 2 (m/s²)

Auto B: 4 (m/s²)

Auto C: 3 (m/s²)

A partir de esta información, responder:

a) Exprese las ecuaciones itinerario de velocidad de los tres autos

Asociada al rol estructural ya que se debe interpretar la información entregada y crear un modelo que evidencie un correcto razonamiento de las variables implicadas. Además, existe la posibilidad de trabajar en ambos sentidos, ya que solo se entrega el módulo de las aceleraciones.

Rol Técnico

b) ¿Cuál será la velocidad de los tres autos luego de 12 segundos iniciada la carrera?

Asociada a un rol técnico debido a que puede resolverse únicamente evaluando las variables dentro de las ecuaciones y puede entregarse un resultado sin la necesidad de interpretar.



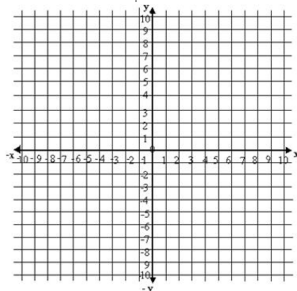
Rol Técnico

c) ¿Cuánta distancia habrá recorrido cada auto luego de 10 segundos de iniciada la carrera?

Asociada a rol técnico debido a que puede resolverse únicamente evaluando las variables dentro de las ecuaciones o modelos planteados y puede entregarse un resultado sin la necesidad de interpretarlo.

Rol Estructural

d) Realice en el siguiente sistema de coordenadas, las rectas que representan los movimientos realizados por los tres autos



Asociada a un rol estructural dado que para construir las rectas de movimiento deben razonar acerca del tipo de movimiento que experimentan los cuerpos, seleccionar cuál de los modelos seleccionados les será útil y además, les permite representar el comportamiento de los cuerpos para poder anticipar sus estados a futuro.

3.- En un estudio, se analizó el movimiento de tres cuerpos y se determinó la ecuación itinerario de su posición en función del tiempo, arrojando los siguientes resultados:

Cuerpo 1	Cuerpo 2	Cuerpo 3
$x(t) = -8 + 7t$	$x(t) = 2 - 3t + 4t^2$	$x(t) = -6.4t$

A partir de esta información, respondan:

Rol Estructural

a) ¿Cuál es el valor de la aceleración que experimenta cada cuerpo?

Asociada al rol estructural ya que requiere interpretar cada uno de los elementos de los modelos presentados para llegar a la respuesta.

Rol Estructural

b) ¿Cuál es el tipo de movimiento de cada uno de los cuerpos de la tabla?

Asociada al rol estructural ya que se necesita razonar acerca de qué diferencia cada uno de los modelos y en base a la interpretación de los elementos presentes, poder responder en el contexto inicial.

Rol Técnico

c) ¿Cuál será la posición de cada cuerpo luego de 4 segundos iniciados los viajes?

Asociada al rol técnico, ya que se puede responder únicamente valorizando en los modelos entregados y no se exige una interpretación de los resultados, pudiendo entregar una respuesta desde la matemática

Rol Estructural

d) ¿En qué sentido(s) se mueve cada uno de los cuerpos durante su viaje? ¿Cómo podemos afirmar esto?

Asociada al rol estructural, ya que se requiere razonar el por qué de una respuesta entregada a partir de una interpretación de un modelo matemático considerando el contexto inicial

Actividad 3 (Conducir y planificar una investigación)

- A partir de la información que se presentará a continuación, respondan a lo solicitado como grupo:

Dentro del estudio de cinemática se pueden analizar diferentes tipos de movimientos, como los rectilíneos uniformes o los rectilíneos uniformes acelerados. Dentro de estos estudios, es importante poder determinar el tipo de

movimiento que experimenta un cuerpo. Para esto, se llevan a cabo diferentes metodologías experimentales en las cuales se manipulan y controlan ciertas variables para tomar medida de otras.

Respecto a esto, respondan:

Rol Estructural

a) ¿Qué magnitud física diferencia un MRU de un MRUA? ¿Qué representa esta magnitud física?

Asociada al rol estructural, ya que se debe responder a partir de la interpretación física de un valor matemático dentro de un contexto de movimiento y razonar sobre cómo se comparan estos valores matemáticos dentro del contexto que se intenta representar

Rol Estructural

b) Determinen una metodología experimental adecuada para saber si el movimiento de un cuerpo corresponde a un MRU o MRUA. Indiquen las variables, el paso a paso, cómo representarían los datos y qué se podría extraer de su análisis

Asociada al rol estructural, ya que, dentro del estudio de los movimientos, se observa una diferencia entre los modelos asociados a las ecuaciones itinerarios. La pregunta aborda tanto la interpretación de las variables o valores matemáticos dentro de estas expresiones, como el razonamiento de sus diferencias. Además, a partir del análisis y procesamiento de datos se pueden extraer conclusiones mediante la identificación de comportamientos, lo cual permite también anticipar los comportamientos de estos movimientos.

Clasificación de las variables (independiente, dependiente, control)	
Montaje y procedimiento experimental	
Procesamiento y análisis de datos	



7.8 Anexo: Instrumento N°2: Taller N°2 “Caída en plano inclinado”

Taller 2 “Caída en plano inclinado” (II° Medio)

Nombres	- - -	Fecha	__/__/2025
---------	-------------	-------	------------

Materiales:

- Pelota de ping pong o taca taca
- Rampa lisa (tabla o cartón piedra)
- Regla
- Cronómetro
- Celular con cámara
- Cuaderno de apuntes

Actividad 1 (Observación)

- Posicionen la rampa a utilizar de manera inclinada, generando un ángulo de inclinación respecto al suelo
- Posicionen la pelota en el punto más alto de la rampa y luego déjenla caer de forma libre

A partir de esta observación, respondan:

1.- A partir de los temas estudiados en clases, ¿Qué magnitudes físicas creen que se encuentran implicadas en la situación?

2.- ¿Qué ocurre con la velocidad de la pelota desde que se deja caer y su llegada al suelo? ¿Qué magnitudes físicas influyen en este comportamiento?

Actividad 2 (Análisis de datos)

- Con ayuda de la regla, marquen tramos iguales en la rampa, con cierta distancia consecutiva (por ejemplo, de 5 en 5 centímetros)
- Posicionen la pelota en el punto más alto de la rampa, comiencen a grabar con la cámara de su celular y luego dejen caer la pelota por la rampa sin añadirle velocidad inicial
- Se recomienda que detengan la grabación pasados algunos segundos después de que la pelota toque el piso
- Una vez terminada la grabación, observen el video y registren los datos para la posición y el tiempo de la pelota (si requieren más, pueden seguir bajo de la tabla)

Tiempo (s)	Posición (cm)
0	

Actividad 4 (Predicciones)

Utilizando el modelo matemático seleccionado en la pregunta 1 de la actividad 3, respondan:

1.- Supongan que ahora la pelota se suelta desde la mitad de la rampa, ¿Qué ocurrirá a con el modelo si se experimenta esta nueva situación? Explique

2.- Determinen cuánto tiempo demora la pelota aproximadamente en llegar al suelo utilizando el modelo planteado en la “Actividad 3” ¿Es pertinente utilizar el mismo modelo? Explique

3.- Comprueben la respuesta a la pregunta anterior, grabando la situación y fijándose en el tiempo que marque el video (mantengan la misma inclinación que el experimento inicial)

4.- ¿Qué representa el valor de la posición de la pelota en el contexto de esta nueva prueba?

5.- Supongan que ahora la rampa es posee una mayor longitud y deben soltarla desde su punto más alto en la calle Avenida de la Victoria, sin cambiar la inclinación, ¿Cuál será la posición de la pelota pasados unos 6 segundos? ¿Qué representaría este valor?

Actividad 5 (Pertinencia de variables)

Para finalizar, como grupo respondan la última pregunta:

1.- ¿Qué ocurrirá con las magnitudes físicas que describen el movimiento de la pelota si el ángulo de inclinación cambia, respecto al experimento inicial?

A partir de lo anterior, respondan:

1.- ¿Qué está ocurriendo con el tiempo a medida que se avanzan distancias iguales?

2.- ¿Cómo va cambiando de posición la pelota a medida que avanza el tiempo?

3.- ¿Qué tipo de movimiento (MRU) o MRUA) estaría experimentando la pelota? ¿Por qué?

Actividad 3 (Creación de un modelo)

- Para esta actividad, consideren el tipo de movimiento que identificaron en la pelota (MRU o MRUA) en la situación anterior

Como grupo, respondan las siguientes preguntas:

1.- Recuerden que la ecuación itinerario de la posición corresponde a:

- $X(t) = X_i + V_i t$ **(MRU)**
- $X(t) = X_i + V_i t + \frac{1}{2} a t^2$ **(MRUA)**

Planteen alguna expresión o modelo matemático que muestre la posición en la que se encontraba la pelota en sus mediciones realizadas, en base al tipo de movimiento identificado

2.- Utilicen un tiempo de viaje que no hayan medido y determinen la posición de la pelota con la expresión o modelo matemático planteado en la pregunta anterior

3.- ¿Qué representa el valor de la posición de la pelota en el contexto del experimento, si esta posee un valor de 20 centímetros?



7.9 Anexo: Instrumento N°3: Taller N°3 “Introducción a fuerzas”

Taller 3 “Introducción a Fuerzas” (II°Medio)

Nombres	- - -	Fecha	__/__/2025
---------	-------------	-------	------------

Instrucciones: De forma grupal, realicen las siguientes actividades y respondan las preguntas solicitadas

Actividad 1 (Análisis de la fuerza peso)

- Como grupo, lean detenidamente los contextos presentados y respondan a las preguntas o indicaciones entregadas
- Deben dejar registro de todos los desarrollos y modelos matemáticos utilizados
- En caso de ser necesario, pueden consultar textos de física o sus cuadernos de la asignatura con los contenidos

1.- Si un cuerpo que se encuentra en la Tierra y tiene una masa de 28 kg, ¿Cuál es su peso? ¿Qué representa este valor?

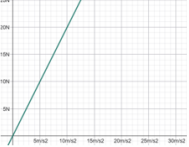
2.- En una misión espacial, un astronauta pesa 200 [N] aproximadamente en un planeta hipotético y en otro planeta hipotético pesa 400 [N]. ¿A qué se debe que el astronauta pese distinto en estos planetas?

3.- A partir de la pregunta anterior, planteen un modelo matemático para determinar el peso de un cuerpo en cualquier planeta

4.- Utilicen el modelo planteado en la pregunta anterior para determinar sus pesos en la Tierra, ¿Creen que este modelo sea válido para cualquier ubicación en la Tierra? ¿Por qué?

5.- En la clase de física, dos estudiantes discuten acerca del peso de un cuerpo. El primer estudiante plantea que el peso del cuerpo es de -30 [N] , mientras que el segundo plantea que su peso tiene una magnitud de 30 [N] . ¿Cuál de los dos se encuentra en lo correcto? ¿Por qué?

6.- En un laboratorio se grafica cómo varía el peso de un cuerpo a partir de su valor de aceleración de gravedad experimentado. La gráfica construida se muestra a continuación:



A partir de la gráfica, complete la siguiente tabla con la información solicitada

Aceleración de gravedad (m/s^2)	Peso (N)
5	15
	20

7.- A partir de la gráfica y la información de la tabla, propongan un método para determinar la masa del objeto estudiado

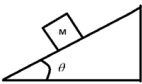
8.- Una vez determinada la masa del objeto estudiado, ¿Cuál sería el modelo matemático que permita determinar el peso del cuerpo en cualquier lugar del universo?

9.- A partir del modelo anterior, ¿Cuál será el peso del objeto en un planeta con una aceleración de gravedad de valor 50 m/s^2 ?

Actividad 2 (Análisis de la fuerza de roce)

- Como grupo, lean detenidamente los contextos presentados y respondan a las preguntas o indicaciones entregadas
- Deben dejar registro de todos los desarrollos y modelos matemáticos utilizados
- En caso de ser necesario, pueden consultar textos de física o sus cuadernos de la asignatura con los contenidos

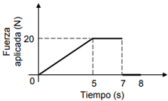
1.- La siguiente imagen muestra un bloque quieto posicionado en un plano inclinado. A partir de esta situación, ¿Qué fuerzas creen que estén actuando en el bloque? Dibújenlas en su representación vectorial.



2.- En la situación anterior, ¿Qué condiciones deben cumplirse respecto a las fuerzas para que el bloque se encuentre estático? ¿Se contrasta esto con su modelo de fuerzas?

3.- ¿Qué creen que debería cambiar en la situación para que el bloque comience a moverse? ¿Cómo afectaría esto a su modelo de fuerzas planteado anteriormente?

4.- Se desea mover un bloque en reposo por una superficie horizontal. Para ello, es necesario aplicar distintas fuerzas en diferentes momentos. La siguiente gráfica muestra la fuerza aplicada horizontalmente en función del tiempo. El bloque comienza a moverse a los 5 segundos y se detiene a los 8 segundos.



Respecto a esta situación, realicen el diagrama de cuerpo libre del bloque para los tres distintos momentos

Momento 1 (segundo 0 al segundo 5)

Momento 2 (segundo 5 al segundo 7)

Momento 3 (segundo 7 al segundo 8)

5.- En cada momento: ¿Cómo se comporta la magnitud de la fuerza aplicada horizontalmente? ¿Cómo influye este comportamiento al estado de movimiento del cuerpo?

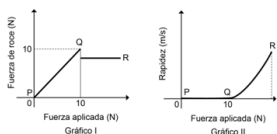
Momento 1 (segundo 0 al segundo 5)

Momento 2 (segundo 5 al segundo 7)

Momento 3 (segundo 7 al segundo 8)

6.- Basándose en sus respuestas anteriores, elaboren un método para determinar los coeficientes de roce estático y cinético del material del cuerpo estudiado

7.- Si se cambiara el bloque por uno diferente, ¿Cómo afectaría esto al modelo planteado en la pregunta anterior? ¿Cómo se podría generalizar este modelo para cualquier bloque de cualquier material?



A partir de estas gráficas:

8.- Complete la siguiente tabla

Fuerza Aplicada	Describa qué ocurre con la fuerza de roce	Describa qué ocurre con la rapidez
Entre 0 y 10 Newtons		
Mayor a 10 Newtons		

9.- ¿En qué momento se puede afirmar que el bloque comienza a moverse? ¿Qué permite afirmar esto?

Actividad 3 (Predicción de coeficiente de roce)

Dentro del estudio de la dinámica de cuerpos, la fuerza de roce es importante cuando se profundiza en situaciones en las cuales un cuerpo se intenta mover o se desliza a través de una superficie. Respecto a esta fuerza, existen dos principalmente (roce estático y roce cinético o dinámico) y su magnitud depende de distintos parámetros.

1.- ¿Cuál es la principal diferencia entre la fuerza de roce estática y la fuerza de roce cinética? ¿Qué modelo matemático me permite determinar estas fuerzas?

2.- ¿Qué variable de los modelos presentados en la pregunta anterior se ven influenciados al variar la superficie por donde se desplaza o intenta desplazarse un cuerpo que experimenta fuerza de roce?

3.- Determinen una metodología experimental para evidenciar de qué forma el coeficiente de roce afecta la magnitud de la fuerza de roce experimentada por un cuerpo

Clasificación de las variables (independiente, dependiente, control)	
Montaje y procedimiento experimental	
Procesamiento y análisis de datos (utilicen datos hipotéticos para explicar como relacionarían las variables y cómo obtendrían el coeficiente de roce)	



7.10 Anexo: Instrumento N°4: Taller N°4 “Estudio de la energía mecánica”

Taller 4 “Estudio de la energía mecánica” (II° Medio)

Nombres	- - - -	Fecha	_/_/2025
---------	------------------	-------	----------

Instrucciones: De forma grupal, realicen las siguientes actividades y respondan las preguntas solicitadas

Actividad 1 (Análisis de variables)

- Como grupo, lean detenidamente los contextos presentados y respondan a las preguntas o indicaciones entregadas
- Deben dejar registro de todos los desarrollos y modelos matemáticos utilizados
- En caso de ser necesario, pueden consultar textos de física o sus cuadernos de la asignatura con los contenidos

Un bloque cae libremente por una rampa (plano inclinado) y luego pasa al suelo, deteniéndose después de cierto tiempo. A partir de esta situación, responda:

1.- ¿Qué variables están involucradas en este recorrido movimiento?

2.- ¿Qué energías están involucradas en este recorrido y en qué momentos actúan?

3.- ¿Qué ocurre con la energía potencial gravitatoria y cinética mientras el cuerpo se encuentra en movimiento?

4.- ¿Cómo creen que se comporte el valor de la energía mecánica desde que se deja caer del punto más alto de la rampa hasta que se detiene?

Actividad 2 (Análisis de energías en caída libre)

- Como grupo, lean detenidamente los contextos presentados y respondan a las preguntas o indicaciones entregadas
- Deben dejar registro de todos los desarrollos y modelos matemáticos utilizados
- En caso de ser necesario, pueden consultar textos de física o sus cuadernos de la asignatura con los contenidos

Un estudiante de segundo medio deja caer una pelota de ping pong desde un metro de altura en el patio central y se toma registro de las variables involucradas desde el momento en que se suelta el objeto y el momento en que toca el piso. Los resultados de este estudio se muestran a continuación:

Altura (m)	Velocidad (m/s)	Energía Potencial Gravitatoria (J)	Energía Cinética (J)
1.0	0	10	
0.75	1.4	7.5	
0.5	2	5	
0.25	2.7	2.5	
0	3.1	0	

Basándose en el contexto entregado y los resultados de la tabla, respondan:

1.- Planteen una metodología para poder determinar la masa del cuerpo que está cayendo

2.- ¿Cuáles son los valores de la energía cinética en las distintas alturas? Adjuntan sus procedimientos y completan la tabla

3.- ¿Cómo se comporta la energía mecánica a medida que el cuerpo va cayendo? ¿A qué se debe esto?

4.- Comparen los valores de la energía mecánica al inicio y final del recorrido: ¿Son iguales? ¿A qué se debe esta igualdad o diferencia?

5.- Planteen un modelo para determinar con precisión la energía mecánica que se disipa en este tipo de movimiento. ¿Este modelo es válido para todos los cuerpos?

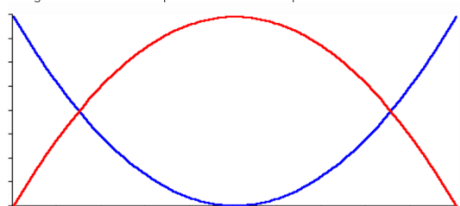


6.- Realicen la gráfica de la energía cinética y la energía potencial gravitatoria a partir del tiempo transcurrido del movimiento

Energía Cinética	Energía Potencial Gravitatoria

7.- A partir de las gráficas realizadas en la pregunta anterior: ¿Qué tipo de comportamiento posee cada una de las gráficas? ¿Qué componente de estas energías podría estar generando el cambio de comportamiento entre las energías?

La siguiente figura representa las gráficas de la energía potencial gravitatoria y la energía cinética de un cuerpo en función del tiempo transcurrido.



8.- Respecto a la gráfica, ¿Qué tipo de movimiento podría estar representando esta situación? ¿Qué evidencias de la gráfica les permiten afirmar esto?

9.- Sabiendo el tipo de movimiento, ¿Qué tipo de energía modela cada una de las gráficas presentadas? ¿Qué evidencias de la gráfica les permiten afirmar esto?

10.- Si un cuerpo experimentara el mismo tipo de movimiento identificado en la pregunta 8, pero esta vez su masa es el doble que el cuerpo representado, ¿Cómo afectaría esto a la gráfica de sus energías? Planteen la nueva gráfica que se generaría

Actividad 3 (Evaluando la pertinencia de los modelos matemáticos)

Dentro del estudio de la cinemática y dinámica de cuerpos (contenidos abordados en física durante este año), es necesario recurrir a modelos matemáticos (ecuaciones, gráficas, DCL, etc.) para poder llegar a una solución dentro de un contexto inicial. Durante los últimos talleres se han abordado temas específicos de estas áreas de la física, trabajando principalmente representaciones matemáticas de los fenómenos. Considerando esto, respondan

1.- ¿En qué deben fijarse o tener en cuenta cuando crean un modelo matemático en las clases de física?

2.- Una vez que reconocen o plantean un modelo matemático en fenómenos físicos, ¿son siempre válidos? ¿por qué?

3.- ¿Es suficiente considerar únicamente la respuesta matemática de los modelos utilizados en fenómenos físicos? ¿por qué?

4.- ¿Qué utilidad creen que tienen los modelos matemáticos para el entendimiento de los fenómenos físicos que representan?



7.11 8.11.- Anexo: Carta de solicitud validación a expertos

Santiago, ____ de ____ del 2025

Estimado/a _____

Mi nombre es Mirko Cruces Vargas y soy estudiante del Magíster en Educación Matemática de la Universidad de Santiago de Chile. Me dirijo a usted para solicitar la validación de un instrumento perteneciente a mi tesis, titulada *“La matemática en la física: ¿Condicionante o posibilitadora?”* cuya dirección está a cargo del Dr. Carlos Vanegas Ortega. Esta tesis tiene como objetivo explorar el rol que los estudiantes de segundo año medio le dan a la matemática dentro de las clases de físicas al resolver tareas, de manera que se faciliten los procesos de razonamiento, interpretación y anticipación de comportamientos.

Para esta investigación, se aplicará un taller inicial con el objetivo de identificar el rol que los estudiantes le asignan a la matemática en las clases de física a partir de una situación de modelización. Luego, se abordarán seis clases en las cuales el instrumento será un diseño de modelización matemática aplicada a fenómenos o situaciones particulares del currículum de física de segundo medio, con el fin de describir la manera en que los estudiantes interpretan, razonan y anticipan comportamientos frente a estas situaciones. Finalmente, se cierra con otro taller con el objetivo de evaluar si el rol estructural de la matemática en las clases de física permea los procesos mencionados anteriormente.

Los instrumentos utilizados se sostienen en la fundamentación teórica de la modelización, desde la perspectiva de (Treiber, et al, 2023), quienes toman elementos de (Blum y Leiß, 2005) y (Uhden et al., 2012).

De antemano, agradezco su colaboración, observaciones y comentarios, los cuales espero recibir en mi correo institucional (mirko.cruces@usach.cl) antes de _____ de este año.

Saludos cordiales,

Mirko Cruces Vargas

Profesor de Estado de Física y Matemática

Estudiante de Magíster en Educación Matemática, USACH