

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIA
Departamento de Matemática y Ciencia de la
Computación.



RECONFIGURACIÓN DE LAS PRÁCTICAS DOCENTES EN EL
CONTEXTO DE LA ENSEÑANZA DE LOS NÚMEROS RACIONALES Y
SUS OPERACIONES: UN ANÁLISIS DESDE EL MODELO DE PONTE

JAVIER IGNACIO VERA CARVACHO

Profesor Guía: Carlos Mario Vanegas Ortega

Trabajo de graduación presentado a la
Facultad de Ciencia, en cumplimiento con
los requisitos exigidos para optar al grado de
Magíster en Educación Matemática

Santiago – Chile

2024

Resumen

El objetivo de la investigación es caracterizar la reconfiguración de las prácticas docentes de cuatro profesores/as de matemática de un colegio particular subvencionado de la comuna de Quilicura, con relación a la enseñanza de los números racionales y sus operaciones, cuando se desarrolla una secuencia de actividades que integran el trabajo colaborativo, reflexivo y el conocimiento didáctico de las y los docentes. Los sujetos de estudio corresponden a cuatro docentes de matemática de dicho establecimiento educacional y el estudio se abordó mediante una metodología cualitativa, guiada por un modelo de investigación – acción, con un alcance descriptivo y un diseño no experimental, longitudinal de panel. Para alcanzar el objetivo propuesto, se propuso una estructura compuesta por un hito de inicio, un hito de cierre y tres fases intermedias, caracterizadas por: i) planificación colaborativa y diseño de la secuencia a partir de las propias experiencias de las y los docentes, ii) la implementación de la secuencia en contextos reales de aula y, de forma paralela, iii) la reflexión de las implementaciones. Los principales resultados, evidenciados muestran que la planificación colaborativa enriqueció las estrategias didácticas de las y los docentes, mientras que la implementación favoreció la conexión entre conceptos abstractos y actividades prácticas. Las reflexiones posteriores evidenciaron un análisis crítico más profundo, permitiendo ajustes efectivos y un mejor ajuste a las necesidades del alumnado. Lo anterior, evidenció una reestructuración en las prácticas docentes, expresada en una planificación más intencionada, una reflexión crítica más profunda y en la capacidad de diseñar estrategias que vinculen representaciones concretas con los significados matemáticos fundamentales. Además, se validó la posibilidad de promover desarrollo profesional desde el conocimiento situado del profesorado, reconociendo sus trayectorias y saberes, sin recurrir a modelos de formación externa desvinculados de su realidad escolar.

Palabras clave: Desarrollo profesional docente, conocimiento didáctico, trabajo colaborativo y reflexivo, números racionales.

Abstract

The objective of this research is to characterize the reconfiguration of teaching practices of four mathematics teachers from a subsidized private school in the commune of Quilicura, in relation to the teaching of rational numbers and their operations, when implementing a sequence of activities that integrate collaborative and reflective work, along with the didactic knowledge of the teachers. The subjects of study are four mathematics teachers from the aforementioned institution. The study was approached using a qualitative methodology, guided by an action research model, with a descriptive scope and a non-experimental, longitudinal panel design. To achieve the proposed objective, a structure was developed consisting of an initial milestone, a final milestone, and three intermediate phases, characterized by: i) collaborative planning and design of the sequence based on the teachers' own experiences, ii) implementation of the sequence in real classroom contexts, and, in parallel, iii) reflection on the implementations. The main results show that collaborative planning enriched the teachers' didactic strategies, while the implementation favored the connection between abstract concepts and practical activities. The subsequent reflections revealed a deeper critical analysis, enabling effective adjustments and a better alignment with student needs. These findings revealed a reconfiguration in teaching practices, expressed in more intentional planning, deeper critical reflection, and an enhanced ability to design strategies that connect concrete representations with fundamental mathematical meanings. In addition, the study validated the possibility of promoting professional development based on teachers' situated knowledge, recognizing their trajectories and expertise, without relying on external training models disconnected from their school context.

Key words: Teacher professional development, didactic knowledge, collaborative and reflective work, rational numbers.

Tabla de contenido

Resumen.....	i
Abstract	ii
Índice de tablas.....	vi
Índice de figuras	viii
Introducción	1
Capítulo 1: Problema de investigación	4
1.1. Antecedentes.....	4
1.1.1. Dificultades en el aprendizaje de los números racionales y sus operaciones: El caso de los estudiantes	4
1.1.2. Dificultades en la enseñanza de los números racionales y sus operaciones: El caso de los profesores de matemática.....	9
1.1.3. Contexto de investigación: El caso de un colegio de Quilicura	11
1.1.3.1. Análisis evaluación DIA orientado a números racionales.....	11
1.1.3.2. Análisis evaluación DIA a partir de una reunión grupal del profesorado.....	13
1.1.4. El trabajo colaborativo y reflexivo como elementos que benefician la labor docente .	14
1.2. Delimitación del problema	16
1.3. Pregunta de investigación	17
1.4. Objetivos de investigación	17
1.4.1. Objetivo General.....	17
1.4.2. Objetivos Específicos	18
1.5. Supuesto de investigación	18
Capítulo 2. Referentes teóricos.....	19
2.1. Enfoques para la enseñanza de los números racionales	19
2.1.1. Enfoque parte – todo.....	19
2.1.2. Enfoque operador.....	19
2.1.3. Enfoque medida	20
2.2. Aproximaciones teóricas y escolares al número racional.....	20
2.3. Modelo de desarrollo profesional docente de Ponte.....	22
2.3.1. Conocimiento didáctico del profesor de matemática	23

2.3.2. Trabajo colaborativo	24
2.3.3. Práctica reflexiva	24
Capítulo 3. Metodología de la investigación	26
3.1. Tipo de metodología	26
3.2. Alcance de la investigación	26
3.3. Participantes del estudio	26
3.4. Diseño metodológico.....	27
3.5. Fases de la investigación.....	28
3.5.1. Hito N°1: Entrevista individual de docentes	28
3.5.2. Fase 1: Planificación	31
3.5.3. Fase 2: Implementación	31
3.5.4. Fase 3: Reflexión.....	33
3.5.5. Hito N°2: Grupo focal con docentes	34
3.6. Plan de análisis	36
Capítulo 4. Análisis de resultados	39
4.1. Resultados y análisis del Hito N°1	39
4.1.1. Caracterización y enfoque didáctico: Docente 1	39
4.1.2. Caracterización y enfoque didáctico: Docente 2	41
4.1.3. Caracterización y enfoque didáctico: Docente 3	42
4.1.4. Caracterización y enfoque didáctico: Docente 4	44
4.2. Resultados y análisis de la fase 1.....	45
4.2.1. Análisis de la sesión N°1 (P1)	46
4.2.2. Análisis de la sesión N°2 (P2)	48
4.2.3. Análisis de la sesión N°3 (P3)	50
4.3. Resultados y análisis de la fase 2.....	52
4.3.1. Análisis de la sesión N°4 (M1)	52
4.3.2. Análisis de la sesión N°6 (M2)	54
4.3.3. Análisis de la sesión N°8 (M3)	57
4.4. Resultados y análisis de la fase 3.....	59
4.4.1. Análisis de la sesión N°5 (R1)	59
4.4.2. Análisis de la sesión N°7 (R2)	61
4.4.3. Análisis de la sesión N°9 (R3)	63

4.5. Resultados y análisis del Hito N°2	65
4.6. Síntesis relacional de las reconfiguraciones docentes	68
4.7. Análisis transversal de sesiones	70
4.7.1. Análisis transversal de la Docente 1	70
4.6.2. Análisis transversal del Docente 2	72
4.6.3. Análisis transversal del Docente 3	74
4.6.4. Análisis transversal de la Docente 4	76
Capítulo 5. Conclusiones	79
5.1. Conclusiones referidas a los objetivos.....	79
5.2. Limitaciones y proyecciones.....	84
Referencias	86
Anexos	92
Anexo 1: Validación de instrumento – Entrevista.....	92
Anexo 2: Validación de instrumento – Grupo focal.....	94
Anexo 3: Guía N°1 – Números racionales	96
Anexo 4: Guía N°2 – Números racionales	98
Anexo 5: Guía N°3 – Números racionales	100
Anexo 6: Autorización directora del establecimiento	102
Anexo 7: Formato de consentimiento informado participantes	103

Índice de tablas

Tablas del capítulo 1: Problema de investigación

Tabla 1. Dificultades de los estudiantes con respecto a los números racionales (fuente: Aguilar et al., 2022)	5
Tabla 2. Caracterización de los errores en el uso de las fracciones (fuente: González, 2015)	8
Tabla 3. Errores frecuentes de estudiantes de segundo año medio en las pruebas SIMCE de matemática (fuente: Agencia de la calidad de la educación, 2018)	9
Tabla 4. Porcentajes de logro por curso en cada eje temático (fuente: Elaboración propia).....	12
Tabla 5. Porcentajes de logro con respecto a los indicadores de evaluación (fuente: Elaboración propia)	12
Tabla 6. Preguntas y respuestas obtenidas en cada fase de la reunión grupal	14

Tablas del capítulo 3: Metodología de la investigación

Tabla 7. Dimensiones, subdimensiones y preguntas de la entrevista inicial	30
Tabla 8. Actividad central y objetivos de las sesiones P1, P2 y P3	31
Tabla 9. Distribución de los contenidos para la secuencia de actividades	33
Tabla 10. Actividad central y objetivos de las sesiones R1, R2 y R3.....	33
Tabla 11. Dimensiones, subdimensiones y preguntas del grupo focal final.....	35
Tabla 12. Subdimensiones y criterios del pensamiento didáctico del profesor de matemática	36
Tabla 13. Subdimensiones y criterios del trabajo colaborativo y la reflexión docente	38

Tablas del capítulo 4: Análisis de resultados

Tabla 14. Enfoque didáctico de la Docente 1	41
Tabla 15. Enfoque didáctico de la Docente 2	42
Tabla 16. Enfoque didáctico de la Docente 3	44
Tabla 17. Enfoque didáctico de la Docente 4	45
Tabla 18. Descripción de lo abordado en la reunión P1 y clasificación en base al modelo de Ponte (2012)	47
Tabla 19. . Descripción de lo abordado en la reunión P2 y clasificación en base al modelo de Ponte (2012)	49
Tabla 20. Descripción de lo abordado en la reunión P3 y clasificación en base al modelo de Ponte (2012)	51
Tabla 21. Descripción de lo abordado en la reunión M1 y clasificación en base al modelo de Ponte (2012)	54
Tabla 22. . Descripción de lo abordado en la reunión M2 y clasificación en base al modelo de Ponte (2012)	56

Tabla 23. . Descripción de lo abordado en la reunión M3 y clasificación en base al modelo de Ponte (2012)	58
Tabla 24. Descripción de lo abordado en la reunión R1 y clasificación en base al modelo de Ponte (2012)	60
Tabla 25. Descripción de lo abordado en la reunión R2 y clasificación en base al modelo de Ponte (2012)	62
Tabla 26. Descripción de lo abordado en la reunión R3 y clasificación en base al modelo de Ponte (2012)	65
Tabla 27. Descripción de lo abordado en el grupo focal final y clasificación en base al modelo de Ponte (2012).....	67
Tabla 28. Visualización evolutiva de las dimensiones de la Docente 1	71
Tabla 29. Visualización evolutiva de las dimensiones del Docente 2	73
Tabla 30. . Visualización evolutiva de las dimensiones del Docente 3	75
Tabla 31. Visualización evolutiva de las dimensiones de la Docente 4	77

Índice de figuras

Figuras del capítulo 1: Problema de investigación

Figura 1. Errores más importantes en el uso de las fracciones (fuente: González, 2015)	6
Figura 2. Ruta de la reunión grupal (fuente: Elaboración propia).....	13
Figura 3. Elementos de la fracción, nivel de tercero básico (fuente: Córdova y Droguett (2020), p. 158)	21
Figura 4. Estrategia para sumar fracciones con distinto denominador, nivel quinto básico (Alvarado, Carreño y Caroca (2021), p. 131)	21
Figura 5. Multiplicación de números racionales, nivel octavo básico (fuente: Torres y Caroca (2024), p. 27)	21

Figuras del capítulo 2: Referentes teóricos

Figura 6. Modelo de desarrollo profesional para el docente de matemática (fuente: Elaboración propia)	23
---	----

Figuras del capítulo 3: Metodología de la investigación

Figura 7. Fases de la investigación	28
---	----

Figuras del capítulo 4: Análisis de resultados

Figura 8. Síntesis de la reconfiguración de las prácticas docentes.....	69
Figura 9. Progresión en la práctica docente de la Docente 1.....	72
Figura 10. Progresión en la práctica docente del Docente 2.....	74
Figura 11. Progresión en la práctica docente del Docente 3.....	76
Figura 12. Progresión en la práctica docente de la Docente 4.....	78

Introducción

Diversos autores concluyen que resulta difícil para los estudiantes el aprender los conceptos asociados a números racionales (Peregrina et al., 2017; Busch, 2021; Naidoo y Harajee, 2021; Valle et al., 2021), ya sea por la cantidad de subconstructos diferentes que poseen, o bien, por el insuficiente dominio de los conocimientos previos necesarios.

Ahora bien, centrando la atención en las operaciones aritméticas y en las relaciones entre fracciones y decimales, Aguilar et al. (2022) señalan que existe una vasta cantidad de ejemplos que muestran las dificultades que experimentan los estudiantes al momento de operar números racionales, los cuales se complementan con las investigaciones de variados autores (León, 2011; Fernández et al., 2013; Castaño y García, 2014; Ratnasari, 2018; Ríos-Cuesta y Aspirilla-Mena, 2022), quienes afirman que los estudiantes cometen errores que sugieren una falta de comprensión sobre cómo resolver operaciones que implican sumar, restar, multiplicar o dividir entre fracciones.

Por otro lado, otras investigaciones (Moreno y Flores, 2000; Castaño y García, 2014; Cámara y Sgreccia, 2017) han identificado múltiples dificultades didácticas, epistemológicas y ontológicas que enfrentan los docentes con relación a las principales barreras en la enseñanza de este contenido matemático.

Los elementos anteriores se también se vivencian en un colegio de la comuna de Quilicura (Región Metropolitana de Chile), evidenciado en el diagnóstico integral de aprendizajes (DIA) intermedio, el cual reveló que las preguntas orientadas a las operaciones entre números racionales resultan ser más desafiantes para los estudiantes, pues cuentan con un porcentaje menor de logro al establecido por el manual de evaluación de dicho establecimiento (<80% de logro). Por consiguiente, y para determinar los principales problemas a nivel de rendimiento y logro de objetivos de aprendizaje, se realizó una reunión grupal con docentes en la que se concluyó que uno de los problemas son las pocas instancias disponibles y destinadas para el trabajo colaborativo y la reflexión sobre la práctica pedagógica.

En ese sentido, investigaciones previas (Franco-Mariscal et al., 2021; Loes y An, 2021; Simónovic, 2021; Almeida y Bastos, 2023), han mostrado que existen diferentes beneficios para los profesores al utilizar el trabajo colaborativo en su enseñanza. Por otra parte, hay suficiente evidencia para asegurar que la reflexión sobre la práctica docente, entendida como un proceso de análisis y evaluación crítica de la propia práctica, es fundamental para el desarrollo profesional continuo (Burgos y Céspedes, 2021; Simónovic, 2021).

Lo anterior refuerza dos ideas centrales a trabajar: i) es necesario estudiar los efectos que provocan el desarrollo del trabajo colaborativo en conjunto con su respectiva reflexión disciplinar por parte de los docentes de matemática; ii) se hace indispensable abordar la preocupación emergente por la formación continua de los profesores de matemática.

En la actualidad, el modelo de Ponte (2012) se articula en torno a tres dimensiones interrelacionadas: el conocimiento didáctico del profesor de matemática, el trabajo colaborativo y la reflexión sobre la práctica. Estas dimensiones constituyen un modelo integral orientado a mejorar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje, posicionando al profesorado como agente activo y central en su propio desarrollo.

Con el objetivo de hacerse cargo de las ideas centrales a trabajar, esta investigación buscó caracterizar la reconfiguración de las prácticas docentes de cuatro docentes de matemática del colegio San Sebastián de Quilicura con relación a la enseñanza de los números racionales y sus operaciones, cuando se desarrolla una secuencia de actividades que integran el trabajo colaborativo, reflexivo y el conocimiento didáctico de las y los docentes.

Para ello, se utilizó una metodología cualitativa con un alcance descriptivo y con un diseño no experimental, longitudinal de panel. Se llevaron a cabo reuniones colaborativas las cuales fueron grabadas y transcritas para su análisis.

Los principales resultados muestran que el proceso de planificación colaborativa permitió a los docentes enriquecer sus estrategias didácticas y ajustar sus enfoques de enseñanza a partir del intercambio de ideas y la resolución de conflictos pedagógicos. Durante la implementación, se evidenció una reconfiguración en la conexión entre conceptos abstractos y actividades prácticas, mejorando la comprensión de los números racionales por parte de los estudiantes. Finalmente, las reflexiones posteriores a la implementación, evidenciadas en el grupo focal final, revelaron un cambio hacia un análisis crítico más profundo, lo que facilitó ajustes efectivos en las prácticas docentes y fortaleció su capacidad de adaptarse a las necesidades del alumnado.

Esta investigación consta de cinco capítulos, los cuales se describen a continuación:

- En el capítulo 1, se realiza la contextualización del problema de investigación a partir de una búsqueda bibliográfica exhaustiva a nivel nacional e internacional, que da pie a la pregunta de investigación y los respectivos objetivos general y específicos. Por último, se plantea bajo qué supuesto se realiza el estudio.

- En el capítulo 2, se describen los referentes teóricos que se utilizan en este trabajo sobre los enfoques de la enseñanza de los números racionales y el modelo de desarrollo profesional docente para profesores de matemática de Ponte (2012), con el fin de tener una perspectiva clara para abordar los objetivos planteados en el capítulo anterior y analizar los resultados obtenidos.
- En el capítulo 3, se define la metodología utilizada para alcanzar los objetivos planteados en el primer capítulo, delimitando sus alcances, los sujetos de estudio, el diseño de cada fase de la investigación y el plan de análisis de los datos con sus respectivas categorías y criterios.
- En el capítulo 4, se presentan los resultados obtenidos en cada una de las fases definidas en la metodología y su respectivo análisis e interpretación.
- En el capítulo 5, se establecen las conclusiones de la investigación en función de cada uno de los objetivos a partir del análisis de los resultados, se responde a la pregunta de investigación. Asimismo, se verifica el supuesto establecido y se mencionan las limitaciones y proyecciones del estudio.

Capítulo 1: Problema de investigación

En este primer capítulo, a partir de una revisión sistemática de literatura en las bases de datos Web of Science, Scopus y Scielo, se presentan los antecedentes y contextualización del problema que da lugar a la pregunta de investigación y, por consiguiente, los objetivos que guiaron el estudio.

1.1. Antecedentes

1.1.1. Dificultades en el aprendizaje de los números racionales y sus operaciones: El caso de los estudiantes

Diversos autores concluyen que resulta difícil para los estudiantes el aprender los conceptos asociados a números racionales (Peregrina et al., 2017; Busch, 2021; Naidoo y Harajee, 2021; Valle et al., 2021), ya sea por la cantidad de subconstructos diferentes que poseen, o bien, por el insuficiente dominio de los conocimientos previos necesarios.

En efecto, los autores (Brown, 2019; Díaz-Cárdenas et al., 2019; Stelzer et al., 2019; Arenas-Peñaloza y Rodríguez-Vásquez, 2020; Lovemore et al., 2021; Gonzales, 2022) afirman que las dificultades que presentan los estudiantes respecto a los números racionales se pueden clasificar en las siguientes categorías:

- **Conceptualización inadecuada:** Los estudiantes pueden tener dificultades para comprender la naturaleza abstracta de los números racionales, especialmente al relacionarlos con situaciones del mundo real.
- **Operaciones aritméticas:** La realización de operaciones aritméticas con fracciones y decimales pueden resultar desafiantes para los estudiantes, ya que requieren un entendimiento profundo de los conceptos subyacentes.
- **Relaciones entre fracciones y decimales:** Los estudiantes pueden tener dificultades para comprender la relación entre fracciones y decimales, lo que puede dificultar su capacidad para realizar conversiones entre ambos tipos de números.
- **Representación visual:** La representación visual de fracciones y decimales puede resultar confusa para algunos estudiantes, lo que dificulta su comprensión de estos conceptos.
- **Representación en la recta numérica:** Los estudiantes a menudo tienen dificultades para ubicar fracciones y números decimales en la recta numérica, lo que refleja una comprensión limitada de su magnitud y relación con otros números.

- **Resolución de problemas:** Los estudiantes pueden enfrentar dificultades para aplicar conceptos de fracciones y números decimales en la resolución de problemas aplicados a contextos específicos.

Ahora bien, centrando la atención en las operaciones aritméticas y en las relaciones entre fracciones y números decimales, Aguilar et al. (2022) señalan que existe una vasta cantidad de ejemplos que muestran las dificultades que experimentan los estudiantes al momento de operar números racionales. Dicho tipo de dificultad corresponde a la carencia del dominio de propiedades cuyas características específicas y autores consultados se presentan en la tabla 1.

Tipo de dificultad	Dificultad específica	Autor y año
Carente dominio de propiedades	1. En la suma de fracciones, sumar numeradores y denominadores entre sí, es decir, uso del modelo lineal aditivo como algoritmo. 2. Aplicar mal las propiedades de la suma y de la multiplicación, así como la ley de los signos y potenciación, en problemas y operaciones aritméticas. 3. No diferenciar de los números racionales con respecto a los números naturales.	1. Obando (2003), Cabañas (2004). 2. Cabañas (2004). 3. Geary et al. (2017), González-Forte et al. (2019), Smith (1995), Van Dooren et al. (2015).
Lenguaje matemático	1. No identifican el uso del paréntesis como algoritmo de la multiplicación. 2. Dificultad en la traducción del lenguaje matemático al lenguaje común.	1. Cabañas (2004). 2. Cabañas (2004).

Tabla 1. Dificultades de los estudiantes con respecto a los números racionales (fuente: Aguilar et al., 2022)

Bajo el mismo enfoque con respecto a las dificultades propias en las operaciones entre números racionales, distintas fuentes (León, 2011; Fernández et al., ; Castaño y García, 2014; Ratnasari, 2018; Ríos-Cuesta y Aspirilla-Mena, 2022) afirman que los estudiantes cometen errores que sugieren una falta de comprensión sobre cómo resolver operaciones que implican sumar, restar, multiplicar o dividir entre fracciones. Estos errores son:

Sumar y restar fracciones como si fueran números enteros: Los estudiantes suman numerador con numerador y denominador con denominador sin considerar las reglas adecuadas para estas operaciones. Por ejemplo:

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{3+3+3+3}{4+4+4+4} = \frac{12}{16}$$

Dificultad con fracciones de diferente denominador: Los estudiantes presentan dificultad en el cálculo del mínimo común múltiplo, confusión al trabajar con fracciones equivalentes y simplificación de fracciones. Por ejemplo:

$$\frac{2}{3} \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right) = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1+2}{5}\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{15}$$

Para el caso anterior, se resuelve erróneamente, en primer lugar, la suma de números dentro del paréntesis, cuyo resultado se multiplica con la fracción ubicada a la izquierda.

Inercia en la forma de operar: Los estudiantes presentan dificultad para comprender y aplicar correctamente las reglas y propiedades de las fracciones, tienden a aplicar las mismas reglas que utilizan para sumar números naturales/enteros y a memorizar reglas sin comprender el razonamiento detrás de las operaciones con fracciones. Por ejemplo:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 + 5} = \frac{8}{8} = 1$$

Para el caso anterior, se resuelve erróneamente para el caso del producto entre los denominadores de ambas fracciones.

González (2015), a partir de una búsqueda bibliográfica exhaustiva, engloba los errores mencionados con anterioridad y realiza una clasificación de los errores más relevantes que surgen en el uso de las fracciones (ver Figura 1):

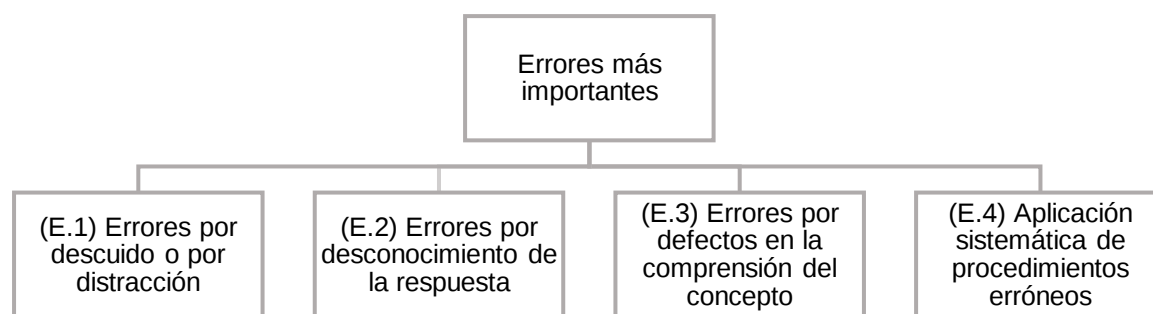


Figura 1. Errores más importantes en el uso de las fracciones (fuente: González, 2015)

A continuación se detallan las características de cada una de estas categorías y sus respectivas subcategorías con ejemplos y explicaciones propias, según la revisión realizada por González (2015) (ver Tabla 2)

Errores	Características	Tipos de errores	Ejemplo del error
E1: Errores por descuido o por distracción.	Se encuentran los errores que tienen que ver con la falta de concentración y despistes en los alumnos. Estos errores aparecen de forma esporádica y aleatoria.	Copian erróneamente un problema, cometen errores en el cálculo mental.	—
E2: Errores por desconocimientos de las preguntas.	Se incluyen las respuestas que han quedado en blanco, sin terminar o aquellos resultados propuestos al azar. Estos errores son atribuidos a carencias en los conocimientos previos.	No completan correctamente el proceso de simplificación.	$\frac{18}{24} = \frac{18 \div 2}{24 \div 2} = \frac{9}{12}$
		Aplican reglas de números enteros de forma incorrecta en fracciones.	$\frac{4}{9} \div \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{2} = \frac{4 \cdot 3}{9 \cdot 2} = \frac{12}{18}$
		Ignoran el orden correcto en las operaciones con fracciones.	$\frac{4}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{6}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{18}{10}$
E3: Errores por defecto en la comprensión del concepto.	Están contenidos aquellos errores en los que no está claro si se deben a fallos en procesos aritméticos o a carencias en los conceptos relacionados con las fracciones.	Aplican indebidamente la propiedad conmutativa en operaciones de fracciones (resta y división).	$\frac{1}{4} - \frac{3}{5} = \frac{3}{5} - \frac{1}{4} = \frac{7}{20}$ $\frac{1}{4} \div \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \div \frac{1}{4} = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{1} = \frac{12}{5}$
		Extrapolan el orden de los números naturales a fracciones.	$\frac{1}{2} < \frac{1}{3}$
		Llegan a conclusiones erróneas sobre las relaciones entre fracciones.	La mitad de $\frac{1}{6}$ es: $\frac{1}{6} \rightarrow \frac{1}{6 \div 2} = \frac{1}{3}$
		Creen que no es posible operar un número menor por uno mayor.	$\frac{3}{5} \rightarrow 5 \div 3 = 1, \bar{3}$ $3 - 5 \rightarrow 5 - 3 = 2$
		Aplican mecánicamente reglas sin razonar.	$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 1} = \frac{8}{3}$

		Usan reglas de suma/resta de números naturales en fracciones.	$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{2+4}{3+5} = \frac{6}{8}$
		Emplean métodos aditivos en lugar de multiplicativos para identificar fracciones equivalentes.	$\frac{2}{5} = \frac{2+6}{5+6} = \frac{8}{11}$
E4: Aplicación sistemática de procedimientos erróneos.	Se agrupan aquellos errores que se deben a que los alumnos no han comprendido en su totalidad las reglas que deben seguir a la hora de operar con fracciones.	Confunden el proceso de multiplicación con el de adición lineal.	$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3+2}{4+5} = \frac{5}{9}$
		Mezclan reglas de operaciones al aplicar el algoritmo de la suma.	$\frac{2}{6} + \frac{2}{3} = \frac{2+2}{6 \cdot 3} = \frac{4}{18}$
		Mezclan reglas de equivalencia y multiplicación de fracciones al aplicar el algoritmo de la división.	$\frac{1}{3} \div \frac{2}{9} = \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{9} = \frac{3 \cdot 2}{9} = \frac{6}{9}$
		Multiplican erróneamente numeradores y denominadores.	$3 \cdot \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \frac{6}{9}$
		Escogen mal el común denominador o suman directamente.	$\frac{2}{3} + \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 7 + 3 \cdot 3}{3 + 7} = \frac{14 + 9}{10} = \frac{23}{10}$
		Confunden operaciones entre aplicar mecanismos de multiplicación y división.	$\frac{7}{12} \cdot \frac{1}{2} = \frac{7 \cdot 2}{12 \cdot 1} = \frac{14}{12}$
		Usan algoritmos de división en vez de multiplicación.	$\frac{5}{6} \div \frac{2}{9} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 9} = \frac{10}{54}$

Tabla 2. Caracterización de los errores en el uso de las fracciones (fuente: González, 2015)

Por otra parte, a nivel local, en Chile la Agencia de la Calidad de la Educación (2018) presenta un análisis de los errores frecuentes que comenten los estudiantes de segundo año de enseñanza media en las pruebas SIMCE que, en términos concretos, para el eje curricular de números, uno de los ámbitos de aprendizaje que posee errores frecuentes corresponde a la comprensión y operatoria con números decimales y fracciones.

En particular, la tabla 3 resume los aprendizajes involucrados en los errores de los estudiantes de segundo año medio:

Subárea	Ámbitos de aprendizaje	Errores específicos asociados a las respuestas incorrectas
Números decimales	• Comprensión del valor posicional. • Adición y sustracción con números decimales.	• Confunde décimas con centésimas y centésimas con milésimas. • No considera el valor posicional y, por tanto, no alinearía las cifras de manera correcta.
Fracciones	• Comprensión del significado de fracción. • Comprensión de la división por un número como multiplicación por el inverso multiplicativo de este.	• No estaría considerando que una fracción corresponde a un solo número y, operaría con las fracciones como si numerador y denominador fueran números independientes. • Al dividir fracciones opera mecánicamente, invirtiendo el dividendo en vez del divisor. • Al dividir fracciones opera mecánicamente como si se tratara de una multiplicación.

Tabla 3. Errores frecuentes de estudiantes de segundo año medio en las pruebas SIMCE de matemática (fuente: Agencia de la calidad de la educación, 2018)

1.1.2. Dificultades en la enseñanza de los números racionales y sus operaciones: El caso de los profesores de matemática

Diversos estudios han identificado múltiples dificultades didácticas, epistemológicas y ontológicas que enfrentan los docentes en relación con las principales barreras en la enseñanza de este contenido matemático (Moreno y Flores, 2000; Castaño y García, 2014; Cámara y Sgreccia, 2017).

Los números racionales amplían el conjunto de los números enteros al incorporar la densidad y la capacidad de representar relaciones como parte-todo, razón, y cociente. Sin embargo, su complejidad conceptual genera retos importantes en la práctica educativa. Según Moreno y Flores

(2000), el conocimiento profesional del docente debe incluir no solo una comprensión teórica, sino también habilidades para reconocer y superar los obstáculos relacionados con las diversas interpretaciones de las fracciones. Estas incluyen problemas en la transición del concepto parte-todo hacia sus usos más abstractos como operador o razón.

Por su parte, Castaño y García (2014) identifican tres tipos principales de dificultades en la enseñanza de las operaciones con números racionales:

- **Dificultades didácticas:** como la falta de estrategias de enseñanza efectivas, el uso limitado de materiales concretos y el énfasis excesivo en algoritmos.
- **Dificultades epistemológicas:** relacionadas con la complejidad inherente a las operaciones racionales, que no siempre siguen las reglas intuitivas de los números naturales.
- **Dificultades ontológicas:** ligadas a las concepciones previas de los estudiantes, que influyen negativamente en la asimilación de nuevos conceptos.

Cámara y Sgreccia (2017) amplían este análisis al proponer una clasificación específica de obstáculos didácticos observados en las aulas de secundaria, incluyendo errores en la enseñanza de conceptos como fracciones decimales, simplificación de fracciones, y el uso inconsistente de unidades de medida.

La bibliografía revisada coincide en señalar que las dificultades y los obstáculos no son fenómenos aislados, sino que forman parte de un sistema complejo donde interactúan el docente, los estudiantes y el contenido matemático. Por ejemplo, la enseñanza limitada de las fracciones como cociente puede reforzar interpretaciones erróneas sobre las operaciones con números racionales. Además, el énfasis en algoritmos por parte del currículo (Moreno y Flores, 2010) puede dejar de lado aspectos conceptuales necesarios para el aprendizaje significativo.

Asimismo, el trabajo de Cámara y Sgreccia (2017) muestra que las decisiones didácticas desacertadas, como el uso inadecuado de representaciones o la omisión de ciertos significados de las fracciones, generan barreras adicionales en la comprensión de los estudiantes. Estas observaciones se alinean con los hallazgos de Castaño y García (2014), quienes subrayan que la formación inicial y continua del profesorado debe centrarse en estrategias que vinculen los números racionales con contextos concretos y cotidianos.

No obstante, los estudios analizados concluyen que la superación de las dificultades en la enseñanza de los números racionales y sus operaciones requiere un enfoque integral que abarque el desarrollo profesional docente, a través de fortalecer el conocimiento didáctico mediante prácticas reflexivas y

colaborativas que permitan analizar y mejorar las estrategias de enseñanza (Moreno y Flores, 2000); el diseño de materiales y recursos que incorporen representaciones múltiples, como gráficas, icónicas y simbólicas, para facilitar la transición entre distintos significados de las fracciones (Castaño y García, 2014) y; la transformación de la práctica docente por medio del diseño de situaciones didácticas que confronten concepciones erróneas y promuevan la construcción activa de conocimiento (Brousseau, 1983; citado en Cámara y Sgreccia, 2017).

1.1.3. Contexto de investigación: El caso de un colegio de Quilicura

El colegio San Sebastián de Quilicura es de carácter particular subvencionado, actualmente adscrito a la gratuidad. Se encuentra ubicado en la comuna de Quilicura de la Región Metropolitana de Santiago de Chile, y desde junio de 2001 está al servicio de la comunidad, impartiendo educación en los niveles de pre básica NB1 y NB2 en dos jornadas (mañana y tarde) y de 3º básico a IVº medio en jornada escolar completa. El establecimiento está autorizado para impartir clases en enseñanza media Científico - Humanista (HC) y Técnico Profesional (TP), particularmente en las especialidades de Administración y Electrónica.

1.1.3.1. Análisis evaluación DIA orientado a números racionales

En términos generales, los informes correspondientes a los resultados de la aplicación del DIA intermedio (Agencia de la Calidad de la Educación, 2023) aluden a que el eje temático con mayor porcentaje de logro, en los niveles de Iº y IIº medio, corresponde al eje de números. En efecto, la tabla 4, resume los porcentajes de logro de cada curso con respecto a cada eje temático:

Nivel	Eje	Curso A	Curso B	Curso C	Curso D
Iº Medio	Números	58.97%	53.08%	62.73%	48.48%
	Álgebra y funciones	48.72%	47.58%	45.00%	37.22%
	Geometría	32.78%	18.89%	18.33%	18.25%
	Probabilidad estadística	32.91%	24.73%	18.89%	20.37%
IIº Medio	Números	44.33%	34.72%	69.10%	40.24%
	Álgebra y funciones	33.50%	24.31%	13.02%	30.24%
	Geometría	16.00%	18.75%	4.17%	30.48%

	Probabilidad estadística	20.80%	19.17%	5.83%	20.00%
--	--------------------------	--------	--------	-------	--------

Tabla 4. Porcentajes de logro por curso en cada eje temático (fuente: Elaboración propia)

Dentro de cada informe, correspondiente a cada nivel y curso, se observa que hay una predominancia con respecto a las preguntas orientadas a la resolución de problemas dentro de la evaluación que implica el uso y conocimiento relacionado a los números racionales en el nivel de I° medio.

La tabla 5, resume el promedio de los porcentajes de logro alcanzados por el nivel de I° medio con relación al indicador de evaluación afín:

Nivel	Habilidad	Indicador de evaluación	% Promedio
I° Medio	Resolver problemas	Calculan adiciones de números racionales fraccionarios.	71.65%
		Calculan adiciones de números racionales fraccionarios y decimales.	48.82%
		Calculan multiplicaciones de números racionales decimales.	71.65%
		Aplican la propiedad de la multiplicación de potencias de bases racionales con el mismo exponente entero.	66.14%
		Resuelven problemas que requieren operar con números racionales.	32.28%
		Calculan operaciones combinadas con números racionales que requieran aplicar la priorización de las operaciones.	42.51%

Tabla 5. Porcentajes de logro con respecto a los indicadores de evaluación (fuente: Elaboración propia)

Contrastando los resultados obtenidos en la tabla anterior con los porcentajes de suficiencia establecidos por el Colegio San Sebastián de Quilicura (80% mínimo), se puede afirmar que las preguntas orientadas al contenido de números racionales, específicamente señalados en los indicadores de evaluación suelen ser más desafiantes, verificando los resultados obtenidos por Escobar et al (2016). En ese sentido, esto podría indicar la necesidad de revisar y reforzar dicho contenido en un futuro próximo.

1.1.3.2. Análisis evaluación DIA a partir de una reunión grupal del profesorado

Para determinar los principales problemas a nivel de rendimiento y logro de objetivos de aprendizaje, se realizó una reunión grupal con docentes de diferentes áreas disciplinares del colegio San Sebastián de Quilicura, cuya finalidad era analizar los resultados obtenidos en el DIA de cierre para la asignatura de lenguaje y de matemática.

La modalidad de la reunión grupal fue presencial y tuvo una duración de 60 minutos. En esta instancia participaron siete docentes (tres pertenecen a la asignatura de ciencias naturales, una pertenece a inglés, una pertenece a lenguaje y comunicación, una pertenece a tecnología y uno pertenece a matemática) quienes se desempeñan en los niveles de I y II medio.

Posterior al análisis de resultados, se realizó una ronda de preguntas orientadas a identificar problemas, formular posibles soluciones y proyectarlas ante una eventual planificación para el periodo siguiente. La figura 2, muestra a ruta de los temas abordados durante esta actividad:

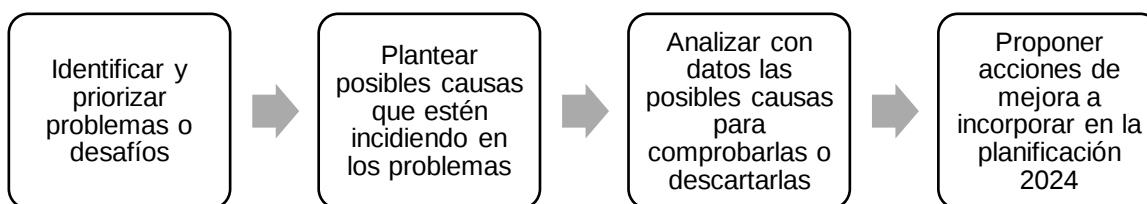


Figura 2. Ruta de la reunión grupal (fuente: Elaboración propia)

Respecto a cada una de las fases y a las preguntas orientadoras (P), las respuestas (R) obtenidas se resumen a continuación en la Tabla 6:

Fase	Preguntas orientadoras y respuestas
Identificar y priorizar problemas o desafíos	P: A partir de los hallazgos compartidos, ¿qué problemas o desafíos identificamos? ¿Por cuál comenzaremos a trabajar? R: Dentro de los problemas se encuentran metodologías de enseñanza obsoleta. Se evidencia poco trabajo colectivo, reflexión docente y el no uso de tecnologías digitales. Se comenzará por el trabajo colaborativo y la reflexión docente.
Plantear posibles causas que estén	P: ¿Cuáles son las causas que ocasionan el problema o desafío?

incidiendo en los problemas	R: La carga administrativa excesiva, el poco tiempo que se dispone para la elaboración de material, las nulas instancias para generar un trabajo colaborativo.
Analizar con datos las posibles causas para comprobarlas o descartarlas	P: En relación con las causas listadas anteriormente, ¿contamos con datos que nos permitan argumentarlas? R: Si. De hecho, las instancias destinadas para un eventual trabajo colaborativo se ven interrumpidas por capacitaciones, reuniones extraordinarias u otras eventualidades. Además, como el establecimiento se rige bajo evaluación docente, quienes se evalúan no participan de todas las instancias de trabajo colaborativo cuando se dispone tiempo para ello (generalmente los viernes).
Proponer acciones de mejora a incorporar en la planificación 2024	P: Para abordar el problema o desafío, se debe realizar una lluvia de ideas, con el objetivo de proponer acciones de mejora para cada causa corroborada. R: Solicitar instancias y tiempos adicionales a los establecidos para reuniones de grupos de trabajo para desarrollar trabajo colaborativo. Flexibilizar en evaluaciones transversales y que no requieran de ser un instrumento con preguntas de selección múltiple

Tabla 6. Preguntas y respuestas obtenidas en cada fase de la reunión grupal

Una vez analizadas las respuestas obtenidas en la reunión grupal, se observa que uno de los problemas destacados ahonda en las pocas instancias disponibles y destinadas para el trabajo colaborativo y la respectiva reflexión sobre las prácticas docentes.

1.1.4. El trabajo colaborativo y reflexivo como elementos que benefician la labor docente

El trabajo colaborativo entre docentes se presenta como una oportunidad para que los futuros profesores interactúen, exploren posibles problemas pedagógicos y reciban retroalimentación inmediata sobre su desempeño (Parra-Urrea y Pino-Fan, 2022).

Investigaciones previas (Franco-Mariscal et al., 2021; Loes y An, 2021; Simónovic, 2021; Almeida y Bastos, 2023), han mostrado que existen diferentes beneficios para los profesores al utilizar el trabajo colaborativo en su enseñanza, entre ellos:

- **Mejora de la enseñanza:** El trabajo colaborativo permite experimentar con diferentes estrategias de enseñanza, compartir conocimientos y experiencias que enriquecen su práctica docente.
- **Desarrollo de competencias:** El trabajo colaborativo otorga la oportunidad de compartir conocimientos, experiencias y aprender de otros profesionales permitiendo mejorar habilidades y competencias.
- **Apoyo emocional y profesional:** El trabajo colaborativo puede proporcionar un entorno de apoyo que puede ayudar a los profesores a enfrentar desafíos y mantenerse motivados.
- **Reducción de carga laboral:** El trabajo colaborativo puede ayudar a los profesores a reducir su carga de trabajo al permitirles compartir la responsabilidad de la enseñanza y la evaluación con sus colegas.
- **Fomento de la creatividad:** El trabajo colaborativo puede fomentar la creatividad al permitir a los profesores trabajar juntos para desarrollar nuevas ideas y enfoques para la enseñanza.

Por otra parte, la reflexión sobre la práctica docente, entendida como un proceso de análisis y evaluación crítica de la propia práctica, es fundamental para el desarrollo profesional continuo (Burgos y Céspedes, 2021; Simónovic, 2021).

Procopio et al. (2022) mencionan que la tarea del docente siempre debe seguir la misma dirección: reflexionar sobre los objetivos, contenidos, competencias, habilidades y el material a utilizar en el aula. En concordancia con lo anterior, Salani y Jojo (2023) proponen que la enseñanza reflexiva debe estar destinada a complementar las cuatro dimensiones del cuarteto de conocimientos que según Turner y Rowland (2008; citado en Salani y Jojo, 2023) son los siguientes:

- **Conocimiento del contenido:** Se refiere al conocimiento de los conceptos matemáticos que se enseñan.
- **Conocimiento pedagógico:** Se refiere al conocimiento sobre cómo se enseñan los conceptos matemáticos.
- **Conocimiento del currículo:** Se refiere al conocimiento de los objetivos, evaluación y estándares del currículo.
- **Conocimiento del contexto:** Se refiere al conocimiento de los estudiantes, la cultura y el entorno en el que se enseña la matemática.

Con respecto al conocimiento del contenido, Calle et al. (2022) afirman que reflexionar sobre la complejidad de los objetos matemáticos es crucial en la formación de profesores de matemática, ya que les permite comprender la naturaleza profunda y multifacética de los conceptos matemáticos que se enseñará, ayudándolos a desarrollar una comprensión más sólida de los temas matemáticos que, a su vez, influye en su capacidad para enseñar de manera efectiva y significativa.

Por otro lado, diversos autores (Chirinda, 2021; Franco-Mariscal et al., 2021; Parra-Urrea y Pino-Fan, 2022; Randewijk et al., 2022; Almeida y Bastos, 2023) coinciden en que, en relación con el conocimiento pedagógico, la reflexión docente constituye un aspecto clave para el crecimiento profesional del profesor de matemática. Esto se entiende desde una perspectiva centrada en el fortalecimiento de competencias profesionales, sociales y personales, así como en la capacidad de análisis crítico respecto de las decisiones, acciones pedagógicas y la práctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Finalmente, y con respecto al conocimiento del currículo, los autores (Moyo et al. 2022; Nickl et al., 2023) hacen referencia sobre la importancia de la reflexión docente con relación a la implementación de la evaluación formativa y diagnóstica en función de la mejora de la práctica pedagógica.

1.2. Delimitación del problema

La literatura revisada evidencia una dificultad transversal en la comprensión de los números racionales y el desarrollo de sus operaciones. Lo anterior se ve reflejado en los resultados obtenidos en la prueba DIA, por los estudiantes de primer año de enseñanza media del colegio San Sebastián de Quilicura. Las conclusiones obtenidas por los profesores en la reunión destinada para ello apuntan al poco trabajo colaborativo que se desempeña entre los docentes, el escaso uso de TIC y lo obsoleto que son las estrategias de enseñanza que se utilizan.

Con el fin de ser un aporte a la formación continua de los docentes de matemática del colegio San Sebastián de Quilicura, esta investigación se configurará con base en dinámicas de trabajo disciplinar, colaborativo y reflexivo con dichos profesores. Para ello, se han considerado las siguientes delimitaciones:

- **Delimitación espacial:** La investigación se limitará a la comuna de Quilicura, específicamente a los docentes de matemática de educación media del colegio San Sebastián de Quilicura.
- **Delimitación temporal:** La investigación pretende cubrir un periodo aproximado de cuatro meses, durante el segundo semestre del año 2024.
- **Delimitación temática:** La motivación de esta investigación radica en caracterizar el efecto del diseño colaborativa de una secuencia de actividades para la enseñanza de los números racionales y sus operaciones en las prácticas docentes de los profesores de matemática del colegio San Sebastián de Quilicura, cuando se integra el conocimiento didáctico de los profesores y el trabajo colaborativo y reflexivo.

1.3. Pregunta de investigación

A partir de la problemática planteada desde la revisión de los antecedentes asociados, surge la necesidad de reforzar dos ideas centrales a trabajar:

- Estudiar los efectos que provocan el desarrollo del trabajo colaborativo en conjunto con su respectiva reflexión por parte de los docentes de matemática del colegio San Sebastián de Quilicura.
- Abordar la preocupación emergente por la formación continua de los docentes de matemática del colegio San Sebastián de Quilicura.

Para ello, se propone la construcción y el desarrollo de una secuencia de enseñanza para los números racionales y sus operaciones a partir de las dificultades planteadas dentro de los antecedentes, cuyo foco está en el conocimiento de los profesores de matemática, el trabajo colaborativo y reflexivo.

Es por lo anterior que la pregunta de investigación que busca responder este estudio es: *¿Cuál es el efecto del diseño, implementación y reflexión de una secuencia de actividades para la enseñanza de los números racionales y sus operaciones en las prácticas de las y los docentes de matemática del colegio San Sebastián de Quilicura, cuando se integra un espacio de trabajo colaborativo, reflexivo y de conocimiento didáctico de los profesores?*

1.4. Objetivos de investigación

Para responder a la pregunta de investigación planteada con anterioridad, es necesario abordar los siguientes objetivos que se presentan a continuación:

1.4.1. Objetivo General

Caracterizar la reconfiguración de las prácticas docentes de cuatro profesores/as de matemática del colegio San Sebastián de Quilicura, con relación a la enseñanza de los números racionales y sus operaciones, cuando se desarrolla una secuencia de actividades que integran el trabajo colaborativo, reflexivo y el conocimiento didáctico de las y los docentes.

1.4.2. Objetivos Específicos

- Identificar el enfoque didáctico de las y los profesores del colegio San Sebastián de Quilicura cuando enseñan los números racionales y sus operaciones.
- Describir el trabajo colaborativo, reflexivo y conocimiento didáctico aplicados por las y los profesores del colegio San Sebastián de Quilicura en la planificación e implementación de la secuencia de actividades para la enseñanza de los números racionales y sus operaciones.
- Reconocer cambios en las prácticas docentes de las y los profesores de matemática del colegio San Sebastián de Quilicura cuando planifican colaborativamente y reflexionan sobre sus prácticas.

1.5. Supuesto de investigación

Esta investigación se guía bajo el supuesto de que la planificación colaborativa de una secuencia de actividades para la enseñanza de los números racionales y sus operaciones, su implementación individual en el aula y la reflexión conjunta posterior constituyen un proceso que proporciona herramientas y enfoques prácticos para que los profesores de matemática del colegio San Sebastián de Quilicura puedan reconfigurar y enriquecer sus prácticas pedagógicas. Este proceso fomenta la integración de estrategias didácticas más efectivas y fortalece el desarrollo profesional docente mediante la construcción colectiva de conocimiento y el análisis crítico de sus propias prácticas.

Capítulo 2. Referentes teóricos

En este capítulo se describe marco conceptual adoptado en este trabajo de investigación respecto al enfoque para la enseñanza de los números racionales y se caracteriza el modelo de desarrollo profesional docente de Ponte (2012), con el fin de tener una perspectiva clara para abordar los objetivos planteados e interpretar los resultados obtenidos en este estudio.

2.1. Enfoques para la enseñanza de los números racionales

Como se presentó en el apartado de antecedentes, la enseñanza de los números racionales y sus operaciones presentan desafíos significativos en el contexto educativo. Gómez y Pérez (2016) señalan que este sistema numérico puede abordarse desde tres enfoques principales: parte – todo, operador y medida. Para los autores, estos enfoques permiten desarrollar una concepción integral del concepto, aunque su implementación en el aula depende en gran medida del conocimiento del docente y de los contenidos presentados en los textos escolares.

A continuación, se definen y caracterizan cada uno de estos enfoques.

2.1.1. Enfoque parte – todo

El enfoque parte-todo considera la fracción como la relación entre dos cantidades específicas, donde el numerador indica las partes tomadas de un todo y el denominador las partes iguales en que se divide dicho todo. Este enfoque facilita la transición de representaciones concretas a representaciones matemáticas abstractas. Por ejemplo, dividir una pizza en ocho partes iguales y tomar tres de ellas representa $\frac{3}{8}$.

Sin embargo, Freudenthal (1983), citado en Gómez y Pérez (2016), critica que este enfoque es limitado desde el punto de vista matemático, ya que genera principalmente fracciones propias y no abarca otras interpretaciones del número racional.

2.1.2. Enfoque operador

El enfoque operador interpreta las fracciones como transformadores de una cantidad inicial, actuando como multiplicadores o divisores. Por ejemplo, $\frac{3}{5}$ puede representar una proporción equivalente al 60% de un grupo de estudiantes o una escala en una figura geométrica. Este enfoque

enfatisa cómo las fracciones transforman un estado inicial en otro, ampliando o reduciendo proporcionalmente magnitudes.

Según Escolano y Gairín (2005), citados en Gómez y Pérez (2016), este enfoque destaca el carácter funcional de las fracciones como herramientas para modificar cantidades, especialmente en contextos como la proporcionalidad y la geometría.

2.1.3. Enfoque medida

Este enfoque tiene su origen en la medición de magnitudes, donde los números racionales se utilizan para dividir una unidad en partes iguales y tomar una fracción de estas. Es común enseñar este concepto mediante la recta numérica, representando fracciones equivalentes y ubicando puntos intermedios.

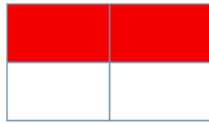
Clarke y Roche (2009), citados en Gómez y Pérez (2016), destacan que este enfoque refuerza la comprensión del número racional al conectar el concepto con situaciones prácticas de medición.

2.2. Aproximaciones teóricas y escolares al número racional

Desde una perspectiva matemática formal, los números racionales se definen como clases de equivalencia de pares ordenados de números enteros, donde el segundo elemento del par es distinto de cero. Esta construcción, presentada por Lewin (2011), establece que dos pares (n, m) y (p, q) representan el mismo número racional si $np = mq$. En ese marco, el conjunto $\mathbb{Q}$ se define como $\mathbb{Q} = \{[n, m]_R | n, m \in \mathbb{Z}, m \neq 0\}$, lo que permite comprender a los números racionales como objetos matemáticos dotados de propiedades algebraicas bien definidas, como la existencia de elementos inversos, operaciones internas (suma y producto), y relaciones de orden.

En contraste, los textos escolares abordan los números racionales mediante el concepto de fracción, iniciando desde una perspectiva pictórica y concreta. En niveles como tercero y cuarto básico, se introduce la fracción como parte-todo, por ejemplo, “2 de 4 partes están pintadas”, con imágenes que refuerzan esta idea visual:

Reconocer la fracción representada



El entero está dividido en 4 partes iguales.
2 de 4 partes están pintadas.

$\frac{2}{4}$ → Partes pintadas.
4 → Total de partes iguales

Figura 3. Elementos de la fracción, nivel de tercero básico (fuente: Córdova y Droguett (2020), p. 158)

Conforme avanza el nivel escolar, los textos transitan hacia un enfoque simbólico y algorítmico, aunque sin incorporar la definición formal del número racional. Se presentan las fracciones propias, impropias y números mixtos como formas de representación, y se introducen operaciones como suma y resta con igual o distinto denominador mediante estrategias paso a paso. Sin embargo, no se explicitan las razones matemáticas que subyacen a estas reglas. Por ejemplo:

Para resolver **adiciones** de fracciones con **distinto denominador**:

1° Busca **fracciones equivalentes**, amplificando o simplificándolas para que tengan el mismo denominador.

1° **Sumas** las fracciones con igual denominador.

Figura 4. Estrategia para sumar fracciones con distinto denominador, nivel quinto básico (Alvarado, Carreño y Caroca (2021), p. 131)

Lo mismo ocurre para operaciones como la multiplicación y división entre fracciones. Por ejemplo:

Aprende

Para **multiplicar** números racionales expresados como fracción, se multiplican los numeradores entre sí y los denominadores respectivos.

Simbólicamente: Si $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ y $b, d \neq 0$, entonces la multiplicación de $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ es:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Figura 5. Multiplicación de números racionales, nivel octavo básico (fuente: Torres y Caroca (2024), p. 27)

Esta distancia entre la formalización teórica y el tratamiento escolar responde a decisiones de carácter didáctico. En la enseñanza básica se prioriza una comprensión intuitiva del concepto por sobre los fundamentos abstractos. No obstante, esta diferencia puede dificultar la articulación entre niveles, especialmente en la transición hacia el álgebra. En este contexto, el conocimiento del profesorado adquiere un rol clave: es fundamental que las y los docentes comprendan la estructura formal del concepto para poder adaptarlo de manera pertinente al nivel de sus estudiantes, conectando los significados escolares con los fundamentos matemáticos más profundos.

2.3. Modelo de desarrollo profesional docente de Ponte

Según las investigaciones de João Pedro da Ponte (Boavida y Ponte, 2002; Ponte, 2008; Ponte y Chapman, 2008; Ponte, 2012; Ponte, 2013; Ramos-Rodríguez et al., 2017; Cuaresma y Ponte, 2021), el desarrollo profesional docente es un proceso continuo que se fundamenta en la práctica reflexiva y la colaboración entre docentes. Este desarrollo no se limita a la adquisición de conocimientos y habilidades, sino que implica la transformación de las prácticas pedagógicas mediante la reflexión crítica y el trabajo conjunto.

En esta línea, Ponte (2013) argumenta que el desarrollo profesional del profesorado de matemática está estrechamente vinculado con la actividad docente, ya que el profesorado aprende a partir de su práctica diaria y de la reflexión sistemática sobre ella. Este aprendizaje ocurre dentro de un marco de prácticas sociales que varían en intensidad según el nivel de apoyo colectivo y el desarrollo individual de cada docente.

El modelo de desarrollo profesional docente propuesto por Ponte (2012) se articula en torno a tres dimensiones interrelacionadas, como se ilustra en la Figura 6: el conocimiento didáctico del profesor de matemática, el trabajo colaborativo y la reflexión sobre la práctica. Estas dimensiones constituyen un modelo integral orientado a mejorar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje, posicionando al profesorado como agente activo y central en su propio desarrollo.

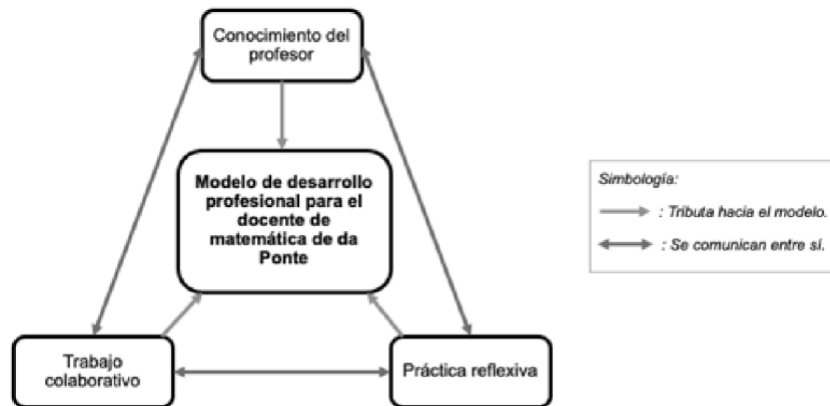


Figura 6. Modelo de desarrollo profesional para el docente de matemática (fuente: Elaboración propia)

A continuación, se presentan y caracterizan las subdimensiones que emergen de las investigaciones de João Pedro da Ponte, organizadas según las categorías definidas por este modelo.

2.3.1. Conocimiento didáctico del profesor de matemática

Según Ponte (2012) el conocimiento profesional del docente se concibe como un saber práctico, contextual y orientado a la acción, diferente al conocimiento académico o cotidiano. Este conocimiento, estrechamente vinculado a la experiencia y a la reflexión, se organiza en torno al conocimiento didáctico, donde Ponte y Oliveira (2002) (citado en Ponte, 2012) identifican cuatro dimensiones principales:

- **Conocimiento de la matemática para su enseñanza:** Centrado en la representación, interpretación de conceptos y procedimientos en el ámbito escolar.
- **Conocimiento del currículo:** Que abarca la comprensión de los objetivos de enseñanza, gestión de contenidos, materiales y estrategias de evaluación.
- **Conocimiento del alumnado y de sus procesos de aprendizaje:** Esencial para atender la diversidad y particularidad de los estudiantes, en relación con sus intereses, valores y procesos de aprendizaje.
- **Conocimiento de la práctica educativa:** Que incluye la planificación de las clases, la organización del aula y la evaluación del aprendizaje.

2.3.2. Trabajo colaborativo

La colaboración es un elemento clave para el desarrollo profesional docente. Según da Ponte (2012), el trabajo conjunto entre docentes e investigadores facilita la resolución de problemas comunes y fomenta un aprendizaje colectivo. La colaboración se caracteriza por la confianza mutua, la división racional del trabajo y el intercambio de conocimientos.

Las investigaciones revisadas (Boavida y Ponte, 2002; Cuaresma y Ponte, 2021) identifican tres dimensiones clave que caracterizan el trabajo colaborativo:

- **Construcción de consensos:** Discusión orientada a llegar a acuerdos sobre estrategias, objetivos o decisiones pedagógicas. La colaboración implica negociación y consenso para objetivos comunes (Boavida y Ponte, 2002).
- **Gestión de ideas:** Proceso de presentar, discutir y priorizar ideas propuestas por los participantes. El intercambio de ideas genera sinergias y aprendizajes mutuos (Boavida y Ponte, 2002).
- **Resolución de desacuerdos:** Capacidad del grupo para manejar conflictos de manera constructiva. La negociación de conflictos fortalece las relaciones y el trabajo en equipo (Cuaresma y Ponte, 2021).

Ponte (2013) señala que el trabajo colaborativo no solo genera creatividad profesional, sino también nuevas realidades y procesos educativos.

2.3.3. Práctica reflexiva

La reflexión docente, influida por los planteamientos de Schön (1983), está anclada a la acción y se centra en el análisis crítico de la propia práctica para mejorarla. Este proceso permite identificar áreas de mejora, consolidar aprendizajes y fomentar una actitud reflexiva hacia la enseñanza. Da Ponte (2012) subraya que la investigación sobre la propia práctica es una herramienta fundamental para el desarrollo profesional, al combinar la reflexión individual con el análisis colaborativo.

Las investigaciones revisadas (Ponte, 2008; Ramos-Rodríguez et al., 2017) identifican tres dimensiones clave que caracterizan la práctica reflexiva.

- **Reconocimiento de logros:** Identificación y valoración de aspectos positivos de la práctica docente. Reflexión incluye destacar lo que funciona bien para replicarlo (Ponte, 2008).
- **Análisis de errores:** Discusión de los errores o dificultades encontradas y cómo abordarlas. Identificar errores es clave para el desarrollo profesional (Ponte, 2008).
- **Proyección de mejora:** Generación de propuestas para mejorar prácticas futuras basándose en la experiencia. La reflexión debe conducir a acciones futuras para mejorar la enseñanza (Ramos-Rodríguez et al., 2017).

Según Ponte y Chapman (2008), los procesos reflexivos permiten que los docentes ajusten su enseñanza y comprendan mejor su impacto en el aprendizaje.

Capítulo 3. Metodología de la investigación

En este capítulo se define la metodología empleada para alcanzar los objetivos planteados en el primer capítulo. Asimismo, se delimitan los alcances del estudio, se describen los participantes de la investigación, el diseño adoptado y los procedimientos de análisis, junto con los criterios de rigor aplicados.

3.1. Tipo de metodología

Esta investigación tiene una metodología cualitativa pues se centra en caracterizar la reconfiguración de las prácticas docentes de los profesores de matemática del colegio San Sebastián de Quilicura cuando se desarrolla una secuencia de actividades, para la enseñanza de los números racionales y sus operaciones, que integran el trabajo colaborativo, reflexivo y el conocimiento didáctico de las y los docentes.

La investigación es guiada por un modelo de investigación – acción cooperativo (Berrocal y Expósito, s.f; Saltos-Rodríguez et al., 2018), el cual se caracteriza por ser una actividad que se lleva a cabo por profesores e investigadores para indagar en equipo, compartiendo la responsabilidad en la toma de decisiones y en las tareas de investigación, aquellas cuestiones y problemas que se dan en el marco escolar, logrando como resultado de dicha actividad reflexiva, una comprensión mayor de la práctica educativa, la mejora de la misma y el desarrollo profesional de los educadores.

3.2. Alcance de la investigación

Este estudio tiene un alcance descriptivo, pues se busca documentar y detallar el fenómeno educativo asociado a la reconfiguración de las prácticas docentes de los profesores de matemática del colegio San Sebastián de Quilicura a través del trabajo colaborativo y reflexivo con el fin de mostrar cómo es y cómo se manifiesta dicho fenómeno. De acuerdo con Hernández et al. (2014) los estudios descriptivos buscan especificar propiedades y características importantes de cualquier fenómeno que se analice describiendo las tendencias de un grupo o población.

3.3. Participantes del estudio

Para esta investigación se trabajó con cuatro docentes de matemática de enseñanza media del colegio San Sebastián de Quilicura. La selección de las y los participantes se justifica en función de la conexión directa entre los antecedentes del problema planteado, las ideas centrales que se buscan

reforzar y el contexto particular de la institución. La caracterización de cada uno de los participantes se realiza en el capítulo de resultados, ya que se describe sus particularidades para dar cuenta del modelo didáctico comprometido en el primer objetivo de la investigación.

Cabe señalar que, en cumplimiento con los protocolos éticos establecidos para la investigación educativa, se gestionó formalmente la autorización de la directora del establecimiento antes de iniciar el estudio (Anexo 6). Asimismo, se solicitó a las y los docentes participantes que firmaran un consentimiento informado, en el cual se detallaron los objetivos del estudio, asegurando la confidencialidad de la información proporcionada y la protección de sus identidades (Anexo 7).

Es importante señalar que todos los participantes estuvieron involucrados en las distintas etapas del estudio, tales como las entrevistas iniciales, el diseño colaborativo de clases y la reflexión posterior a la implementación. Sin embargo, la puesta en práctica de las clases se realizó únicamente en el nivel de segundo año medio, por lo que solo dos de los docentes llevaron a cabo la implementación en sus respectivas aulas.

3.4. Diseño metodológico

El diseño de esta investigación es no experimental, longitudinal de panel (Hernández et al., 2014). Este diseño es coherente con el objetivo general del estudio, que busca caracterizar la reconfiguración de las prácticas docentes de los profesores de matemática del Colegio San Sebastián de Quilicura al desarrollar una secuencia de actividades para la enseñanza de los números racionales y sus operaciones. Dicha secuencia integra el trabajo colaborativo, reflexivo y el conocimiento didáctico de las y los docentes. En este contexto, el estudio analizará cómo las prácticas docentes se reconfiguran a lo largo del tiempo, específicamente durante las etapas de planificación, implementación y reflexión de las actividades diseñadas.

La elección de este diseño se fundamenta además en el hecho de que la población estudiada se mantiene constante a lo largo del proceso de recolección de datos (Hernández et al., 2014). Con el propósito de identificar el enfoque didáctico de las y los docentes, describir las dinámicas de trabajo colaborativo y reflexivo, así como el conocimiento didáctico aplicado en las etapas de planificación e implementación de la secuencia, y finalmente, analizar los cambios en sus prácticas, se utilizará el análisis de contenido dirigido. Este enfoque analítico permite clasificar la información recolectada a partir de categorías predefinidas (Hsieh y Shannon, 2005; citado en Kibiswa, 2019).

3.5. Fases de la investigación

El estudio se estructuró en torno a un hito inicial, que consistió en la realización de entrevistas individuales con cada una de las y los docentes participantes. A partir de este punto, se desarrollaron tres fases principales: planificación, implementación y reflexión. Finalmente, el proceso concluyó con un hito de cierre, correspondiente a la realización de un grupo focal con los sujetos de estudio.

Este diseño metodológico se detalla en la Figura 7, que ilustra las interacciones y actividades realizadas en cada una de las fases del estudio.

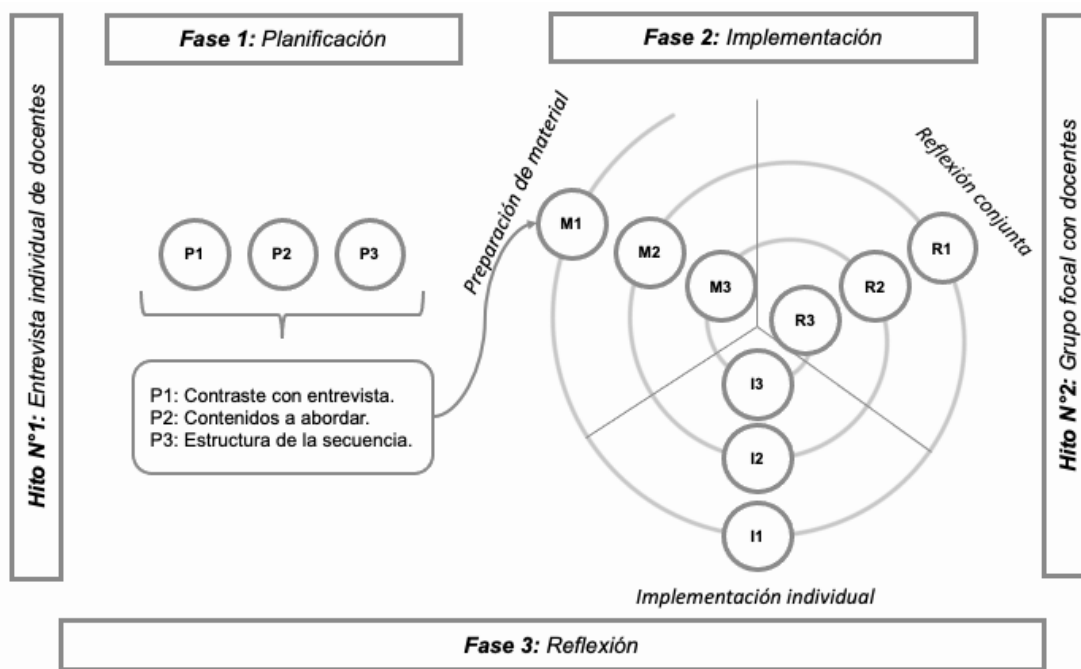


Figura 7. Fases de la investigación

3.5.1. Hito N°1: Entrevista individual de docentes

A cada docente participante de la investigación se le realizó una entrevista individual con el propósito de explorar sus percepciones en torno a su experiencia profesional, su conocimiento didáctico, el trabajo colaborativo y la práctica reflexiva con relación a la enseñanza de los números racionales y sus operaciones. Este proceso buscó establecer un esquema didáctico que permitiera caracterizar y comprender su práctica docente de manera integral.

El instrumento utilizado en esta etapa fue una entrevista semiestructurada, validada previamente por una experta para garantizar su coherencia, pertinencia y confiabilidad con relación al contexto de la

investigación (Anexo 1). Este tipo de entrevista permite al entrevistador introducir preguntas adicionales con el objetivo de profundizar en conceptos o recabar información más detallada sobre los temas de interés (Hernández et al., 2014). La información obtenida a través de este instrumento constituyeron un insumo clave para orientar las sesiones colaborativas y reflexivas, asegurando que el diseño e implementación de la secuencia de actividades se ajuste a las necesidades y al contexto específico de los participantes.

La entrevista se centró en recoger información respecto de las dimensiones que responden a los antecedentes profesionales de las y los docentes y los tres ejes que articulan esta investigación: i) conocimiento del profesor de matemática; ii) trabajo colaborativo; iii) reflexión docente (Ponte, 2012).

En la Tabla 7 se detallan las dimensiones, subdimensiones y las preguntas que conformaron el instrumento de recolección de datos.

Dimensión	Subdimensión	Pregunta/s
Antecedentes profesionales	Experiencia profesional	¿Cuántos años lleva enseñando matemática?
		¿Cómo llegó a ser profesor/a de matemática?
	Experiencia específica del contenido	¿Cuántas veces ha enseñado el contenido de operaciones entre números racionales?
		¿Se ha sentido satisfecho con los aprendizajes que logran los estudiantes?
Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza	¿Cómo explicas las operaciones entre números racionales en tus clases?
		¿Qué estrategias o ejemplos sueles utilizar para hacer comprensible este contenido a las y los estudiantes?
		¿Qué aspectos del contenido cree que son más difíciles de enseñar y por qué?
	Conocimiento del alumnado y de su aprendizaje	Según su experiencia, ¿cuáles son las principales dificultades que encuentran los estudiantes al trabajar operaciones entre números racionales?
		¿Cómo adapta su enseñanza a diferentes estilos de aprendizaje o niveles de comprensión de sus estudiantes?
		¿Cómo evalúa el progreso y la comprensión de sus estudiantes en este contenido específico?

	Conocimiento de la práctica educativa	¿Qué recursos o materiales utiliza habitualmente para enseñar las operaciones entre números racionales?
		¿Cómo planifica sus clases en torno a este contenido? ¿Sigue una secuencia de actividades específica?
		¿Cómo gestiona el tiempo y las actividades en clase para asegurar que las y los estudiantes practiquen y comprendan las operaciones entre números racionales?
	Conocimiento del currículo	¿Qué relación ve entre este contenido y otros temas que plantea el currículo de matemática?
		¿Considera que el currículo proporciona suficientes herramientas y tiempo para abordar este contenido de manera efectiva?
Trabajo colaborativo	Experiencia previa en colaboración	¿Ha trabajado previamente en proyectos colaborativos con otros docentes? Si es así, ¿cómo fue esa experiencia?
	Expectativas del trabajo colaborativo	¿Qué espera obtener del trabajo colaborativo para mejorar la enseñanza de las operaciones entre números racionales?
		¿Qué elementos cree que son necesarios para que la colaboración entre docentes sea fructífera?
Reflexión docente	Práctica reflexiva individual	¿Suele reflexionar sobre su práctica docente? Si es así, ¿cómo lo hace?
	Reflexión sobre la efectividad de la enseñanza	¿Cómo evalúa la efectividad de sus estrategias de enseñanza?
	Disposición al cambio	¿Cómo hace para darse cuenta de que algún aspecto de su práctica docente requiere cambios o ajustes? ¿Me puede dar un ejemplo del último cambio que quiso incorporar?
	Expectativas de la reflexión colaborativa	¿Cómo cree que la reflexión colaborativa puede mejorar su práctica docente?

Tabla 7. Dimensiones, subdimensiones y preguntas de la entrevista inicial

3.5.2. Fase 1: Planificación

Posterior al Hito N°1, se llevaron a cabo tres reuniones grupales (P1, P2, P3), las cuales fueron grabadas, con el propósito de planificar la secuencia de actividades destinada a la enseñanza de los números racionales y sus operaciones. Estas reuniones se centraron en tres aspectos principales: contrastar las ideas planteadas en las entrevistas individuales, definir el enfoque pedagógico de la secuencia y los materiales a utilizar, y planificar las clases, incluyendo los contenidos a abordar en cada una de ellas. La Tabla 8 detalla los objetivos específicos de cada una de estas reuniones.

Sesión	Actividad central	Objetivo
P1	Grupo focal inicial	Comprender las percepciones y experiencias de los docentes en la enseñanza de los números racionales y sus operaciones, fomentando un espacio de diálogo para que puedan expresar sus opiniones y creencias sobre este contenido y su enseñanza.
P2	Definición de materiales y enfoques	Definir el enfoque pedagógico de la secuencia de actividades, incluyendo la selección de materiales, el formato de trabajo de los estudiantes y la organización de las sesiones posteriores, a partir del análisis y la discusión colaborativa.
P3	Planificación de las clases y actividades	Establecer y estructurar los objetivos de aprendizaje de la secuencia de actividades sobre los números racionales y sus operaciones, mediante el trabajo colaborativo para determinar una secuenciación coherente y alineada con los contenidos curriculares.

Tabla 8. Actividad central y objetivos de las sesiones P1, P2 y P3

3.5.3. Fase 2: Implementación

Una vez definidos los contenidos a abordar en cada clase, se inicia una fase de carácter espiral, compuesta por tres momentos clave: elaboración de material (M1, M2, M3), implementación (I1, I2, I3) y reflexión conjunta (R1, R2, R3). Esta fase opera de manera cíclica, comenzando con la elaboración del material necesario para llevar a cabo una clase. Posteriormente, dicha clase es implementada y grabada, para finalmente reflexionar de manera conjunta sobre los resultados de la implementación. Este proceso tiene como propósito analizar eventos críticos observados en la clase e introducir mejoras en la planificación de las siguientes sesiones.

El formato de espiral, representado en la Figura 4 describe un ciclo continuo: primero, se elabora el material para la primera clase (M1), luego esta se implementa y graba (I1), y finalmente, las y los docentes se reúnen en grupo para reflexionar sobre la implementación realizada (R1). Las observaciones y aprendizajes derivados de este proceso reflexivo se consideran para la planificación del contenido y la elaboración del material correspondiente a la segunda clase (M2). Este ciclo se repite con la implementación y grabación de la segunda clase (I2) y la reflexión conjunta posterior (R2). De manera similar, se elabora el material para la tercera clase (M3), se implementa y graba (I3), y se reflexiona sobre esta última implementación (R3). Este enfoque permite un perfeccionamiento progresivo de la secuencia de actividades.

Los contenidos abordados en cada una de las sesiones (M1, M2, M3), junto con el enfoque de enseñanza adoptado y los materiales diseñados y utilizados durante la etapa de elaboración, fueron seleccionados por los docentes participantes de la investigación. Estos elementos se describen en detalle en la Tabla 9.

Sesión	Contenidos abordados	Enfoque de enseñanza	Materiales diseñados	Materiales utilizados
M1	• Fracción como parte de un entero • Fracciones propias e impropias. • Números decimales finitos e infinitos. • Transformaciones entre fracciones y números decimales.	Parte – todo	Guía de trabajo	Set de fracciones circulares plásticas.
M2	• Fracciones equivalentes. • Amplificación y simplificación de fracciones. • Ubicación de fracciones en la recta numérica. • Inverso aditivo y multiplicativo de una fracción. • Comparación de fracciones. • Suma y resta de fracciones con igual denominador.	Medida	Guía de trabajo	Set de fracciones circulares magnéticas, set de regletas de fracciones magnéticas, dominó.
M3	• Mínimo común múltiplo. • Suma y resta de fracciones con distinto denominador.	Operador	Guía de trabajo, videos explicativos	Set de fracciones circulares magnéticas.

Tabla 9. Distribución de los contenidos para la secuencia de actividades

3.5.4. Fase 3: Reflexión

La fase de reflexión ocupa un rol transversal dentro de las reuniones colaborativas realizadas a lo largo del estudio. En este contexto, el análisis de las discusiones grupales permite a las y los docentes reflexionar intencionadamente sobre sus prácticas, considerar nuevas perspectivas y ajustar sus enfoques pedagógicos frente a las dificultades emergentes (Ponte et al., 2015).

Sin embargo, las reuniones específicamente dedicadas a la reflexión colaborativa tuvieron como propósito principal generar un espacio de análisis crítico entre los docentes. En estas sesiones, se revisaron y reflexionaron las decisiones pedagógicas adoptadas durante la planificación, evaluando su efectividad en función de los aprendizajes de los estudiantes. Como parte de este proceso, las y los docentes diseñaron un dispositivo de observación de clases en formato de rúbrica, adaptado al contexto particular en el que se implementaron las clases.

Por lo tanto, los temas centrales tratados en cada una de las reuniones de reflexión conjunta (R1, R2, R3) se presentan de manera detallada en la Tabla 10:

Sesión	Actividad central	Objetivo
R1	Reflexión sobre la planificación y diseño inicial	Reflexionar sobre el diseño de la secuencia didáctica y sus expectativas iniciales, evaluando la pertinencia de las estrategias y recursos planificados para abordar las dificultades previstas en el aprendizaje de los números racionales y sus operaciones. A partir de esta reflexión, planificar y diseñar la clase siguiente, integrando los ajustes necesarios.
R2	Retroalimentación sobre una implementación: Docente 4	Analizar y reflexionar sobre las decisiones en el ejercicio docente y el aprendizaje de los estudiantes mediante la revisión de extractos de clases grabadas, apoyados por evidencias como guías de trabajo y pautas de observación. Con base en esta reflexión, planificar y diseñar la clase siguiente, considerando las estrategias más efectivas y los ajustes identificados.
R3	Retroalimentación sobre una implementación: Docente 2	

Tabla 10. Actividad central y objetivos de las sesiones R1, R2 y R3

3.5.5. Hito N°2: Grupo focal con docentes

Al concluir las fases de planificación, implementación y reflexión sobre la secuencia didáctica colaborativa, se llevará a cabo un grupo focal de cierre con el propósito de permitir a las y los docentes reflexionar sobre el efecto del trabajo colaborativo y las decisiones tomadas de manera colectiva en sus prácticas pedagógicas.

El grupo focal, desarrollado en conjunto con los participantes, tiene como objetivo discutir los aspectos abordados durante el desarrollo de las actividades. Además, busca contrastar las percepciones iniciales recogidas en el Hito N°1 con las experiencias vividas en las fases de planificación (Fase 1), implementación (Fase 2) y reflexión (Fase 3). Este análisis pretende evidenciar cómo las percepciones de las y los docentes contribuyen a una reconfiguración de sus prácticas pedagógicas.

Las preguntas del grupo focal se estructuran en torno a las tres dimensiones principales que articulan esta investigación, basadas en el modelo de desarrollo profesional docente propuesto por Ponte (2012). Asimismo, se incluye una dimensión adicional enfocada en la satisfacción docente. Cabe destacar que el cuestionario utilizado fue validado mediante juicio de una experta en el área, lo que permitió asegurar la pertinencia y claridad de los ítems incluidos (Anexo 2).

En la Tabla 11 se detallan las dimensiones, subdimensiones y las preguntas que conformaron el instrumento de recolección de datos.

Dimensión	Subdimensión	Pregunta/s
Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza	¿De qué manera la planificación colaborativa, la implementación y la reflexión influyó en su forma de comprender y enseñar las operaciones entre números racionales?
	Conocimiento del alumnado y su aprendizaje	¿Notaron algún cambio en cómo los estudiantes comprenden o se relacionan con las operaciones entre números racionales después de implementar la secuencia? Ejemplifique
	Conocimiento de la práctica educativa	A partir del trabajo colaborativo, ¿qué cambios han percibido en la forma de gestionar la clase o en sus estrategias de enseñanza?

		¿Cómo evalúan el proceso de diseñar una secuencia de forma colaborativa y qué aprendizajes específicos lograron incorporar en sus prácticas docentes?
		¿Qué aspectos de la planificación consideran que fueron efectivos y cuáles podrían mejorarse?
	Conocimiento del currículo	¿Qué beneficios encontraron en la planificación colaborativa para alinear su enseñanza con los objetivos del currículo y las necesidades de los estudiantes?
Trabajo colaborativo	Experiencia con el trabajo colaborativo	¿Cómo influyó en su labor docente la colaboración con sus colegas en la planificación, implementación y reflexión de la secuencia didáctica?
		¿Qué aspectos del trabajo colaborativo creen que fueron más efectivos para mejorar su práctica educativa?
		¿Hubo algún aspecto del trabajo colaborativo que les haya resultado desafiante o difícil de implementar?
Reflexión docente	Experiencia con la reflexión docente	¿Cómo ha cambiado su manera de reflexionar sobre su práctica docente a lo largo de este proceso colaborativo?
		¿Qué aprendizajes obtuvieron del proceso reflexivo al momento de analizar las implementaciones?
Satisfacción docente	Experiencia en el proceso de investigación	Después de implementar la secuencia de actividades, ¿cuál es su nivel de satisfacción con respecto al desarrollo de las clases y el logro de los objetivos propuestos?
		En general, ¿se sienten satisfechos con el trabajo colaborativo y los resultados alcanzados? ¿Qué desafíos emergentes creen que deben abordarse a futuro?

Tabla 11. Dimensiones, subdimensiones y preguntas del grupo focal final

3.6. Plan de análisis

Los datos obtenidos a partir de las entrevistas individuales realizadas a cada docente, correspondientes al Hito N°1, fueron examinados mediante la transcripción de cada entrevista. Este proceso permitirá identificar contenido asociado a los criterios que clasifican las respuestas dentro de las subdimensiones del pensamiento didáctico del profesor de matemática, según el modelo de Ponte (2012). Los criterios se especifican en la Tabla 12.

Subdimensión	Criterios
Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	• Precisión conceptual, cuando los docentes explican conceptos matemáticos. • Relación entre conceptos, cuando los docentes conectan diferentes subconstructos matemáticos. • Reconocimiento de errores comunes o comentarios que identifican errores frecuentes en la interpretación de conceptos.
Conocimiento del alumnado y su aprendizaje	• Identificación de dificultades o comentarios que destacan los problemas específicos de los estudiantes en la comprensión de ciertos conceptos. • Conocimiento de las concepciones previas o comentarios sobre cómo las ideas preconcebidas de los estudiantes influyen en su aprendizaje. • Estrategias para motivar u observaciones sobre cómo conectar el contenido con los intereses o experiencias de los estudiantes.
Conocimiento del currículo	• Articulación de objetivos o comentarios que reflejan claridad sobre lo que se espera que los estudiantes logren. • Secuenciación de contenidos u observaciones sobre cómo organizar los temas de forma lógica y progresiva. • Adaptación de directrices curriculares o reconocimiento de las expectativas oficiales.
Conocimiento de la práctica educativa	• Estrategias de enseñanza u observaciones sobre métodos y enfoques específicos usados en el aula. • Gestión del aula o comentarios sobre cómo manejar la participación y las interacciones en el aula. • Evaluación del aprendizaje o reflexiones sobre cómo determinar si los estudiantes han logrado los objetivos.

Tabla 12. Subdimensiones y criterios del pensamiento didáctico del profesor de matemática

Por otra parte, los datos obtenidos en las reuniones correspondientes a las fases de planificación (Fase 1), implementación (Fase 2), reflexión (Fase 3) y el grupo focal final (Hito N°2) fueron procesados mediante la transcripción de cada sesión. Posteriormente, se clasificaron las ideas extraídas en función de las categorías del modelo de Ponte (2012), que incluyen el pensamiento didáctico del profesor de matemática (ver tabla anterior), así como los aspectos relacionados con el trabajo colaborativo y reflexivo de los docentes. Estos criterios se construyen a partir de las investigaciones revisadas (Boavida y Ponte, 2002; Ponte, 2008; Ramos-Rodríguez et al., 2017; Cuaresma y Ponte, 2021) y se especifican en la Tabla 13.

Dimensión	Subdimensión	Criterio
Trabajo colaborativo	Construcción de consenso	• Uso de frases como “estamos de acuerdo en...” o “podríamos decidir que...”. • Participación equitativa en la toma de decisiones. • Revisión conjunta de propuestas hasta lograr un consenso.
	Gestión de ideas	• Registro de nuevas ideas sugeridas por los participantes. • Debate o justificación de ideas presentadas. • Priorización de una idea por sobre la otra tras la discusión.
	Resolución de desacuerdos	• Uso de lenguaje respetuoso durante desacuerdos. • Propuestas para solucionar diferencias. • Acuerdos alcanzados tras discutir puntos de vista opuestos.
Reflexión docente	Reconocimiento de logros	• Menciones de estrategias efectivas implementadas. • Discusión de resultados positivos obtenidos. • Valoración de aspectos que se consideran replicables.
	Análisis de errores	• Reconocimiento de problemas durante las sesiones. • Reflexión sobre cómo los errores afectaron los resultados. • Propuestas para evitar errores similares en el futuro.
	Proyección de mejora	• Identificación de áreas específicas por mejorar. • Planteamiento de estrategias concretas para implementar.

		• Asignación de responsabilidades para ejecutar mejoras.
--	--	--

Tabla 13. Subdimensiones y criterios del trabajo colaborativo y la reflexión docente

Finalmente, como complemento al análisis de las reuniones colaborativas y del grupo focal final, se llevó a cabo un análisis transversal de las sesiones. Este análisis tuvo como objetivo resumir la reconfiguración de cada docente, empleando una simbología que permite visualizar de manera clara el progreso, la continuidad o los retrocesos en cada dimensión a lo largo de las reuniones:

- ✓: Subdimensión abordada en esa sesión de manera general o inicial.
- ✓✓: Subdimensión abordada con mayor profundidad o con ejemplos concretos.
- →: Indica que el/la docente retoma y continúa trabajando la misma subdimensión en la siguiente sesión.
- ↓: Indica una disminución en la atención a esa subdimensión (por ejemplo, si dejó de mencionarla o no la desarrolló tanto como antes).
- –: Dimensión o subdimensión no abordada en esa sesión.

Por ejemplo, en la subdimensión Conocimiento del alumnado y su aprendizaje de la Docente 1 (ver tabla 28), se observará que en la primera planificación (P1) fue abordada de manera general (✓), luego en la segunda planificación (P2) fue tratada con mayor profundidad (✓✓), y posteriormente se mantuvo de forma sostenida durante las siguientes reuniones mediante una lógica de continuidad (→), lo que evidencia una reconfiguración progresiva en su tratamiento.

Del mismo modo, en la tabla 30 correspondiente al Docente 3 se apreciará cómo la subdimensión Conocimiento de la matemática para su enseñanza es trabajada con profundidad desde la primera planificación (✓✓ en P1), se mantiene a lo largo de las siguientes reuniones (✓✓ en P2 y P3), y posteriormente se continúa desarrollando de forma sostenida (→ en M1 y M2). Esto indica una consistencia en el tratamiento de dicha subdimensión durante todo el proceso.

Capítulo 4. Análisis de resultados

En este capítulo se analizan e interpretan los resultados obtenidos a lo largo de los dos hitos y las tres fases intermedias contempladas en el diseño metodológico. Los hallazgos se presentan de manera estructurada, siguiendo el orden establecido en la implementación.

4.1. Resultados y análisis del Hito N°1

Para identificar el enfoque didáctico de las y los profesores del colegio San Sebastián de Quilicura en la enseñanza de los números racionales y sus operaciones, se realizaron entrevistas semiestructuradas a cuatro docentes con diferentes trayectorias y experiencias. Estas entrevistas permitieron explorar cómo cada uno de ellos aborda la enseñanza de este contenido, considerando las dimensiones del conocimiento didáctico propuestas por Ponte (2012).

A continuación, se presentan los análisis individuales de cada docente, destacando sus estrategias, reflexiones y perspectivas con relación a este eje central de la matemática escolar.

4.1.1. Caracterización y enfoque didáctico: Docente 1

La Docente 1 es una profesional con 16 años de experiencia enseñando matemáticas, todos ellos en el mismo colegio. Su motivación para estudiar pedagogía surge de su propia experiencia escolar, ya que en enseñanza básica encontraba las matemáticas desafiantes, pero logró superar esas dificultades y experimentar satisfacción al resolver problemas complejos. Este sentimiento la inspiró a querer transmitir esa misma emoción a sus estudiantes. Antes de dedicarse a la docencia, estudió contabilidad, pero decidió cambiar de rumbo al descubrir que prefería el contacto con las personas, algo que encontró plenamente en su rol como profesora.

En cuanto al trabajo colaborativo, la Docente 1, ha participado en proyectos dentro de su asignatura, como las olimpiadas de matemáticas y actividades en aula como la "calculadora humana". Sin embargo, señala que no ha tenido muchas oportunidades de planificar en conjunto con otros docentes debido a la falta de tiempo.

La Docente 1, reflexiona constantemente sobre su práctica, especialmente cuando algo no resulta como esperaba. Evalúa sus estrategias al revisar pruebas y observa cómo los estudiantes responden a las actividades en clase, ajustando su enfoque según las necesidades de cada curso. Considera que la colaboración entre colegas podría enriquecer sus estrategias y permitirle abordar de mejor manera los desafíos que enfrenta en la enseñanza de las operaciones entre números racionales.

Con relación a los elementos que conforman el conocimiento de la Docente 1, y en función de construir su enfoque didáctico según las cuatro dimensiones propuestas por Ponte (2012), la Tabla 14 presenta una síntesis de las evidencias recopiladas:

Dimensión	Evidencia del conocimiento didáctico del docente
Conocimiento de la matemática para su enseñanza	• Utiliza representaciones visuales como dibujos y contextos cotidianos (vasos y bebidas) para enseñar números racionales. • Se enfoca en las conexiones conceptuales entre fracciones, decimales y razones para superar confusiones comunes. • Emplea estrategias como el mínimo común múltiplo., la amplificación, y métodos como "la mariposita" para adaptar las técnicas según las necesidades del curso. • Busca que los estudiantes comprendan los conceptos antes de realizar operaciones, y enfatiza la práctica guiada.
Conocimiento del alumnado y su aprendizaje	• Identifica que los estudiantes enfrentan dificultades con operaciones como suma y resta con diferentes denominadores y división de números decimales. • Adapta su enseñanza a los diferentes estilos de aprendizaje, distinguiendo entre estudiantes más analíticos y aquellos que prefieren enfoques mecanizados. • Ajusta las evaluaciones para permitir avances individuales, valorando el esfuerzo y el progreso, más que el completado de tareas.
Conocimiento del currículo	• Percibe que el currículo actual no otorga suficiente tiempo para consolidar los contenidos, especialmente después de la pandemia. • Integra números racionales en otros temas del currículo (como geometría y perímetro) para reforzar su transversalidad y conexión. • Considera que el énfasis curricular debería ajustarse para priorizar la comprensión profunda sobre la cobertura extensa.
Conocimiento de la práctica educativa.	• Gestiona el tiempo mediante prácticas como tutorías entre compañeros, segmentación de actividades en etapas y monitoreo constante. • Reflexiona sobre sus estrategias al evaluar las pruebas, identificando puntos débiles en su enseñanza.

	• Implementa actividades adaptadas a las características del curso, como usar tecnología (GeoGebra) en algunos casos y enfocarse en material concreto (pizzas plásticas, rectas numéricas) en otros niveles. • Valora la colaboración y el aprendizaje entre pares como una forma de mejorar y diversificar sus estrategias.
--	---

Tabla 14. Enfoque didáctico de la Docente 1

A partir del análisis de las dimensiones del conocimiento didáctico según Ponte (2012), se puede inferir que la Docente 1 adopta un enfoque didáctico centrado en la adaptación y personalización de estrategias para atender las diversas necesidades de sus estudiantes. Sus prácticas destacan por el uso de métodos visuales y concretos para facilitar la comprensión inicial de los números racionales, mientras que en niveles más avanzados prioriza estrategias mecanizadas y la ejercitación guiada. Este enfoque se enfrenta a desafíos significativos, como la limitada disponibilidad de tiempo curricular y las dificultades de los estudiantes con conceptos básicos como la ubicación en la recta numérica y las tablas de multiplicar. La Docente 1 reconoce la importancia de la reflexión constante sobre su práctica docente y valora la colaboración entre colegas como una vía para enriquecer su repertorio de estrategias didácticas.

4.1.2. Caracterización y enfoque didáctico: Docente 2

El Docente 2 es un profesional con un año de experiencia enseñando matemáticas en colegios. Su motivación para dedicarse a la docencia surge de su interés, desde la época escolar, por enseñar a sus compañeros, lo que le permitió descubrir su vocación. Durante su práctica profesional y su primer año de ejercicio, ha trabajado en la enseñanza de números racionales, reconociendo que este contenido se aborda de manera progresiva a lo largo del currículo.

Aunque no ha participado en proyectos colaborativos en su ejercicio profesional, valora la colaboración como una oportunidad para aprender estrategias de docentes con más experiencia.

El docente 2 reflexiona sobre su práctica de manera interna y reconoce la importancia de sistematizar estas reflexiones para mejorar su enseñanza.

Con relación a los elementos que conforman el conocimiento del Docente 2, y en función de construir su enfoque didáctico según las cuatro dimensiones propuestas por Ponte (2012), la Tabla 15 presenta una síntesis de las evidencias recopiladas:

Dimensión	Evidencia del conocimiento didáctico del docente
Conocimiento de la matemática para su enseñanza	• Utiliza representaciones visuales, como pizzas y figuras subdivididas, para explicar conceptos iniciales. • Enfoca la enseñanza en la progresión desde lo visual y concreto hacia operaciones abstractas con fracciones y decimales. • Reconoce la dificultad de conceptos menos visuales, como la división.
Conocimiento del alumnado y su aprendizaje	• Adapta la enseñanza a diferentes estilos de aprendizaje, comenzando con operaciones simples y aumentando gradualmente la dificultad. • Identifica errores comunes, como mezclar procedimientos mecánicos al realizar operaciones.
Conocimiento del currículo	• Considera los números racionales como un contenido base que conecta con otros temas, como productos notables y sistemas de ecuaciones. • Valora la progresión del currículo, que aborda este contenido en varios niveles educativos.
Conocimiento de la práctica educativa.	• Enfatiza en la ejercitación para asegurar la comprensión de los estudiantes. • Evalúa principalmente con actividades escritas y monitoreo en clase. • Reflexiona sobre estrategias que no funcionan, como incluir teoría en las guías de trabajo, para ajustar su planificación futura.

Tabla 15. Enfoque didáctico del Docente 2

El enfoque didáctico del Docente 2 puede caracterizarse en una etapa inicial y basado en la experimentación, acorde a su corta experiencia en la enseñanza. Prioriza el uso de representaciones visuales y la práctica intensiva para facilitar la comprensión de los números racionales, comenzando con ejemplos concretos y avanzando hacia operaciones más abstractas. Reconoce la importancia de ajustar sus estrategias según las respuestas de los estudiantes y los resultados de las evaluaciones, reflexionando tanto de manera interna como a partir del diálogo con colegas más experimentados. Aunque aún no ha participado en proyectos colaborativos, identifica estos espacios como una oportunidad para fortalecer su conocimiento didáctico y diversificar sus técnicas de enseñanza.

4.1.3. Caracterización y enfoque didáctico: Docente 3

El Docente 3 es un profesional con siete años de experiencia en la enseñanza de matemáticas, incluyendo proyectos educativos en preuniversitarios populares y centros de reintegración social,

además de tres años en colegios, siendo este el primero en que trabaja con un curso completo durante todo el año. Su interés por la docencia surgió tras descubrir el impacto positivo de su enseñanza en clases particulares, motivándolo a cambiar de la ingeniería a la pedagogía.

Aunque ha trabajado en proyectos colaborativos en contextos no escolares, dentro de colegios aún no ha participado en este tipo de iniciativas.

El docente 3 reflexiona regularmente sobre su práctica docente, identificando aspectos a mejorar y adaptando sus estrategias para abordar las dificultades recurrentes en los contenidos matemáticos.

Con relación a los elementos que conforman el conocimiento del Docente 3, y en función de construir su enfoque didáctico según las cuatro dimensiones propuestas por Ponte (2012), la Tabla 16 presenta una síntesis de las evidencias recopiladas:

Dimensión	Evidencia del conocimiento didáctico del docente
Conocimiento de la matemática para su enseñanza	• Enfatiza que las fracciones deben entenderse como un solo número, y no como dos valores (numerador y denominador) desconectados, lo cual es clave para su uso adecuado en operaciones matemáticas. • Utiliza ejemplos visuales, como doblar hojas para explicar operaciones básicas. • Reconoce la complejidad de temas como el mínimo común múltiplo y la suma/resta con denominadores diferentes.
Conocimiento del alumnado y su aprendizaje	• Identifica que los estudiantes tienden a preferir decimales sobre fracciones y buscan evitar el trabajo con estas últimas. • Adapta su enseñanza según el nivel de comprensión del curso, iniciando desde lo más básico y avanzando a lo complejo. • Promueve la ejercitación constante para el aprendizaje.
Conocimiento del currículo	• Percibe los números racionales como fundamentales para otros temas del currículo, como ecuaciones y funciones. • Integra números racionales en temas avanzados, como geometría y potencias, para reforzar su relevancia y transversalidad.
Conocimiento de la práctica educativa.	• Utiliza dibujos y ejemplos prácticos como herramientas principales. • Evalúa mediante tickets de entrada y ejercicios frecuentes, centrados en la práctica repetitiva. • Reflexiona sobre estrategias, como el uso de recursos más concretos y nuevas dinámicas, para mejorar el aprendizaje.

Tabla 16. Enfoque didáctico del Docente 3

El enfoque didáctico del Docente 3 se caracteriza por una visión integradora y adaptativa, basada en conectar los números racionales con otros temas del currículo y en facilitar su comprensión a través de ejemplos visuales y prácticos. Su experiencia diversa en contextos educativos le ha permitido desarrollar una sensibilidad hacia las dificultades comunes de los estudiantes, como la preferencia por decimales y el rechazo hacia las fracciones. El docente 3 enfatiza la importancia de la resolver ejercicios y reconoce la necesidad de incorporar más recursos didácticos concretos en su enseñanza. Además, valora la reflexión y el trabajo colaborativo como medios para expandir su repertorio de estrategias y fortalecer su práctica docente.

4.1.4. Caracterización y enfoque didáctico: Docente 4

La docente 4 es una profesional con 16 años de experiencia en la enseñanza de matemáticas y física. Aunque inicialmente estudió ingeniería en administración agroindustrial, decidió seguir su verdadera vocación y cursó pedagogía, motivada por su interés desde niña por enseñar. Durante su trayectoria, ha trabajado con estudiantes de distintos niveles y se ha especializado en ambas asignaturas.

La docente 4 ha participado en proyectos colaborativos dentro del departamento de matemáticas de su colegio, destacando su aporte a talleres y actividades conjuntas.

Reflexiona de manera constante sobre su práctica, adaptándola a las necesidades de los estudiantes y buscando siempre mejorar su efectividad como docente.

Con relación a los elementos que conforman el conocimiento de la Docente 4, y en función de construir su enfoque didáctico según las cuatro dimensiones propuestas por Ponte (2012), la Tabla 17 presenta una síntesis de las evidencias recopiladas:

Dimensión	Evidencia del conocimiento didáctico del docente
Conocimiento de la matemática para su enseñanza	• Prefiere trabajar con fracciones en lugar de decimales, considerando que son más manejables en ejercicios y pruebas estandarizadas. • Emplea métodos como el mínimo común múltiplo para enseñar suma y resta de fracciones con denominadores diferentes. • Identifica la importancia de simplificar operaciones para facilitar el aprendizaje.

Conocimiento del alumnado y su aprendizaje	• Reconoce que los estudiantes suelen optar por métodos más fáciles, aunque sean incorrectos. • Adapta su enseñanza según las características de los estudiantes, incluyendo estrategias específicas para quienes tienen barreras lingüísticas o prefieren trabajar de manera visual.
Conocimiento del currículo	• Percibe a los números racionales como contenidos fundamentales para todos los niveles, conectándolos con temas como ecuaciones, estadística y geometría. • Señala que el currículo carece de suficiente tiempo y recursos concretos para abordar estos temas a profundidad.
Conocimiento de la práctica educativa.	• Utiliza presentaciones, vídeos y guías como recursos principales. • Evalúa el progreso mediante ejercicios escalonados en dificultad, monitoreo constante y preguntas iniciales en clases posteriores para reforzar conceptos. • Reflexiona sobre cómo adaptar estrategias entre cursos con diferentes dinámicas.

Tabla 17. Enfoque didáctico de la Docente 4

El enfoque didáctico de la Docente 4 se caracteriza por su pragmatismo y adaptabilidad. Reconoce las dificultades comunes que enfrentan los estudiantes, como la confusión entre los distintos métodos para operar fracciones —suma y resta con igual o distinto denominador, multiplicación y división—, así como la tendencia a optar por estrategias más fáciles. Para abordarlas, recurre a un enfoque práctico que incluye el uso de ejemplos concretos y herramientas audiovisuales.

A pesar de las limitaciones de tiempo y recursos, considera los números racionales como una base fundamental para el aprendizaje de otros contenidos del currículo, lo que refuerza su compromiso con su enseñanza. Su participación en proyectos colaborativos y la reflexión constante sobre su práctica le permiten ajustar sus estrategias para optimizar el aprendizaje de sus estudiantes.

4.2. Resultados y análisis de la fase 1

Para describir el trabajo colaborativo, reflexivo y el conocimiento didáctico aplicado por las y los docentes durante el proceso de planificación de la secuencia de actividades para la enseñanza de los números racionales y sus operaciones, se realiza un análisis de las sesiones P1, P2 y P3, fundamentado en los criterios definidos en el plan de análisis.

4.2.1. Análisis de la sesión N°1 (P1)

El objetivo de la reunión N°1 fue comprender las percepciones y experiencias de las y los docentes en la enseñanza de los números racionales y sus operaciones, fomentando un espacio de diálogo para que pudieran expresar sus opiniones y creencias sobre este contenido y su enseñanza.

La tabla 18 presenta la categorización de lo dialogado en la reunión:

Docente	Dimensión del modelo	Subdimensión observada	Indicadores detectados
Docente 1	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Discute cómo las fracciones son visualizadas como divisiones sin contexto significativo.
		Conocimiento del alumnado y su aprendizaje.	Propone ejemplos concretos, como el uso de botellas, para motivar a los estudiantes.
		Conocimiento del currículo.	Sugiere priorizar contenidos esenciales como las transformaciones decimales.
		Conocimiento de la práctica educativa.	Discute la importancia de evaluar cómo las actividades impactan el aprendizaje.
	Trabajo colaborativo	Construcción de consenso.	Sugiere acuerdos sobre cómo estructurar la planificación colaborativa.
	Reflexión docente	Análisis crítico de la práctica.	Evalúa críticamente cómo los estudiantes no logran relacionar conceptos matemáticos.
Docente 2	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento didáctico de la matemática para su enseñanza.	Pregunta cómo involucrar a los estudiantes de manera efectiva en el aprendizaje de fracciones.
Docente 3	Conocimiento didáctico del	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Propone usar galletas como recurso visual para explicar divisiones y fracciones.

	profesor de matemática	Conocimiento del alumnado y su aprendizaje.	Comenta sobre la influencia de la tecnología en los hábitos de aprendizaje de los estudiantes.
		Conocimiento de la práctica educativa.	Propone enseñar fracciones con ejemplos concretos como el doblado de papel.
	Trabajo colaborativo	Gestión de ideas.	Propone ideas sobre cómo simplificar las operaciones matemáticas para los estudiantes.
	Reflexión docente	Proyección de mejoras.	Sugiere ajustes en las estrategias para abordar dificultades específicas de aprendizaje.
Docente 4	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Enfatiza la importancia de enseñar las transformaciones entre decimales y fracciones.
		Conocimiento del alumnado y su aprendizaje.	Discute cómo los estudiantes perciben las fracciones como divisiones que no entienden.
		Conocimiento del currículo.	Sugiere incluir actividades de fracciones en pruebas globales para medir efecto de la intervención.
		Conocimiento de la práctica educativa.	Sugiere guías dinámicas y materiales interactivos para reforzar el aprendizaje.
	Trabajo colaborativo	Resolución de desacuerdos	Participa en la discusión para resolver discrepancias sobre el enfoque metodológico.
	Reflexión docente	Reconocimiento de logros	Reconoce la efectividad de prácticas repetitivas para consolidar el aprendizaje.

Tabla 18. Descripción de lo abordado en la reunión P1 y clasificación en base al modelo de Ponte (2012)

A continuación, se resumen las principales contribuciones de cada docente:

- **Docente 1:** Este docente destaca por su enfoque práctico y reflexivo. Propone utilizar ejemplos concretos, como botellas, para relacionar fracciones con situaciones significativas, y prioriza las

transformaciones decimales como un contenido esencial. Además, reflexiona sobre cómo las actividades pueden impactar en el aprendizaje de los estudiantes, subrayando la importancia de evaluar su efectividad.

- **Docente 2:** El docente centra sus intervenciones en la necesidad de involucrar activamente a los estudiantes en la comprensión de fracciones. A través de preguntas clave, busca estrategias para mejorar la participación estudiantil y fomentar el aprendizaje significativo.
- **Docente 3:** Con un enfoque creativo, este docente sugiere recursos visuales como galletas y papel doblado para enseñar fracciones. Reflexiona sobre la necesidad de simplificar operaciones para facilitar la comprensión de los estudiantes, destacando la importancia de conectar conceptos matemáticos con ejemplos cotidianos.
- **Docente 4:** Este docente enfatiza la relevancia de las transformaciones entre decimales y fracciones, proponiendo guías dinámicas y el uso de materiales interactivos. Además, destaca la utilidad de las prácticas repetitivas para consolidar aprendizajes, sugiriendo incluir actividades de este tipo en las evaluaciones.

4.2.2. Análisis de la sesión N°2 (P2)

El objetivo de la reunión N°2 fue definir el enfoque pedagógico de la secuencia de actividades, incluyendo la selección de materiales, el formato de trabajo de los estudiantes y la organización de las sesiones posteriores, a partir del análisis y la discusión colaborativa.

La tabla 19 presenta la categorización de lo dialogado en la reunión:

Docente	Dimensión del modelo	Subdimensión observada	Indicadores detectados
Docente 1	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Propone trabajar con rectas numéricas y fracciones para representar relaciones matemáticas.
		Conocimiento del alumnado y su aprendizaje.	Sugiere trabajar con material dinámico que permita a los estudiantes participar activamente.

	Trabajo colaborativo	Gestión de ideas.	Proporciona ideas sobre el uso de guías y ejemplos concretos para la enseñanza de fracciones.
	Reflexión docente	Análisis crítico de la práctica	Reflexiona sobre cómo estructurar actividades que incluyan ejemplos cotidianos.
Docente 3	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Sugiere partir con ejemplos concretos antes de introducir definiciones formales.
		Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Destaca cómo las fracciones permiten simplificar operaciones matemáticas.
		Conocimiento del alumnado y su aprendizaje.	Identifica la falta de ejercitación como un obstáculo significativo para el aprendizaje de fracciones.
	Trabajo colaborativo	Resolución de desacuerdos.	Participa en la discusión para resolver enfoques metodológicos divergentes.
	Reflexión docente	Proyecciones de mejora.	Sugiere incluir actividades concretas para abordar dificultades específicas.
Docente 4	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Discute la importancia de incluir tanto definiciones formales como aquellas orientadas a la aplicación del concepto en contextos concretos.
		Conocimiento del alumnado y su aprendizaje.	Discute cómo el vocabulario limitado de los estudiantes afecta su comprensión matemática.
	Trabajo colaborativo	Construcción de consenso.	Sugiere definir conjuntamente las actividades iniciales para unificar criterios.
	Reflexión docente	Reconocimiento de logros.	Reconoce la utilidad de procedimientos repetitivos para consolidar aprendizajes.

Tabla 19. . Descripción de lo abordado en la reunión P2 y clasificación en base al modelo de Ponte (2012)

A continuación, se resumen las principales contribuciones de cada docente:

- **Docente 1:** Este docente propone trabajar con rectas numéricas y fracciones para facilitar la representación de relaciones matemáticas. Sugiere materiales dinámicos que fomenten la participación activa de los estudiantes y reflexiona sobre cómo estructurar actividades que incluyan ejemplos cotidianos.
- **Docente 2:** En esta sesión, el docente 2 no realizó intervenciones destacadas dentro de las dimensiones del modelo, pero su participación general contribuyó al diálogo colaborativo del grupo.
- **Docente 3:** El docente sugiere partir con ejemplos concretos antes de introducir definiciones formales, destacando cómo las fracciones simplifican operaciones matemáticas. Reconoce la falta de práctica como un obstáculo y propone actividades concretas para abordar estas dificultades.
- **Docente 4:** Este docente enfatiza la importancia de incluir tanto definiciones formales como aquellas que permitan aplicar los conceptos en situaciones concretas. Además, señala que el vocabulario limitado de los estudiantes dificulta su comprensión matemática, por lo que propone unificar criterios en las actividades iniciales para facilitar el aprendizaje.

4.2.3. Análisis de la sesión N°3 (P3)

El objetivo de la reunión N°3 fue establecer y estructurar los objetivos de aprendizaje de la secuencia de actividades sobre los números racionales y sus operaciones, mediante el trabajo colaborativo para determinar una secuenciación coherente y alineada con los contenidos curriculares.

La tabla 20 presenta la categorización de lo dialogado en la reunión:

Docente	Dimensión del modelo	Subdimensión observada	Indicadores detectados
Docente 1	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Sugiere usar rectas numéricas y manipulación concreta para explicar fracciones equivalentes.
		Conocimiento del alumnado y su aprendizaje.	Sugiere incluir material manipulativo que capture la atención de los estudiantes.

	Trabajo colaborativo	Gestión de ideas.	Proporciona ideas sobre cómo estructurar guías con ejemplos específicos.
	Reflexión docente	Proyección de mejora.	Sugiere incorporar ejercicios progresivos para fortalecer habilidades matemáticas.
Docente 2	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Explica cómo las operaciones con fracciones se relacionan con números decimales y otras representaciones.
		Conocimiento del alumnado y su aprendizaje.	Discute la importancia de explicar procedimientos paso a paso para mejorar la comprensión.
Docente 3	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Propone conectar conceptos matemáticos con situaciones cotidianas como dividir una pizza.
	Trabajo colaborativo	Resolución de desacuerdos.	Discute alternativas metodológicas para abordar conceptos complejos.
	Reflexión docente	Reconocimiento de logros.	Reconoce que los estudiantes disfrutan y comprenden mejor cuando participan en actividades prácticas.
Docente 4	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Discute la relevancia de abordar fracciones propias, impropias y mixtas.
		Conocimiento del alumnado y su aprendizaje.	Comenta cómo los estudiantes suelen cometer errores al transformar decimales a fracciones.
	Trabajo colaborativo	Construcción de consenso.	Sugiere trabajar conjuntamente en guías para garantizar un enfoque unificado.
	Reflexión docente	Análisis crítico de la práctica	Reflexiona sobre cómo las herramientas manipulativas pueden mejorar la comprensión.

Tabla 20. Descripción de lo abordado en la reunión P3 y clasificación en base al modelo de Ponte (2012)

A continuación, se resumen las principales contribuciones de cada docente:

- **Docente 1:** Propone usar rectas numéricas y material manipulativo para explicar fracciones equivalentes. Enfatiza la importancia de diseñar actividades que permitan a los estudiantes deducir reglas matemáticas por sí mismos y reflexiona sobre la necesidad de incluir ejercicios progresivos que fortalezcan las habilidades matemáticas.
- **Docente 2:** Sugiere relacionar las operaciones con fracciones y decimales, destacando la importancia de explicar procedimientos paso a paso. Además, reflexiona sobre cómo conectar conceptos previos para reforzar el aprendizaje de los estudiantes.
- **Docente 3:** Plantea conectar los conceptos matemáticos con situaciones cotidianas, como dividir una pizza, para facilitar la comprensión. Reflexiona sobre cómo simplificar las instrucciones y mejorar la claridad en las guías para abordar conceptos más abstractos.
- **Docente 4:** Enfatiza el abordaje de fracciones propias, impropias y mixtas en las actividades. Identifica errores comunes de los estudiantes, como las dificultades en la transformación de decimales a fracciones, y propone ajustes en las guías para asegurar una implementación efectiva.

4.3. Resultados y análisis de la fase 2

Para describir el trabajo colaborativo, reflexivo y el conocimiento didáctico aplicado por las y los docentes durante el proceso de elaboración del material para la secuencia de actividades para la enseñanza de los números racionales y sus operaciones, se realiza un análisis de las sesiones M1, M2 y M3, fundamentado en los criterios definidos en el plan de análisis.

4.3.1. Análisis de la sesión N°4 (M1)

El objetivo de esta reunión fue diseñar el material para la primera implementación que busca facilitar la comprensión de la relación entre las fracciones y los números decimales, a través de la identificación de fracciones como partes de un entero, el uso de fracciones propias e impropias, y las transformaciones entre fracciones y números decimales, utilizando materiales concretos enmarcados en el enfoque "parte-todo".

La tabla 21 presenta la categorización de lo dialogado en la reunión:

Docente	Dimensión del modelo	Subdimensión observada	Indicadores detectados
Docente 1	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Lidera la estructura de la guía, proponiendo un enfoque paso a paso con material concreto para deducir respuestas.
		Conocimiento del alumnado y su aprendizaje.	Identifica que los estudiantes necesitan pasos claros y actividades progresivas para evitar confusiones.
	Trabajo colaborativo	Gestión de ideas.	Integra ideas discutidas en reuniones previas para estructurar la guía.
	Reflexión docente	Reconocimiento de logros	Reconoce que la colaboración permitió crear una guía más adecuada y alineada con las necesidades del alumnado.
Docente 2	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Explica cómo los decimales finitos y periódicos se transforman a fracciones utilizando potencias de 10 y sistemas de ecuaciones.
Docente 3	Trabajo colaborativo	Distribución de roles.	Realiza la distribución de las funciones en la elaboración de la guía.
Docente 4	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento del alumnado y su aprendizaje.	Sugiere actividades relacionadas con pizzas para conectar conceptos matemáticos con situaciones cotidianas.
	Trabajo colaborativo	Construcción de consenso.	Propone actividad metacognitiva como cierre de la guía.
	Reflexión docente	Proyección de mejora	Propone incluir una actividad metacognitiva para que los

			estudiantes describan el proceso con sus propias palabras.
--	--	--	--

Tabla 21. Descripción de lo abordado en la reunión M1 y clasificación en base al modelo de Ponte (2012)

A continuación, se resumen las principales contribuciones de cada docente:

- **Docente 1:** Lidera la estructura de la guía proponiendo un enfoque paso a paso con material concreto, asegurando claridad en las actividades. Reflexiona sobre cómo la colaboración permitió crear un material alineado con las necesidades del alumnado, destacando la importancia de incluir actividades progresivas.
- **Docente 2:** Aporta al diseño explicando cómo transformar decimales finitos y periódicos en fracciones, utilizando potencias de 10 y sistemas de ecuaciones para facilitar la comprensión matemática.
- **Docente 3:** Participa en la distribución de roles para la elaboración de la guía, asegurando una organización eficiente del equipo de trabajo.
- **Docente 4:** Propone actividades prácticas relacionadas con situaciones cotidianas, como pizzas, para conectar los conceptos con la realidad de los estudiantes. Además, sugiere incluir una actividad metacognitiva para que los estudiantes describan el proceso en sus propias palabras como cierre de la guía.

4.3.2. Análisis de la sesión N°6 (M2)

El objetivo de esta reunión fue diseñar el material para la segunda implementación que busca desarrollar habilidades en la comparación, simplificación y ubicación de fracciones en la recta numérica, comprendiendo las relaciones equivalentes y las fracciones inversas aditivas y multiplicativas, mediante la manipulación de materiales didácticos que faciliten el enfoque de medida.

La tabla 22 presenta la categorización de lo dialogado en la reunión:

Docente	Dimensión del modelo	Subdimensión observada	Indicadores detectados
Docente 1	Conocimiento didáctico del	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Sugiere relacionar fracciones con su ubicación en la recta numérica

	profesor de matemática		para conectar con actividades previas.
		Conocimiento del alumnado y su aprendizaje.	Identifica que los estudiantes enfrentan dificultades con actividades que requieren inferencia matemática.
		Conocimiento de la práctica educativa	Discute cómo usar material concreto para facilitar la transición entre actividades básicas y avanzadas.
	Trabajo colaborativo	Gestión de ideas.	Organiza la discusión sobre la estructura de la guía y distribuye tareas entre el equipo.
	Reflexión docente	Proyecciones de mejora.	Sugiere ajustes para hacer las actividades más dinámicas e inclusivas.
	Reflexión docente (individual)	Identificación de sentimientos	Expresa preocupación por la organización y claridad de las actividades en la guía.
Docente 2	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Discute cómo estructurar actividades para enseñar fracciones impropias y mixtas de forma progresiva.
Docente 3	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Propone actividades con fichas de dominó para reforzar conceptos de fracciones equivalentes.
		Conocimiento de la práctica educativa	Sugiere estructurar actividades progresivas para enseñar fracciones equivalentes.
	Trabajo colaborativo	Resolución de desacuerdos.	Discuten cómo simplificar instrucciones para evitar confusión en los estudiantes.
	Reflexión docente	Reconocimiento de logros	Reconoce el efecto positivo del uso de material concreto en el aprendizaje de fracciones.

Docente 4	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento del alumnado y su aprendizaje.	Observa que el uso de actividades prácticas como el dominó mejora la participación y el interés.
		Conocimiento de la práctica educativa	Proporciona retroalimentación sobre cómo ajustar preguntas que podrían ser confusas.
	Trabajo colaborativo	Construcción de consenso	Consenso en actividades clave como la representación de fracciones equivalentes con dominó.
	Reflexión docente	Análisis crítico de la práctica	Reflexiona sobre cómo mejorar las actividades para evitar confusiones en los estudiantes.
	Reflexión docente (individual)	Análisis de la experiencia personal.	Comparte una experiencia positiva sobre la participación de los estudiantes en actividades previas.

Tabla 22. . Descripción de lo abordado en la reunión M2 y clasificación en base al modelo de Ponte (2012)

A continuación, se resumen las principales contribuciones de cada docente:

- **Docente 1:** Propone relacionar fracciones con su ubicación en la recta numérica para conectar con actividades previas. Reflexiona sobre la necesidad de hacer las actividades más dinámicas e inclusivas, destacando la importancia de utilizar materiales concretos para facilitar la transición entre actividades básicas y avanzadas.
- **Docente 2:** Sugiere estructurar las actividades de manera progresiva para enseñar conceptos como fracciones impropias y mixtas, asegurando claridad en el desarrollo de los ejercicios.
- **Docente 3:** Propone actividades con fichas de dominó para reforzar el concepto de fracciones equivalentes. Reflexiona sobre el impacto positivo del uso de materiales concretos en el aprendizaje de los estudiantes y sugiere ajustes en las instrucciones para evitar confusiones.
- **Docente 4:** Observa que actividades lúdicas como el dominó mejoran la participación y el interés de los estudiantes. Propone retroalimentar las preguntas de las actividades para clarificar conceptos y reflexiona sobre cómo optimizar las guías para facilitar su implementación.

4.3.3. Análisis de la sesión N°8 (M3)

El objetivo de esta reunión fue diseñar el material para la tercera implementación que busca resolver operaciones de suma y resta entre fracciones con igual y distinto denominador, aplicando el concepto de mínimo común múltiplo y utilizando recursos audiovisuales y manipulativos dentro del enfoque operador.

La tabla 23 presenta la categorización de lo dialogado en la reunión:

Docente	Dimensión del modelo	Subdimensión observada	Indicadores detectados
Docente 1	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Sugiere integrar métodos alternativos como amplificación y "la mariposa" para abordar suma de fracciones.
		Conocimiento del alumnado y su aprendizaje.	Observa que los estudiantes tienden a sumar numeradores y denominadores directamente sin ajustarlos.
		Conocimiento de la práctica educativa.	Propone estructurar las actividades para que los estudiantes deduzcan las reglas matemáticas por sí mismos.
	Trabajo colaborativo	Construcción de consenso.	Sugiere dividir los videos en segmentos cortos y estructurar actividades basadas en experiencias previas.
	Reflexión docente	Proyección de mejora.	Sugiere preguntas abiertas para fomentar la reflexión y el aprendizaje interactivo.
Docente 2	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento del currículo.	Discute cómo las actividades cumplen con los objetivos relacionados con la suma y resta de fracciones.
Docente 3	Conocimiento didáctico del	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Propone usar fichas de goma eva para representar fracciones equivalentes y facilitar la suma.

	profesor de matemática	Conocimiento de la práctica educativa.	Sugiere dividir las explicaciones en videos cortos para facilitar la comprensión y organización.
	Trabajo colaborativo	Resolución de desacuerdos.	Propone estrategias claras para evitar confusiones en las instrucciones de la guía.
Docente 4	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Conecta la actividad concreta con el concepto simbólico para deducir reglas matemáticas.
		Conocimiento del alumnado y su aprendizaje.	Destaca el interés de los estudiantes al trabajar con material manipulativo como las fichas de goma eva.
	Trabajo colaborativo	Gestión de ideas.	Sugiere estructurar preguntas al final de cada actividad para reforzar aprendizajes.
	Reflexión docente	Análisis crítico de la práctica.	Reflexiona sobre problemas de implementación en clases previas y sugiere soluciones.

Tabla 23. . Descripción de lo abordado en la reunión M3 y clasificación en base al modelo de Ponte (2012)

A continuación, se resumen las principales contribuciones de cada docente:

- **Docente 1:** Sugiere integrar métodos alternativos, como la amplificación y "la mariposa", para enseñar la suma de fracciones. Reflexiona sobre la importancia de estructurar actividades que permitan a los estudiantes deducir las reglas matemáticas y propone incluir preguntas abiertas para fomentar el aprendizaje interactivo.
- **Docente 2:** Destaca cómo las actividades propuestas cumplen con los objetivos curriculares relacionados con la suma y resta de fracciones. Propone estrategias que conecten las operaciones con las necesidades del grupo.
- **Docente 3:** Propone usar fichas de goma eva para representar fracciones equivalentes y facilitar la suma. Reflexiona sobre cómo dividir las explicaciones en videos cortos para mejorar la claridad y organización de las actividades.

- **Docente 4:** Subraya la relevancia de conectar actividades concretas con conceptos simbólicos para deducir reglas matemáticas. Observa que los materiales manipulativos, como las fichas de goma eva, generan mayor interés y comprensión entre los estudiantes.

4.4. Resultados y análisis de la fase 3

Para describir el trabajo colaborativo, reflexivo y el conocimiento didáctico aplicado por las y los docentes durante el proceso de reflexión de la implementación de las actividades de la secuencia para la enseñanza de los números racionales y sus operaciones, se realiza un análisis de las sesiones R1, R2 y R3, fundamentado en los criterios definidos en el plan de análisis.

4.4.1. Análisis de la sesión N°5 (R1)

El objetivo de esta reunión fue reflexionar sobre el diseño de la secuencia didáctica y sus expectativas iniciales, evaluando la pertinencia de las estrategias y recursos planificados para abordar las dificultades previstas en el aprendizaje de los números racionales y sus operaciones. A partir de esta reflexión, planificar y diseñar la clase siguiente, integrando los ajustes necesarios.

La tabla 24 presenta la categorización de lo dialogado en la reunión:

Docente	Dimensión del modelo	Subdimensión observada	Indicadores detectados
Docente 1	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Discute cómo estructurar las guías para que integren habilidades básicas y refuercen aprendizajes clave.
	Trabajo colaborativo	Construcción de consenso	Lideró la discusión sobre cómo ajustar actividades para diversos ritmos de aprendizaje.
	Reflexión docente	Proyección de mejora	Sugirió ajustes en futuras guías para satisfacer diferentes niveles de habilidad.
Docente 2	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Sugiere incluir actividades para que los estudiantes deduzcan conceptos matemáticos en forma concreta.

	Reflexión docente	Análisis crítico de la práctica.	Reflexionó sobre los problemas de tiempo y cómo afectaron la implementación.
	Reflexión docente (individual)	Análisis personal de la experiencia.	Expresó frustración por no poder completar la guía debido a problemas de tiempo.
Docente 3	Trabajo colaborativo	Resolución de desacuerdos	Identificó mejoras en las preguntas de las guías para evitar confusiones.
Docente 4	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Relaciona actividades prácticas como las pizzas con la representación de fracciones equivalentes.
	Trabajo colaborativo	Gestión de ideas.	Sugirió incluir estrategias como trabajo en parejas para facilitar la comprensión.
	Reflexión docente	Reconocimiento de logros.	Reconoció el impacto positivo de las actividades en la motivación estudiantil.
	Reflexión docente (individual)	Identificación de sentimientos.	Destacó una sensación positiva al observar la participación activa de los estudiantes.

Tabla 24. Descripción de lo abordado en la reunión R1 y clasificación en base al modelo de Ponte (2012)

A continuación, se resumen las principales contribuciones de cada docente:

- **Docente 1:** Discute la necesidad de integrar habilidades básicas en las guías y sugiere ajustes para satisfacer diferentes niveles de habilidad entre los estudiantes. Lidera la discusión sobre cómo estructurar las actividades para adaptarse a ritmos de aprendizaje variados.
- **Docente 2:** Propone incluir actividades que permitan a los estudiantes deducir conceptos matemáticos de manera concreta. Reflexiona sobre cómo los problemas de tiempo afectaron la implementación y sugiere mejoras para evitar estas dificultades en el futuro.
- **Docente 3:** Identifica áreas de mejora en las preguntas de las guías para evitar confusiones entre los estudiantes. Reflexiona sobre la importancia de adaptar las estrategias a las necesidades específicas del grupo.

- **Docente 4:** Relaciona actividades prácticas, como trabajar con pizzas, con la representación de fracciones equivalentes. Propone estrategias como trabajo en parejas para facilitar la comprensión y destaca la participación activa de los estudiantes como un logro positivo de las actividades realizadas.

4.4.2. Análisis de la sesión N°7 (R2)

El objetivo de esta reunión fue analizar y reflexionar sobre las decisiones en el ejercicio docente y el aprendizaje de los estudiantes mediante la revisión de extractos de clases grabadas, apoyados por evidencias como guías de trabajo y pautas de observación. Con base en esta reflexión, se les pidió planificar y diseñar la clase siguiente, considerando las estrategias más efectivas y los ajustes identificados.

La tabla 25 presenta la categorización de lo dialogado en la reunión:

Docente	Dimensión del modelo	Subdimensión observada	Indicadores detectados
Docente 1	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Observación sobre cómo ciertas actividades podían ser desafiantes según la planificación inicial.
		Conocimiento del alumnado y su aprendizaje.	Destaca que los estudiantes mostraron interés al trabajar con material manipulativo como los dominós.
	Trabajo colaborativo	Construcción de consenso.	Consenso en la necesidad de ajustar futuros materiales y estrategias basados en la experiencia.
	Reflexión docente	Proyección de mejora.	Sugerencia de estrategias para mejorar la dinámica y el compromiso de los estudiantes.
Docente 2	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Discute sobre cómo conectar el concepto de fracciones con actividades previas para reforzar el aprendizaje.
		Conocimiento del currículo.	Discute cómo las actividades refuerzan objetivos clave del

			currículo relacionados con fracciones equivalentes.
Docente 3	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la práctica educativa.	Sugiere ajustar las instrucciones para que las actividades sean más claras y accesibles.
	Trabajo colaborativo	Resolución de desacuerdos.	Identifica errores en la planificación y propone ajustes para futuras clases.
	Reflexión docente	Reconocimiento de logros.	Reconoce el impacto positivo del uso de materiales concretos como los dominós.
Docente 4	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Destaca el uso de dominós para facilitar la comprensión de fracciones equivalentes y ubicación en la recta numérica.
		Conocimiento del alumnado y su aprendizaje.	Observa que algunos estudiantes tuvieron dificultades con las actividades que implicaban mayor abstracción.
		Conocimiento de la práctica educativa.	Proporciona retroalimentación sobre cómo mejorar la estructura de las guías para facilitar la implementación.
	Trabajo colaborativo	Gestión de ideas.	Discute sobre el diseño de la guía para futuras implementaciones.
	Reflexión docente	Análisis crítico de la práctica.	Identifica dificultades en la implementación de actividades clave.
	Reflexión docente individual	Análisis personal de la experiencia.	Expresa emociones relacionadas con el estrés durante la clase debido a situaciones imprevistas y conducta del alumnado.

Tabla 25. Descripción de lo abordado en la reunión R2 y clasificación en base al modelo de Ponte (2012)

A continuación, se resumen las principales contribuciones de cada docente:

- **Docente 1:** Observa que los estudiantes mostraron mayor interés al trabajar con material manipulativo, como los dominós. Reflexiona sobre la importancia de ajustar los materiales y estrategias para hacerlos más claros y efectivos, destacando la necesidad de dinamizar las actividades.
- **Docente 2:** Enfatiza la conexión entre actividades previas y actuales para reforzar conceptos clave. Reflexiona sobre cómo las estrategias implementadas fortalecen los objetivos curriculares relacionados con fracciones equivalentes.
- **Docente 3:** Propone ajustes en las instrucciones de las actividades para mejorar su claridad y accesibilidad. Reflexiona sobre el impacto positivo del uso de materiales concretos y la importancia de planificar estrategias que eviten confusiones en los estudiantes.
- **Docente 4:** Destaca el uso de dominós para facilitar la comprensión de fracciones equivalentes y su ubicación en la recta numérica. Reflexiona sobre las dificultades observadas en los estudiantes con actividades abstractas y sugiere ajustar las guías para mejorar su implementación.

4.4.3. Análisis de la sesión N°9 (R3)

El objetivo de esta reunión fue analizar y reflexionar sobre las decisiones en el ejercicio docente y el aprendizaje de los estudiantes mediante la revisión de extractos de clases grabadas, apoyados por evidencias como guías de trabajo y pautas de observación. Con base en esta reflexión, se buscaba planificar y diseñar la clase siguiente, considerando las estrategias más efectivas y los ajustes identificados.

La tabla 26 presenta la categorización de lo dialogado en la reunión:

Docente	Dimensión del modelo	Subdimensión observada	Indicadores detectados
Docente 1	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Destaca la importancia de integrar material concreto para apoyar la comprensión conceptual.
		Conocimiento del alumnado y su aprendizaje.	Identifica que algunos estudiantes confunden los pasos en la suma de fracciones.

		Conocimiento de la práctica educativa.	Recomienda ajustar las instrucciones para mejorar la claridad en las guías.
	Trabajo colaborativo	Construcción de consenso.	Acuerda sobre la utilidad de los videos para abordar temas complejos de forma visual.
	Reflexión docente	Proyección de mejora.	Sugiere incluir más actividades interactivas para reforzar conceptos clave.
Docente 2	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Destaca el uso de videos para explicar la suma y resta de fracciones de manera visual y dinámica.
		Conocimiento del alumnado y su aprendizaje.	Observa que el material concreto aumenta la motivación y el interés de los estudiantes.
		Conocimiento del currículo.	Discute cómo las actividades cumplen con los objetivos de aprendizaje establecidos en el currículum.
	Reflexión docente	Análisis crítico de la práctica	Reflexiona sobre los desafíos de implementar estrategias dinámicas en un grupo diverso.
	Reflexión docente (individual)	Análisis personal de la experiencia	Expresa emociones relacionadas con el estrés y la satisfacción por el desempeño en la clase.
Docente 3	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la práctica educativa.	Propone estrategias para pausar videos y reforzar puntos clave durante la explicación.
	Trabajo colaborativo	Resolución de desacuerdos	Sugiere estrategias para mejorar la implementación de actividades en las guías.
Docente 4	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Refuerza conceptos previamente trabajados mediante actividades concretas y manipulativas.

	Trabajo colaborativo	Gestión de ideas.	Propone incluir actividades de cierre para reflexionar sobre lo aprendido.
--	----------------------	-------------------	--

Tabla 26. Descripción de lo abordado en la reunión R3 y clasificación en base al modelo de Ponte (2012)

A continuación, se resumen las principales contribuciones de cada docente:

- **Docente 1:** Destaca la importancia de integrar materiales concretos para apoyar la comprensión conceptual y observa que algunos estudiantes presentan confusión al realizar la suma de fracciones. Reflexiona sobre la necesidad de incluir actividades más interactivas para reforzar conceptos clave.
- **Docente 2:** Subraya el valor de los videos como recurso didáctico para explicar la suma y resta de fracciones de manera visual y dinámica. Reflexiona sobre cómo el material concreto puede aumentar la motivación de los estudiantes y resalta que las actividades diseñadas cumplen con los objetivos curriculares establecidos.
- **Docente 3:** Propone dividir los videos en secciones para reforzar puntos clave durante las explicaciones. Reflexiona sobre la importancia de ajustar las estrategias de implementación para evitar confusiones en las guías y mejorar la claridad de las actividades.
- **Docente 4:** Refuerza el uso de actividades concretas y manipulativas para consolidar aprendizajes relacionados con fracciones equivalentes. Propone incluir actividades de cierre que permitan a los estudiantes reflexionar sobre lo aprendido y sugiere ajustes en las guías basados en dificultades observadas.

4.5. Resultados y análisis del Hito N°2

Con el propósito de identificar los cambios en las configuraciones sobre las formas como se aproximan a las prácticas docentes tras el desarrollo de las actividades, y de establecer un contraste entre las ideas iniciales recogidas en el Hito N°1 y las experiencias vividas durante las fases de planificación (Fase 1), implementación (Fase 2) y reflexión (Fase 3), se llevó a cabo un grupo focal de cierre.

La Tabla 27 presenta la categorización de los temas dialogados durante dicha reunión.

Docente	Dimensión del modelo	Subdimensión observada	Indicadores detectados
Docente 1	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Destaca que las guías ofrecieron enfoques prácticos y dinámicos para la enseñanza de matemáticas.
		Conocimiento del alumnado y su aprendizaje.	Identifica que los estudiantes necesitan actividades concretas para comprender conceptos abstractos.
	Trabajo colaborativo	Construcción de consenso.	Acuerda que la planificación colaborativa permitió abordar el contenido de manera más estructurada.
	Reflexión docente	Proyección de mejora.	Sugiere continuar con reuniones colaborativas para abordar nuevas necesidades pedagógicas.
	Reflexión docente (individual)	Identificación de sentimientos.	Expresa satisfacción por los aprendizajes logrados y el impacto positivo en su práctica docente.
Docente 2	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Relaciona las actividades con aprendizajes previos y la proyección hacia futuros niveles educativos.
Docente 3	Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la práctica educativa.	Sugiere que las estrategias colaborativas permitieron optimizar las clases.
		Conocimiento del currículo.	Reconoce que las actividades estaban alineadas con los objetivos del currículum.
	Trabajo colaborativo	Gestión de ideas.	Discute cómo compartir ideas enriqueció las estrategias pedagógicas empleadas.
Docente 4	Conocimiento didáctico del	Conocimiento de la matemática para su enseñanza.	Reconoce la utilidad del material concreto como el dominó para enseñar fracciones equivalentes.

	profesor de matemática	Conocimiento del alumnado y su aprendizaje.	Observa que el uso de material concreto mejora la motivación y participación de los estudiantes.
		Conocimiento de la práctica educativa.	Proporciona retroalimentación sobre cómo ajustar actividades para cumplir con los tiempos de clase.
		Conocimiento del currículo.	Identifica una dificultad común en operaciones con números racionales a través de varios niveles.
	Trabajo colaborativo	Resolución de desacuerdos.	Resuelve desacuerdos sobre enfoques para actividades mediante el análisis colectivo.
	Reflexión docente	Análisis crítico de la práctica	Identifica aspectos que pueden mejorarse en futuros proyectos colaborativos.

Tabla 27. Descripción de lo abordado en el grupo focal final y clasificación en base al modelo de Ponte (2012)

A continuación, se resumen las principales elementos que destacan cada uno de los docentes:

- **Docente 1:** Este docente resalta la importancia de guías prácticas y dinámicas que faciliten la enseñanza de matemáticas, enfocándose en la necesidad de actividades concretas para abordar conceptos abstractos. Desde el trabajo colaborativo, valora el consenso alcanzado en la planificación conjunta y sugiere continuar con reuniones para profundizar en necesidades pedagógicas. En la reflexión docente, expresa satisfacción por los aprendizajes logrados y reconoce el impacto positivo del trabajo colectivo en su práctica.
- **Docente 2:** Relaciona las actividades implementadas con aprendizajes previos y destaca la proyección de estas hacia niveles más avanzados. Aunque su contribución se centra en el conocimiento didáctico, refleja una perspectiva amplia que conecta los contenidos con el desarrollo progresivo del aprendizaje de los estudiantes.
- **Docente 3:** Este docente identifica cómo estrategias pedagógicas específicas y colaborativas optimizan las clases, enfatizando la alineación de las actividades con los objetivos curriculares. Reflexiona sobre el impacto positivo del uso de materiales concretos, como fichas, para facilitar

la enseñanza de fracciones equivalentes, mejorando la motivación y comprensión de los estudiantes.

- **Docente 4:** Se enfoca en proporcionar retroalimentación para ajustar actividades según los tiempos de clase y resalta dificultades comunes en la enseñanza de operaciones con números racionales. Desde el trabajo colaborativo, contribuye a resolver desacuerdos metodológicos y propone ajustes para mejorar futuros procesos. Su reflexión crítica incluye propuestas para fortalecer actividades clave y fomentar aprendizajes más profundos.

4.6. Síntesis relacional de las reconfiguraciones docentes

El análisis de las trayectorias de los cuatro docentes participantes permite identificar tanto elementos comunes como diferencias en los procesos de reconfiguración de sus prácticas pedagógicas, a la luz del modelo de desarrollo profesional propuesto por Ponte (2012). Si bien cada docente transitó su propio camino, emergen patrones compartidos que evidencian una transformación progresiva impulsada por el trabajo colaborativo y la reflexión conjunta.

En primer lugar, todos los docentes mostraron un punto de partida centrado en la ejercitación, abordando la enseñanza de los números racionales con estrategias concretas y materiales visuales, tales como rectas numéricas, dominós, pizzas plásticas, fichas o fracciones visuales. Estas decisiones iniciales se explican por la necesidad compartida de facilitar el acceso al contenido, especialmente ante las dificultades previas de los estudiantes.

Con el avance de las sesiones colaborativas, los docentes comienzan a profundizar en su conocimiento didáctico, integrando progresivamente elementos como la secuenciación de aprendizajes, la explicitación de objetivos, la anticipación de errores frecuentes y la necesidad de ajustar las actividades a los distintos niveles del curso. Este crecimiento se observa también en el tipo de reflexiones que comparten: mientras al inicio predominan las observaciones generales o anecdóticas, hacia el final del proceso se evidencia una reflexión más crítica, orientada a la mejora sostenida de la práctica.

En cuanto al trabajo colaborativo, todos valoran la instancia como una oportunidad para contrastar ideas, enriquecer las propuestas de clase y resolver desacuerdos metodológicos. Sin embargo, se evidencian distintos grados de protagonismo: mientras docentes como la 1 y la 4 asumen roles más activos en la construcción colectiva de guías, otros, como el Docente 2, participan de forma más puntual pero con una progresión positiva en su disposición al diálogo.

Otro elemento común es la toma de conciencia respecto a la relevancia del lenguaje, la ejercitación, y la conexión entre lo visual y lo simbólico. Los docentes coinciden en que las estrategias deben ajustarse no solo a los contenidos, sino también al perfil y nivel de sus estudiantes, mostrando un creciente interés por comprender cómo aprenden y cómo acompañarlos mejor.

En cuanto a las diferencias, estas se expresan en el ritmo de la reconfiguración de las prácticas y en los focos de interés de cada docente. Por ejemplo, el Docente 3 se destaca por su creatividad y enfoque integrador desde el inicio, mientras que la Docente 4 avanza desde un enfoque netamente práctico hacia una mirada más metacognitiva. El Docente 1 asume un liderazgo evidente, y el Docente 2, si bien comienza con una participación más tímida, evidencia progresos en su capacidad de análisis y propuestas didácticas.

A continuación, se presenta una visualización esquemática que permite observar, de manera relacional, el posicionamiento de cada docente según dos dimensiones: el nivel de desarrollo profesional evidenciado durante el proceso, y el tipo de enfoque didáctico que caracteriza sus prácticas.



Figura 8. Síntesis de la reconfiguración de las prácticas docentes

La figura 8 muestra una representación esquemática del lugar que ocupa cada docente dentro del proceso de reconfiguración, considerando dos dimensiones clave: el nivel de desarrollo profesional alcanzado y el enfoque didáctico predominante. Este posicionamiento se construyó a partir del análisis transversal de las sesiones de planificación, implementación y reflexión, así como del grupo focal. La ubicación de cada docente responde a los énfasis observados en su participación, el tipo

de estrategias propuestas, su nivel de reflexión sobre la práctica y su grado de involucramiento en el trabajo colaborativo.

4.7. Análisis transversal de sesiones

Con el propósito de identificar cómo se reconfiguraron las contribuciones y reflexiones de las y los docentes con relación con las dimensiones del modelo de Ponte (2012), se realizó un análisis transversal de las reuniones colaborativas.

A continuación, para cada docente, se presentan tablas que resumen esta reconfiguración para cada docente, utilizando una simbología que facilita la visualización del progreso, continuidad o retrocesos en cada dimensión a lo largo de las reuniones.

Para este análisis, se emplearon los siguientes símbolos que reflejan el nivel de desarrollo y profundidad de las contribuciones de los docentes en las dimensiones del modelo de desarrollo profesional docente (Ponte, 2012):

- ✓: Subdimensión abordada en esa sesión de manera general o inicial.
- ✓ ✓: Subdimensión abordada con mayor profundidad o con ejemplos concretos.
- →: Indica que el/la docente retoma y continúa trabajando la misma subdimensión en la siguiente sesión.
- ↓: Indica una disminución en la atención a esa subdimensión (por ejemplo, si dejó de mencionarla o no la desarrolló tanto como antes).
- –: Dimensión o subdimensión no abordada en esa sesión.

4.7.1. Análisis transversal de la Docente 1

Con respecto a la dimensión del conocimiento didáctico del profesor de matemática al inicio, se centra en facilitar la enseñanza a través de métodos concretos, como rectas numéricas y fracciones. Con el tiempo, este enfoque se amplía hacia actividades más complejas y progresivas, donde los estudiantes pueden deducir reglas matemáticas.

Con relación a la dimensión del trabajo colaborativo, desde las primeras reuniones, lidera discusiones y fomenta la construcción de consenso. Este rol se refuerza a lo largo de las sesiones, especialmente en la creación y ajuste de guías pedagógicas.

Finalmente, para la dimensión de la reflexión docente, reconfigura desde reflexiones generales sobre la efectividad de las actividades hacia un análisis detallado de cómo mejorar la dinámica y hacer las

actividades más inclusivas. Al final, su reflexión se enfoca en dinamizar el aprendizaje y adaptar las estrategias según las necesidades observadas.

La Tabla 28 ofrece una visualización de las reconfiguraciones asociadas a las dimensiones abordadas por la Docente 1 durante las discusiones realizadas en cada una de las sesiones colaborativas.

Dimensión	Subdimensión	P1	P2	P3	M1	M2	M3	R1	R2	R3	Focus
Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza	✓	✓✓	✓✓	→	✓✓	✓✓	→	✓	✓	✓✓
	Conocimiento del alumnado y su aprendizaje	✓	✓	✓✓	→	✓✓	✓✓	✓	✓	✓✓	✓✓
	Conocimiento de la práctica educativa	–	–	✓	✓✓	✓	✓✓	→	✓	✓✓	✓
Trabajo colaborativo	Construcción de consenso	✓	✓✓	→	✓✓	→	✓✓	→	✓✓	✓✓	✓✓
Reflexión docente	Proyección de mejora	–	✓	✓✓	✓✓	→	✓✓	→	✓✓	✓✓	✓✓

Tabla 28. Visualización evolutiva de las dimensiones de la Docente 1

En síntesis, la Docente 1 demuestra una reconfiguración significativa desde un enfoque práctico inicial hacia un liderazgo reflexivo y estratégico en el trabajo colaborativo. Desde las primeras sesiones, destaca su énfasis en el uso de ejemplos concretos y materiales dinámicos, pero a lo largo de las reuniones comienza a abordar con mayor profundidad aspectos como la proyección de mejora, la evaluación del impacto de las actividades, y la construcción de materiales adaptados a las necesidades de los estudiantes.

A continuación, se presenta una representación visual del proceso de reconfiguración de la práctica de la Docente 1, elaborada a partir del análisis de sus intervenciones en las distintas fases del estudio. Esta síntesis gráfica busca ilustrar los principales momentos de progresión en su enfoque didáctico, su reflexión docente y su participación en el trabajo colaborativo.

Progresión en la práctica docente: Docente 1



Figura 9. Progresión en la práctica docente de la Docente 1

4.6.2. Análisis transversal del Docente 2

Con respecto a la dimensión del conocimiento didáctico del profesor de matemática, comienza con aportes básicos relacionados con las operaciones y conceptos, pero avanza hacia propuestas concretas sobre cómo estructurar actividades para conectar fracciones y decimales.

Con relación a la dimensión del trabajo colaborativo, aunque en las primeras sesiones su participación es limitada, hacia el final comienza a contribuir más activamente, sugiriendo estrategias relacionadas con la proyección de los aprendizajes.

Finalmente, para la dimensión de la reflexión docente, su reflexión es constante a lo largo de las reuniones, comenzando con observaciones generales sobre el tiempo y la claridad de las actividades, y reconfigurándose hacia una reflexión sobre el efecto de los recursos utilizados en la motivación y aprendizaje de los estudiantes.

La Tabla 29 ofrece una visualización de las reconfiguraciones asociadas a las dimensiones abordadas por la Docente 1 durante las discusiones realizadas en cada una de las sesiones colaborativas.

Dimensión	Subdimensión	P1	P2	P3	M1	M2	M3	R1	R2	R3	Focus
Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza	✓	–	✓	✓✓	✓	✓✓	✓✓	✓✓	✓✓	✓✓
	Conocimiento del alumnado y su aprendizaje	✓	–	✓	✓	✓✓	✓	✓✓	✓	✓✓	✓
	Conocimiento del currículo	–	–	–	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Trabajo colaborativo	Construcción de consenso	–	–	✓	✓	✓	✓	✓✓	✓✓	✓✓	✓✓
Reflexión docente	Proyección de mejora	✓	–	✓	✓	✓	✓✓	✓✓	✓	✓✓	✓✓

Tabla 29. Visualización evolutiva de las dimensiones del Docente 2

En síntesis, el Docente 2 presenta una reconfiguración marcada desde una participación inicial exploratoria hacia contribuciones más concretas en las últimas reuniones. Su foco principal está en conectar los conceptos previos de los estudiantes con las actividades actuales y en la progresión de los contenidos. Aunque su rol en el trabajo colaborativo no es tan protagónico como el de otros docentes, logra integrar propuestas relacionadas con la estructuración de actividades progresivas y el uso de recursos didácticos dinámicos.

A continuación, se presenta una representación visual del proceso de reconfiguración de la práctica del Docente 2, elaborada a partir del análisis de sus intervenciones en las distintas fases del estudio. Esta síntesis gráfica busca ilustrar los principales momentos de progresión en su enfoque didáctico, su reflexión docente y su participación en el trabajo colaborativo.

Progresión en la práctica docente: Docente 2

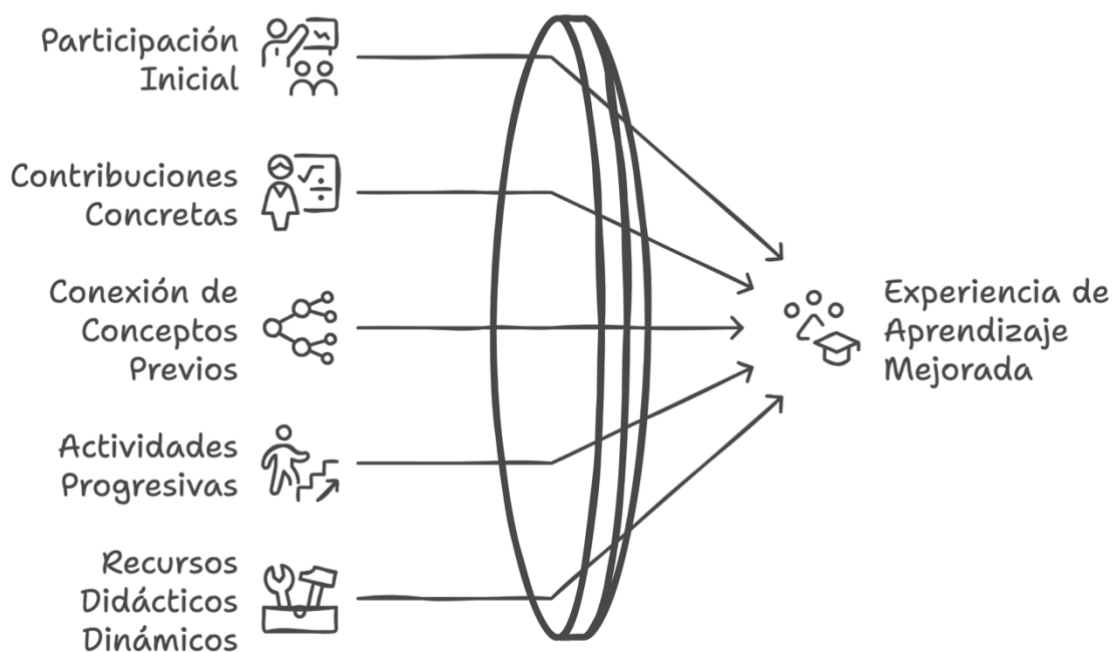


Figura 10. Progresión en la práctica docente del Docente 2

4.6.3. Análisis transversal del Docente 3

Con respecto a la dimensión del conocimiento didáctico del profesor de matemática, este docente comienza con un fuerte enfoque en conectar conceptos matemáticos con ejemplos visuales y prácticos. A medida que avanzan las reuniones, integra estrategias concretas para simplificar operaciones y asegurar la claridad de las actividades.

Con relación a la dimensión del trabajo colaborativo, desde el inicio, el docente contribuye significativamente a la gestión de ideas y propuestas concretas para las actividades, manteniendo esta participación activa y reflexiva en todas las reuniones.

Finalmente, para la dimensión de la reflexión docente, su reflexión avanza desde el impacto de materiales concretos hacia ajustes específicos en la estructura y claridad de las guías y estrategias pedagógicas.

La Tabla 30 ofrece una visualización de las reconfiguraciones asociadas a las dimensiones abordadas por la Docente 1 durante las discusiones realizadas en cada una de las sesiones colaborativas.

Dimensión	Subdimensión	P1	P2	P3	M1	M2	M3	R1	R2	R3	Focus
Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza	✓	✓✓	✓✓	→	✓	✓✓	✓✓	✓	✓	✓✓
	Conocimiento del alumnado y su aprendizaje	✓	✓	✓✓	→	✓	✓	✓	✓✓	✓	✓
	Conocimiento de la práctica educativa	–	✓	✓	✓✓	✓	✓	✓✓	✓	✓	✓
Trabajo colaborativo	Gestión de ideas	✓✓	✓✓	→	→	✓✓	→	✓✓	✓	✓	✓✓
Reflexión docente	Proyección de mejora	✓	✓	✓	✓✓	✓	✓	✓✓	✓	✓✓	✓✓

Tabla 30. . Visualización evolutiva de las dimensiones del Docente 3

En síntesis, el Docente 3 presenta desde el inicio un enfoque integrador y creativo, conectando conceptos abstractos con ejemplos concretos y cotidianos. A lo largo de las reuniones, su reconfiguración se enfoca en mejorar la claridad de las actividades y guías, mientras refuerza la importancia del uso de materiales concretos para facilitar la comprensión de los estudiantes. Su participación en el trabajo colaborativo se mantiene constante, aportando ideas que enriquecen las estrategias grupales.

A continuación, se presenta una representación visual del proceso de reconfiguración de la práctica del Docente 3, elaborada a partir del análisis de sus intervenciones en las distintas fases del estudio. Esta síntesis gráfica busca ilustrar los principales momentos de progresión en su enfoque didáctico, su reflexión docente y su participación en el trabajo colaborativo.

Progresión en la práctica docente: Docente 3

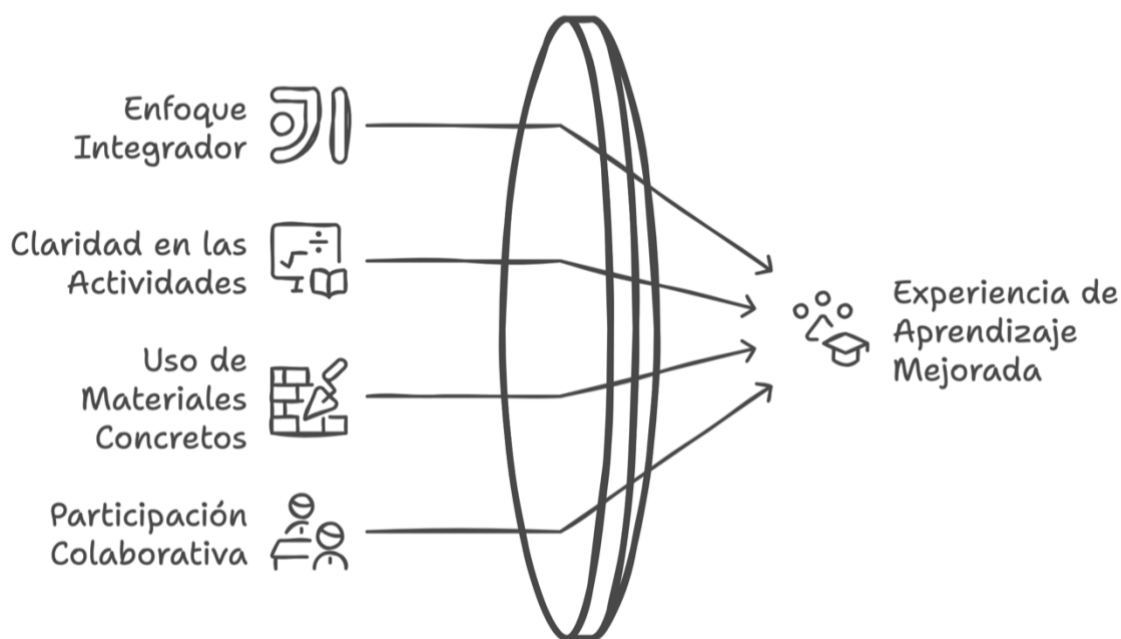


Figura 11. Progresión en la práctica docente del Docente 3

4.6.4. Análisis transversal de la Docente 4

Con respecto a la dimensión del conocimiento didáctico del profesor de matemática, se centra en la conexión entre fracciones y actividades prácticas, como las relacionadas con situaciones cotidianas. Con el tiempo, amplía su enfoque hacia actividades metacognitivas y la representación de conceptos simbólicos.

Con relación a la dimensión del trabajo colaborativo, desde el inicio, el docente participa en la resolución de conflictos y ajustes metodológicos. Su papel se fortalece al proponer mejoras basadas en observaciones específicas durante las implementaciones.

Finalmente, para la dimensión de la reflexión docente, avanza desde observaciones generales sobre las actividades hacia un análisis detallado de los problemas recurrentes y propuestas de mejora, lo que refleja un compromiso con el aprendizaje significativo.

La Tabla 31 ofrece una visualización de las reconfiguraciones asociadas a las dimensiones abordadas por la Docente 4 durante las discusiones realizadas en cada una de las sesiones colaborativas.

Dimensión	Subdimensión	P1	P2	P3	M1	M2	M3	R1	R2	R3	Focus
Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza	✓	✓✓	✓	✓✓	✓✓	✓✓	✓	✓	✓	✓✓
	Conocimiento del alumnado y su aprendizaje	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓✓	✓	✓	✓✓
	Conocimiento de la práctica educativa	–	✓	✓	✓✓	✓	✓	✓✓	✓	✓✓	✓
Trabajo colaborativo	Resolución de conflictos	✓	✓	✓	✓✓	✓	✓	✓✓	✓✓	✓	✓✓
Reflexión docente	Proyección de mejora	✓	✓	✓✓	✓✓	✓	✓✓	✓	✓✓	✓	✓✓

Tabla 31. Visualización evolutiva de las dimensiones de la Docente 4

En síntesis, la Docente 4 comienza con un enfoque pragmático, basado en estrategias prácticas y el uso de materiales interactivos. A medida que avanza el proceso, su participación se transforma hacia una reflexión crítica sobre los errores y dificultades observadas en los estudiantes, proponiendo ajustes concretos en las actividades y guías. También se destaca por su capacidad para conectar actividades concretas con conceptos más abstractos, asegurando un aprendizaje profundo.

A continuación, se presenta una representación visual del proceso de reconfiguración de la práctica de la Docente 4, elaborada a partir del análisis de sus intervenciones en las distintas fases del estudio. Esta síntesis gráfica busca ilustrar los principales momentos de progresión en su enfoque didáctico, su reflexión docente y su participación en el trabajo colaborativo.

Progresión en la práctica docente: Docente 4

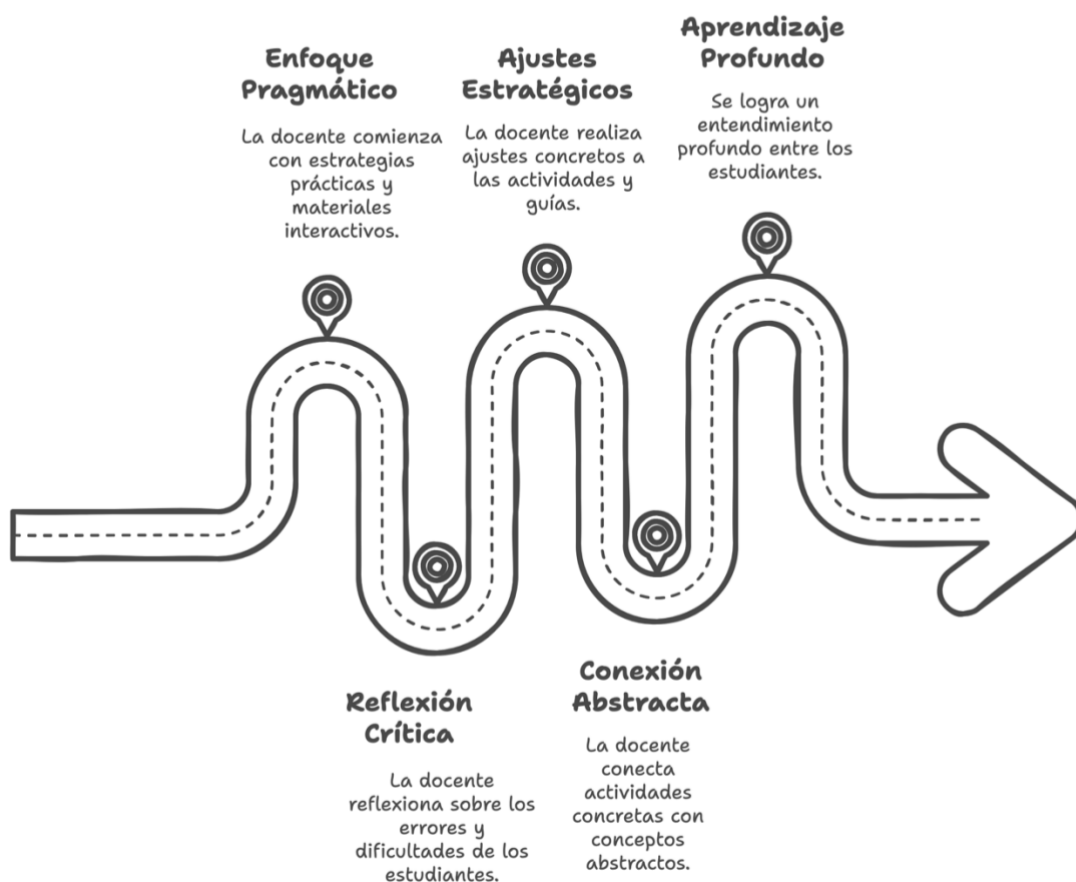


Figura 12. Progresión en la práctica docente de la Docente 4

Capítulo 5. Conclusiones

En este capítulo se presenta una síntesis de los resultados obtenidos en cada una de las fases propuestas en el diseño metodológico. Estos resultados están orientados a dar respuesta a los objetivos específicos planteados en la investigación y, en consecuencia, al objetivo general. El cumplimiento de este último permitirá emitir un juicio fundamentado sobre el supuesto del estudio. Finalmente, se exponen las limitaciones identificadas y las proyecciones que emergen a partir de los hallazgos obtenidos.

5.1. Conclusiones referidas a los objetivos

Identificar el enfoque didáctico de las y los profesores de matemática del colegio San Sebastián de Quilicura cuando enseñan los números racionales y sus operaciones.

Las entrevistas individuales aplicadas a los docentes en el Hito N°1, permite identificar características específicas de cada docente y otras que son compartidas en su manera de abordar la enseñanza de los números racionales y sus operaciones.

Respecto a las características específicas, cada docente presenta un enfoque didáctico único, influido por su experiencia y contexto profesional. En particular, la Docente 1 prioriza la personalización y el uso de estrategias visuales y concretas adaptándose a la necesidad de los estudiantes. El Docente 2, por su parte, explora estrategias basadas en la práctica intensiva y en la comprensión conceptual, reflejando una experimentación constante para mejorar su práctica. El Docente 3, conecta los números racionales con otros contenidos del currículo, utilizando recursos visuales y prácticos que respondan a las dificultades más comunes en los estudiantes. Finalmente, la Docente 4, adopta un enfoque pragmático, enfocándose en ejemplos prácticos y recursos audiovisuales para superar confusiones frecuentes en los estudiantes.

Con relación a las características compartidas, en primer lugar, todos los docentes coinciden en el valor de los materiales concretos y ejemplos visuales para facilitar la comprensión inicial de los números racionales, aunque el nivel de profundidad varía entre ellos. Lo anterior, coincide con lo reportado por Almeida y Bastos (2023), quienes mencionan que el trabajo colaborativo fomenta la creatividad, lo que se refleja en el desarrollo de enfoques innovadores como los ejemplos visuales.

En segundo lugar, todos los docentes identifican las limitaciones del tiempo curricular y las dificultades en procedimientos asociados a la ubicación en recta numérica y transformaciones entre números decimales y fracciones.

En tercer lugar, los docentes estudiados reconocen la importancia de reflexionar sobre su práctica y ajustar sus estrategias para mejorar el aprendizaje de los estudiantes, lo que se alinea con los hallazgos de la investigación de Burgos y Céspedes (2021) y Simónovic (2021), quienes destacan que la reflexión es fundamental para el desarrollo profesional continuo del profesorado de matemática.

Describir el trabajo colaborativo, reflexivo y conocimiento didáctico aplicados por las y los profesores del colegio San Sebastián de Quilicura en la planificación e implementación de la secuencia de actividades para la enseñanza de los números racionales y sus operaciones.

A partir del análisis de las reuniones colaborativas que se realizaron en las fases de planificación, implementación y reflexión, se identifican los siguientes aspectos principales para cada docente:

Docente 1:

- En términos del trabajo colaborativo, desempeñó un rol destacado en la construcción de consensos durante las sesiones, liderando discusiones sobre la planificación de actividades y diseño de materiales concretos, abordando las necesidades pedagógicas de forma estructurada.
- Respecto a la reflexión docente, mostró una reconfiguración constante en su análisis crítico, desde la identificación de dificultades hasta la propuesta de ajustes específicos. Reflexionó sobre la efectividad de las actividades, enfatizando en personalizar las estrategias según los ritmos de aprendizaje.
- Con relación al conocimiento didáctico, aportó un enfoque sólido basado en ejemplos visuales y manipulativos, reforzando conceptos matemáticos clave. Con el tiempo, sus contribuciones se enfocaron en actividades más complejas y progresivas.

Docente 2:

- En términos del trabajo colaborativo, su participación se fortaleció progresivamente, contribuyendo al diálogo del grupo en las etapas iniciales y ofreciendo propuestas más concretas en las fases finales, en particular, estrategias para conectar conceptos previos con nuevos aprendizajes.

- Su reflexión se reconfiguró desde observaciones generales sobre los tiempos de la clase hacia un análisis detallado sobre cómo las actividades propuestas podrían cumplir con los objetivos curriculares y mejorar la motivación de los estudiantes.
- Con relación al conocimiento didáctico, aportó ideas claras sobre la enseñanza de las fracciones y los números decimales, destacando la importancia de explicar procedimientos paso a paso. Su contribución fue clave para estructurar actividades progresivas y ajustadas a las necesidades del grupo.

Docente 3:

- En términos del trabajo colaborativo, su rol se centró en la gestión de ideas y la propuesta de ajustes concretos en las guías y actividades. A lo largo de las reuniones, sus contribuciones ayudaron a clarificar las instrucciones y mejorar la accesibilidad de los materiales.
- Reflexionó constantemente sobre el impacto de los materiales concretos en la comprensión estudiantil, sugiriendo estrategias para simplificar y separar explicaciones en pasos más claros.
- Respecto al conocimiento didáctico, mantuvo un enfoque creativo e integrador, conectando conceptos matemáticos con ejemplos cotidianos. Su capacidad para vincular lo concreto con lo abstracto fortaleció la calidad de las actividades propuestas.

Docente 4:

- Con relación al trabajo colaborativo, participó activamente en la resolución de conflictos y ajustes metodológicos. Su enfoque pragmático ayudó al equipo a desarrollar estrategias alineadas con las necesidades del alumnado.
- Su reflexión fue crítica y proactiva, identificando dificultades recurrentes en la enseñanza y proponiendo soluciones para mejorar la implementación de actividades.
- En términos del conocimiento didáctico, aportó un enfoque práctico, destacando el uso de materiales interactivos y actividades concretas para superar confusiones comunes.

Reconocer cambios en las prácticas docentes de las y los profesores de matemática del colegio San Sebastián de Quilicura cuando planifican colaborativamente y reflexionan sobre su práctica.

A partir el análisis de la visualización de la reconfiguración de cada uno de los componentes del modelo de Ponte (2013), así como los resultados del grupo focal del Hito N°2, se observaron patrones comunes en los cambios de las prácticas docentes:

- Todos los docentes avanzaron en la conexión entre conceptos abstractos y actividades prácticas, mejorando la manera en que representan y enseñan los números racionales y sus operaciones. Esto incluyó el uso de materiales concretos, representaciones visuales y la progresión hacia tareas más complejas. Lo anterior coincide con las investigaciones de Franco-Mariscal et al. (2021) y Almeida y Bastos (2023), quienes reportan que el trabajo colaborativo mejora la enseñanza al experimentar con estrategias y compartir experiencias.
- El proceso de planificación colaborativa permitió que las y los docentes intercambiaran ideas y ajustaran estrategias. Aunque cada docente contribuyó de manera diferente, todos experimentaron un enriquecimiento en la gestión de ideas, construcción de consenso y resolución de conflictos, lo cual es similar a lo reportado por Randewijk et al. (2022), quienes destacan que la colaboración mejora la gestión de ideas y promueve un entorno de apoyo profesional.
- Se aprecia una transición desde las reflexiones generales hacia un análisis crítico y proactivo de las actividades, lo que es coherente con los resultados de la investigación de Chirinda (2021), quien resalta la importancia de la reflexión en el desarrollo de competencias críticas y sociales en los docentes. Por consiguiente, las y los docentes comenzaron a identificar problemas específicos en la implementación y proponer soluciones para ajustar las actividades según las necesidades de los estudiantes.

Así también, de forma particular, la Docente 1 mostró una reconfiguración sostenida en su capacidad de generar y proponer estrategias según las necesidades del alumnado. Se consolidó como líder en la construcción de consensos y pasó de reflexiones generales a proponer ajustes específicos en las dinámicas de las actividades.

Por su parte, el Docente 2, su práctica se reconfiguró desde una participación más pasiva hacia una contribución más activa, destacándose en la conexión entre aprendizajes previos y actuales. Su reflexión pasó de observaciones generales a propuestas concretas, especialmente en la organización progresiva de actividades.

El Docente 3, mantuvo un enfoque consistente en la gestión de ideas, contribuyendo al ajuste de materiales y estrategias. Mostró una transición hacia reflexiones más críticas sobre la claridad de las guías y el impacto de los materiales concretos en los estudiantes.

Finalmente, la Docente 4, pasó de reflexiones prácticas hacia un análisis más profundo y crítico de los errores y dificultades observadas en los estudiantes. Su capacidad para ajustar estrategias fue clave en la planificación colaborativa.

El objetivo general de esta investigación era *“Caracterizar la reconfiguración de las prácticas docentes de cuatro profesores/as de matemática del colegio San Sebastián de Quilicura en relación con la enseñanza de los números racionales y sus operaciones, cuando se desarrolla una secuencia de actividades que integran el trabajo colaborativo, reflexivo y el conocimiento didáctico de las y los docentes”*. Para alcanzar este objetivo, se logró identificar un enfoque didáctico inicial respecto a cómo los docentes abordan la enseñanza de los números racionales y sus operaciones. Este enfoque fue reconfigurándose a través de la planificación colaborativa de una secuencia de actividades centradas en este objeto matemático, así como mediante la reflexión sobre sus respectivas implementaciones. Como resultado, se describieron e identificaron los cambios observados en las prácticas de los docentes participantes en el estudio.

Finalmente, este estudio se guiaba bajo el supuesto de que la planificación colaborativa de una secuencia de actividades para la enseñanza de los números racionales y sus operaciones, su implementación individual en el aula y la reflexión conjunta posterior constituyen un proceso que proporciona herramientas y enfoques prácticos para que los profesores de matemática del colegio San Sebastián de Quilicura puedan reconfigurar y enriquecer sus prácticas pedagógicas. Este supuesto queda demostrado con los resultados obtenidos porque:

- Las entrevistas iniciales (Hito N°1) permitieron identificar enfoques únicos de cada docente, influenciados por sus experiencias y contextos. Sin embargo, también revelaron aspectos compartidos, como el uso de materiales visuales y concretos, y la necesidad de reflexionar y ajustar estrategias. A lo largo de la investigación, estos enfoques se reconfiguraron hacia prácticas más estructuradas, basadas en la experimentación y en la personalización según las necesidades de los estudiantes.
- Durante la planificación, los docentes intercambiaron ideas, desarrollaron consensos y ajustaron estrategias, evidenciando un enriquecimiento mutuo. Cada docente aportó elementos valiosos al diseño de la secuencia didáctica, como materiales concretos y estrategias progresivas. En

consecuencia, el trabajo colaborativo fortaleció la creatividad y la innovación en las prácticas pedagógicas.

- Los docentes pasaron de reflexiones generales a análisis críticos sobre la efectividad de las actividades. Identificaron dificultades específicas, como problemas en la comprensión de la recta numérica y transformaciones entre números racionales, y propusieron ajustes prácticos, lo cual fue esencial para consolidar cambios en las prácticas.
- Todos los participantes mostraron avances en la conexión entre lo abstracto del conocimiento matemático y la construcción de estrategias de enseñanza más prácticas; mejorando el uso de representaciones visuales y materiales concretos, evidenciando una transición hacia una enseñanza mejor planificada desde el punto de vista de la didáctica y centrada en las necesidades del alumnado, fortaleciendo así la efectividad pedagógica.

Para finalizar, este estudio da cuenta del potencial del modelo de desarrollo profesional docente propuesto por Ponte (2012), al integrar de forma articulada la reflexión, la colaboración y el conocimiento didáctico del profesor de matemática. A diferencia de otras experiencias donde los espacios reflexivos se mantienen aislados de los contenidos matemáticos específicos, en este caso el trabajo colaborativo se sostuvo siempre en torno al objeto de estudio: los números racionales y sus operaciones. Este foco compartido permitió no solo fortalecer las prácticas pedagógicas, sino también enriquecer el conocimiento matemático específico de los docentes desde sus propias experiencias de aula.

Asimismo, los resultados de la investigación validan la posibilidad de concebir el desarrollo profesional como un proceso situado, que reconoce el conocimiento diverso y las trayectorias particulares del profesorado. Lejos de modelos de capacitación estandarizados o desconectados de la realidad educativa, este estudio evidencia que es posible generar procesos significativos de transformación docente desde el diálogo horizontal, la experimentación conjunta y la reflexión crítica sobre la práctica, centrada en los saberes reales del aula.

5.2. Limitaciones y proyecciones

En cuanto a las proyecciones y limitaciones de esta investigación, es posible destacar lo siguiente:

- Al ser un estudio cualitativo, sus resultados no pueden ser generalizados a otros contextos. Sin embargo, la investigación abre la posibilidad de generar nuevas instancias de planificación,

diseño didáctico, implementación y reflexión colaborativa para abordar otros conceptos matemáticos, con potencial de ser aplicados a distintos niveles de enseñanza media en Chile.

- La investigación se desarrolló dentro de un periodo de tiempo específico durante el segundo semestre, lo cual representa una limitación, ya que dificulta observar con mayor profundidad los cambios y continuidades en las prácticas docentes a lo largo del tiempo. No obstante, esto ofrece la oportunidad de planificar futuras instancias de mayor duración, lo que permitiría a las y los docentes fortalecer su conocimiento didáctico, las dinámicas de trabajo colaborativo y los procesos reflexivos sobre su práctica pedagógica.
- Este estudio deja a disposición una estructurada de acompañamiento al profesorado de matemática y una serie de instrumentos de análisis que pueden servir como base para el desarrollo de investigaciones futuras en contextos similares. Incluso, se convierte en un insumo para generar liderazgos diferentes en los departamentos de matemática de los colegios, dejando atrás el foco en las reuniones burocráticas o de rendición de cuentas, para avanzar en espacios colectivos de desarrollo profesional que se sitúen en las realidades de las aulas y tengan impacto sobre los aprendizajes de los estudiantes.
- Aunque los antecedentes analizados destacan ampliamente los beneficios del trabajo colaborativo y reflexivo en el desarrollo profesional docente, este estudio identifica desafíos específicos, como las limitaciones del tiempo curricular, que no fueron abordados profundamente en investigaciones previas (Parra-Urrea y Pino-Fan, 2022; Almeida y Bastos, 2023). Esto abre la posibilidad de explorar estrategias que permitan integrar prácticas colaborativas y reflexivas en contextos con restricciones temporales, generando nuevas líneas de investigación que podrían enriquecer la planificación e implementación de secuencias didácticas en matemática.

Referencias

Agencia de Calidad de la Educación. (2018). *Aprendiendo de los errores: Un análisis de los errores frecuentes de los estudiantes de II medio en las pruebas SIMCE y sus implicancias pedagógicas*. https://bibliotecadigital.mineduc.cl/bitstream/handle/20.500.12365/14941/Aprendiendo_de_los_error es_Web_24may.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Aguilar, D., Sánchez, J., y Salgado, G. (2022). Aprendizaje de números racionales a partir de representaciones semióticas. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 14(2), 69-99. <https://doi.org/10.46219/rechiem.v14i2.102>

Almeida, C., y Bastos, C. (2023). Reflections on the Documentational Work of Two Teachers in a Remote Collaborative Environment for Compound Interest Teaching. *Revista de Ensino de Ciência e Matemática*, 25(2), 98-123. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.7546>

Alvarado, L., Carreño, M., y Caroca, M. (2021). Texto del Estudiante Matemática 5º básico. Editorial Santillana.

Alvarado, J., Rojas, M., Soto, P., y Villalobos, N. (2021). Texto del Estudiante Matemática 6º básico. Editorial Santillana.

Arenas-Peñaloza, J., y Rodríguez-Vásquez, F.M. (2020). Dificultad en las fracciones para los estudiantes de la educación primaria mexicana. *Gestión, Competitividad e Innovación*, 34, 24-33.

Berrocal, E., Expósito, J. (s.f). *Unidad 3. El proceso de investigación educativa II: Investigación – acción*. https://www.ugr.es/~emiliobl/Emilio_Berrocal_de_Luna/Master_files/UNIDAD%20%20Investigacio %CC%81n%20-%20Accio%CC%81n.pdf

Boavida, A M. y Ponte, J. P. (2002). Investigación colaborativa: Potencialidades e problemas en GTI (Org), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 43-55). APM.

Brown, B. (2019). Rational number understanding: The big picture, not the essence. *South African Journal of Childhood Education*, 9(1), a561. <https://doi.org/10.4102/sajce.v9i1.561>

Bush, J. (2021). Software-based intervention with digital manipulatives to support student conceptual understandings of fractions. *British journal of educational technology*, 52(6), 2299-2318. <https://doi.org/10.1111/bjet.13139>

Burgos, M., y Céspedes, M. (2021). Suitability criteria used by future primary school teachers in the assessment of math educational videos. *Uniciencia*, 35(2), 1-17. <https://doi.org/10.15359/ru.35-2.19>

Calle, E., Breda, A., y Font, V. (2022). The complexity of the notion to teach in the assessment of the pre-professional practice of future Ecuadorian mathematics teachers. *REDIMAT – Journal of Research in Mathematics Education*, 11(3), 218-249. <http://dx.doi.org/10.17583/redimat.10986>

Cámara, F., y Sgreccia, N. (2017). Obstáculos didácticos al trabajar con números racionales positivos al inicio de la escolaridad secundaria. *Revista Premisa*, 19 (74), 3-21. <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/obstaculos-didacticos-al-trabajar-con-numeros-racionales-positivos-al-inicio-de-la-escolaridad-secundaria/>

Castaño-Arbeláez, N., y García-Castro, L.I. (2014). Dificultades en la enseñanza de las operaciones con números racionales en la educación secundaria. *Magistro*, 8(16), 123-158. <https://doi.org/10.15332/s2011-8643.2014.0016.05>

Chirinda, B. (2021). Professional development for teachers' mathematical problem-solving pedagogy – what counts? *Pythagoras - Journal of the Association for Mathematics Education of South Africa*, 42(1), a532. <https://doi.org/10.4102/pythagoras.v42i1.532>

Córdoba, C., y Droguett, S. (2020). Texto del Estudiante Matemática 3º básico. Editorial Santillana.

Cuaresma, M. y Ponte, J. P. (2021). Developing collaborative relationships in lesson study. *PNA*, 15(2), 93-107. <https://doi.org/10.30827/pna.v15i2.16487>

Díaz-Cárdenas, A., Díaz-Furlong, A., Díaz-Furlong, H., Sankey-García, M., y Zago-Portillo, G. (2019). Multiplication and division of fractions: Numerical cognition development and assessment procedures. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 22(3), 333-362. <https://doi.org/10.12802/relime.19.2234>

Escobar, D., Fuentes, L., Arcia, M., y Amaya, T. (2016). ¿Cuáles son las causas de las dificultades que presentan los estudiantes al resolver situaciones problema que involucran fracciones?. En E. Mariscal (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 217-224). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Fernández, Y., Riffo, J., y Sandoval, L. (2013). *Errores más frecuentes de los estudiantes en el desarrollo de la unidad de fracciones en un 5º año básico* [Tesis de licenciatura, Universidad del Bio Bio]. Repositorio Digital Sistema de Bibliotecas Universidad del Bio-Bio. http://repobib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/1845/1/Fernandez_Jara_Yimmy.pdf

Franco-Mariscal, A.J., Cebrián-Robles, D., y Rodríguez-Losada, N. (2023). Impact of a Training Programme on the e-rubric Evaluation of Gamification Resources with Pre-Service Secondary School Science Teachers. *Tech Know Learn*, 28, 769–802. <https://doi.org/10.1007/s10758-021-09588-1>

Fuenzalida, A., Quezada, C., y Cerda, V. (2020). Texto del Estudiante Matemática 4º básico. Editorial Santillana.

Gómez, A., y Pérez, A. (2016). Tres enfoques para la enseñanza de los números racionales. *Saber*, 28(4), 819-827.

Gonzales, G. (2022). Mapping Pupil's Learning Progression Using Hand Manipulatives and Touch Screen Applications: Implications to Post-COVID-19 New Normal. *Hindawi Education Research International*, 2022, 1-10. <https://doi.org/10.1155/2022/9976083>

González, D. (2015). *Errores comunes en el aprendizaje de las fracciones: Un estudio con alumnos de 12/13 años en Cantabria* [Tesis de maestría, Universidad de Cantabria]. Repositorio UCreá. <https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/6903/GonzalezdelOlmoDario.pdf>

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación*. Mc Graw Hill

Iturra, F., Cabrera, M., y Manosalva, C. (2023). Texto del Estudiante Matemática 7º básico. Editorial SM.

Kibiswa, N. (2019). Directed Qualitative Content Analysis (DQICA): A Tool for Conflict Analysis. *TQR*, 24(8), 2059-2079. <https://doi.org/10.46743/2160-3715/2019.3778>

León, G. (2011). *Unidad Didáctica: Fracciones* [Tesis de maestría, Universidad de Granada]. Repositorio DIGIBUG. https://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/Gloria_Leon.pdf

Lewin, R. (2011). La teoría de conjuntos y los fundamentos de la matemática. Editorial J.C. Sáez Editor.

Loes, C., y An, B. (2021). Collaborative Learning and Need for Cognition: Considering the Mediating Role of Deep Approaches to Learning. *The Review of Higher Education*, 45(2), 149-179. <https://www.researchgate.net/publication/357336749>

Lovemore, T., Robertson, S., y Graven, M. (2021). Enriching the teaching of fractions through integrating mathematics and music. *South African Journal of Childhood Education*, 11(1), a899. <https://doi.org/10.4102/sajce.v11i1.899>

Moreno A., y Flores, P. (2000). Conocimiento profesional del profesor de matemáticas. Un acercamiento desde los números racionales [presentación de paper]. *Congreso sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas "Thales"*, España. https://www.ugr.es/~pflores/textos/aRTICULOS/Investigacion/Moreno_Flores.pdf

Moyo, SE., Combrinck, C., y Van Staden, S. (2022) Evaluating the Impact of Formative Assessment Intervention and Experiences of the Standard 4 Teachers in Teaching Higher-Order-Thinking Skills in Mathematics. *Front. Educ*, 7, 771437. <https://doi.org/10.3389/educ.2022.771437>

Naidoo, J., y Hajaree, S. (2021). Exploring the perceptions of Grade 5 learners about the use of videos and PowerPoint presentations when learning fractions in mathematics. *South African Journal of Childhood Education*, 11(1), a846. <https://doi.org/10.4102/sajce.v11i1.846>

Nickl, M., Sommerhoff, D., Boheim, R., Ufer, S., y Seidel, T. (2023). Fostering pre-service teachers' assessment skills in a video simulation. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 38(1-2), 1-8. <https://doi.org/10.1024/1010-0652/a000362>

Parra-Urrea, Y., y Pino-Fan, L. (2022). Proposal to Systematize the Reflection and Assessment of the Teacher's Practice on the Teaching of Functions. *Mathematics* 2022, 10(18), 3330. <https://doi.org/10.3390/math10183330>

Peregrina, I., Bothelo da Costa, E., y Vargas, B. (2017) The comprehension of numerical relationships in the learning of fractions: a comparative study with Brazilian and Portuguese children. *Revista brasileira de estudos pedagógicos*, 98(249), 251-269. <https://doi.org/10.24109/2176-6681.rbep.98i249.3043>

Ponte, J.P. (2008). Investigar a nossa própria prática: uma estratégia de formação e de construção do conhecimento profissional. *PNA*, 2(4), 153-180. <https://doi.org/10.30827/pna.v2i4.6196>

Ponte, J.P. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas en N. Planas (Ed.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp. 83-98). Graó.

Ponte, J.P. (2013). The Professional Practice and Professional Development of Mathematics Teachers. *Sisyphus: Journal of Education*, 1(3), 7-12. <https://doi.org/10.25749/sis.3704>

Ponte, J.P., y Chapman, O. (2008). Pre-Service Mathematics Teachers' Knowledge and Development. In L. D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (2nd ed., Vol. 1, pp. 223-261). Routledge.

Ponte, J.P., Cuaresma, M., y Mata-Pereira, J. (2015). The challenge of mathematical discussions in teachers' professional practice. *Didacticae*, 1(2017), 45-59. <https://doi.org/10.1344/did.2017.1.45-59>

Procopio, M., Fernandes, L., Yáñez-Araque, B., y Fernández-Cézar, R. (2022). Cooperative work and neuroeducation in mathematics education of future teachers: A good combination? *Front. Psychol*, 13, 1005609. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2022.1005609>

Ramos-Rodriguez, E., Flores, P., y Ponte, J. P. (2017). Práctica y reflexión de profesores de matemáticas chilenos bajo la perspectiva del estudio de clases. *Quadrante*, 26(2), 69-97.

Randewijk, E., Toit, PH., y Harding, AF. (2022). Informing practice in mathematics through the use of Herrmann's Whole Brain® theory. *South African Journal of Education*, 42(3), 1-16. <https://doi.org/10.15700/saje.v42n3a2088>

Ratnasari (2018). Errores e ideas erróneas de los estudiantes sobre las operaciones de fracciones en una escuela primaria de Indonesia. *Revista de Educación Matemática del Sudeste Asiático*, 8(1), 83-97.

Ríos-Cuesta, W., y Aspirilla-Mena, O. (2022). Errores asociados a operaciones aditivas con fracciones: Un estudio exploratorio con estudiantes de secundaria. *Revista Boletín REDIPE*, 11(11), 86-98. <https://doi.org/10.36260/rbr.v11i11.1909>

Salani, E., y Jojo, Z. (2023). The Pedagogical Manifestations: A Driver of Teachers' Practices in Teaching Algebraic Equations. *European Journal of Educational Research*, 12(1), 15-28. <https://doi.org/10.12973/eu-jer.12.1.15>

Saltos-Rodríguez, L., Loo-Salmon, L., y Palma-Villavicencio, M. (2018). La investigación acción como una estrategia pedagógica de relación entre lo académico y lo social. *Polo del conocimiento*, 3(12), 149-159. <https://doi.org/10.23857/pc.v3i12.822>

Simónovic, N. (2021). Teachers' key competencies for innovative teaching. *International Journal of Cognitive Research in Science, Engineering and Education (IJCRSEE)*, 9(3), 331-345. <https://ijcrsee.com/index.php/ijcrsee/article/view/1067>

Stelzer, F., Andrés, M., Introzzi, I., Canet-Juric, L., y Urquijo, S. (2019). El conocimiento de las fracciones. Una revisión de su relación con factores cognitivos. *Interdisciplinaria*, 36(2), 185-201. https://www.academia.edu/81985429/Fraction_Knowledge_A_Review_Of_Their_Relationship_With_Cognitive_Factors

Torres, C., y Caroca, M. (2024). Texto del Estudiante Matemática 8º básico. Editorial Santillana.

Valle, W., Álvarez, J., y Camacho, C. (2021). La enseñanza de los números fraccionarios en sexto grado. *Mendive*, 19(2), 570-577. <https://mendive.upr.edu.cu/index.php/MendiveUPR/article/view/2062>

Anexos

Anexo 1: Validación de instrumento – Entrevista



Instrumento de validación a través del juicio de expertos/as Entrevista semiestructurada

1. Contextualización

El instrumento a continuación tiene por objetivo obtener un panorama inicial sobre las percepciones, experiencias y conocimientos de los docentes con relación a la enseñanza de las operaciones entre números racionales.

El instrumento se ha diseñado como una entrevista semiestructurada la cual se implementará de forma presencial en el establecimiento educacional y de forma individual con cada uno de los docentes participantes de la investigación. A partir de esta información, se busca contar con un insumo fundamental que permita orientar las sesiones colaborativas y reflexivas, asegurando que el diseño e implementación de la secuencia de actividades se ajuste a las necesidades y contextos específicos de los participantes.

2. Antecedentes de la entrevista

La entrevista se centra en recoger información respecto de las dimensiones que responden a los antecedentes profesionales de los docentes y los tres ejes que articulan esta investigación: i) conocimiento del profesor de matemática; ii) trabajo colaborativo; iii) reflexión docente (Ponte, 2012).

A continuación se presenta el instrumento que tiene como propósito recoger su valoración como experto:

Dimensión	Subdimensión	Pregunta/s
Antecedentes profesionales	Experiencia profesional	¿Cuántos años lleva enseñando matemática? ¿Cómo llegó a ser profesor/a de matemática?
	Experiencia específica del contenido	¿Cuántas veces ha enseñado el contenido de operaciones entre números racionales? ¿Se ha sentido satisfecho con los aprendizajes que logran los estudiantes?
Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza	¿Cómo explicas las operaciones entre números racionales en tus clases? ¿Qué estrategias o ejemplos sueles utilizar para hacer comprensible este contenido a las y los estudiantes?
	Conocimiento del alumnado y de su aprendizaje	¿Qué aspectos del contenido cree que son más difíciles de enseñar y por qué? Según su experiencia, ¿cuáles son las principales dificultades que encuentran los estudiantes al trabajar operaciones entre números racionales?

3



© SOMOS USACH



Dimensión	Subdimensión	Pregunta/s
		¿Cómo adapta su enseñanza a diferentes estilos de aprendizaje o niveles de comprensión de sus estudiantes? ¿Cómo evalúa el progreso y la comprensión de sus estudiantes en este contenido específico?
	Conocimiento de la práctica educativa	¿Qué recursos o materiales utiliza habitualmente para enseñar las operaciones entre números racionales? ¿Cómo planifica sus clases en torno a este contenido? ¿Sigue una secuencia de actividades específica?
	Conocimiento del currículo	¿Cómo gestiona el tiempo y las actividades en clase para asegurar que las y los estudiantes practiquen y comprendan las operaciones entre números racionales? ¿Qué relación ve entre este contenido y otros temas que plantea el currículo de matemática?
		¿Considera que el currículo proporciona suficientes herramientas y tiempo para abordar este contenido de manera efectiva?
Trabajo colaborativo	Experiencia previa en colaboración	¿Ha trabajado previamente en proyectos colaborativos con otros docentes? Si es así, ¿cómo fue esa experiencia?
	Expectativas del trabajo colaborativo	¿Qué espera obtener del trabajo colaborativo para mejorar la enseñanza de las operaciones entre números racionales? ¿Qué elementos cree que son necesarios para que la colaboración entre docentes sea fructífera?
Reflexión docente	Práctica reflexiva individual	¿Suele reflexionar sobre su práctica docente? Si es así, ¿cómo lo hace?
	Reflexión sobre la efectividad de la enseñanza	¿Cómo evalúa la efectividad de sus estrategias de enseñanza?
	Disposición al cambio	¿Cómo hace para darse cuenta de que algún aspecto de su práctica docente requiere cambios o ajustes? ¿Me puede dar un ejemplo del último cambio que quiso incorporar?
	Expectativas de la reflexión colaborativa	¿Cómo cree que la reflexión colaborativa puede mejorar su práctica docente?

4



© SOMOS USACH

3. Orientaciones para la revisión

A continuación, se presentan algunos ítems, relacionados con la coherencia, pertinencia y confiabilidad de la entrevista. En cada uno de los ítems propuestos marque con una equis (X) el grado de acuerdo o desacuerdo, según la siguiente escala:

1	2	3	4	N.O.
Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	De acuerdo	Totalmente de acuerdo	No observado

Muchas gracias por su colaboración y tiempo.

Ítem	1	2	3	4	N.O.
Coherencia					
La entrevista está relacionada con la pregunta y el objetivo general de la investigación.				x	
Las preguntas responden a alguno/s de los objetivos específicos de la investigación.				x	
Se pueden identificar objetivos o intencionalidades claras en cada pregunta que contribuyen a abordar el problema de estudio.				x	
Pertinencia					
Las preguntas son claras, utilizando lenguaje comprensible y apropiado.				x	
Las preguntas permiten mantener el respeto por la persona entrevistada.				x	
Las preguntas son adecuadas y se relacionan directamente con los objetivos específicos del estudio.				x	
La secuencia de la entrevista permite flexibilidad y carácter dinámico.				x	
Confiabilidad					
Las preguntas están formuladas de manera neutral, evitando sesgos que puedan afectar la consistencia de las respuestas.				x	
La entrevista proporciona un marco en el que los entrevistados puedan expresar las ideas en su propio lenguaje.				x	
Se incluyen preguntas auxiliares para asegurar que se obtenga información completa y detallada en todas las entrevistas.				x	



Además de las observaciones y recomendaciones al margen del instrumento, también puede utilizar el siguiente espacio para señalar otros aspectos.

Observaciones y recomendaciones



Nombre y firma experto/a



Anexo 2: Validación de instrumento – Grupo focal




**Instrumento de validación a través del juicio de expertos/as
Grupo focal**

1. Contextualización

Al finalizar las fases de planificación, implementación y reflexión respecto de la secuencia didáctica colaborativa, se llevará a cabo un grupo focal de cierre con el objetivo de permitir a los docentes reflexionar sobre el efecto del trabajo colaborativo y las decisiones tomadas de forma colectiva en sus prácticas docentes.

El instrumento se ha diseñado como un grupo focal, el cual se implementará de forma presencial en el establecimiento educacional. A partir de esta información, se busca evidenciar que las percepciones de las y los docentes son conducentes a una reconfiguración de sus prácticas.

2. Antecedentes del Autorreporte

Las dimensiones que abordan las preguntas del grupo focal responden a los tres ejes que articulan esta investigación, basados en el modelo de desarrollo profesional docente de Ponte (2012), en conjunto con una dimensión adicional sobre la satisfacción docente.

Dimensión	Subdimensión	Pregunta/s
Conocimiento didáctico del profesor de matemática	Conocimiento de la matemática para su enseñanza	¿De qué manera la planificación colaborativa, la implementación y la reflexión influyó en su forma de comprender y enseñar las operaciones entre números racionales?
	Conocimiento del alumnado y su aprendizaje	¿Notaron algún cambio en cómo los estudiantes comprenden o se relacionan con las operaciones entre números racionales después de implementar la secuencia? Ejemplifique.
	Conocimiento de la práctica educativa	A partir del trabajo colaborativo, ¿qué cambios han percibido en la forma de gestionar la clase o en sus estrategias de enseñanza? ¿Cómo evalúan el proceso de diseñar una secuencia de forma colaborativa y qué aprendizajes específicos lograron incorporar en sus prácticas docentes? ¿Qué aspectos de la planificación consideran que fueron efectivos y cuáles podrían mejorarse?
	Conocimiento del currículo	¿Qué beneficios encontraron en la planificación colaborativa para alinear su enseñanza con los objetivos del currículo y las necesidades de los estudiantes?




10




Dimensión	Subdimensión	Pregunta/s
Trabajo colaborativo	Experiencia con el trabajo colaborativo	¿Cómo influyó en su labor docente la colaboración con sus colegas en la planificación, implementación y reflexión de la secuencia didáctica? ¿Qué aspectos del trabajo colaborativo creen que fueron más efectivos para mejorar su práctica educativa? ¿Hubo algún aspecto del trabajo colaborativo que les haya resultado desafiante o difícil de implementar? Cuál?
Reflexión docente	Experiencia con la reflexión docente	¿Cómo ha cambiado su manera de reflexionar sobre su práctica docente a lo largo de este proceso colaborativo? Explique. ¿Qué aprendizajes obtuvieron del proceso reflexivo al momento de analizar las implementaciones?
Satisfacción docente	Experiencia en el proceso de investigación	Después de implementar la secuencia de actividades, ¿cuál es su nivel de satisfacción con respecto al desarrollo de las clases y el logro de los objetivos propuestos? En general, ¿se sienten satisfechos con el trabajo colaborativo y los resultados alcanzados? ¿Qué desafíos emergentes creen que deben abordarse a futuro?

3. Orientaciones para la revisión

A continuación, se presentan algunos ítems, relacionados con la coherencia, pertinencia y confiabilidad de la entrevista. En cada uno de los ítems propuestos marque con una equis (X) el grado de acuerdo o desacuerdo, según la siguiente escala:

1	2	3	4	N.O.
Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	De acuerdo	Totalmente de acuerdo	No observado

Muchas gracias por su colaboración y tiempo.

Ítem	1	2	3	4	N.O.
Coherencia					
Las preguntas del grupo focal están relacionadas con la pregunta y objetivo general de la investigación.				x	
El orden de las preguntas facilita un flujo lógico en la discusión.				x	
Se pueden identificar objetivos o intencionalidades claras en cada pregunta que contribuyen a abordar el problema de estudio.				x	




11

Pertinencia					
Las preguntas son claras, utilizando lenguaje comprensible y apropiado.				x	
Las preguntas abordan aspectos relevantes de la planificación colaborativa, la reflexión y la práctica docente.				x	
Las preguntas promueven la reflexión sobre el efecto de la colaboración en las prácticas docentes.				x	
Confiabilidad					
Las preguntas están formuladas de manera neutral, evitando sesgos que puedan afectar la consistencia de las respuestas.				x	
Las preguntas proporcionan un marco en el que los participantes puedan expresar las ideas en su propio lenguaje.				x	
Se incluyen preguntas auxiliares para asegurar que se obtenga información completa y detallada en los temas discutidos.				x	

Además de las observaciones y recomendaciones al margen del instrumento, también puede utilizar el siguiente espacio para señalar otros aspectos.

Observaciones y recomendaciones



Nombre y firma experto/a

Anexo 3: Guía N°1 – Números racionales

GUÍA DUAL N°1 – MATEMÁTICA NÚMEROS RACIONALES

NOMBRE ALUMNO(A):	
CURSO: _____	FECHA: ____ / ____ / 2024
INSTRUCCIONES • Lean atentamente cada actividad y realice los ejercicios en el orden indicado junto a su pareja. • Asegúrense de entender cada paso antes de avanzar al siguiente. • Utilice el material concreto proporcionado para representar y comprender visualmente los conceptos. • Anoten sus resultados y reflexiones después de cada actividad. • Revisen sus respuestas juntos al final de la guía y discutan cualquier diferencia o duda que tengan. • Antes de finalizar la clase se les entregará una actividad que deben responder en parejas y posteriormente entregar a su profesora.	

1. Recordemos sobre fracciones respondiendo las siguientes preguntas

a. ¿Qué es una fracción?	b. ¿Qué nombre recibe el número que está arriba y que representa?	c. ¿Qué nombre recibe el número que está abajo y que representa?

Si no pudiste responder a las preguntas anteriores, ¡no te preocupes! Resuelve las siguientes actividades junto a tu profesora.

2. Ahora con la pizza que tienes en tu puesto sigue las instrucciones:

a. Identifica en cuántos trozos está dividida tu pizza.

b. Piensa que vas a comer la pizza junto a tu compañero/a de puesto, ¿cuántos trozos del total se comerá cada uno?

c. Realiza un dibujo que represente lo que comió cada uno de ustedes.

¡MUCHO OJO!

De los valores identificados con anterioridad, la cantidad de trozos en la que está subdividida su pizza corresponde al denominador de la fracción. Mientras que, la cantidad de trozos que se comen cada uno (del total) corresponde al numerador.



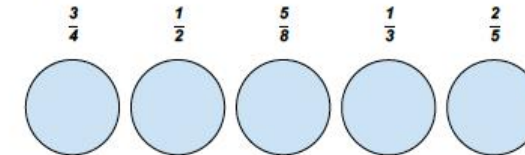
$\frac{3}{8}$

Numerador: Número de partes que se tienen en consideración.

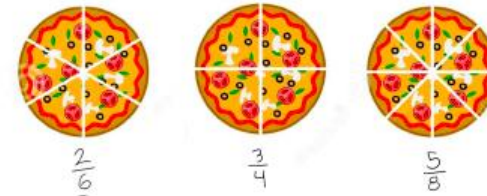
Denominador: Corresponde al número de partes en que dividimos la unidad.

3. En conjunto con tu compañero/a de puesto resuelve las siguientes actividades

a. Divide la pizza y luego pinta los trozos que sean necesarios para representar las siguientes fracciones:



b. En las siguientes pizzas, indica cuántos trozos debes comer para cumplir con la fracción



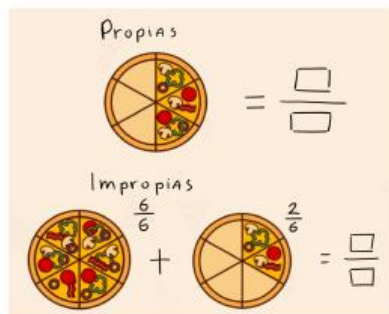
4. Recordar y reconocer fracciones propias e impropias

Fracciones Propias: Son una parte de la Unidad, por lo que el numerador es menor que el denominador.

Fracciones Impropias: Son igual o mayor que la unidad, por lo tanto, el numerador es igual o mayor que el denominador.

a. Apoyados de las definiciones que se muestran con anterioridad y de la pizza que se le fue entregada diseña 3 fracciones propias, tres impropias (escritas estas también como número mixto)

TIPOS	Representación		Representación		Representación	
	Dibujo	Fración	Dibujo	Fración	Dibujo	Fración
Fración Propia						
Fración Impropia						
Número Mixto						



¿Qué similitudes logras observar entre la fracción impropia y mixta?

Escribe con tus propias palabras y usando el ejemplo de las pizzas como referencia ¿Qué es una fracción impropia? ¿Qué parte de la pizza tendrías que comer para que la cantidad sea una fracción impropia?

5. Recordar y reconocer números decimales finitos e infinitos

Si necesito transformar una fracción en número decimal, ¿qué operación matemática debo realizar? Responde en el siguiente recuadro.

Divide manualmente las siguientes fracciones:

$\frac{3}{4} =$	$\frac{1}{3} =$	$\frac{7}{6} =$
-----------------	-----------------	-----------------

Clasifica como son los resultados obtenidos en las fracciones anteriores, indicando a cual corresponden: (finito o infinito periódico o semiperiódico)

6. Describe los pasos para las transformaciones de Números decimales a fracciones.

	Pasos	Ejemplo
Decimal Finito		
Decimal Infinito periódico		
Decimal Infinito Semiperiódico		

Anexo 4: Guía N°2 – Números racionales


 Colegio San Sebastián De Quilicura
 Prof. Priscilla Bultrín - Boris Díaz - María Muñoz - Josué Olave - Javier Vera
 Nivel Segundo Medio
 Departamento de Matemática año 2024
www.colsestisq.cl

GUÍA DUAL N°2 – MATEMÁTICA NÚMEROS RACIONALES

NOMBRE ALUMNO(A):	
CURSO:	FECHA: ___ / ___ / 2024
INSTRUCCIONES • Lean atentamente cada actividad y realice los ejercicios en el orden indicado junto a su pareja. • Asegúrense de entender cada paso antes de avanzar al siguiente. • Utilice el material concreto proporcionado para representar y comprender visualmente los conceptos. • Anoten sus resultados y reflexiones después de cada actividad. • Revisen sus respuestas juntos al final de la guía y discutan cualquier diferencia o duda que tengan. • Antes de finalizar la clase se les entregará una actividad que deben responder en parejas y posteriormente entregar a su profesora.	

Objetivos:

1. Comprender y reconocer fracciones equivalentes.
2. Ubicar fracciones en la recta numérica.
3. Sumar y restar fracciones con igual denominador.

I. Escribe fracciones equivalentes a las fracciones que representan cada imagen de la Pizza

Si no pudiste completar la actividad anterior, ¡no te preocupes! Resuelve las siguientes actividades junto a tu profesora.

II. Ahora con las piezas que te acaba de entregar tu profesora responde a las siguientes preguntas

- a. Dibuja dos equivalencias que puedes encontrar entre las piezas y explícala con tus palabras.

	Representación Gráfica	Representación fraccionaria	Explicación ¿Por qué son iguales?
Circular			
Rectangular			


 Colegio San Sebastián De Quilicura
 Prof. Priscilla Bultrín - Boris Díaz - María Muñoz - Josué Olave - Javier Vera
 Nivel Segundo Medio
 Departamento de Matemática año 2024
www.colsestisq.cl

Podemos concluir:

Para encontrar fracciones equivalentes a otras ...

III. Encuentra al menos tres fracciones equivalentes para cada caso.

1) $\frac{1}{4} = ?$	2) $\frac{2}{7} = ?$
3) $\frac{9}{12} = ?$	4) $\frac{12}{16} = ?$

IV. A continuación se te hará entrega de un set de fichas de dominó. Luego, sigue las siguientes instrucciones:

- a. Escribe 12 fracciones con las fichas que te fueron entregadas (Como se entregan 3 fichas, puedes encontrar 3 fracciones, sus 3 inversos multiplicativos y los 6 opuestos aditivos).

--

- b. Ubica las fracciones en la recta numérica.



- c. A continuación, escogen una de las fichas que les fueron entregadas y espere a ser llamado por el profesor o la profesora para poder ubicar el valor escogido en la pizarra.



V. Comparar fracciones

Con las fracciones utilizadas en la actividad anterior, selecciona 4 pares de estas e indica cuál es mayor y el porqué.

Fracciones Seleccionadas	Explicación.
1)	
2)	
3)	
4)	

VI. Con el material entregado agrupa o separa todas aquellas piezas que posean el mismo denominador, ¿Qué fracción representan las fichas en conjunto? Dibuja en los recuadros lo trabajado con las piezas

--	--	--

¿Cuál de las cuatro operaciones básicas les permitió saber el resultado? _____

VII. Resuelve las siguientes sumas y restas con igual denominador

1) $\frac{5}{8} + \frac{4}{8}$	2) $\frac{3}{11} + \frac{-6}{11}$
3) $\frac{-4}{7} + \frac{9}{7}$	4) $\frac{-8}{23} + \frac{-2}{23}$

Anexo 5: Guía N°3 – Números racionales



Colegio San Sebastián de Guilicura
Prof. Priscilla Beltrán - Boris Díaz - María Muñoz - Josué Clave - Javier Vera
Nivel Segundo Medio
Departamento de Matemática año 2024
www.colegiossb.cl

GUÍA DUAL N°3 – MATEMÁTICA NÚMEROS RACIONALES

NOMBRE ALUMNO(A): _____	
CURSO: _____	FECHA: ____ / ____ / 2024
INSTRUCCIONES • Lean atentamente cada actividad y realice los ejercicios en el orden indicado junto a su pareja. • Asegúrense de entender cada paso antes de avanzar al siguiente. • Utilice el material concreto proporcionado para representar y comprender visualmente los conceptos. • Anoten sus resultados y reflexiones después de cada actividad. • Revisen sus respuestas juntos al final de la guía y discutan cualquier diferencia o duda que tengan. • Antes de finalizar la clase se les entregará una actividad que deben responder en parejas y posteriormente entregar a su profesora.	

Objetivos:

1. Comprender la adición y sustracción de fracciones a través de fracciones equivalentes.
2. Calcular la adición y sustracción de fracciones con distinto denominador.

Observa atentamente los videos que se reproducirá a continuación para responder a las siguientes preguntas:

Video N°1

- ¿Qué contenidos trabajados en las clases anteriores pudiste observar en el video?

- ¿Qué conclusiones puedes extraer de lo visto en el video?

- A partir de las conclusiones anteriores, encuentra el valor de la fracción faltante para formar el entero

a) $\frac{1}{4} + [] = 1$

c) $\frac{3}{5} + [] = 1$

b) $[] + \frac{2}{3} = 1$

d) $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = 1$

Video N°2

- ¿Cómo se llama la operación que permite pasar de la fracción $\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{4}$ según lo observado al unir las piezas del círculo?

- Identifica cuál es el factor necesario para llegar a la fracción resultante

a) $\frac{2}{3} \cdot \text{---} = \frac{4}{6}$

c) $\text{---} \cdot \frac{4}{4} = \frac{20}{48}$

b) $\frac{2}{3} \cdot \text{---} = \frac{8}{12}$

d) $\text{---} \cdot \frac{7}{7} = \frac{14}{63}$

Educando con la fuerza de la nueva era

1



Colegio San Sebastián de Guilicura
Prof. Priscilla Beltrán - Boris Díaz - María Muñoz - Josué Clave - Javier Vera
Nivel Segundo Medio
Departamento de Matemática año 2024
www.colegiossb.cl

Video N°3 → Suma de fracciones con diferente denominador

- Resuelve las siguientes adiciones con la técnica observada en el video (Igualando los denominadores)

a) $\frac{2}{3} + \frac{4}{6} =$

c) $\frac{7}{12} + \frac{3}{4} =$

b) $\frac{3}{10} + \frac{1}{5} =$

d) $\frac{7}{4} + \frac{1}{16} =$

- Resuelve la adición $\frac{7}{4} + \frac{1}{5} =$, dejando sus denominadores iguales como en los ejercicios anteriores.

$\frac{7}{4} + \frac{1}{5} =$

- ¿Utilizarías igual la amplificación?, ¿Cómo?

Video N°4 → Resta de fracciones con diferente denominador

- ¿Por qué se cumple la operación expuesta en el video?

- Resuelve las siguientes sustracciones con la técnica observada en el video (Igualando los denominadores)

a) $\frac{-2}{3} + \frac{4}{6} =$

c) $\frac{7}{12} - \frac{3}{4} =$

b) $\frac{3}{10} + \frac{-1}{5} =$

d) $\frac{7}{4} + \frac{1}{16} =$

Ahora tú! Suma las piezas entregadas por tu profesora ¿Qué resultado obtuviste?

Educando con la fuerza de la nueva era

2



Construye dos sumas y dos restas utilizando las piezas (dibójalas):

Ticket de Salida.

De acuerdo a lo visto en la clase de hoy responde las siguientes preguntas.

¿Qué contenido trataban los 3 videos que observaste en la clase?	
Para sumar o restar fracciones de distinto denominador, ¿qué puedes realizar para operar de forma correcta?	
Suma: a) $\frac{5}{4} + \frac{1}{2} =$ b) $\frac{1}{3} + \frac{3}{8} =$	Resta: c) $\frac{3}{4} - \frac{3}{8} =$ d) $\frac{5}{4} + \frac{1}{3} =$

Anexo 6: Autorización directora del establecimiento



CARTA DE AUTORIZACIÓN DEL (LA) DIRECTOR(A) DEL ESTABLECIMIENTO DONDE SE DESARROLLARÁ LA INVESTIGACIÓN

Yo [REDACTED] en mi calidad de Directora del Colegio San Sebastián de Quilicura autorizo el desarrollo del proyecto de investigación titulado *"Reconfiguración de las prácticas docentes en el contexto de la enseñanza de los números racionales y sus operaciones: Un análisis desde el modelo de Ponte"*, dirigido por el investigador Sr. Javier Vera Carvacho, en este establecimiento ubicado en la comuna de Quilicura.

Como director(a) estoy al tanto de la naturaleza y de los objetivos de esta investigación, en la cual se recopilará información a través de la revisión o desarrollo de los siguientes elementos: documentos, entrevistas, grabaciones de clases y grupos de discusión.

Asimismo, la participación de los/as participantes o sujetos de investigación es LIBRE Y VOLUNTARIA e independiente de esta autorización.

También entiendo que la participación de las personas que pertenecen a la institución que dirijo conlleva un manejo confidencial de la información recabada, sin que se identifique ni a las personas ni a las organizaciones en los documentos o publicaciones derivadas del estudio.

La información obtenida será utilizada solo con fines de esta investigación, estará bajo la custodia del investigador responsable por 2 años y luego será destruida. No obstante lo anterior,

SI (sí o no) acepto que se señale el nombre de la organización en los resultados de la investigación.

SI (sí o no) me interesa conocer los resultados de la investigación.

Consiento actuar como ministro de fe en la firma del consentimiento o en designar un delegado al efecto.

Entiendo que ante cualquier duda o consultas respecto de la investigación se puede contactar al (la) investigador(a) responsable Sr. Javier Vera Carvacho. Fono: (56-9) 61785070. Email: javier.vera@usach.cl; y ante algún reclamo referido a la vulneración de los derechos de los participantes, se puede dirigir al Dr. Carlos Vanegas Ortega, Director del programa de Magister en Educación Matemática de la Universidad de Santiago de Chile. Fono: (56-2) 27182087. Email: carlos.vanegas.o@usach.cl.

La presente Carta de Autorización se firma en tres ejemplares. Uno de los documentos queda en poder del investigador, otro en poder de la Directora y una última copia es remitida al programa de Magister en Educación Matemática de la Universidad de Santiago.

Para formalizar el permiso en este estudio, firmo a continuación

Atentamente,

[REDACTED]

director@colegiossa.cl – Fono: (56-2) 26281288

Ciudad de Santiago, Día 22 del mes de Octubre del año 2024

Página 1 de 2

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
Las Sophoras N°173 - Santiago - Chile
www.usach.cl

#SOMOSUSACH



Anexo 7: Formato de consentimiento informado participantes




CONSENTIMIENTO INFORMADO

ESTIMADO/A, SE LE INVITA A PARTICIPAR EN EL SIGUIENTE PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:

- 1.- **Nombre del Proyecto:** "Reconfiguración de las prácticas docentes en el contexto de la enseñanza de los números racionales y sus operaciones: Un análisis desde el modelo de Ponte"
- 2.- **Objetivo General del proyecto:** Caracterizar la reconfiguración de las prácticas docentes de cuatro profesores/as de matemática de un colegio de Quilicura en relación con la enseñanza de los números racionales y sus operaciones, cuando se desarrolla una secuencia de actividades que integran el trabajo colaborativo, reflexivo y el conocimiento didáctico de las y los docentes.
- 3.- **Su participación consistirá en:** Participar en entrevistas individuales y grupos focales, asistir a reuniones grupales para: (i) elaborar de manera colaborativa una secuencia para la enseñanza de las operaciones entre números racionales; (ii) implementar la secuencia de enseñanza y responder a autorreportes, y; (iii) reflexionar de forma conjunta sobre la implementación.
- 4.- **Riesgos y beneficios:** La investigación no implica riesgo alguno para mí como participante o informante. Asimismo, no existen beneficios personales ni costos asociados por participar en la investigación.
- 5.- **Participación Voluntaria:** Mi participación es totalmente libre y voluntaria
- 6.- **Derecho a ingresar/retirarse de la investigación:** Poseo el derecho a retirarme de la investigación en el momento que lo desee, sin expresión de causa y sin consecuencias negativas. En caso de decidir retirarme en el proceso avanzado de la investigación, mis datos y respuestas serán eliminados y no tendrán validez.
- 7.- **Derecho a conocer los resultados generales de la investigación:** Poseo el derecho a conocer los resultados generales de la investigación. Así también, estoy consciente de que los resultados pueden ser presentados en conferencias, seminarios o artículos científicos y que en ningún caso se individualizará mi persona.
- 8.- **Derecho al resguardo de la identidad del/la participante, de la información compartida y de sus datos personales:**
 - **Anonimato del/la participante:** Mi identidad no será individualizada en los resultados de la investigación ni en cualquier actividad o acción que derive de ella, siempre que potencialmente afectase mi intimidad personal, familiar o su vínculo de la actividad laboral.
 - **Confidencialidad del/la información del/la participante:** Todos los datos aportados o recabados serán confidenciales y se mantendrán en estricta reserva por parte de las personas vinculadas al estudio.
 - **Derecho al uso de la imagen del/la participante:** En el caso de que se requiera el registro visual o audiovisual, autorizo el uso de esta para fines de la investigación.
- 9.- **Custodio de los Datos:** Mis datos serán custodiados por el investigador responsable Sr. Javier Vera Carvacho. Dichos datos, no serán compartidos ni entregados a nadie.
- 10.- **Respecto de publicaciones:** Eventualmente los resultados serán publicados en medios académicos.

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
Chacabuco N° 675 - Santiago - Chile
www.usach.cl

SOMOSUSACH

Página 1 de 2




- 11.- **Investigador/a responsable:** Si tiene preguntas sobre sus labores como participante de esta investigación, se puede dirigir al investigador responsable Sr. Javier Vera Carvacho, estudiante de Magister en Educación Matemática de la Universidad de Santiago de Chile. Fono (56-9) 61785070. Email: javier.vera@usach.cl
- 12.- **Identificación del Director del Magister en Educación Matemática:** Si tiene preguntas sobre sus derechos como participante en esta investigación o en caso de reclamos, se puede dirigir al Dr. Carlos Vanegas Ortega, Director del Programa de Magister en Educación Matemática de la Universidad de Santiago de Chile. Fono: (56-2) 27182087. Email: carlos.vanegas.o@usach.cl.
- 13.- **Establecimiento:** La investigación se llevará a cabo en el colegio San Sebastián de Quilicura, ubicado en San Luis 650, Quilicura, Región Metropolitana; cuyo directora responsable es Sra. Sandra Robilliard Riveros.
- 14.- **Ejemplares:** El presente Consentimiento Informado se firma en dos ejemplares. Uno de los documentos queda en poder del investigador y el otro en poder del participante.
- 15.- **Consentimientos adicionales:**
 - Acepto que esta entrevista sea grabada en formato de audio Sí ☐ No ☐
 - Acepto que mi participación sea registrada mediante fotografías o videos Sí ☐ No ☐
 - Acepto que mi imagen sea usada solo para el análisis de los datos Sí ☐ No ☐
 - Acepto que mi imagen sea usada solo para la publicación final Sí ☐ No ☐

HE LEIDO ESTE DOCUMENTO Y HE SIDO INFORMADO/A DEL OBJETIVO Y CARACTERÍSTICAS DE ESTE ESTUDIO Y ACEPTO PARTICIPAR VOLUNTARIAMENTE EN ÉL, EN CALIDAD DE PARTICIPANTE

CORREO ELECTRÓNICO PARA RECIBIR LOS RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN:

Javier Vera Carvacho
Investigador Responsable

Participante

Directora del Establecimiento

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
Chacabuco N° 675 - Santiago - Chile
www.usach.cl

SOMOSUSACH

Página 2 de 2