**UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE**
**FACULTAD DE CIENCIA**
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN**

# Título: "Brecha entre las habilidades matemáticas de ingreso y las habilidades matemáticas esperadas de los estudiantes de Pedagogía de la Facultad de Ciencia de la USACH en el año 2018"

**AUTORA: ALEJANDRA DEL PILAR LUCERO SILVA**

Dra. Lorna Figueroa Morales
Profesora Guía

Tesis presentada al Departamento de Matemática y Ciencias de la Computación de la Facultad de Ciencia de la Universidad de Santiago de Chile, para optar al grado de Magíster en Educación Matemática.

SANTIAGO-CHILE 2019

**Autorización distribución**

Este trabajo final de graduación ha sido aceptado y aprobado por la Comisión Examinadora del Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación de la Universidad de Santiago de Chile, como requisito para optar a grado de Magíster en Educación Matemática.

**Dra. Rosa Montaño Espinoza**
Profesora Informante

**Dr. Carlos Vanegas Ortega**
Profesor Informante

**Dra. Lorna Figueroa Morales**
Profesora Guía

**Resumen**

Uno de los tantos temas que involucra la investigación en Educación es la deserción escolar, en particular, la deserción en la educación superior, la cual se ha vuelto un problema a nivel nacional, más aún, la deserción de los estudiantes de primer año, por lo que se hace necesario generar propuestas que disminuyan este índice.

Son numerosos los factores que influyen en la deserción, entre ellos, el rendimiento académico de los estudiantes. Una forma de prevenir la deserción es diagnosticar los aprendizajes de los estudiantes al momento de ingresar a sus respectivas carreras y adecuar los procesos de enseñanza y aprendizaje a los resultados obtenidos.

Junto con evitar la deserción, surge la necesidad de mantener a los estudiantes en el sistema educativo, es por esto que emerge el concepto de permanencia, cuyo objetivo es disminuir el abandono de los estudiantes en sus carreras o en la Universidad.

Cada casa de estudios tiene su método para abordar estos tópicos, la Universidad de Santiago de Chile fue pionera en la creación de programas preocupados por la inclusión y la permanencia, estos son el Programa Propedéutico USACH y el Programa de Acceso Inclusivo, Equidad y Permanencia (PAIEP). Formó, además, la Unidad de Innovación Educativa (UNIE), que se encarga de prestar servicios de planificación y ejercicio de la docencia, entre otras labores relacionadas con el área curricular. Esta unidad se ha adjudicado una serie de proyectos para mejorar las trayectorias de los estudiantes, en particular, la trayectoria de los futuros docentes. En este marco, esta investigación busca determinar, si existe, una brecha entre las habilidades matemáticas de entrada y las habilidades matemáticas esperadas de los estudiantes de primer año de las carreras de Pedagogía de la Facultad de Ciencia de la USACH en el año 2018. Para esto, se utilizó el método cuantitativo, que se basa en una investigación empírico-analista, que busca en el estudio de números estadísticos dar respuesta a causas-efectos concretas. En particular, esta investigación, está basada en el análisis de datos recogidos de los resultados de la evaluación diagnóstica aplicada a los estudiantes de las carreras de Pedagogía en Educación Matemática y Computación y Pedagogía en Educación Física y Matemática, pertenecientes a la cohorte 2018, la cual fue diseñada e implementada por la UNIE.

Aunque el rendimiento de los estudiantes de ambas carreras es, en general, similar, el análisis arroja los resultados esperados en lo concerniente a las habilidades matemáticas involucradas. Las conclusiones de este estudio motivan la propuesta de remediales, tanto curriculares como metodológicas, para acortar la brecha encontrada.

**Abstract**

College dropout, for instance, particularly when students finish their first year, has become a national conocern. Therefore, making proposals have been necessary in order to reduce dropout high rates.

There are several factors inciding in dropping out of college, such as students' academic performance. This situation can be prevented by diagnosing students learning styles before they enroll at a career and by adapting teaching - learning process to the results obtained.

College attendance emerges from the need of keeping students in the educational system, in order to avoid or reduce students from giving up a career or college.

Methods to supervise students drop out are several depending on the university regulations. The university of Santiago (Usach), was a pioneer in creating inclusive education and attendance programs. Some of these programs are Usach Propaedeutic and the Inclusive Access, Equity and Permanence Program (Programa de acceso inclusivo equidad y permanencia, PAIEP). Usach has also created the Educational Innovated Unit (Unidad de innovación educativa, UNIE) where planning and teaching practices are implemented among other labors related to the curriculum area. This unit owns a series of projects to improve students performance, particularly those studying to become teachers.

It is within this context that this research has the goal of investigating if there is any gap students from Usach Pedagogy Science Faculty in 2018 may have between their math skills when in first year and the ones the university expect they should manage.

In order to do so, a quantitative model was required, based on the analysis of the obtained data taken from a diagnosis evaluation applied to Math and Computational Pedagogy and Physical and Math Pedagogy students from 2018 cohort, designed and implemented by UNIE.

Although students performance in both careers is similar, the analysis of the results are the expected ones concerning to the Math skills involved. Therefore, presenting different proposals both curricular and methodological will be needed to narrow the existing gap.

**Agradecimientos**

He recorrido un largo camino para lograr el objetivo de obtener el grado académico de Magíster en Educación Matemática y las personas que han estado presentes durante el proceso merecen una distinción, quizás no por ellas, sino por mí, para mostrar que su paso por mi vida en este momento fue de gran ayuda. Aquí vienen los agradecimientos:

A mi mamá, por ser la tremenda mujer que me dio la vida y por ser la primera maestra que me ha enseñado hasta el día de hoy la perseverancia y las herramientas necesarias para desenvolverme en este mundo.

A mi hermana, por enseñarme a ser mejor persona, menos crítica y más comprensiva, y a no decaer ante las contrariedades de la vida.

A mi amiga, María José Moreno Silva, por su disposición y ayuda infinitas, por los consejos y los momentos de dispersión.

A mi profesora guía, Lorna Figueroa Morales, por confiar en mis capacidades y apostar por mí.

Por último, agradezco a todas aquellas personas, colegas, amigos y profesores, que no son mencionadas con nombre y apellido, pero de una u otra forma aportaron en el proceso, tanto académica, como personalmente. Sin su apoyo, esto no hubiera sido posible.

Muchas gracias.

**Tabla de Contenido**

**Índice de Tablas**

**Índice de Gráficos**

## Introducción

La deserción de los estudiantes de la educación superior es un fenómeno que afecta en mayor medida a los países en vías de desarrollo y, en particular, a América Latina, donde las respuestas de programas ministeriales o institucionales son insuficientes para reducir este índice (Muñoz S., Muñoz M., Muñoz C., & Gallardo, 2016).

Son múltiples los motivos de la deserción escolar, según el informe del Centro de Microdatos del Departamento de Economía de la Universidad de Chile (2008), uno de ellos es el rendimiento académico de los estudiantes en sus respectivas carreras. Este rendimiento académico puede ser consecuencia de una brecha entre las exigencias de la carrera y los aprendizajes obtenidos en la educación escolar. Estas brechas consideran desde debilidades en contenidos y habilidades, hasta metodologías de enseñanza y aprendizaje de la Universidad comparadas con las del colegio (Universidad de Chile [UCH], 2008).

La formación y retención de los estudiantes es una de las preocupaciones de la Universidad de Santiago de Chile, así lo afirma el Modelo Educativo Institucional (2014), que asevera que mediante los planes de estudio se pueden obtener indicadores para evaluar el logro de los aprendizajes de los estudiantes durante su trayectoria (Universidad de Santiago de Chile [USACH], 2014). En el mismo documento, se hace referencia al acceso y permanencia de los estudiantes, donde se asegura que la USACH ha instalado iniciativas a nivel nacional sobre esta materia, producto de lo cual son el Programa Propedéutico USACH y el Programa de Acceso Inclusivo, Equidad y Permanencia (PAIEP) (USACH, 2014).

En esta misma línea, desde el año 2012, la Vicerrectoría Académica de la USACH, mediante su Manual de Revisión y Diseño Curricular Universitario, pretende instalar un proceso de revisión y diseño de planes de estudios, que cuente con etapas, resultados esperados, orientaciones conceptuales y metodológicas, para ayudar al modelamiento de las trayectorias curriculares considerando el paso del estudiante desde su ingreso (perfil de ingreso), hasta su egreso (perfil de egreso) de la Universidad (Vicerrectoría Académica USACH, 2012).

Para tener un apoyo permanente en planificación y ejercicio de la docencia, la Vicerrectoría Académica de la USACH, cuenta con la Unidad de Innovación Educativa (UNIE), quien ofrece asesoramiento en formación docente, actualización y diseño curricular y gestión y calidad de la docencia (Vicerrectoría Académica USACH, 2012). Esta unidad participa de variados Proyectos de Mejora Institucionales, entre ellos, el PMI USA 1503: “Plan de Fortalecimiento de la formación inicial y continua de los profesores egresados de la Universidad de Santiago de Chile: una propuesta para la calidad y la equidad, en el marco de las necesidades de la educación chilena”, proyecto en que se ha trabajado con comisiones integradas por académicos de las carreras de

Pedagogía de la Universidad, estableciendo lineamientos para la creación de perfiles, tanto de ingreso como de egreso (USACH, 2015).

En el contexto de un trabajo de tesis de Magíster en Educación Matemática, y acotando las carreras que están relacionadas con esta asignatura, es que esta investigación busca aportar a las mejoras curriculares que se encuentra realizando la Universidad de Santiago de Chile, detectando, si es que existe, una brecha entre habilidades matemáticas de entrada y habilidades matemáticas esperadas de estudiantes de las carreras de Pedagogía en Educación Matemática y Computación y Pedagogía en Educación Física y Matemática en el año 2018.

Este trabajo de tesis se basa en un modelo cuantitativo, no experimental, transversal y descriptivo, consta de una estructura basada en cinco capítulos, donde el Capítulo I, hace referencia al problema, su justificación y contextualización, dando paso al Capítulo II, que respalda toda la teoría que respecta a los conceptos en los cuales se sustenta esta investigación, ellos son deserción escolar, perfil de ingreso, en particular las habilidades matemáticas de ingreso y la retención escolar.

El Capítulo III, en su primera sección, da a conocer la forma en que se lleva a cabo esta investigación, considerando tipo de estudio, elementos utilizados y análisis realizados los cuales son ejecutados en el mismo capítulo, sección 3.2, donde se evidencian los resultados obtenidos en los análisis.

Este informe finaliza con las conclusiones y recomendaciones para el futuro, explicitadas en el Capítulo IV.

**Capítulo I**

Entendiendo que los trabajos de investigación, en general están motivados por alguna situación en particular, o por la detección de algún problema, al cual se busca solución, y entendiendo que estas situaciones o problemas sean relevantes (en mayor o menor medida), es que es deber del investigador justificar su trabajo. Este capítulo detallará las razones que llevaron a realizar esta investigación, desde el planteamiento de la problemática escogida y todo el contexto en el que se sitúa, justificando su importancia y planteando los objetivos que se pretende lograr con el estudio.

## 1.1 Planteamiento del problema

Un artículo presentado en la sexta Conferencia Latinoamericana sobre el Abandono en la Educación Superior (CLABES), titulado "Revisión de Estudios sobre Deserción Estudiantil en Educación Superior en Latinoamérica bajo la Perspectiva de Pierre Bourdieu" (2016), asegura que, para América Latina, la deserción escolar y especialmente la deserción en la educación superior, es un desafío importante, pues los índices de graduación efectiva de la educación superior es baja: 12% en Argentina, 14% en Colombia, 18% en Venezuela, 19% en Chile y México. Destacan Costa Rica y Cuba, con tasas de 37 y 51%, respectivamente (Carvajal & Trejos, 2016).

En la misma línea, en la octava versión de CLABES (2018), se afirma que la deserción escolar en la educación superior se ha vuelto un problema a nivel internacional, más aún la deserción de los estudiantes de primer año (Casanova, García & Miranda, 2018), por lo que se hace necesario generar propuestas, tanto metodológicas como sociales, que contribuyan a disminuir este índice. La división de Educación del Ministerio de Educación, Mineduc, en su Informe de Matrícula de Educación Superior 2018, plantea que, a nivel general, el índice de deserción de los estudiantes de primer año de pregrado corresponde a un 26% (Ministerio de Educación [Mineduc], 2018). Según una investigación conducida por el Centro de Microdatos del Departamento de Economía de la Universidad de Chile (UCH, 2008), la deserción se debería principalmente a tres causas: problemas vocacionales, situación económica de sus familias, y rendimiento académico. Además, señala que las carreras con menor índice de deserción son las relacionadas con el área de la salud, mientras que las carreras con mayor índice son las relacionadas con matemática.

En vista que uno de los factores de mayor incidencia en este porcentaje es el rendimiento académico obtenido por los estudiantes en primer año, mayormente en las asignaturas de matemática, surge la necesidad de identificar la brecha entre las habilidades matemáticas de ingreso de los estudiantes y las habilidades matemáticas esperadas por la Universidad, ambas forman parte del perfil de ingreso asociado a cada carrera, pues en la página 140 del Manual de mejoras curriculares de la USACH, se define el perfil de ingreso como: "… una selección de conocimientos, habilidades y recursos personales mínimos, que debería reflejar un estudiante al matricularse en una carrera universitaria". (USACH, 2012).

Por lo anteriormente expuesto, una pregunta pertinente a formular es ¿existe una brecha entre las habilidades matemáticas adquiridas por los estudiantes en su educación media y las habilidades matemáticas que cada carrera espera de sus estudiantes al momento de su ingreso a la educación superior?

### 1.2 Contextualización

En la década del 70, en Estados Unidos y Canadá y países pertenecientes a la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos), comenzó la preocupación por la deserción estudiantil debido a las altas tasas de deserción alcanzadas, las cuales fluctuaban entre un 30% y un 50%. Las altas tasas de deserción, por lo menos impactan de dos formas negativas en las universidades: en su reputación, pues la retención es un índice de logro en el objetivo de formar profesionales, manteniendo la calidad de sus programas y el segundo impacto es la inestabilidad en las recaudaciones generadas por las matrículas de sus estudiantes (Gómez, Acevedo & Salamanca, 2015).

En Chile, año a año, la educación superior suma más matrículas de jóvenes y adultos, así lo afirma el Informe de Matrícula de Educación Superior 2018 de la División de Educación Superior del Mineduc, el que establece que en el año 2014 se matricularon en total 1.215.130 estudiantes de pregrado, mientras que en el año 2018 los matriculados fueron 1.262.771, mostrando un crecimiento promedio de 1,3% (Mineduc, 2018).

Este incremento en el acceso a la educación superior genera un desafío: retener a los estudiantes en sus respectivas casas de estudio y más importante aún, evitar que deserten del sistema educacional.

En el caso de la Universidad de Santiago de Chile, también se ve reflejada esta tendencia, pues el número de estudiantes matriculados en el año 2014 fue de 4.122 estudiantes, mientras que en al año 2018, los estudiantes matriculados fueron 4.365 (USACH, 2017).

En términos de retención, el Anuario Estadístico de la USACH (2017), proporciona los porcentajes de retención al primer año de carrera. En promedio, la tasa de retención al primer año, a nivel de Universidad, corresponde a un 86% aproximadamente y, en particular, la Facultad de Ciencia presenta una tasa de retención del 90%.

La Tabla 1 muestra los datos de retención de cada Facultad, al primer año de carrera:

*Tabla 1: Porcentaje de Retención al 1° año de Carrera*

| Programa Académico | Tasa de Retención al 1° año |
|---|---|
| **Arquitectura** | 87% |
| **Bachillerato** | 79% |
| **Facultad de Administración y Economía** | 90% |
| **Facultad de Ciencia** | 90% |
| **Facultad de Ciencias Médicas** | 95% |
| **Facultad de Derecho** | 81% |
| **Facultad de Humanidades** | 83% |
| **Facultad de Ingeniería** | 79% |
| **Facultad de Química y Biología** | 91% |
| **Facultad Tecnológica** | 88% |

Fuente: Universidad de Santiago de Chile [USACH], 2017 (14 de Mayo 2019)

Los porcentajes de permanencia expuestos en la Tabla 1 dejan entrever la tasa de deserción de los estudiantes de cada facultad al finalizar el primer año de carrera, quedando de manifiesto que las facultades con mayor índice de deserción son la Facultad de Ingeniería y el Programa de Bachillerato en Ciencias y Humanidades, con un 21% de deserción cada una.

En el marco de este trabajo de tesis, relacionado con la Educación Matemática, y con el afán de acotar la investigación, es que las carreras de interés son las pedagogías pertenecientes a la Facultad de Ciencia, que corresponden a Pedagogía en Educación Matemática y Computación y Pedagogía en Educación Física y Matemática. Las Tablas 2 y 3 consignan los datos referentes a número de matriculados y porcentaje de permanencia y deserción al cabo del primer año de carrera, desde el año 2010 hasta el 2017:

*Tabla 2: Datos de Permanencia de estudiantes de PEMC*

| Año ingreso | N° de estudiantes matriculados | N° de estudiantes al finalizar el año | % Permanencia al 1° año de carrera | % de deserción al 1° año de carrera |
|---|---|---|---|---|
| **2010** | 53 | 44 | 83,01% | 16,98% |
| **2011** | 38 | 32 | 84,21% | 15,79% |
| **2012** | 41 | 30 | 73,17% | 26,83% |
| **2013** | 34 | 32 | 94,12% | 5,88% |
| **2014** | 32 | 29 | 90,63% | 9,38% |
| **2015** | 41 | 39 | 95,12% | 4,88% |
| **2016** | 35 | 33 | 94,29% | 5,71% |
| **2017** | 38 | 31 | 81,58% | 18,42% |

Fuente: Registro Curricular Fac. Ciencia USACH (10 de Abril 2019)

*Tabla 3: Datos de Permanencia de estudiantes de PEFM*

| Año ingreso | N° de estudiantes matriculados | N° de estudiantes al finalizar el año | % Permanencia al 1° año de carrera | % de deserción al 1° año de carrera |
|---|---|---|---|---|
| **2010** | 36 | 28 | 77,78% | 22,22% |
| **2011** | 41 | 33 | 80,49% | 19,51% |
| **2012** | 57 | 44 | 77,19% | 22,81% |
| **2013** | 42 | 36 | 85,71% | 14,29% |
| **2014** | 40 | 37 | 92,5% | 7,5% |
| **2015** | 42 | 35 | 83,33% | 12,67% |
| **2016** | 42 | 34 | 80,95% | 19,05% |
| **2017** | 37 | 33 | 89,19% | 10,81% |

Fuente: Registro Curricular Fac. Ciencia USACH (10 de Abril 2019)

En la tabla 1, se advierte que, no se genera una tendencia, tanto de número de matriculados, como de % de permanencia o de retención de estudiantes al cabo del primer año de carrera. En el caso de la carrera de Pedagogía en Educación Matemática y Computación, PEMC, en el año 2017 desertó el 18, 42% de los estudiantes, mientras que en la tabla 2, referida a los datos de los estudiantes de Pedagogía en Educación Física y Matemática, PEFM, el porcentaje de deserción en el mismo año corresponde al 10,81%.

En el marco de retener a los estudiantes en la casa de estudios y considerando que uno de los factores importantes que afectan el fenómeno de la deserción es el rendimiento en las asignaturas de matemática, es que se realiza esta investigación con las carreras de Pedagogía en Educación en Matemática y Computación y Pedagogía en Educación Física y Matemática.

### 1.3 Justificación

La Universidad de Santiago de Chile, en su compromiso país de entregar una educación gratuita y de calidad (USACH, 2014), en conjunto con la Unidad de Innovación Educativa (UNIE), participa en proyectos que involucran la formación de profesores, tales como PMI USA 1502: "Plan de armonización curricular para fortalecer la implementación, seguimiento y evaluación de las innovaciones en los planes de estudio de carreras y programas de la Universidad de Santiago de Chile", PMI USA 1503: "Plan de Fortalecimiento de la formación inicial y continua de los profesores egresados de la Universidad de Santiago de Chile: una propuesta para la calidad y la equidad, en el marco de las necesidades de la educación Chilena". Estos proyectos requieren la información referida a las habilidades incorporadas por parte de los estudiantes para llevarse a cabo.

La UNIE, se adjudicó un proyecto para la mejora a la Trayectoria Formativa de Estudiantes de Pedagogía, para el cual generó un documento con el procedimiento para elaborar propuestas a estas mejoras, en el que señala que se ha analizado las características de los planes de estudios de las carreras y las barreras existentes en los procesos formativos al momento de desarrollarse la trayectoria formativa de los futuros profesores. De aquel análisis, surgieron diagnósticos que arrojan diversas posibilidades de mejora que deben ser contextualizadas a la realidad de cada unidad académica en relación al tipo de barreras identificadas (USACH, 2015).

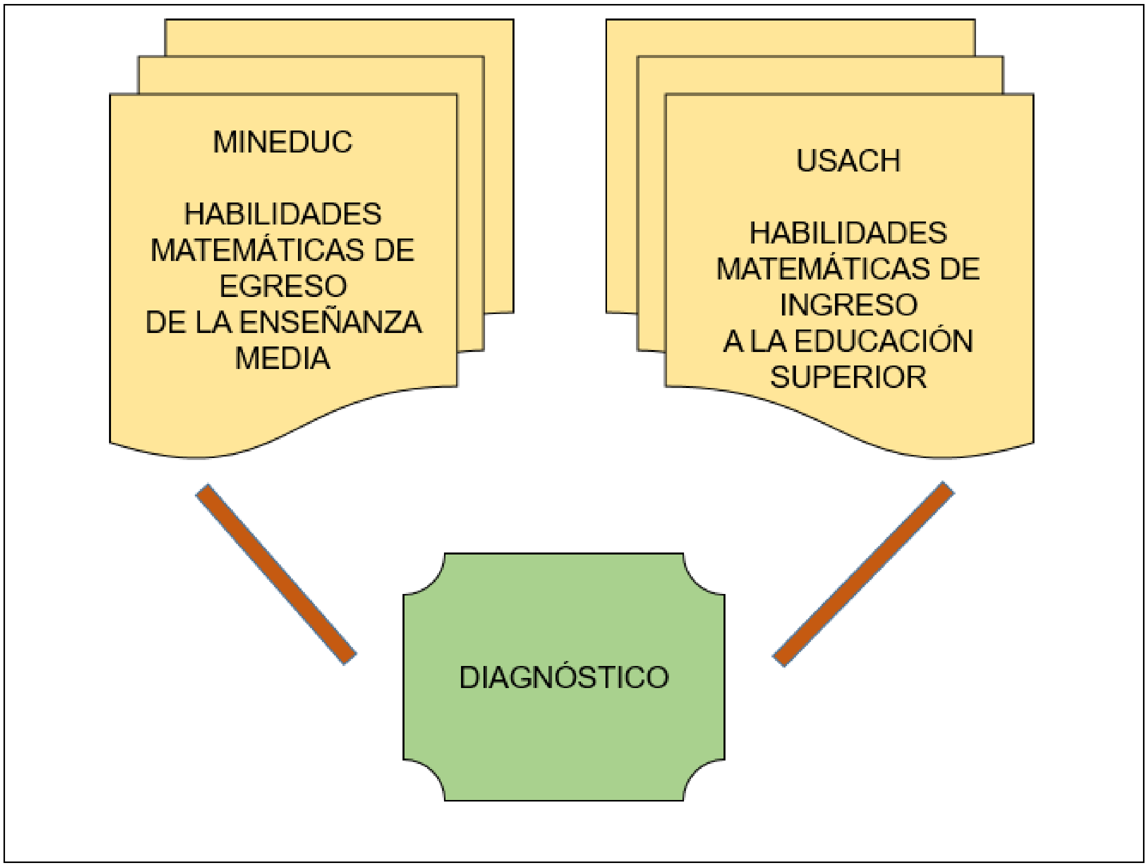
El proceso involucrado en el procedimiento anterior contempla cuatro fases o etapas, presentadas en el siguiente diagrama:


De las etapas mostradas en el esquema anterior, sólo la primera fase ha sido completada en su totalidad (USACH, 2015), mientras que las tres últimas se encuentran en proceso de elaboración. Con el propósito de fortalecer las capacidades de los estudiantes y mejorar su proceso de inserción a la vida universitaria, surge la necesidad de definir un perfil de ingreso, para contribuir a la mejora del rendimiento académico y a la disminución de la deserción estudiantil, especialmente en primer y segundo año de universidad (Vicerrectoría Académica USACH [VRA], 2012).

Desde el punto de vista de la educación matemática, delimitar las insuficiencias que los estudiantes presentan en la adquisición de habilidades matemáticas, permite realizar una adecuada estructuración y planificación del proceso docente educativo (Montenegro, 2010).

Por las razones expuestas, se vuelve necesario, entonces, realizar el estudio de la brecha existente entre las habilidades matemáticas esperadas por la Universidad de Santiago de Chile y las habilidades matemáticas de entrada de los estudiantes de primer año, en particular, de las carreras de Pedagogía en Educación Matemática y Computación y Pedagogía en Educación Física y Matemática de la USACH.

Para mayor entendimiento de la situación, se presenta el siguiente esquema:




Los estudiantes traen adquiridas habilidades matemáticas proporcionadas por sus establecimientos educacionales durante la educación media, según lo que propone el Ministerio de Educación y, por su parte, las carreras de la USACH analizadas en esta investigación, requieren que los estudiantes que ingresan a primer año, posean ciertas habilidades matemáticas. La prueba de diagnóstico es el instrumento que evalúa el logro alcanzado de los estudiantes, en términos de habilidades matemáticas. Este trabajo de tesis detectará la posible existencia de una brecha, en términos de habilidades matemáticas, entre la enseñanza media y la enseñanza superior.

### 1.4 Objetivos

En este trabajo de investigación se plantean los siguientes objetivos:

#### 1.4.1 Objetivo General

Caracterizar la brecha entre las habilidades matemáticas esperadas y las de ingreso de los estudiantes de primer año de las carreras de Pedagogía de la Facultad de Ciencia de la USACH en el año 2018.

### 1.4.2 Objetivos específicos

- Identificar las habilidades matemáticas de entrada de los estudiantes de primer año de las carreras de Pedagogía de la Facultad de Ciencia de la USACH en el año 2018.
- Reconocer las habilidades requeridas en algunas asignaturas de matemática de las carreras de Pedagogía de la Facultad de Ciencia de la USACH.
- Describir la brecha entre las habilidades matemáticas esperadas y las de ingreso de los estudiantes de primer año de las carreras de Pedagogía de la Facultad de Ciencia de la USACH en el año 2018.

## Capítulo II

Dado que el objeto central de esta investigación es identificar la brecha, si existe, entre las habilidades matemáticas que traen incorporadas los estudiantes al momento de su ingreso a la carrera y las habilidades matemáticas que la propia carrera espera que los estudiantes presenten, lo que lleva a analizar, también, la deserción escolar durante el primer año de carrera y cómo evitarla, es necesario fijar ciertos parámetros conceptuales para apoyar la lectura interpretativa de los conceptos relacionados.

Esta investigación se sustenta en cuatro grandes conceptos: deserción, perfil de ingreso, retención y habilidades matemáticas.

En este capítulo se dará a conocer la teoría que sostiene este trabajo de investigación.

### 2.1 Marco Teórico

Cuatro son los conceptos fundamentales en los que se basa este estudio, los cuales se definen a continuación:

#### 2.1.1 Deserción Escolar

En lo relacionado con la educación, el concepto de deserción ha sido estudiado por varios autores, como Hackman y Dysinger (1970), Astin (1984), Tinto (1987), Himmel (2002), entre otros; algunos de ellos utilizan los conceptos deserción y retención escolar como antónimos, mientras que los conceptos de retención y permanencia pueden ser concebidos como sinónimos, al igual que los conceptos de deserción y abandono.

Algunas definiciones y motivaciones de la deserción escolar según cada autor, son las siguientes:

- La deserción individual es el resultado de ausencia de interés, más que de incapacidad para satisfacer los requisitos del trabajo académico (Hackman & Dysinger, 1970).
- El aprendizaje y la retención de los estudiantes en la universidad depende del nivel de involucramiento o atracción que ésta ejerce sobre ellos (Astin, 1984).
- La decisión individual de permanencia en la universidad depende de un conjunto de variables referidas al pre-ingreso, entre ellas, las variables académicas (relacionadas con el colegio), socioeconómicas y culturales, sus metas y compromisos (Tinto, 1987).
- La deserción es el abandono prematuro de un programa de estudios antes de alcanzar el título o grado y considera un tiempo suficientemente largo como para descartar la posibilidad de que el estudiante se reincorpore. Destaca la necesidad de distinguir entre la deserción voluntaria y la involuntaria, por lo que se evidencia puntos de vista diferentes a la hora de considerar el alcance de la deserción (Himmel, 2002)

Las definiciones de deserción consideradas, coinciden en que desertar consiste en abandonar. Las diferencias entre un lo que estipula un autor y otro, se dan en los factores que la causan y su temporalidad, pues no es lo mismo, por ejemplo, abandonar un semestre de estudios, que abandonar el sistema educativo.

Según el estudio presentado en la octava Conferencia Latinoamericana sobre el Abandono en la Educación Superior (CLABES 2018), titulado "Motivos de Abandono de los Estudiantes de la Universidad Católica de la Santísima Concepción" (2018), las principales razones que llevaron a los estudiantes a desertar de la institución, fueron siete: ajuste vocacional, ajuste de Universidad, económico, familiar, laboral, rendimiento académico y, por último, otras causas, como obligaciones militares o religiosas o por problemas de salud o cambio de ciudad (Casanova et al., 2018).

En cuanto a la temporalidad, el abandono de la educación puede ser: momentáneo, de un programa o carrera, pero no de la institución o también puede ser de la institución, pero no del sistema de educación superior. A raíz de esto, surge un nuevo concepto: retiro.

La noción de retiro es considerada como abandono definitivo de estudios, que hace referencia a procesos de una magnitud mayor, de los que no necesariamente tienen control las instituciones, y que impactan en el sistema educativo en su conjunto (Cubillos, Ojeda & Prado, 2017).

El concepto de deserción, se considerará, en este estudio, como el abandono de la educación superior causado por rendimiento académico, independiente de si es temporal o permanente.

### 2.1.2 Perfil de Ingreso

El análisis de la deserción escolar en primer año, provocada por el bajo rendimiento académico, requiere el estudio de los elementos curriculares internos de la Casa de Estudios, pues se afirma que un porcentaje relevante de los estudiantes que accede a primer año no domina algunos contenidos considerados fundamentales para desarrollar con éxito los programas de estudio de los cursos iniciales. Esto se debería principalmente a dos causas: que la educación escolar no estaría logrando lo que declara en sus definiciones curriculares, fundamentalmente en la enseñanza media, o que la educación superior estaría exigiendo el dominio de algunos contenidos que no se encuentran presentes en los aprendizajes del nivel anterior (Miranda, 2018). Estas dos causas dejan en evidencia la inevitable relación existente entre el currículo de enseñanza media y de la educación superior.

Con respecto a la primera causa, en Chile, se aplican pruebas estandarizadas, que "miden" el aprendizaje de los estudiantes, como las que aplica el Sistema de Medición de la Calidad de la Educación (SIMCE), cuyos resultados se han estancado en la última década (Educación 2020, 2019), y la Prueba de Selección Universitaria (PSU) que basan su construcción en los contenidos establecidos en el currículo nacional propuesto por el Ministerio de Educación (Miranda, 2018). En el caso del Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA), estudios establecen que sólo el 1% de los estudiantes alcanza los niveles más altos en la prueba PISA a los 15 años (Educación 2020, 2019). Por lo tanto, ante los índices obtenidos en las tres evaluaciones, se infiere que los estudiantes no están alcanzando el grado deseado de conocimientos y/o habilidades enseñados en la etapa escolar secundaria.

En cuanto a la segunda causa, es difícil de argumentar, pues no se cuenta con estudios que permitan comparar el perfil de egreso de la enseñanza media con los perfiles de ingreso a las diferentes carreras de educación superior, debido a la extensa diversidad de definiciones curriculares presentes a nivel de educación superior, a diferencia de la enseñanza media que posee un currículo unificado con objetivos fundamentales y contenidos mínimos a nivel de país (Miranda, 2018). Luego, es indispensable la creación de un perfil de ingreso por carrera.

El perfil de ingreso, no debiera conformarse sólo por características socioeconómicas de los estudiantes que se incorporan a alguna carrera, ni características socioculturales o académicas obtenidas de forma mecánica, puesto que con el alza que se vivencia hoy en el número de estudiantes matriculados a la educación superior, es primordial que las universidades y sus programas mantengan altas expectativas respecto de los procesos formativos de los estudiantes y de sus potenciales logros, con la finalidad de asegurar una formación universitaria de buen nivel (Latorre ,"et al.", 2010). La USACH, en su Manual de Revisión y Diseño Curricular, establece que: "El perfil de ingreso expresa una selección de conocimientos, habilidades y recursos personales mínimos, que debería reflejar un estudiante al matricularse en una carrera universitaria" (VRA, 2012, p. 17). A su vez, en el mismo manual, se considera importante el diagnóstico de alguna de las dimensiones que conforman el perfil de ingreso, no para seleccionar estudiantes, sino con el objetivo de brindar mayores oportunidades a aquellos que poseen alta motivación, pero con debilidades en su formación inicial.

Se infiere, entonces, que la importancia de la creación de un perfil de ingreso, recae en obtener orientaciones que faciliten la toma de decisiones, tanto curriculares, como de posibles estrategias remediales en el caso de existir una brecha entre perfiles de ingreso esperados y perfiles de ingreso reales.

Para mayor claridad del lector, más adelante, se describen los conceptos de habilidades matemáticas y de competencias matemáticas, con el fin de diferenciar una de otra.

### 2.1.3 Retención Escolar

La deserción debe ser mantenida a raya, es por esto que resulta imprescindible pensar en cómo se podrían retener los estudiantes en el sistema educativo. Para esto se debe esclarecer el concepto de retención, y particularmente, el de retención escolar.

Al relacionar el concepto de retiro con la educación, resulta natural concebir la retención escolar como impedir que un estudiante salga del sistema educativo. Se entiende por retención escolar a la capacidad de la institución de mantener a los alumnos en la casa de estudios, aunque deja claro que la retención es relativa, pues atiende a una serie de individuos de características diferentes y que finalmente las acciones que se tomen, depende de cada institución (Cubillos et al., 2017).

En cuanto al proceso de retención, este incluye las acciones destinadas a que el estudiante alcance los aprendizajes requeridos para permanecer en la institución y continúe estudiando (Donoso, S., Donoso, G. & Arias, 2010).

Por su parte, la USACH, en el marco de retener a sus estudiantes, en el Modelo Educativo Institucional 2014, propone ofrecer apoyo regular al desarrollo académico a través del acompañamiento de los estudiantes en actividades de ayudantía, tutoría, nivelación y reforzamiento, tendientes a garantizar sus logros académicos, así como su permanencia en la institución (USACH, 2014).

Los párrafos anteriores dan a entender que es misión de la universidad retener a los estudiantes en el sistema escolar mediante estrategias que potencien sus aprendizajes, entre ellas, nivelaciones y reforzamientos dirigidos.

### 2.1.4 Habilidades y Competencias Matemáticas

En matemática, los conceptos de habilidad y competencia suelen utilizarse como sinónimos (Lupiáñez, 2005), por lo que es necesario aclarar la diferencia que existe entre ambos.

El concepto de habilidad se asocia con la capacidad que tiene un individuo para realizar alguna tarea (Lupiáñez, 2005), mientras que las competencias se entienden como la forma en que se desarrollan los procesos mentales, relacionados con la interpretación y la argumentación de los conocimientos y su uso en la vida cotidiana (Pérez & Gardey, 2012). Más aún, para concretar una situación-problema, que es la que demanda el desarrollo de la competencia, las capacidades requieren movilizar habilidades. Las capacidades son entendidas, principalmente, como recursos cognitivos; y las habilidades, en general, como recursos cognitivo-motrices (Latorre, Aravena, Milos & García, 2010). Se entiende, entonces, en esta investigación que las habilidades forman parte de las competencias.

En el siguiente apartado se define tanto habilidades matemáticas, como competencias matemáticas.

#### 2.1.4.1. Habilidades matemáticas

Antiguamente, el concepto de habilidad matemática, era concebido como los componentes automatizados que surgen durante la ejecución de acciones con un carácter preferentemente matemático y que posteriormente pueden ser empleados en acciones análogas (Geissler, 1975), pero esta definición restringía la habilidad matemática a la repetición de una acción, es decir, el desarrollo de una habilidad matemática se obtenía con la formación de patrones, sin importar el proceso que realizara el sujeto al resolver un problema (Ferrer, 2000). Una definición más actualizada proviene de Ferrer (2000), quien conviene que habilidad matemática es el proceso en el que el estudiante construye y llega a dominar un modo de actuación, que se alcanza en etapas a las que corresponde un determinado nivel de sistematización de los conocimientos, hábitos, habilidades, capacidades, modelos explicativos o patrones para actuar (Ferrer, 2000), que es un concepto más amplio, considerando no sólo el manejo de conceptos u operatoria por parte del alumno, sino que también su capacidad de relacionar, explicar y argumentar todos los procesos involucrados al momento de resolver un problema matemático. En esta investigación, entonces, la versión de habilidad matemática considerada es la propuesta por Ferrer.

Ahora bien, dado el contexto nacional de esta investigación, a continuación, se describen las habilidades matemáticas que según el Ministerio de Educación.

#### 2.1.4.2. Habilidades matemáticas según el Ministerio de Educación

A nivel nacional, el Ministerio de Educación enfoca el currículum de la asignatura Matemática a desarrollar el pensamiento matemático en los estudiantes y define este concepto como:" … una capacidad que nos permite comprender las relaciones que se dan en el entorno, cuantificarlas, razonar sobre ellas, representarlas y comunicarlas" (Mineduc, 2015, p.95). Desde este punto de vista, la enseñanza de las matemáticas involucra desarrollar las habilidades que forman el pensamiento matemático, junto con sus conceptos y sus procedimientos básicos.

El mismo documento estipula que las habilidades matemáticas que se espera desarrollar en el ciclo de séptimo básico a segundo año medio, son cuatro: Resolver problemas, representar, modelar y argumentar y comunicar (ver anexo I).

Cada una de las habilidades matemáticas mencionadas en el párrafo anterior, son concebidas por la autora de esta investigación de la siguiente forma: la habilidad matemática de **resolver problemas** requiere que el estudiante dé solución a una situación problemática, ya sea o no cotidiana, sin un procedimiento a seguir, por lo que tendrá que utilizar estrategias y aplicar la creatividad para llevar a cabo su procedimiento. Esto indica que se le da mayor importancia al proceso que realiza el estudiante, más que al resultado que obtiene. Se recalca que también el alumno debe ser capaz de verificar y evaluar la solución obtenida. La habilidad de **representar**, tiene como objetivo que el estudiante fluya entre un lenguaje y otro (concreto, pictórico y simbólico), que le facilite la comprensión de la matemática, volviéndola más familiar. Se espera que, según los requerimientos de la situación, utilicen la representación que estimen conveniente para resolver problemas, identificando la validez y limitaciones que presente la representación escogida según el contexto. En cuanto a la habilidad de **modelar,** se espera que los estudiantes construyan, utilicen, seleccionen o ajusten modelos, para desarrollar su razonamiento lógico y la resolución de problemas y que relacionen la matemática con la realidad, descubriendo, con esto, regularidades que serán capaces de expresar y utilizar en otros contextos. Por último, la habilidad de **argumentar y comunicar**, busca que los estudiantes hagan la diferencia entre una validez intuitiva y una validez matemática, que describan, expliquen, argumenten y discutan sus soluciones e inferencias a diversos problemas y que puedan predecir situaciones y plantear conjeturas detectando afirmaciones erróneas para finalizar demostrando proposiciones matemáticas mediante distintas representaciones.

Estas habilidades matemáticas se trabajan transversalmente en los cuatro ejes que se enseñan en los ciclos mencionados: números, álgebra, geometría y datos y azar.

Actualmente, los planes y programas están actualizados hasta segundo año medio, con respecto a tercer y cuarto año de enseñanza media, se utiliza el marco curricular, cuya última actualización es la del año 2009, que plantea una serie de objetivos fundamentales y contenidos mínimos obligatorios que los estudiantes debieran manejar al momento de ingresar a la educación superior. El marco curricular establece: “Se buscará, a lo largo de todo el currículum, definir objetivos y proponer contenidos que apelen a las bases del razonamiento matemático, en particular a la resolución de problemas, incluyendo el desarrollo de habilidades tales como la búsqueda y comparación de caminos de solución, análisis de los datos y de las soluciones, anticipación y estimación de resultados, búsqueda de regularidades y patrones, formulación de conjeturas, formulación de argumentos y diversas formas de verificar la validez de una conjetura o un procedimiento, el modelamiento de situaciones o fenómenos, para nombrar competencias centrales del razonamiento matemático” (Mineduc, 2009). Es decir, el marco curricular basaba su propuesta en objetivos de aprendizaje y contenidos mínimos obligatorios, mientras que los planes y programas desmenuzan estos objetivos en habilidades, actitudes y conocimientos.

#### 2.1.4.3. Competencias Matemáticas según PISA

El Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA) es un proyecto de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos), que tiene como objetivo evaluar la formación de los alumnos con edades entre 15 años tres meses y 16 años dos meses, independiente del nivel que se encuentren cursando. Este programa se inició como un recurso para ofrecer información que permita a los países miembros tomar las decisiones y políticas públicas necesarias para mejorar los niveles educativos (OCDE, 2006).

PISA considera las competencias matemáticas como la capacidad que tiene un individuo para identificar y entender el papel que la matemática tiene en el mundo. Más aún, la capacidad del estudiante de razonar, analizar y comunicar operaciones matemáticas (OECD, 2004). La evaluación de competencias no se dirige a la verificación de contenidos; no pone la atención en el hecho de que ciertos datos o conocimientos hayan sido adquiridos. Se trata de una evaluación que busca identificar la existencia de ciertas capacidades, habilidades y aptitudes que, en conjunto, permiten a la persona resolver problemas y situaciones de la vida.

El informe PISA maneja más de una noción de competencia, con la finalidad de abordar todas las aristas posibles del proceso de aprendizaje de un estudiante. Son cuatro los significados de competencia considerados por PISA y se refieren a: dominio de estudio, procesos generales puestos en práctica al momento de resolver problemas, caracterización de tareas (con niveles de dificultad asociados) y nivel alcanzado por el alumno. La primera hace referencia a entender el hacer matemática y todo lo relacionado con la naturaleza del conocimiento matemático. La segunda, establece capacidades y habilidades específicas que ayudan a afinar los objetivos, establecer tareas escolares y caracterizar propuestas de trabajo y evaluaciones. La tercera concepción de competencia consiste en establecer niveles de dificultad respecto de las competencias generales establecidas en el punto anterior. Por último, la cuarta visión se refiere al nivel alcanzado por los alumnos, determinado empíricamente y expresado en una escala (Rico, 2006).

Las competencias generales elegidas por PISA son ocho: pensar y razonar, argumentar, comunicar, modelar, plantear y resolver problemas, representar, utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones y, finalmente, usar herramientas y recursos, cada una de ellas definidas por Rico (2006).

A simple vista, las competencias evaluadas por PISA son similares a las habilidades matemáticas propuestas por el Ministerio de Educación para la enseñanza escolar, pero no son comparables, como ya se mencionó, el desarrollo de habilidades forma parte del proceso de adquisición de competencias.

Esta investigación se centrará en la dimensión de las habilidades matemáticas mínimas que debiera reflejar un estudiante al momento de ingresar a la educación superior, en las carreras de Pedagogía en Educación Matemática y Computación y Pedagogía en Educación Física y Matemática de la Universidad de Santiago de Chile, en el año 2018.

### 2.2 Hipótesis

Dada la problemática planteada en esta investigación, es posible plantear la hipótesis de la existencia de una brecha entre las habilidades matemáticas de entrada y las habilidades matemáticas esperadas de los estudiantes de primer año de las carreras de Pedagogía en Educación Matemática y Computación y Pedagogía en Educación Física y Matemática de la USACH en el año 2018.

## Capítulo III

El enfoque o perspectiva que permite la realización de este estudio, en conjunto con el procedimiento, las técnicas e instrumentos utilizados, son los que se especifican en este capítulo.

### 3.1 Marco Metodológico

La presente investigación se ha desarrollado conforme a un enfoque de tipo cuantitativo, ya que utiliza información cuantificable para describir la brecha planteada en la hipótesis. Es no experimental, pues no hubo manipulación de la variable a estudiar. Con respecto a la temporalidad, corresponde a un diseño transversal, dado que la medición se realiza en un momento único (cohorte 2018) y, por último, es de tipo descriptivo, pues se pretende establecer la forma de distribución de una, dos o tres variables en el ámbito global del colectivo, cuántas unidades se distribuyen en categorías naturales o construidas de esas variables, cuál es la magnitud de ella expresada en forma de una síntesis de valores, cuál es la dispersión con que se da entre las unidades del conjunto, entre otras (Briones, 1996). En este caso, se quiere identificar la brecha entre las habilidades matemáticas de egreso de la educación media y las habilidades matemáticas de ingreso a la educación superior de los estudiantes de las carreras de Pedagogía de la Facultad de Ciencia de la USACH en el año 2018.

La variable del estudio son las habilidades matemáticas adquiridas por los estudiantes al momento de egresar de la educación media.

La población reúne a los estudiantes de las carreras de PEMC y PEFM de la Universidad de Santiago de Chile y la muestra contempla un total de 85 sujetos, correspondientes a los alumnos ingresados en el año 2018 a las carreras de Pedagogía en Educación Matemática y Computación (43) y Pedagogía en Educación Física y Matemática (42).

El instrumento utilizado para la medición de la variable es una evaluación diagnóstica diseñada, confeccionada y aplicada por la Unidad de Innovación Educativa de la USACH a los estudiantes en cuestión, en el año 2018. Con respecto a la confiabilidad y validez de la prueba, esta presentó alta confiabilidad (α sobre 0,8) y correlaciones ítem-test superiores a 0,3 en la mayoría de los casos (USACH, 2018). Como el instrumento utilizado no fue creado y aplicado por la autora de la tesis, es que se firmó una carta de confidencialidad que permite llevar a cabo esta investigación.

La brecha es entre el egreso de la educación media y el ingreso a las carreras de Pedagogía de la Facultad de Ciencia de la USACH. El diagnóstico es el instrumento que permite identificar dicha brecha.

La recolección de los datos es realizada en dos etapas:

1. La inferencia de las habilidades matemáticas esperadas a partir de los programas de estudio de algunas de las asignaturas relacionadas con matemática de cada carrera.
2. Un análisis estadístico de los puntajes obtenidos por la muestra en la evaluación diagnóstica mediante el software Statistics Editor de datos IBM SPSS, versión 20, que consiste en un análisis estadístico descriptivo de los datos, tanto de la totalidad de la muestra, como de la muestra dividida por carreras. Las inferencias realizadas a los datos obtenidos con este software, son respaldadas por el apunte confeccionado por Liliana Orellana (Orellana, 2019).

## 3.2 Análisis de Datos

Para analizar la brecha entre las habilidades matemáticas adquiridas de los estudiantes de primer año de las carreras de Pedagogía de la Facultad de Ciencia, y las habilidades matemáticas esperadas por cada carrera, se debe realizar un análisis referido a la inferencia de las habilidades matemáticas esperadas a partir de documentación, para establecer dichas habilidades, y un análisis estadístico a los datos recogidos en la evaluación diagnóstica. Este capítulo dará a conocer ambos análisis.

### 3.2.1 Habilidades Matemáticas de egreso según el Ministerio de Educación

Dentro de la documentación curricular propiciada por el Ministerio de Educación, para hacer efectivo el proceso de enseñanza, se encuentran los Mapas de Progreso (2009), que describen la secuencia en que se desarrolla el aprendizaje a lo largo de la educación escolar en un establecimiento de tipo científico humanista. Esta secuencia se desarrolla en 7 niveles, de 1° año básico a 4° año medio, por lo que son una herramienta útil para inferir las habilidades de egreso de los estudiantes que terminan su educación escolar en establecimientos de este tipo. En esta investigación se considera el nivel 7 como el aprendizaje que debiera poseer un estudiante de 4° año medio, es decir al momento de egresar de la enseñanza escolar.

Los Mapas de Progreso se constituyen en cuatro tomos, cada uno de los cuales hace referencia a los aprendizajes de los estudiantes según cada eje de contenidos: números, álgebra, geometría y datos y azar (ver anexo IV).

Las inferencias realizadas a los Mapas de Progreso de cada eje, que describen lo que los estudiantes serán capaces de realizar, en términos de habilidades matemáticas, al finalizar su educación media, se pueden observar en la tabla 4:

*Tabla 4: Habilidades Matemáticas según cada eje de Contenidos*

| Eje de Contenidos | Resolver Problemas | Representar | Modelar | Argumentar y Comunicar |
|---|---|---|---|---|
| **Números** | Comprender distintos conjuntos numéricos y cómo se relacionan entre ellos y sus propiedades. | Utilizar lenguaje Matemático para presentar argumentos. | Formular conjeturas acerca de objetos matemáticos. | Justificar o demostrar relaciones. |
| **Álgebra** | Representar generalizaciones y relaciones entre números, variables, funciones y otros objetos matemáticos. | Establecer nuevas representaciones algebraicas (nivel de abstracción mayor), transformar expresiones simbólicas (escribir, reconocer y elegir formas equivalentes de representación). | Modelar situaciones o fenómenos de diversos contextos. | Utilizar argumentos y propiedades matemáticas para demostrar proposiciones. |
| **Geometría** | Seleccionar entre varios procedimientos para resolver problemas en distintos contextos geométricos. | Establecer relaciones entre conceptos, técnicas y procedimientos de distintas áreas de la matemática. | Conjeturar, ajustar o comparar sobre exploraciones realizadas con herramientas tecnológicas. | Verificar proposiciones geométricas mediante axiomas y demostraciones directas e indirectas. |
| **Datos y Azar** | Comprender las propiedades de la probabilidad y las aplicaciones en la resolución de problemas en una amplia gama de situaciones. | Evaluar información estadística usando criterios aplicados a los procedimientos utilizados y a la representatividad de la muestra. | Usar modelos para resolver problemas en contextos de incerteza. | Inferir los parámetros de una población en estudio a partir de los datos estadísticos de una muestra tomada. |

Fuente: Elaboración Propia

Las habilidades matemáticas inferidas de cada eje de contenido serán las que se utilizarán para realizar la comparación con las habilidades evaluadas en el diagnóstico y las habilidades inferidas de los programas de las asignaturas de primer año de las carreras de Pedagogía involucradas.

### 3.2.2 Habilidades Matemáticas esperadas según Pedagogías

Luego de analizar las mallas curriculares de las carreras de Pedagogía de la Facultad de Ciencia de la USACH, y considerando las inferencias realizadas a los Mapas de Progreso de Matemática, se estudiaron los Programas de las Asignaturas asociadas con los ejes de contenidos matemáticos propuestos por el Mineduc y que, desde el punto de vista de la autora, requieren de las habilidades matemáticas de egreso (4° año medio) de los estudiantes para ser cursadas. Las inferencias realizadas son respaldadas por la experiencia de la autora como profesora de matemática enseñanza media y profesora de matemática en educación superior.

#### 3.2.1.1 Pedagogía en Educación Matemática y Computación

Las asignaturas que la autora considera que tienen directa relación con las habilidades y contenidos matemáticos de entrada de los estudiantes, y que representan los cuatro ejes de contenidos propuestos por el Ministerio de Educación, son:

- Matemática Básica (Primer Semestre)
- Álgebra I (Primer Semestre)
- Probabilidad y Estadística (Cuarto Semestre)
- Geometría I (Quinto Semestre)

La estructura del Programa de Estudios de la asignatura Matemática Básica contempla**:** Resultado de Aprendizaje General, Resultados de Aprendizaje Específicos y Unidades temáticas**.** A continuación, en la tabla 5, se presenta un extracto, textual:

*Tabla 5: Programa de Estudio de Matemática Básica*

| **Resultado de aprendizaje general** | |
|---|---|
| – Comprender la naturaleza de los diferentes tipos de números, sus propiedades y limitaciones<br>– Tener un sólido manejo de la aritmética de los números reales y de sus aplicaciones<br>– Adquirir algunas nociones del significado del método axiomático y ser capaz de hacer algunas demostraciones simples. | |
| **Resultados de aprendizaje específicos** | **Unidades temáticas** |
| – Comprender el significado de los números reales como un cuerpo ordenado y completo.<br>– Manejar con destreza la aritmética de los números reales, la resolución de inecuaciones algebraicas y con valor absoluto. Comprender intuitivamente el axioma del supremo | Presentación axiomática de los Números Reales |
| – Comprender la naturaleza discreta de los números naturales<br>– Aplicar el principio de inducción<br>– Operar con potencias de exponente natural | Los Números Naturales como conjunto inductivo |
| – Comprender la naturaleza de los números enteros y su diferencia con los números naturales<br>– Calcular el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo.<br>– Operar con potencias de exponente entero<br>– Descomponer un número en factores primos | Los Números Enteros |
| – Comprender la naturaleza de los números racionales y su diferencia con los números enteros<br>– Operar con los racionales y las potencias de exponente racional<br>– Diferentes formas de representar un número racional | Los Números Racionales |
| – Comprender la naturaleza de los números irracionales y su diferencia con los números racionales<br>– Operar con los irracionales y las potencias de exponente irracional<br>– Los irracionales en la geometría clásica | Los números Irracionales |

*Extraído de Planificación de Asignatura Matemática Básica PEMC*

Considerando que los contenidos involucrados en el programa de la asignatura Matemática básica corresponden al eje de contenidos de números de la enseñanza escolar, las habilidades matemáticas mínimas que el estudiante debe tener adquiridas son:

- Comprender distintos conjuntos numéricos y cómo se relacionan entre ellos y sus propiedades.
- Utilizar lenguaje Matemático para presentar argumentos.
- Formular conjeturas acerca de objetos matemáticos.
- Justificar o demostrar relaciones.

Que contemplan las cuatro habilidades matemáticas de egreso para el eje de contenidos referido a números.

La segunda asignatura analizada es Álgebra I la cual, se infiere, corresponde al eje de Álgebra de la educación escolar, aunque se debe señalar que los contenidos de esta asignatura son nuevos para el estudiante. Un extracto, textual, del Programa de Estudio se resume en la tabla 6:

*Tabla 6: Programa de Estudio de Álgebra I*

| **Resultado de aprendizaje general** | |
|---|---|
| Interpretar los conceptos y propiedades de la Lógica proposicional con propiedades básicas de Conjuntos, Funciones y Teoría elemental de Grupo, aplicados a la reflexión participativa, desarrollando en el estudiante el razonamiento crítico y pensamiento lógico. | |
| **Resultados de aprendizaje específicos** | **Unidades temáticas** |
| Analizar la validez de proposiciones lógicas y de propiedades de la teoría de conjuntos, demostrando teoremas básicos desarrollando en el estudiante la rigurosidad del quehacer matemático. | Lógica y conjuntos |
| Analizar las propiedades de relaciones y de las funciones, construyendo conjuntos cocientes (enteros) a través de relaciones de equivalencia y gráficas de funciones, valorando el pensamiento lógico. | Relaciones y Funciones |
| Contrastar los elementos básicos de la Teoría de Grupo con la estructura de diversos conjuntos, a través de las propiedades de las propiedades, valorando el pensamiento crítico. | Estructura Básica de Grupos |
| | Rudimentos de Teoría de Números |

*Extraído de Planificación de Asignatura Álgebra I PEMC*

Se infiere de la tabla 6 que lo mínimo que los estudiantes deben ser capaces de hacer es relacionar variables, establecer nuevas representaciones algebraicas, modelar situaciones en diversos contextos y utilizar argumentos y propiedades matemáticas para demostrar proposiciones, estas son las cuatro habilidades matemáticas de egreso propuestas por el Mineduc. Cabe destacar que la unidad temática Rudimentos de Teoría de Números no se encuentra desarrollada en la Planificación de Asignatura (ver anexo III).

*Tabla 7: Programa de Estudio de Probabilidad y Estadística*

| **Resultado de aprendizaje general** | |
|---|---|
| Modelar situaciones reales aplicadas a Educación Matemática mediante variables aleatorias con distribuciones conocidas –por ejemplo Normal, Poisson, Exponencial, Binomial. | |
| **Resultados de aprendizaje específicos** | **Unidades temáticas** |
| Caracterizar variable aleatoria según su nivel de medición y tamaño de recorrido. | Contenidos: Conceptos Estadísticos Generales<br>– Introducción a los conceptos Estadísticos.<br>– Definición de las etapas del Método Científico<br>– Clasificación de Variables<br>– Nivel de medición<br>– Tamaño del Recorrido |
| Tabular la información correspondiente a los conteos y cruces de variables de situaciones de educación matemática. | – Distribución de frecuencias Unidimensionales:<br>• Ordenación de los datos y concepto de frecuencia absoluta<br>• Elaboración de una tabla de frecuencia con datos agrupados en intervalos y con datos sin agrupar.<br>• Intervalo: límite inferior y superior, marca de clase, amplitud.<br>• Frecuencias relativas<br>– Distribuciones de frecuencia Bidimensionales<br>– Distribuciones Multidimensionales<br>– Distribuciones Marginales<br>– Distribuciones Condicionales. |
| Describir variables aleatorias de acuerdo a su medida de resumen –tendencia central, forma y dispersión- en situaciones reales de educación matemática. | Contenidos: Medidas de Resumen:<br>- Medidas de Posición o localización en datos sin tabular y datos tabulados<br>• Tendencia Central Media Mediana Moda<br>• Percentiles y Cuartiles<br>- Medidas de Dispersión Absolutas y relativas<br>- Medidas de Forma y correlación |
| Seleccionar distribución de probabilidad conocidas en situaciones reales de educación matemática. | Contenidos: Probabilidad<br>- Sucesos y espacios muestrales:<br>• Fenómeno aleatorio versus determinístico<br>• Experimento aleatorio<br>• Resultados elementales<br>• Algebra de sucesos<br>- Definición de probabilidad<br>• Axiomas de Kolmogorov<br>• Teoría Clásica (Laplace)<br>• Teoría frecuencista<br>• Probabilidad Condicional<br>- Teorema de Probabilidad Total<br>- Teorema de Bayes |

(Continuación Tabla 7)

| **Resultados de aprendizaje específicos** | **Unidades temáticas** |
|---|---|
| Seleccionar distribución de probabilidad conocidas en situaciones reales de educación matemática. | Contenidos: Probabilidad<br>- Sucesos y espacios muestrales:<br>• Fenómeno aleatorio versus determinístico<br>• Experimento aleatorio<br>• Resultados elementales<br>• Algebra de sucesos<br>- Definición de probabilidad<br>• Axiomas de Kolmogorov<br>• Teoría Clásica (Laplace)<br>• Teoría frecuencista<br>• Probabilidad Condicional<br>- Teorema de Probabilidad Total<br>- Teorema de Bayes |
| Seleccionar distribución de probabilidad conocidas en situaciones reales de educación matemática. | Contenidos: Probabilidad<br>- Sucesos y espacios muestrales:<br>• Fenómeno aleatorio versus determinístico<br>• Experimento aleatorio<br>• Resultados elementales<br>• Algebra de sucesos<br>- Definición de probabilidad<br>• Axiomas de Kolmogorov<br>• Teoría Clásica (Laplace)<br>• Teoría frecuencista<br>• Probabilidad Condicional<br>- Teorema de Probabilidad Total<br>- Teorema de Bayes |
| Aplicar distribución de probabilidad conocidas en de situaciones reales de educación matemática. | Contenidos: Variables Aleatoria Discretas<br>- Modelos discretos<br>• Distribución Binomial<br>• Distribución Geométrica<br>• Distribución Hipergeométrica<br>• Distribución de Poisson<br>Contenidos: Variables Aleatoria Continuas<br>- Modelos continuos<br>• Distribución Exponencial<br>• Distribución Uniforme<br>Distribución Normal |

*Extraído de Planificación de Asignatura Probabilidad y Estadística PEMC*

Las habilidades matemáticas de egreso propuestas por el Ministerio de Educación relativas al eje Datos y Azar son las siguientes:

- Comprender las propiedades de la probabilidad y las aplicaciones en la resolución de problemas en una amplia gama de situaciones.
- Evaluar información estadística usando criterios aplicados a los procedimientos utilizados y a la representatividad de la muestra.
- Usar modelos para resolver problemas en contextos de incerteza.
- Inferir los parámetros de una población en estudio a partir de los datos estadísticos de una muestra tomada.

Al analizar la tabla 7, se infiere que el estudiante debe manejar los cuatro puntos anteriores, pues los contenidos (unidades temáticas) de la asignatura son una profundización de lo visto en la educación escolar.

Por último, para el eje de Geometría, la tabla 8 muestra el extracto del Programa de Estudio:

*Tabla 8: Programa de Estudio de Geometría I*

| **Resultado de aprendizaje general** | |
|---|---|
| – Comprender los resultados fundamentales de la geometría euclidiana plana tanto desde el punto de vista axiomático como desde el punto de vista de las aplicaciones. En particular, el estudiante debe conocer en profundidad los conceptos y teoremas de congruencia, semejanza, teoremas de ángulos inscritos y geometría de la circunferencia.<br>– Diseñar recursos digitales en GeoGebra que permitan visualizar y contribuir a la comprensión de las relaciones, propiedades, teoremas y demostraciones geométricas que aborda el programa del curso. | |
| **Resultados de aprendizaje específicos** | **Unidades temáticas** |
| Conocer una breve reseña acerca de la evolución histórica de la geometría. | Introducción histórica |
| Conocer las nociones primitivas, axiomas, teoremas fundamentales y aplicaciones de la geometría euclidiana plana, según la presentación de Hilbert, para realizar demostraciones geométricas de teoremas fundamentales. | La presentación axiomática de Hilbert |
| Realizar demostraciones y aplicaciones de las propiedades de la congruencia y semejanza. | |
| Realizar construcciones con regla y compás. | |
| Comprender la complejidad del proceso de medir longitudes y áreas. | |
| Calcular áreas de polígonos y aplicaciones. | |

(Continuación Tabla 8)

| Resultados de aprendizaje específicos | Unidades temáticas |
|---|---|
| Demostrar y aplicar teoremas fundamentales: Thales, Euclides, Pitágoras, Ceva, Menelao, del ángulo inscrito. | |
| Definición del número Pi y aplicaciones del área y perímetro de una circunferencia. Medición de ángulos y cálculos de ángulos de referencia. | |

*Extraído de Planificación de Asignatura Probabilidad y Estadística PEMC*

Se observa de la tabla 8, que el Programa de Estudio se encuentra incompleto, por lo que se deduce que por lo menos el estudiante debe traer incorporada la habilidad de Argumentar y Comunicar, que hace referencia a verificar proposiciones geométricas mediante axiomas y demostraciones directas e indirectas, para que puedan enfrentarse a las diversas demostraciones que se pide en los aprendizajes específicos.

De lo anterior, se concluye que tres de las cuatro asignaturas analizadas requieren de las cuatro habilidades matemáticas de egreso propuestas por el Ministerio de Educación para cada uno de los ejes de contenidos de la enseñanza media.

#### 3.2.1.2 Pedagogía en Educación Física y Matemática

A criterio de la autora, las asignaturas que tienen directa relación con las habilidades y contenidos matemáticos de entrada de los estudiantes son:

- Matemática de lo Cotidiano I (Primer Semestre)
- Geometría Euclidiana (Segundo Semestre)
- Estadística y Probabilidad en Educación (Quinto Semestre)

En esta carrera los Programas de Estudio de cada asignatura tienen una estructura basada en la organización de los contenidos, clase a clase, dentro de los cuales considera contenidos cognitivos, procedimentales y actitudinales. Para efectos de los resultados del análisis realizado, se muestra un resumen de cada Programa, basado en la descripción de la asignatura y los contenidos abordados.

En Matemática de lo Cotidiano I, la descripción de la asignatura expone: “Este primer curso comprende elementos de matemáticas superiores tales como Elementos de lógica, números, sucesiones, progresiones, inducción, sumatoria, teorema del binomio, elementos de la teoría de conjuntos, relaciones y funciones, elementos de geometría analítica, límite, continuidad, de tal manera que le entregue al estudiante herramientas básicas que le permitan comprender el entorno cercano” (ver anexo III).

Con base en la descripción anterior y considerando la inferencia realizada a los Mapas de Progreso de Matemática, se deduce que los contenidos abordados contemplan los ejes de Números y Álgebra correspondientes a la educación escolar. Si bien son contenidos nuevos para el estudiante, se vuelve necesario que maneje las habilidades matemáticas de egreso para lograr un mejor aprendizaje. Entre ellas, las relativas al eje temático de Números son:

- Comprender distintos conjuntos numéricos y cómo se relacionan entre ellos y sus propiedades.
- Utilizar lenguaje Matemático para presentar argumentos.
- Formular conjeturas acerca de objetos matemáticos.
- Justificar o demostrar relaciones.

En cuanto a Álgebra, las habilidades matemáticas de egreso son:

- Relacionar variables.
- Establecer nuevas representaciones algebraicas.
- Modelar situaciones en diversos contextos.
- Utilizar argumentos y propiedades matemáticas para demostrar proposiciones.

La descripción de la asignatura Geometría Euclidiana establece la forma en la que se llevará a cabo el curso, describe los tipos de clase (de cátedra y ayudantía), los recursos que se utilizan, entre otras cosas. Los contenidos abordados son los siguientes:

- Elementos básicos y Congruencia de Figuras planas
- Cuadriláteros y Semejanza de figuras planas
- Lugar Geométrico y Transformaciones Isométricas
- Cuerpos Geométricos

En la enseñanza media los estudiantes trabajan los tres primeros contenidos, por lo que deben traer incorporadas las cuatro habilidades matemáticas de egreso correspondientes al eje de Geometría, las cuales son:

- Comprender las propiedades de la probabilidad y las aplicaciones en la resolución de problemas en una amplia gama de situaciones.
- Establecer relaciones entre conceptos, técnicas y procedimientos de distintas áreas de la matemática.
- Conjeturar, ajustar o comparar sobre exploraciones realizadas con herramientas tecnológicas.
- Verificar proposiciones geométricas mediante axiomas y demostraciones directas e indirectas.

Desafortunadamente, no se cuenta con el Programa de la Asignatura Estadística y Probabilidad en Educación, pues no está disponible en el sitio web de la carrera (https://fisica.USACH.cl/carreras/licenciatura-en-educacion-de-fisica-y-matematica-diurno), por lo que no se realizó ese análisis.

### 3.2.3 Análisis Estadístico de datos

Antes de comenzar con el análisis, es necesario precisar las herramientas estadísticas requeridas para llevarlo a cabo. El instrumento utilizado para recolectar los datos consta de un total de 26 preguntas de alternativa y tres de respuesta abierta. Cada pregunta de alternativa es evaluada con puntuación 0 o 1 y la puntuación de las preguntas de respuesta abierta van de 0 a 1,5 puntos cada una, por lo que el puntaje máximo de la evaluación corresponde a 30,5 puntos, mientras que el puntaje mínimo es 0 puntos. En el reporte de Resultados Evaluación de Diagnóstico 2018, se estipula que las dimensiones a evaluar a través de los instrumentos diseñados se vincularon con los ejes que describe las Bases Curriculares de séptimo a segundo medio del Mineduc 2015. Estas dimensiones son: números, álgebra, funciones y geometría (USACH, 2018).

Una vez analizado el instrumento diagnóstico y tomando en consideración las descripciones de los objetivos y contenidos de la evaluación, las inferencias realizadas se dan a conocer en la tabla 9, que ilustra el número de ítem clasificado según habilidad matemática y dimensión de contenido.

*Tabla 9: Preguntas asociadas a cada Habilidad Matemática y dimensión de contenido*

| | **Resolver Problemas** | **Representar** | **Modelar** | **Argumentar y Comunicar** | **Rango Teórico de puntaje** |
|---|---|---|---|---|---|
| **Números** | 1, 2, 3, 4, 5, 7 | | 6 | | 0-7 |
| **Álgebra** | 10, 11, 12, 13, 14, 16 | 9 | 15 | PA 2, PA 3 | 0-11 |
| **Funciones** | 21, 23, 24, 25, 26 | 22 | | PA 1 | 0-7,5 |
| **Geometría** | 8, 17, 18, 19, 20 | | | | 0-5 |
| **Rango Teórico de puntaje** | 0-22 | 0-2 | 0-2 | 0-4,5 | 0-30,5 |

Se extrae de la tabla 6 que, pese a que el número de ítems asociados a la habilidad de Resolver problemas supera ampliamente al número de ítems asociados a las demás habilidades, la evaluación diagnóstica aplicada mide las cuatro habilidades matemáticas propuestas por el Ministerio de Educación, además, los ítems asociados a la habilidad de Argumentar y Comunicar son sólo los de preguntas abiertas.

#### 3.2.3.1 Análisis de datos Generales

##### 3.2.3.1.1 Comportamiento general de la muestra

El primer análisis se basó en el rendimiento general de la muestra, es decir, los puntajes obtenidos por el total de estudiantes que rindió la evaluación diagnóstica (85 sujetos) y el porcentaje de logro de la evaluación. Los resultados de este análisis están expresados en la tabla 10, a continuación:

*Tabla 10: Estadísticos descriptivos de desempeño de la muestra*

| | **Puntaje total obtenido** | **Porcentaje de logro** |
|---|---|---|
| **Mínimo** | 5 | 16,39 |
| **Máximo** | 30,5 | 100 |
| **Media** | 18,81 | 61,7 |
| **Desviación Estándar** | 4,87 | 15,96 |
| **Varianza** | 23,69 | 254,75 |
| **$Q_1$** | 15,87 | 52,05 |
| **$Q_2$ (Mediana)** | 19 | 62,3 |
| **$Q_3$** | 22,13 | 72,54 |

La tabla 10 refleja que los puntajes obtenidos por los estudiantes se centran en los 19 puntos, aproximadamente, lo que en términos de porcentajes equivale a que mayormente su logro se concentró en el 61,7% de la evaluación. Que el puntaje mínimo alcanzado corresponda a 5 puntos, significa que no hubo estudiantes que contestaran erróneamente la totalidad de la evaluación, sin embargo, por lo menos uno alcanzó dicho puntaje. Los datos también entregan la información de que el 25% de los estudiantes alcanzó un porcentaje de logro menor o igual al 52% de la evaluación, aproximadamente. Esta información se respalda con el histograma que se muestra a continuación, en el gráfico 1:

*Gráfico 1: Porcentaje de logro de los estudiantes en la evaluación diagnóstica*

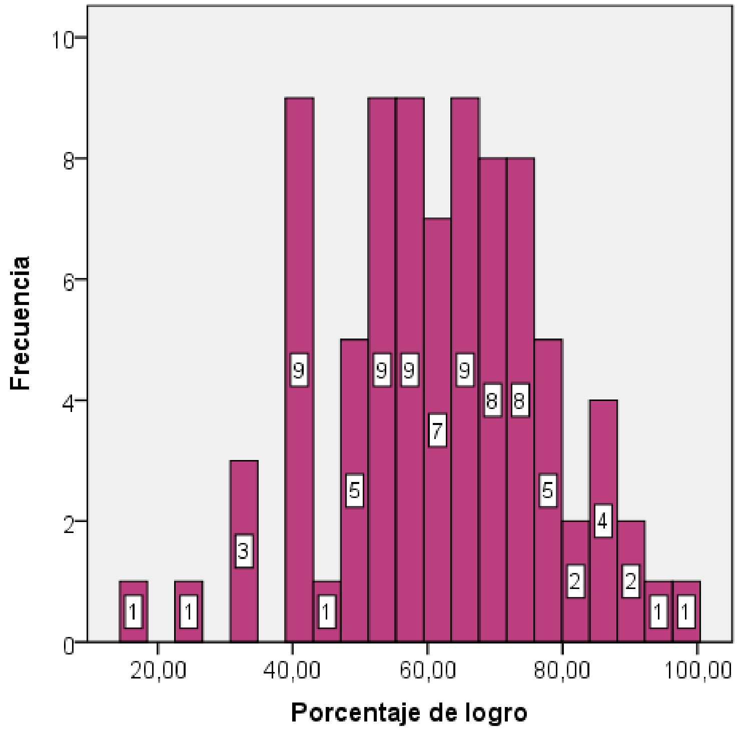
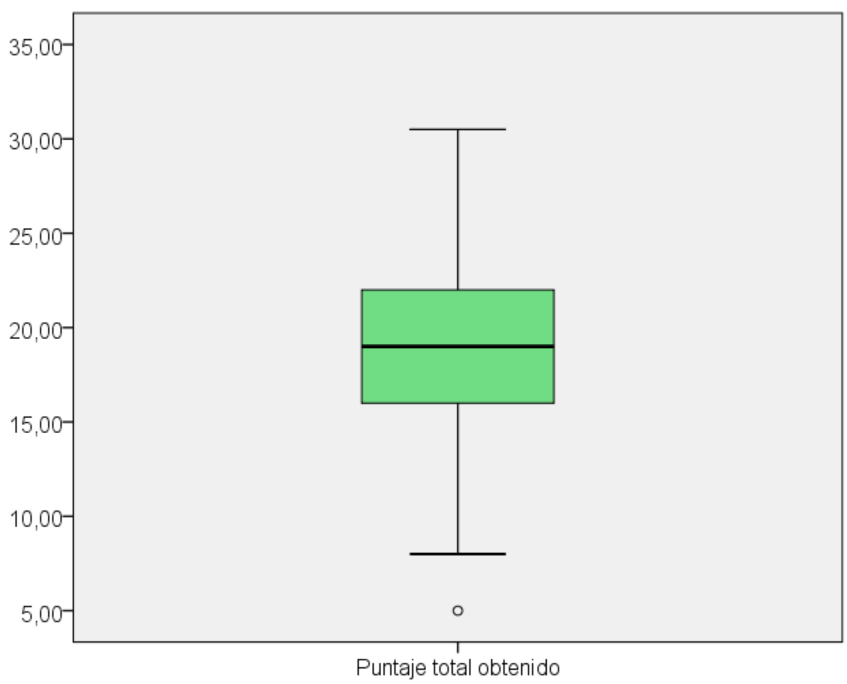



*Gráfico 2: Desempeño de la muestra*



La Gráfica 2 corresponde a un gráfico de caja y bigote, del cual se infiere que la muestra es simétrica, pues el tamaño de los bigotes es similar, al igual que el tamaño de las cajas antes y después del segundo cuartil. El rango intercuartílico ($Q_3$-$Q_1$), nos dice que el 50% de los estudiantes obtuvo entre un 52% y un 73% de logro, aproximadamente. Por otro lado, la gráfica muestra que hay por lo menos un caso que se escapa del resto de los resultados. Estos datos extremos son los que requieren mayor preocupación, pues se presume que presentan déficit de habilidades y contenidos.

Lo anterior refleja que el resultado obtenidos por los estudiantes en la evaluación diagnóstica, al parecer, no es desfavorable. Además, el puntaje máximo teórico que corresponde a 30,5 puntos, comparado con la media de los datos (19 puntos aproximadamente), permite hipotetizar que la habilidad más lograda debiera ser Resolver Problemas, debido al gran número de preguntas asociada a ella (22 preguntas). Para respaldar esta afirmación y responder a la pregunta planteada en esta investigación, se debe realizar análisis enfocados en habilidades matemáticas y dimensiones de contenidos, lo que se consuma en las subsecciones siguientes.

#### 3.2.3.1.2 Comportamiento de la muestra según habilidades

Este análisis de datos hace referencia a los puntajes totales obtenidos y los porcentajes de logro alcanzados por los estudiantes según cada habilidad matemática medida en la prueba de diagnóstico, estas son Resolver Problemas, Representar, Modelar y Argumentar y Comunicar. Cada habilidad matemática posee un número de preguntas asociado, con sus respectivos puntajes. Resolver problemas posee 22 preguntas de alternativa, Representar 2 de alternativas, Modelar 2 de alternativas y Argumentar y Comunicar 3 de desarrollo.

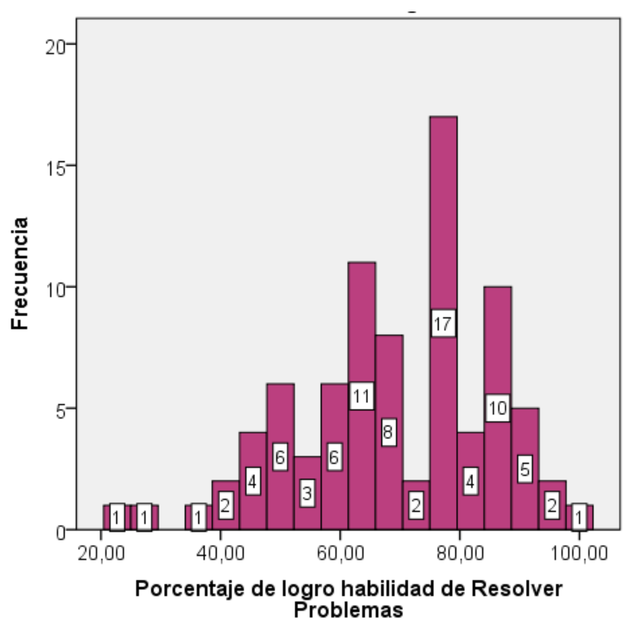
**Habilidad de Resolver Problemas:**

Antes de realizar cualquier inferencia, se debe recordar que la habilidad Resolver Problemas tiene asociadas 22 preguntas de la evaluación diagnóstica, evaluadas con puntaje 0 o 1, por lo que esta habilidad representa el 76% de la totalidad de la prueba. El rango teórico de puntaje asociado a esta habilidad corresponde a 0-22, donde 0 es el puntaje mínimo y 22 el máximo.

*Tabla 11: Estadísticos descriptivos en Resolver Problemas*

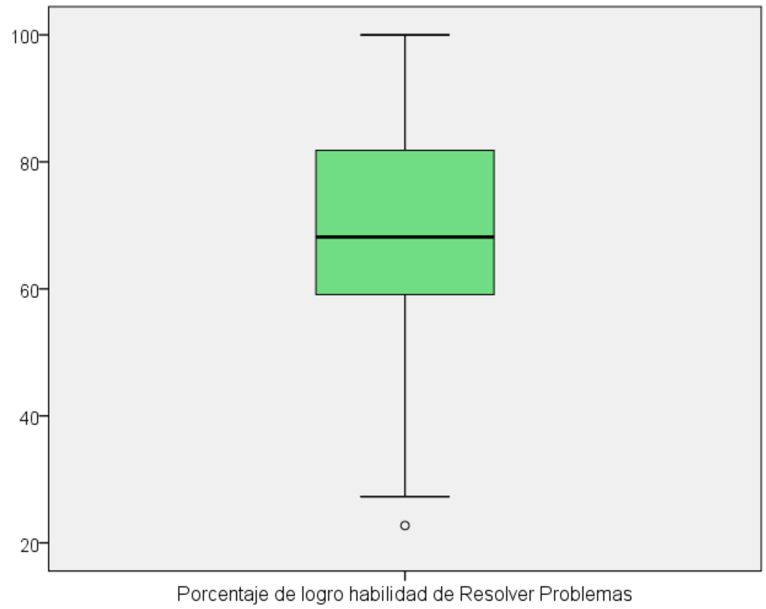
| | Puntaje Total Obtenido | % logro |
|---|---|---|
| **Mínimo** | 5 | 22,73 |
| **Máximo** | 22 | 100 |
| **Media** | 15,21 | 59,16 |
| **Desviación Estándar** | 3,59 | 16,31 |
| **Varianza** | 12,87 | 265,89 |
| **$Q_1$** | 13 | 59 |
| **$Q_2$ (Mediana)** | 15 | 68,18 |
| **$Q_3$** | 18 | 81,82 |

*Gráfico 3:Porcentaje de logro en habilidad de Resolver Problemas*




El gráfico 3 proporciona la cantidad de sujetos que obtuvieron los porcentajes de logro asociados a los resultados de la evaluación diagnóstica, se extrae, por ejemplo, que 17 sujetos obtuvieron un porcentaje de logro cercano al 80%, sin embargo, esos 17 estudiantes corresponden al 20% del total de la muestra. Esta gráfica entrega una visión segregada de la información. Para analizar el panorama general, se muestra el gráfico de caja y bigotes, a continuación:

*Gráfico 4: Desempeño de la muestra en Resolver Problemas*




El análisis del gráfico 4, se realiza en relación a los cuartiles, es decir, el bigote inferior, que corresponde al cuartil 1, contiene al 25% de la muestra y esto se traduce en que ese porcentaje de estudiantes alcanzó entre el 25% y el 60% de logro en la habilidad de Resolver Problemas. El bigote superior, representa al 25% superior de la muestra, en términos de porcentaje de logro. Estos estudiantes alcanzaron entre el 80% y el 100% de logro. En cuanto a la caja, hace referencia al 50% de la muestra, y refleja que el logro alcanzado está entre el 60% y el 80% de la evaluación destinada a medir esta habilidad matemática.

Los resultados obtenidos indican que esta habilidad está mayormente lograda por los estudiantes, sin embargo, al poseer la mayoría de los ítems de la prueba asociados, invita a analizarla en profundidad, análisis que se realiza en los apartados posteriores.

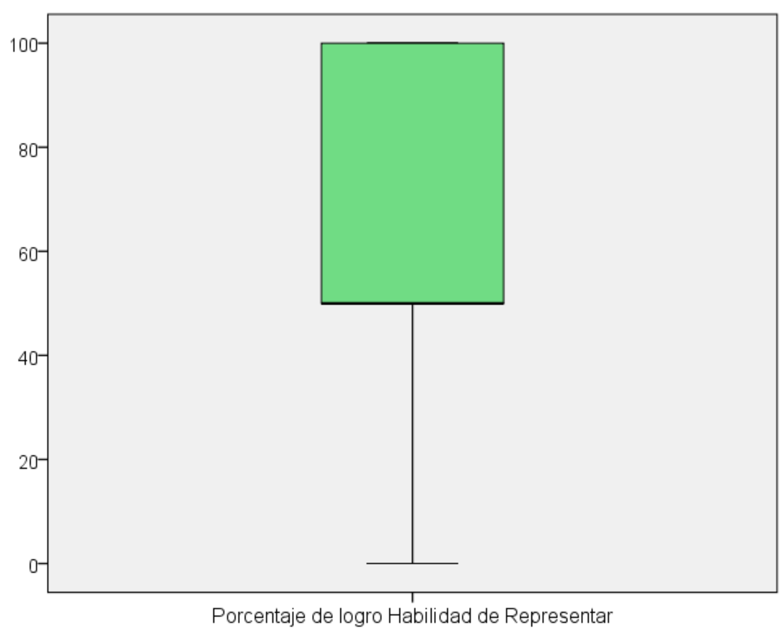
**Habilidad de Representar:**

La evaluación diagnóstica sólo posee dos preguntas relacionadas con esta habilidad, cada una de ellas evaluadas con 0 o 1 punto, por lo que los resultados de los porcentajes de logro tienen tres categorías: 0% de logro, 50% o 100%, que equivale a decir 0 puntos, 1 punto o 2 puntos.

*Tabla 12: Estadísticos descriptivos de Representar*

| | Puntaje Total Obtenido | % logro |
|---|---|---|
| **Mínimo** | 0 | 0 |
| **Máximo** | 2 | 100 |
| **Media** | 1,25 | 62,5 |
| **Desviación Estándar** | 0,62 | 30,92 |
| **Varianza** | 0,38 | 956,33 |
| **$Q_1$** | 1 | 50 |
| **$Q_2$ (Mediana)** | 1 | 50 |
| **$Q_3$** | 2 | 100 |

*Gráfico 5: Desempeño de la muestra en Representar*




Según los datos de la Tabla 13, los cuartiles son los siguientes: $Q_1$=50, $Q_2$=50 y $Q_3$=100, lo que sumado a la información propiciada por el gráfico 5, permite inferir que el 25% de los estudiantes obtuvo entre 0% y 50% de logro en esta habilidad, y que el 75% restante de alumnos, obtuvo entre un 50% y un 100% de logro. El gráfico no presenta bigote superior, por lo que la conclusión es que, al igual que la habilidad anterior, se encuentra mayormente lograda por los estudiantes, lo que no significa que no exista brecha, pues de igual manera hay un porcentaje de alumnos que no tiene adquirida la habilidad.

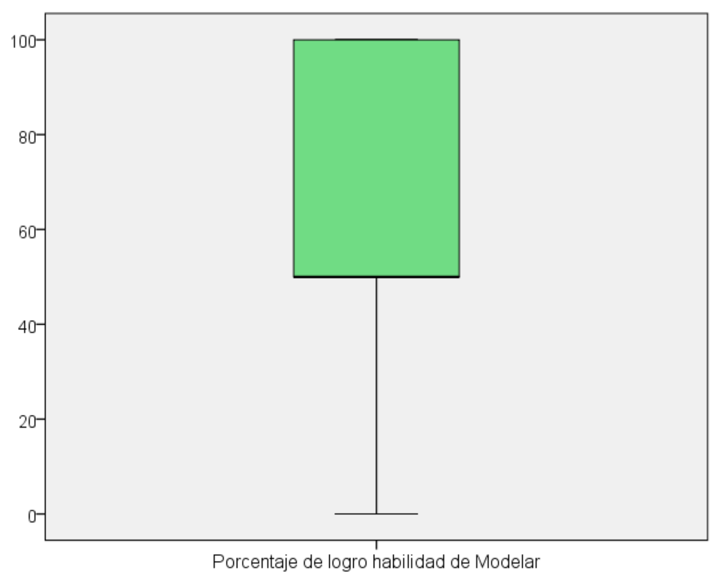
**Habilidad de Modelar:**

Al igual que la habilidad anterior, hay dos preguntas de la evaluación asociadas a Modelar, cada una de ellas puntuada con 0 o 1 punto. A continuación, se presenta la tabla 14, con la información obtenida luego de realizar el análisis estadístico con el procesador de datos.

*Tabla 13: Estadísticos descriptivos de Modelar*

| | Puntaje Total Obtenido | % logro |
|---|---|---|
| **Mínimo** | 0 | 0 |
| **Máximo** | 2 | 100 |
| **Media** | 1,21 | 60,71 |
| **Desviación Estándar** | 0,7 | 34,77 |
| **Varianza** | 0,48 | 1209,12 |
| **$Q_1$** | 1 | 50 |
| **$Q_2$ (Mediana)** | 1 | 50 |
| **$Q_3$** | 2 | 100 |

*Gráfico 6: Desempeño de la muestra en Modelar*



El comportamiento del porcentaje de logro con respecto a la habilidad de Modelar es similar al del comportamiento con respecto a la habilidad de Representar, las conclusiones, al observar el gráfico 6, son que el 25% de la muestra obtuvo un logro entre el 0% y el 50%, es decir, respondió correctamente una pregunta de las dos asociadas, A su vez, el 75% de los estudiantes respondió correctamente una o dos de las preguntas. Con la información de la tabla 11, referida al cuartil 3, el 25% de la muestra logró responder correctamente el 100% de las preguntas. Una vez más, esta es una habilidad mayormente lograda.

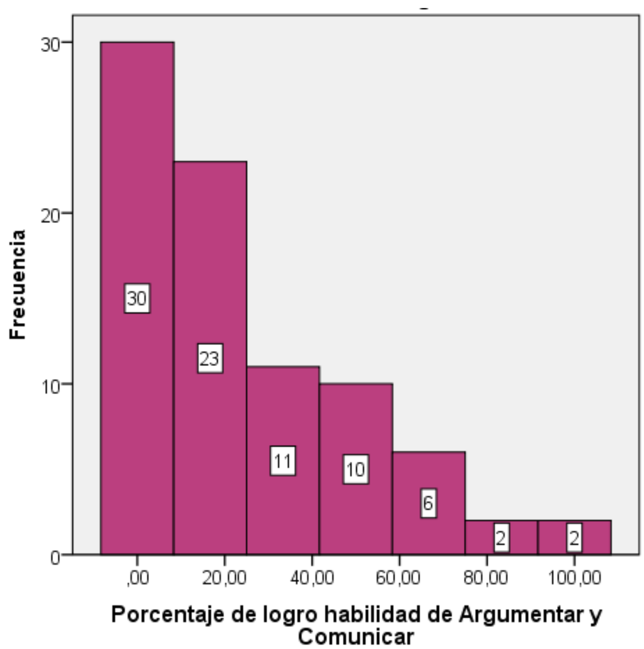
**Habilidad de Argumentar y Comunicar:**

A diferencia de las habilidades anteriores, las preguntas asociadas a la habilidad de Argumentar y Comunicar son tres, pero son preguntas de respuestas abiertas, con un rango teórico de puntuación entre 0 y 1,5 puntos cada una, por lo que el puntaje máximo asociado a esta habilidad es 4,5 puntos. A continuación, se muestra la tabla 15 con los datos del puntaje total obtenido y del porcentaje de logro de los estudiantes que rindieron la evaluación diagnóstica:

*Tabla 14: Estadísticos descriptivos de Argumentar y Comunicar*

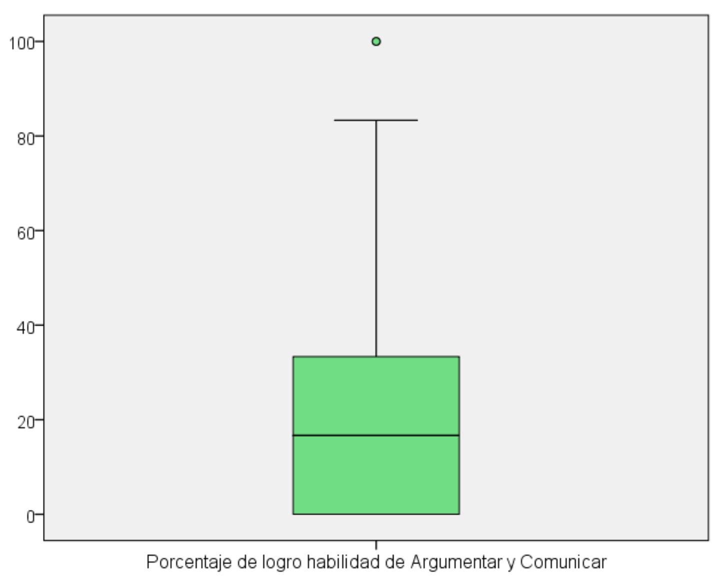
| | **Puntaje Total Obtenido** | **% logro** |
|---|---|---|
| **Mínimo** | 0 | 0 |
| **Máximo** | 4,5 | 100 |
| **Media** | 1,08 | 24 |
| **Desviación Estándar** | 1,17 | 25,92 |
| **Varianza** | 1,36 | 671.7 |
| **$Q_1$** | 0 | 0 |
| **$Q_2$ (Mediana)** | 0,75 | 16,67 |
| **$Q_3$** | 1,5 | 33,33 |

*Gráfico 7: Porcentaje de logro en habilidad de Argumentar y Comunicar*




Las barras del gráfico 7 van en descenso, esto es llamado gráfico asimétrico de cola derecha, lo que significa que un gran número de estudiantes no logró adquirir esta habilidad matemática en su enseñanza escolar. La media de la muestra es un punto, aproximadamente (Tabla 15), lo que se encuentra por debajo de la mitad del puntaje máximo asociado para esta habilidad. Sólo dos sujetos lograron un porcentaje cercano al 100% y alrededor del 35% de los estudiantes obtuvo respondió erróneamente las 3 preguntas.

*Gráfico 8:Desempeño de la muestra en Argumentar y Comunicar*



En términos de las medidas de posición (cuartiles), el gráfico 8 muestra que el 25% de la muestra (bigote superior), obtuvo un porcentaje de logro entre el 33% y el 80%, aproximadamente, es decir, el 75% de los estudiantes rindió menos del 33%. Además, el 25% de los alumnos obtuvo un logro menor al 20%. Estos resultados dan a entender que esta es la habilidad menos lograda en la evaluación diagnóstica, en comparación con las otras tres y motiva a realizar un análisis más profundo para solucionar esta brecha encontrada.

Para realizar conclusiones más concretas, en el siguiente apartado se analiza el desempeño de los estudiantes según cada habilidad y su respectiva dimensión de contenido medidos en la prueba diagnóstica.

#### 3.2.3.1.3 Comportamiento de la muestra según habilidades y dimensión de contenidos

En los apartados anteriores se concluye que hay brecha entre las habilidades matemáticas esperadas y las habilidades matemáticas de ingreso a las carreras de destino, sin embargo, se hace necesario conocer el desempeño de los estudiantes en cuanto a los contenidos medidos, pues como ya se ha mencionado antes, las habilidades matemáticas se trabajan de forma transversal a los contenidos, además entrega un espectro más amplio para acortar la brecha encontrada, en términos de ofrecer mejoras para solucionarlo. Para complementar dicha conclusión, se realiza un análisis por habilidades matemáticas y dimensión de contenidos.

**Resolver Problemas:**

Esta habilidad tiene asociadas preguntas de las cuatro dimensiones evaluadas en la prueba de diagnóstico (números, álgebra, funciones y geometría).

La habilidad Resolver Problemas tiene asociadas seis preguntas de alternativas, puntuadas cada una con 0 o 1 punto, por lo que el puntaje mínimo teórico corresponde a 0 puntos y el puntaje máximo 6 puntos.

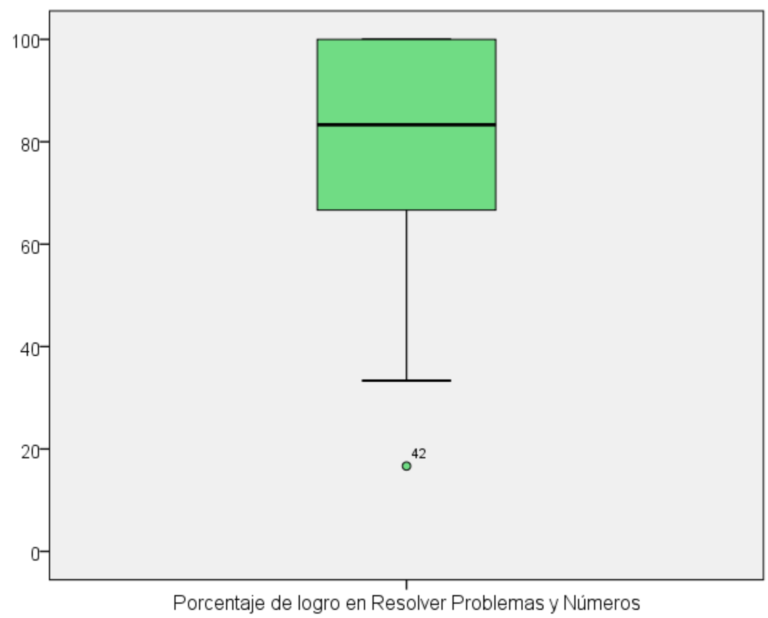
Con este análisis se pretende identificar cuáles son las dimensiones de contenidos en que los estudiantes tienen mayores problemas a la hora de aplicar las habilidades que tienen adquiridas.

*Tabla 15: Estadísticos descriptivos Resolver Problemas versus Números*

| | Puntaje Total Obtenido | % logro |
|---|---|---|
| **Mínimo** | 1 | 16,67 |
| **Máximo** | 6 | 100 |
| **Media** | 4,68 | 77,8 |
| **Desviación Estándar** | 1,18 | 19,73 |
| **Varianza** | 1,4 | 389,3 |
| **$Q_1$** | 4 | 66,67 |
| **$Q_2$ (Mediana)** | 5 | 83,33 |
| **$Q_3$** | 6 | 100 |

Los datos mostrados en la tabla 16, dan origen a la representación gráfica ilustrada a continuación en el gráfico 17:

*Gráfico 9: Desempeño de la muestra en Resolver Problemas y Números*



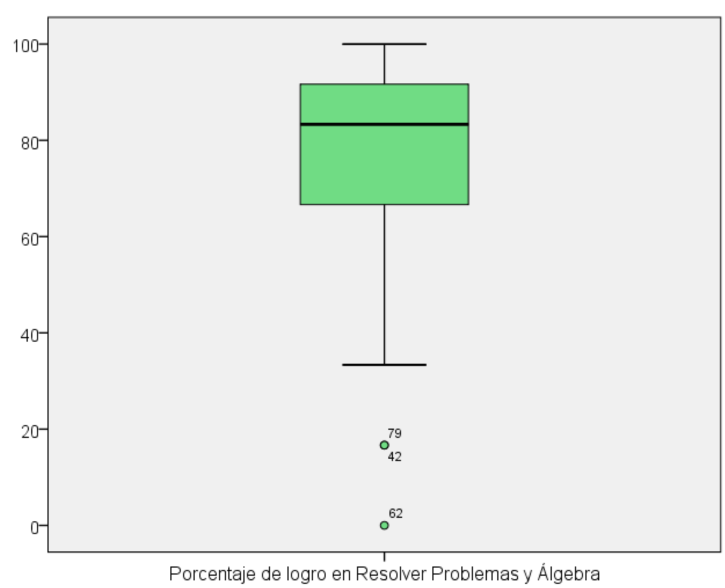

La caja ilustrada en el gráfico 9, representa al 50% de la muestra, lo que significa que la mitad de los estudiantes logró un porcentaje de logro entre el 66,67% y el 100%. Las seis preguntas relacionadas con la dimensión de números y la habilidad resolver problemas fueron, en su mayoría, logradas con éxito.

*Tabla 16: Estadísticos descriptivos Resolver Problemas versus Álgebra*

| | **Puntaje Total Obtenido** | **% logro** |
|---|---|---|
| **Mínimo** | 0 | 0 |
| **Máximo** | 6 | 100 |
| **Media** | 4,48 | 74,6 |
| **Desviación Estándar** | 1,37 | 22,77 |
| **Varianza** | 1,87 | 518,58 |
| **$Q_1$** | 4 | 66,67 |
| **$Q_2$ (Mediana)** | 5 | 83,33 |
| **$Q_3$** | 5,75 | 95,83 |

Las preguntas asociadas a la habilidad Resolver Problemas y la dimensión Álgebra son 6. Cada una de ellas puntuada con 0 o 1 punto. El rango teórico de puntuación es de 0 puntos (puntaje mínimo) a 6 puntos (puntaje máximo).

*Gráfico 10: Desempeño de la muestra en Resolver Problemas y Álgebra*



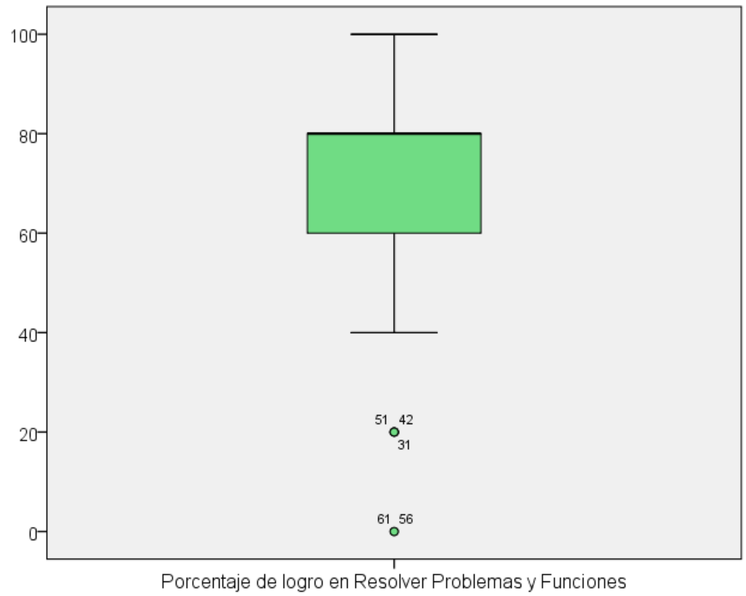
Si bien la caja se encuentra desplazada hacia la parte superior del gráfico, lo que significa que más del 75% de la muestra logró responder correctamente tres o más de las preguntas involucradas, no se puede ignorar que existen estudiantes que en comparación con sus pares poseen un porcentaje de logro menor, incluso porcentaje de logro 0. Además, solo el 25% de la muestra obtuvo un porcentaje de logro cercano al 100%. Esto hace concluir que, en comparación con la dimensión de números, en álgebra el logro de la habilidad Resolver Problemas es menor.

*Tabla 17:Estadísticos descriptivos Resolver Problemas versus Funciones*

| | **Puntaje Total Obtenido** | **% logro** |
|---|---|---|
| **Mínimo** | 0 | 0 |
| **Máximo** | 5 | 100 |
| **Media** | 3,33 | 66,67 |
| **Desviación Estándar** | 1,23 | 24,51 |
| **Varianza** | 1,5 | 600,8 |
| **$Q_1$** | 3 | 60 |
| **$Q_2$ (Mediana)** | 4 | 80 |
| **$Q_3$** | 4 | 80 |

Disminuye en esta categoría el número de preguntas asociadas. Esta vez son 5, sin embargo, reciben la misma puntuación que las anteriores, 0 o 1 punto, por lo que el rango teórico de puntuación corresponde a 0-5 puntos.

*Gráfico 11: Desempeño de la muestra en Resolver Problemas y Funciones*



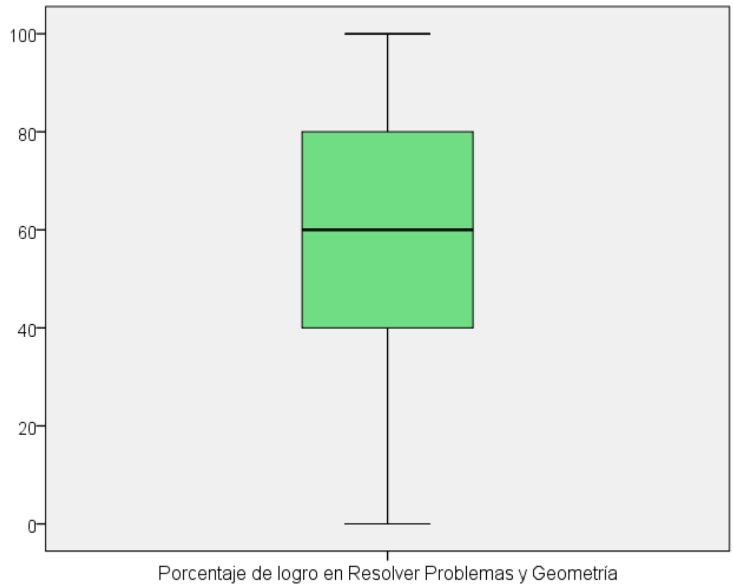

Según el gráfico 11, la gran mayoría de los estudiantes supera el 50% de logro, pero se encuentran sujetos cuyo porcentaje de logro es mínimo o incluso 0. Esos son los estudiantes que aumentan la brecha planteada en esta investigación.

*Tabla 18: Estadísticos descriptivos Resolver Problemas versus Geometría*

| | **Puntaje Total Obtenido** | **% logro** |
|---|---|---|
| **Mínimo** | 0 | 0 |
| **Máximo** | 5 | 100 |
| **Media** | 2,73 | 54,52 |
| **Desviación Estándar** | 1,26 | 25,3 |
| **Varianza** | 1,6 | 639,53 |
| **$Q_1$** | 2 | 40 |
| **$Q_2$ (Mediana)** | 3 | 60 |
| **$Q_3$** | 4 | 80 |

En esta categoría hay 5 preguntas relacionadas, puntuadas con 0 o 1 punto, por lo que el rango teórico es 0-5 puntos, donde 0 es el puntaje mínimo y 5 el puntaje máximo.

*Gráfico 12: Desempeño de la muestra en Resolver Problemas y Geometría*




En este caso, el gráfico 12 ilustra un bigote inferior de mayor tamaño en comparación con el bigote superior, la extensión del bigote significa que el 25% de la muestra obtuvo un porcentaje de logro inferior al 40%, a pesar de que la mitad de los estudiantes obtuvo porcentaje de logro entre 40% y 80% (diferencia intercuartílica $Q_3$-$Q_1$). Esto prueba que hay una brecha entre la habilidad matemática de Resolver Problemas que se espera que los alumnos tengan adquiridas en geometría y las habilidades matemáticas que tienen adquiridas.

**Representar:**

Las dimensiones de contenidos asociadas a esta habilidad en la evaluación diagnóstica son dos: álgebra y funciones. A cada dimensión le corresponde solo una pregunta, evaluada con 0 o 1 punto.

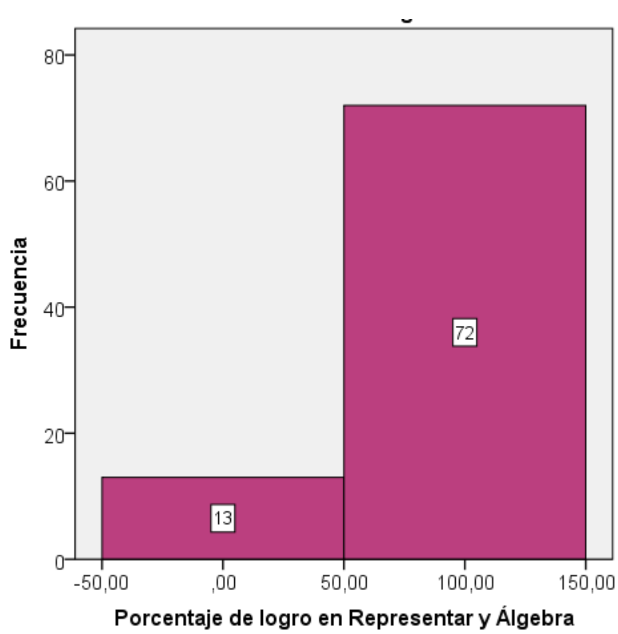
A continuación, se muestra la tabla 20, con los datos correspondientes a ambas dimensiones de contenidos mencionadas:

*Tabla 19: Estadísticos descriptivos Representar versus dimensiones de contenidos*

| | **Álgebra** | | **Funciones** | |
|---|---|---|---|---|
| | PTO | % logro | PTO | % logro |
| **Mínimo** | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **Máximo** | 1 | 100 | 1 | 100 |
| **Media** | 0,85 | 84,7 | 0,41 | 41,18 |
| **Desviación Estándar** | 0,36 | 36,21 | 0,5 | 49,51 |
| **Varianza** | 0,13 | 1310,92 | 0,25 | 2450,98 |
| **$Q_1$** | 1 | 100 | 0 | 0 |
| **$Q_2$ (Mediana)** | 1 | 100 | 0 | 0 |
| **$Q_3$** | 1 | 100 | 1 | 100 |

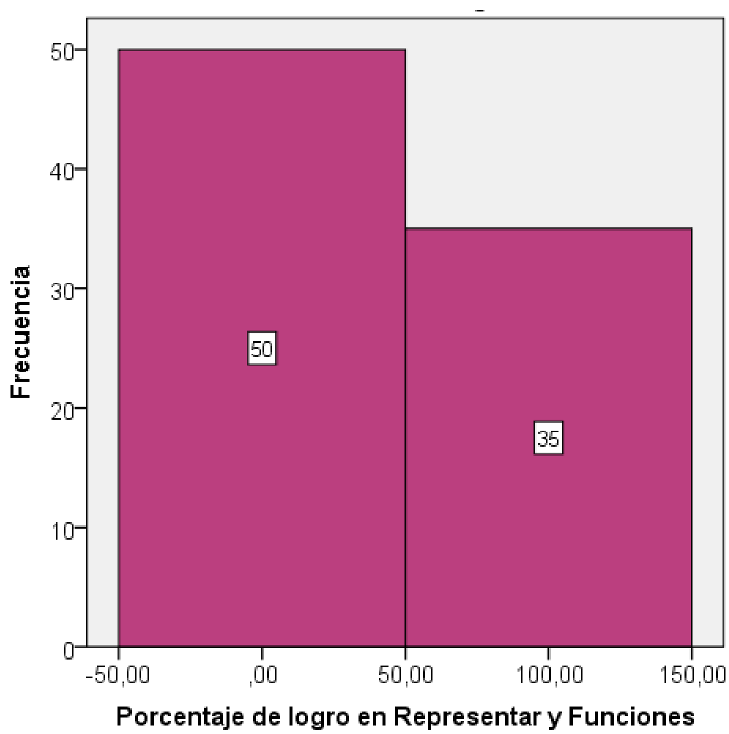
El puntaje máximo asociado a cada dimensión corresponde a un punto, y la tabla 20 refleja que la media en álgebra corresponde a 0,85 puntos, lo que no es del todo representativo, pues las preguntas son puntuadas con 0 o 1 punto. Lo mismo sucede para funciones, por lo que se observan los gráficos 13 y 14, correspondientes a cada dimensión para obtener conclusiones que ayuden a responder la pregunta de esta investigación.

*Gráfico 13: Porcentaje de logro en Representar y Álgebra*



Al ser solo una la pregunta estudiada, y, considerando que la respuesta está correcta o incorrecta, sin dar paso a puntajes intermedios, es que los porcentajes de logro pueden ser 0% o 100% y según el gráfico 13, aproximadamente el 84% de la muestra obtuvo un porcentaje de logro entre 100%, lo que es elevado, sin embargo, el 16% de la muestra no respondió correctamente a esta pregunta.

*Gráfico 14: Porcentaje de logro en Representar y Funciones*




En cuanto a la dimensión de funciones, el panorama es menos alentador, aproximadamente el 59% de los estudiantes respondió erróneamente la pregunta asociada y, por lo tanto, solo el 41% obtuvo un porcentaje de logro del 100%. Esto marca una brecha en la habilidad de Representar con la dimensión de funciones.

En conclusión, la habilidad Representar se encuentra menos lograda en la dimensión de funciones que en álgebra.

**Modelar:**

La habilidad de Modelar se encuentra medida en la prueba diagnóstica con dos preguntas, una correspondiente a la dimensión números y la otra a la dimensión álgebra. Cada una de ellas puntuada con 0 o 1 punto, ya que son preguntas de alternativas.

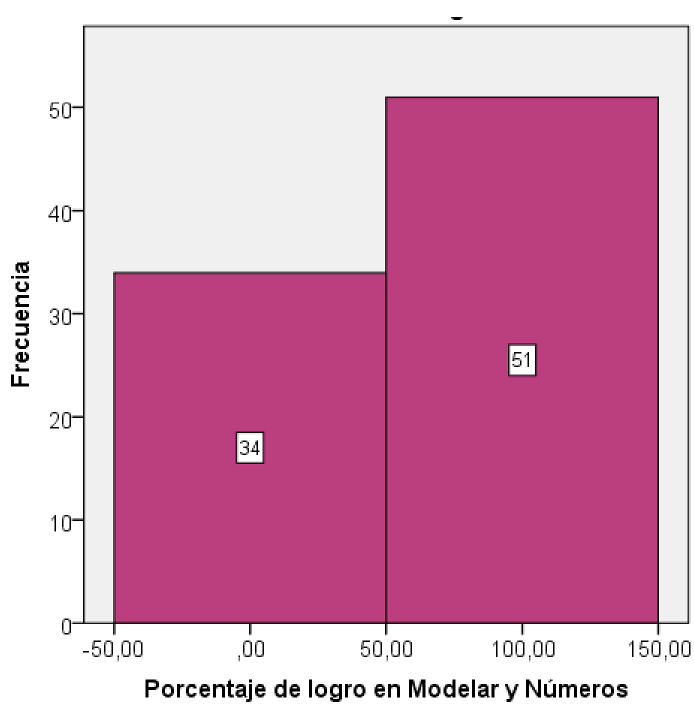
A continuación, en la tabla 21, los datos obtenidos:

*Tabla 20: Estadísticos descriptivos Modelar versus dimensiones de contenidos*

| | Números | | Álgebra | |
|---|---|---|---|---|
| | PTO | % logro | PTO | % logro |
| **Mínimo** | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **Máximo** | 1 | 100 | 1 | 100 |
| **Media** | 0,6 | 60 | 0,62 | 62,35 |
| **Desviación Estándar** | 0,49 | 49,28 | 0,49 | 48,74 |
| **Varianza** | 0,24 | 2428,57 | 0,24 | 2375,35 |
| **$Q_1$** | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **$Q_2$ (Mediana)** | 1 | 100 | 1 | 100 |
| **$Q_3$** | 1 | 100 | 1 | 100 |

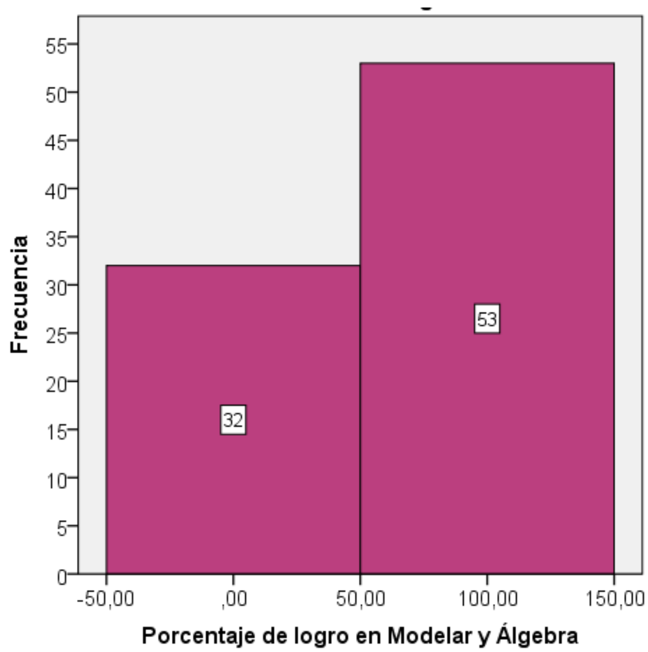
Al igual que en la habilidad anterior, para obtener conclusiones más certeras, se observan los gráficos 15 y 16:

*Gráfico 15: Porcentaje de logro en Modelar y Números*



El 60% de los estudiantes obtuvo el 100% de logro, es decir, respondió correctamente la pregunta relacionada con la habilidad de modelar y la dimensión de números. Si bien corresponde a más de la mitad de la muestra, es preocupante el 40% restante, ya que respondió erróneamente a la pregunta en cuestión.

*Gráfico 16: Porcentaje de logro en Modelar y Álgebra*




Con respecto a álgebra, el resultado es similar al anterior, más de la mitad de la muestra respondió correctamente a la pregunta, sin embargo, un porcentaje considerable (38%) tuvo porcentaje de logro 0%.

La habilidad Modelar presenta una brecha similar en números y álgebra.

**Argumentar y Comunicar:**

A esta habilidad se le asocian tres preguntas, pero de respuesta abierta, lo que significa que su puntuación tiene mayor variación. Cada pregunta tiene un puntaje asociado de 0 o 1,5 puntos, pero al ser de respuesta abierta, los posibles puntajes que pueden obtener los estudiantes son 0 puntos, 0,5 puntos, 1 punto, o 1,5 puntos.

Dos preguntas corresponden a la dimensión álgebra y la tercera a funciones, los datos se presentan en la tabla 21:

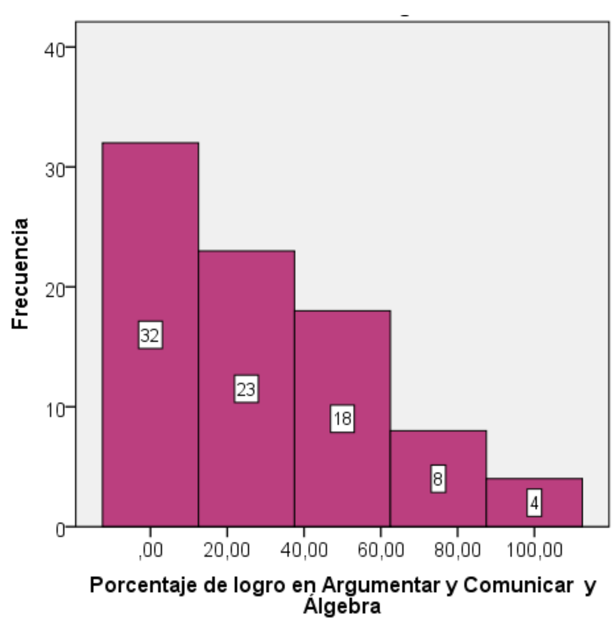
*Tabla 21: Estadísticos descriptivos Argumentar y Comunicar versus dimensión de contenidos*

| | Álgebra | | Funciones | |
|---|---|---|---|---|
| | PTO | % logro | PTO | % logro |
| **Mínimo** | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **Máximo** | 3 | 100 | 1,5 | 100 |
| **Media** | 0,87 | 29,12 | 0,2 | 13,53 |
| **Desviación Estándar** | 0,88 | 29,34 | 0,48 | 32,17 |
| **Varianza** | 0,78 | 860,82 | 0,23 | 1035,01 |
| **$Q_1$** | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **$Q_2$ (Mediana)** | 0,75 | 25 | 0 | 0 |
| **$Q_3$** | 1,5 | 50 | 0 | 0 |

Como se mencionó en el apartado anterior, la habilidad de Argumentar y Comunicar es la menos lograda por los estudiantes, ahora se analiza si hace alguna diferencia la dimensión de contenido relacionada en la evaluación.

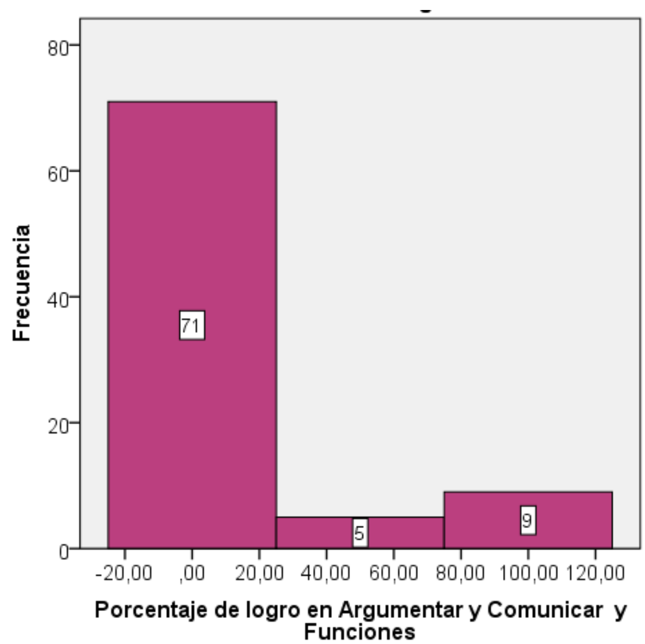
En álgebra el puntaje máximo teórico corresponde a 3 puntos y el mínimo 0 punto, a diferencia de funciones, que cuenta con un rango teórico de datos de 0-1,5 puntos. Los gráficos 17 y 18 ilustran el comportamiento de las variables estudiadas.

*Gráfico 17: Porcentaje de logro en Argumentar y Comunicar y Álgebra*



Como se puede observar en el gráfico 17, el número de estudiantes desciende a medida que aumenta el porcentaje de logro. La media de la muestra corresponde a un 29% de logro, lo que se ve reflejado en el gráfico, en las dos barras de la izquierda se concentra la mayor cantidad de estudiantes. Se reafirma, entonces que existe una brecha considerable en la habilidad de Argumentar y Comunicar.

*Gráfico 18: Porcentaje de logro en Argumentar y Comunicar y Funciones*




Este gráfico (18), es preocupante, desde el punto de vista de la autora, por lo menos el 75% de la muestra respondió incorrectamente la pregunta asociada. La media corresponde aproximadamente al 14% de logro, lo que equivale a 0,2 puntos, esto quiere decir que los resultados evidentes, Argumentar y Comunicar junto con funciones no fue una habilidad adquirida por los estudiantes en su escolaridad secundaria.

#### 3.2.3.2 Análisis de datos según Carreras

Aunque realizar comparaciones entre los resultados obtenidos por los estudiantes de cada carrera en la evaluación diagnóstica no es un objetivo de esta investigación, parece pertinente conocer cuáles son las habilidades y las dimensiones disminuidas en términos de porcentaje de logro, y que, por lo tanto, hay que considerar al momento de impartir alguna asignatura.

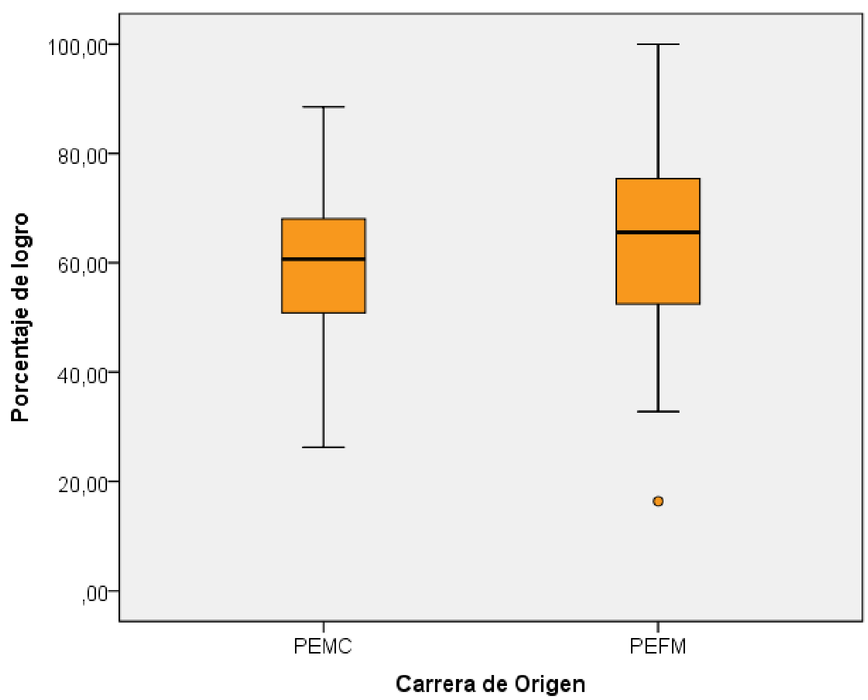
En este apartado se muestran los resultados de cada carrera, primero en la totalidad de la evaluación diagnóstica y luego, por habilidad y dimensión de contenidos.

*Tabla 22: Estadísticos descriptivos de desempeño por carrera*

| | PEMC | | PEFM | |
|---|---|---|---|---|
| | PTO | % logro | PTO | % logro |
| **Mínimo** | 8 | 26,23 | 5 | 16,39 |
| **Máximo** | 27 | 88,52 | 30,5 | 100 |
| **Media** | 18,2 | 59,66 | 19,45 | 63,78 |
| **Desviación Estándar** | 4,35 | 14,29 | 5,32 | 17,45 |
| **Varianza** | 18,94 | 203,59 | 28,34 | 304,61 |
| **$Q_1$** | 15 | 49,18 | 15,94 | 52,25 |
| **$Q_2$ (Mediana)** | 18,5 | 60,66 | 20 | 65,57 |
| **$Q_3$** | 20,75 | 68,03 | 23,13 | 75,82 |

A simple vista, el comportamiento de ambas muestras es similar, se observa en la tabla 22 que las medias en ambas carreras difieren en un punto aproximadamente. El gráfico 19 ilustra el comportamiento de ambas muestras:

*Gráfico 19: Puntaje Total Obtenido por Carrera*



Al parecer, el rendimiento de PEFM es mejor que el de PEMC, sin embargo, la concentración de los resultados se encuentra casi al mismo nivel. Lo interesante es estudiar la significancia de la diferencia de las medias.

Se dispone de dos muestras aleatorias que corresponden a PEMC y PEFM, la primera está compuesta por 43 sujetos y la segunda por 42. Para determinar la significancia de la diferencia entre las medias de ambos grupos, hay que verificar el comportamiento gaussiano (normal) de la variable puntaje total obtenido en la evaluación diagnóstica. Este análisis se realiza con el test K-S, el cual analiza la similitud entre la distribución empírica y la distribución teórica

*Tabla 23: Prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov*

| Carrera | Estadístico | gl | Significancia |
|---|---|---|---|
| **PEMC** | 0,983 | 43 | 0,2 |
| **PEFM** | 0,987 | 42 | 0,2 |

De la tabla 24, se infiere que no hay razón para dudar de la normalidad, pues la significancia es mayor que 0,05, luego, se recurre a la Prueba T para resolver el correspondiente problema de test de docimasia estadística (Figureroa, 2018, pág. 135).

*Tabla 24: Prueba de muestras independientes*

| **Prueba de Levene de igualdad de varianzas** | | **Prueba t para la igualdad de medias** | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| F | Sig. | t | gl | Sig. (bilateral) | Diferencia de medias | Diferencia de error estándar | 95% de intervalo de confianza de la diferencia | |
| | | | | | | | Inferior | Superior |
| 2,04 | 0,16 | -1,19 | 79,1 | 0,24 | -1,25 | 1,1 | -3,36 | 0,85 |

El valor de significancia bilateral es mayor que 0,05, por lo que la diferencia entre las medias no es significativa, es decir, el comportamiento de ambas muestras es similar. El rendimiento en ambas carreras es parecido.

Independiente del comportamiento similar de las muestras, a continuación, se realiza un análisis de habilidades matemáticas versus dimensión de contenidos para cada carrera en paralelo, con el fin de colaborar a reducir la brecha encontrada en las secciones anteriores.

Cabe destacar que las condiciones de puntuación para cada categoría son las mismas que en la sección 3.2.3.1.

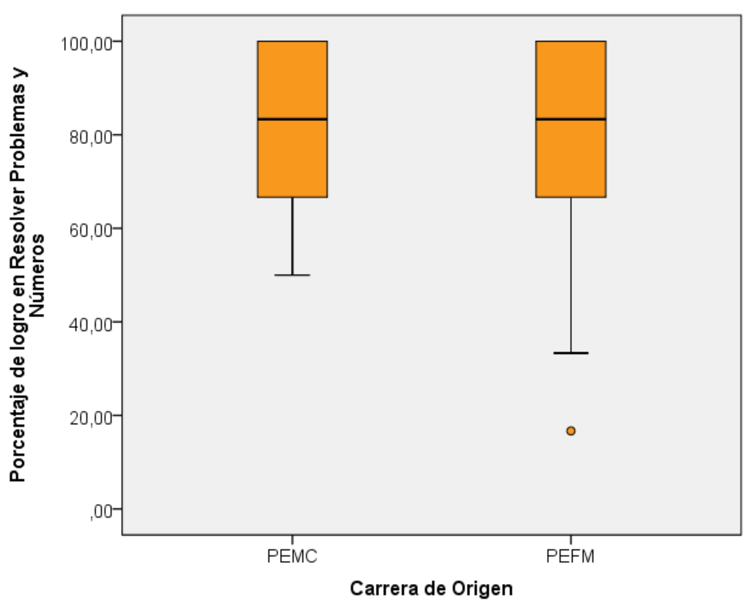
**Resolver Problemas:**

A continuación, la tabla 25 proporciona los resultados obtenidos por cada carrera en la habilidad Resolver Problemas con la dimensión números y el gráfico 20 ilustra los mismos:

*Tabla 25: Estadísticos Descriptivos de desempeño por carrera en Resolver Problemas y Números*

| | **PEMC** | **PEFM** |
|---|---|---|
| **Mínimo** | 50 | 16,67 |
| **Máximo** | 100 | 100 |
| **Media** | 79,46 | 76,98 |
| **Desviación Estándar** | 17 | 22,37 |
| **Varianza** | 288,85 | 500,71 |
| **$Q_1$** | 66,67 | 66,67 |
| **$Q_2$ (Mediana)** | 83,33 | 83,33 |
| **$Q_3$** | 100 | 100 |

*Gráfico 20: Porcentaje de logro por carrera en Resolver Problemas y Números*

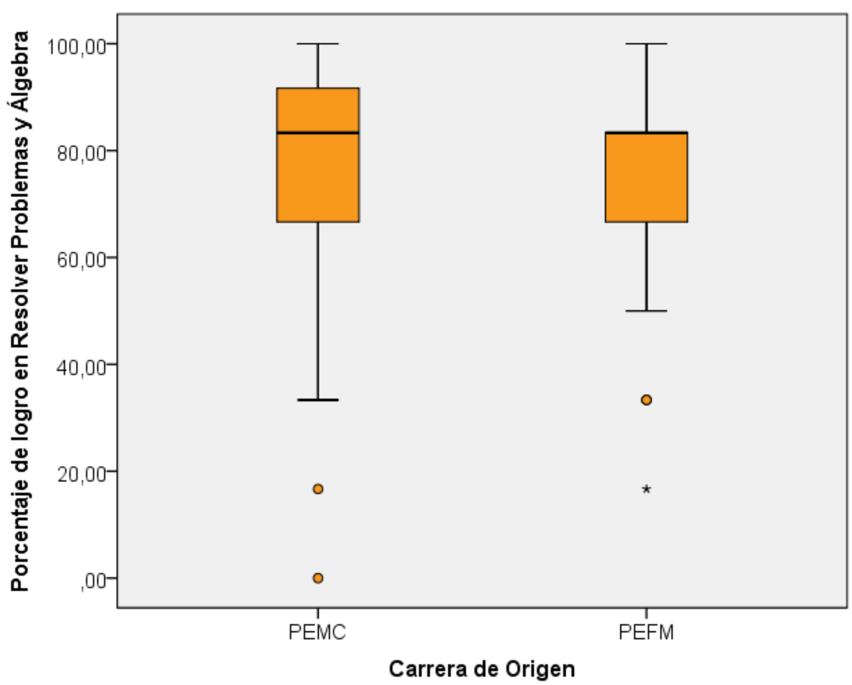


Se observa que los estudiantes de PEMC obtuvieron un porcentaje de logro superior o igual al 50%, mientras que PEFM cuenta con estudiantes que tienen adquirida en menor medida la habilidad, existe una brecha que hay que considerar.

*Tabla 26: Estadísticos Descriptivos de desempeño por carrera en Resolver Problemas y Álgebra*

| | **PEMC** | **PEFM** |
|---|---|---|
| **Mínimo** | 0 | 16,67 |
| **Máximo** | 100 | 100 |
| **Media** | 73,64 | 75,61 |
| **Desviación Estándar** | 24,19 | 21,44 |
| **Varianza** | 585,09 | 459,69 |
| **$Q_1$** | 66,67 | 66,67 |
| **$Q_2$ (Mediana)** | 83,33 | 83,33 |
| **$Q_3$** | 100 | 91,67 |

*Gráfico 21: Porcentaje de logro por carrera en Resolver Problemas y Álgebra*

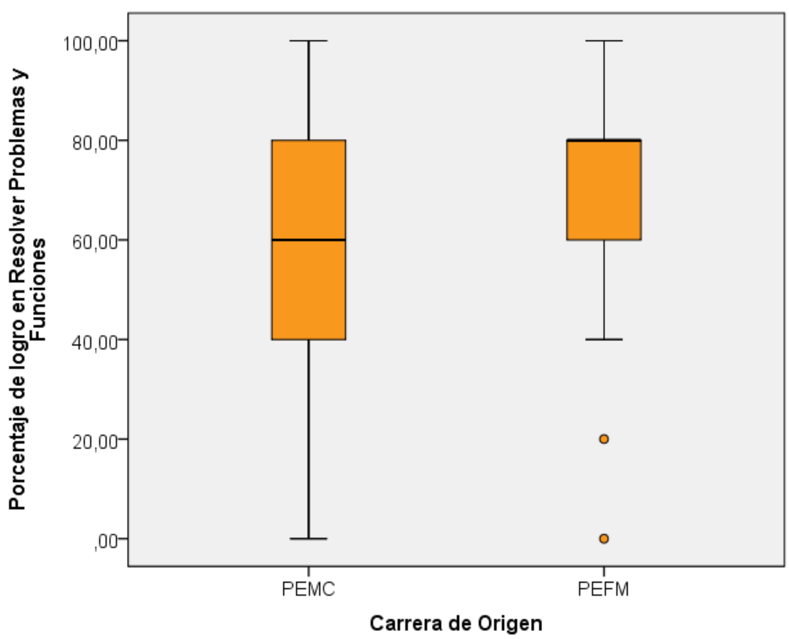


En ambas carreras el 25% de la muestra obtuvo casi un 67% de logro, sin embargo, se presentan casos que escapan del comportamiento de la mayoría de la muestra y que presentan un porcentaje de logro menor en relación a los demás, incluso algunos obtienen porcentaje de logro 0%.

*Tabla 27: Estadísticos Descriptivos de desempeño por carrera en Resolver Problemas y Funciones*

| | PEMC | PEFM |
|---|---|---|
| **Mínimo** | 0 | 0 |
| **Máximo** | 100 | 100 |
| **Media** | 61,86 | 72,38 |
| **Desviación Estándar** | 24,61 | 23,77 |
| **Varianza** | 605,98 | 564,93 |
| **$Q_1$** | 40 | 60 |
| **$Q_2$ (Mediana)** | 60 | 80 |
| **$Q_3$** | 80 | 80 |

*Gráfico 22: Porcentaje de logro por carrera en Resolver Problemas y Funciones*

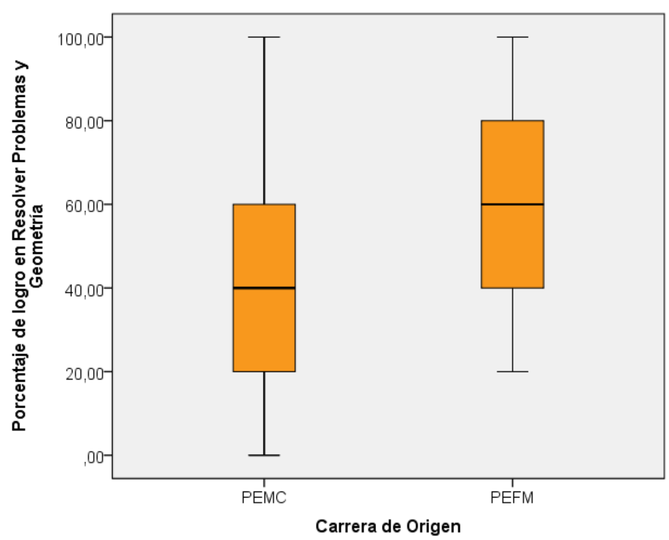


Si bien el rendimiento en la habilidad de Resolver Problemas es mejor, en comparación con las otras tres habilidades matemáticas, si se evalúa en la dimensión de funciones, el porcentaje de logro disminuye, en relación con las dimensiones de números y álgebra. Eso es lo que se deduce de la tabla 28 y el gráfico 30, además, en PEMC los datos son menos asimétricos que en PEFM, pero se presentan estudiantes con menor porcentaje de logro en la primera carrera que en la segunda.

*Tabla 28: Estadísticos Descriptivos de desempeño por carrera en Resolver Problemas y Geometría*

| | **PEMC** | **PEFM** |
|---|---|---|
| **Mínimo** | 0 | 20 |
| **Máximo** | 100 | 100 |
| **Media** | 48,84 | 60,49 |
| **Desviación Estándar** | 24,42 | 25,09 |
| **Varianza** | 506,24 | 629,76 |
| **$Q_1$** | 20 | 40 |
| **$Q_2$ (Mediana)** | 40 | 60 |
| **$Q_3$** | 60 | 80 |

*Gráfico 23: Porcentaje de logro por carrera en Resolver Problemas y Geometría*



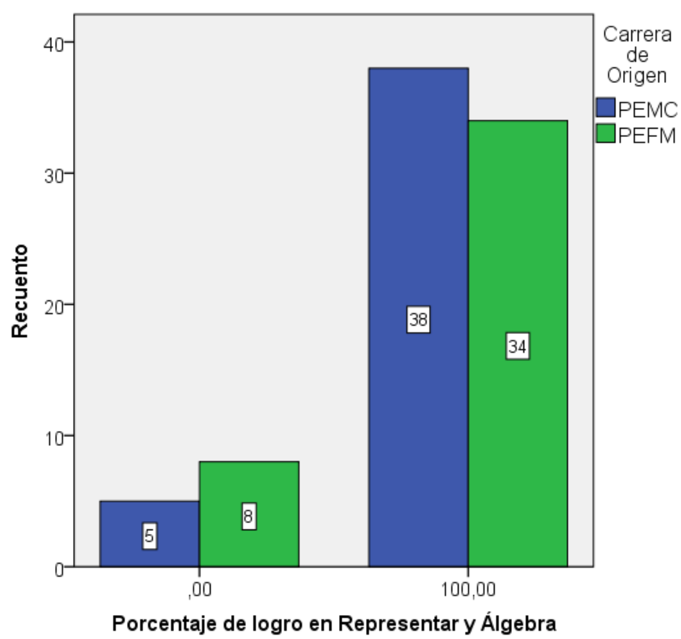
Geometría es otra de las dimensiones de contenidos con menor porcentaje de logro, incluso en el gráfico 23 se observa que el 50% de los estudiantes de PEFM lograron entre un 40% y un 80% de aciertos en esta categoría, mientras que en PEMC el 50% se encuentra entre un 20% y un 60% de porcentaje de logro.

**Representar:**

*Tabla 29: Estadísticos Descriptivos de desempeño por carrera en Representar y Álgebra*

| | PEMC | PEFM |
|---|---|---|
| **Mínimo** | 0 | 0 |
| **Máximo** | 100 | 100 |
| **Media** | 88,37 | 80,95 |
| **Desviación Estándar** | 32,44 | 37,74 |
| **Varianza** | 1052,05 | 1579,56 |
| **$Q_1$** | 100 | 100 |
| **$Q_2$ (Mediana)** | 100 | 100 |
| **$Q_3$** | 100 | 100 |

*Gráfico 24: Porcentaje de logro por carrera en Representar y Álgebra*

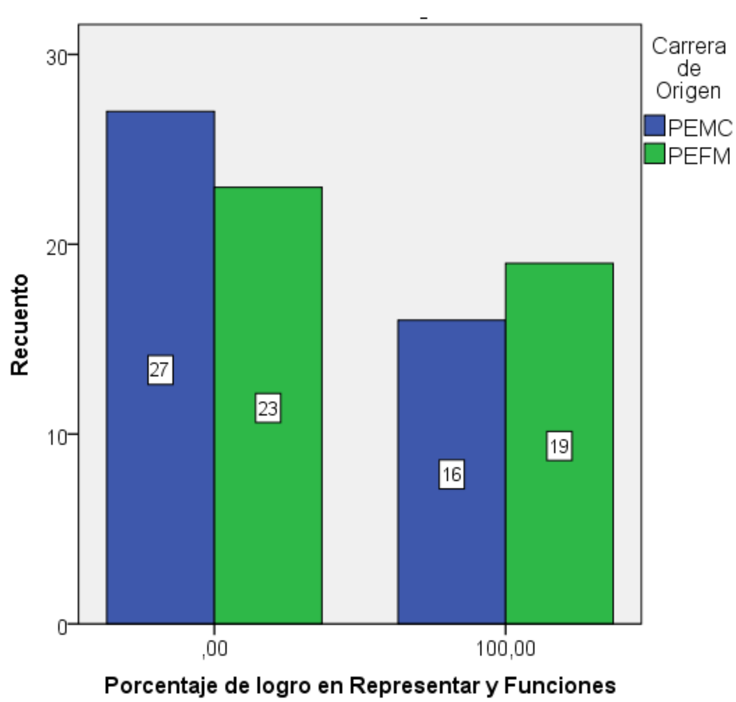


La habilidad de Representar en la dimensión de álgebra muestra un escenario más bien positivo, dado que la mayoría de la muestra respondió correctamente la pregunta evaluada, sin embargo, no hay que descuidar el porcentaje de alumnos que no lograron responder correctamente.

*Tabla 30: Estadísticos Descriptivos de desempeño por carrera en Representar y Funciones*

| | PEMC | PEFM |
|---|---|---|
| **Mínimo** | 0 | 0 |
| **Máximo** | 100 | 100 |
| **Media** | 37,21 | 45,24 |
| **Desviación Estándar** | 48,91 | 50,38 |
| **Varianza** | 2392,03 | 2537,75 |
| **$Q_1$** | 0 | 0 |
| **$Q_2$ (Mediana)** | 0 | 0 |
| **$Q_3$** | 100 | 100 |

*Gráfico 25: Porcentaje de logro en Representar y Funciones*



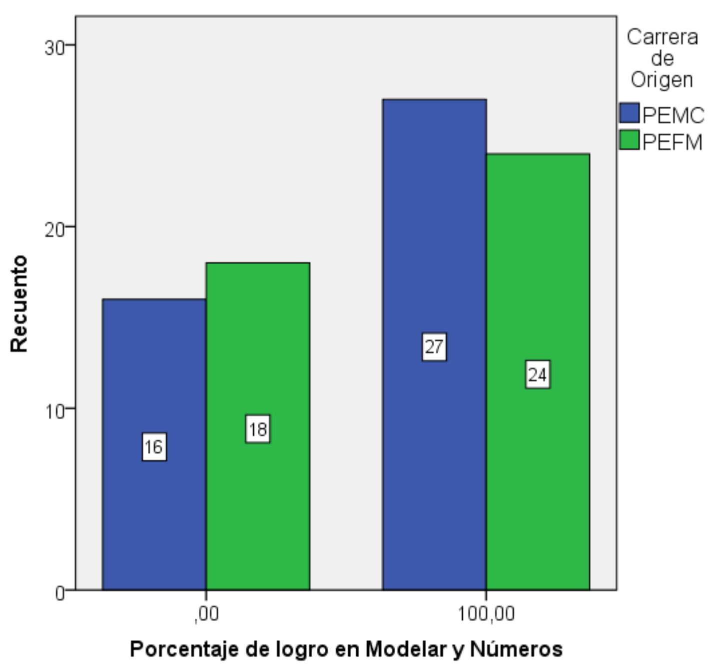
Una vez más funciones es una dimensión de contenido que presenta menor porcentaje de logro en comparación con las demás dimensiones. En ambas carreras la mayoría de los estudiantes no respondió correctamente la pregunta de la evaluación.

**Modelar:**

*Tabla 31: Estadísticos Descriptivos de desempeño por carrera en Modelar y Números*

| | PEMC | PEFM |
|---|---|---|
| **Mínimo** | 0 | 0 |
| **Máximo** | 100 | 100 |
| **Media** | 62,79 | 57,14 |
| **Desviación Estándar** | 48,91 | 50,09 |
| **Varianza** | 2392,03 | 2508,71 |
| **$Q_1$** | 0 | 0 |
| **$Q_2$ (Mediana)** | 100 | 100 |
| **$Q_3$** | 100 | 100 |

*Gráfico 26: Porcentaje de logro en Modelar y Números*

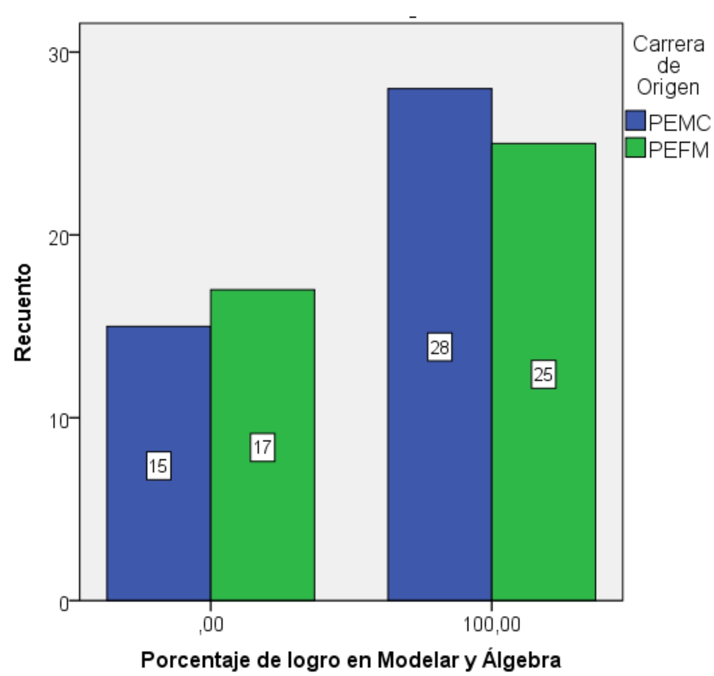


Números es la dimensión con mayor porcentaje de logro, independiente de la habilidad matemática involucrada, así lo respalda el gráfico 26, donde la mayoría de la muestra logra 100%, sin embargo, el porcentaje de estudiantes que tiene porcentaje de logro 0% no es menor, corresponde a un 37% en el caso de PEMC y a un 43% en el caso de PEFM.

*Tabla 32: Estadísticos Descriptivos de desempeño por carrera en Modelar y Álgebra*

| | **PEMC** | **PEFM** |
|---|---|---|
| **Mínimo** | 0 | 0 |
| **Máximo** | 100 | 100 |
| **Media** | 65,12 | 59,52 |
| **Desviación Estándar** | 48,22 | 49,68 |
| **Varianza** | 2325,58 | 2468,06 |
| **$Q_1$** | 0 | 0 |
| **$Q_2$ (Mediana)** | 100 | 100 |
| **$Q_3$** | 100 | 100 |

*Gráfico 27: Porcentaje de logro en Modelar y Álgebra*



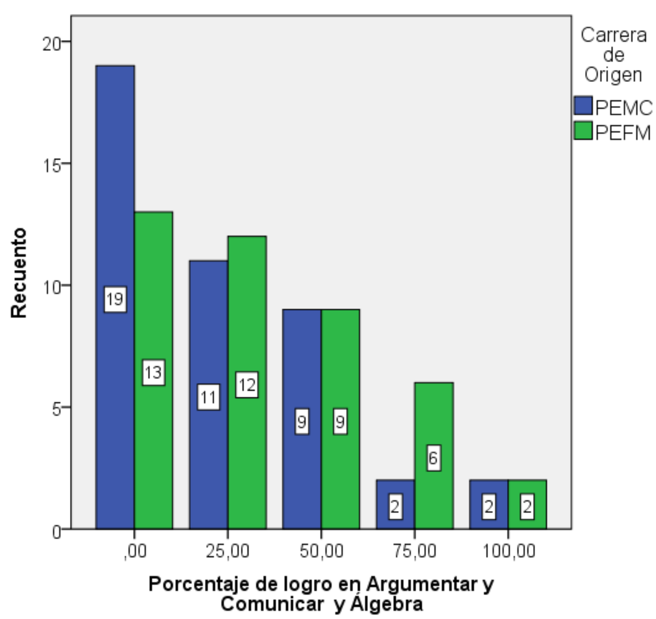
El comportamiento de las muestras en esta categoría es similar al anterior. Todo da a entender que la habilidad de Modelar es lograda por lo menos por la mitad de los estudiantes, ya sea en números o en álgebra.

**Argumentar y Comunicar:**

*Tabla 33:Estadísticos Descriptivos de desempeño por carrera en Argumentar y Comunicar y Álgebra*

| | PEMC | PEFM |
|---|---|---|
| **Mínimo** | 0 | 0 |
| **Máximo** | 100 | 100 |
| **Media** | 25 | 33,33 |
| **Desviación Estándar** | 28,35 | 30,07 |
| **Varianza** | 803,57 | 904,47 |
| **$Q_1$** | 0 | 0 |
| **$Q_2$ (Mediana)** | 25 | 25 |
| **$Q_3$** | 50 | 50 |

*Gráfico 28: Porcentaje de logro en Argumentar y Comunicar y Álgebra*

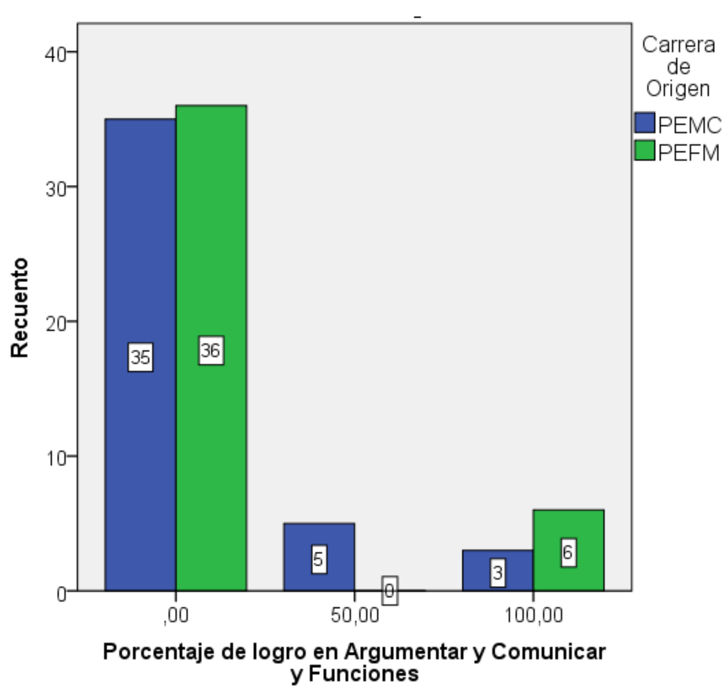


Como ya se mostró en las secciones anteriores, la habilidad de Argumentar y Comunicar es la menos adquirida por los estudiantes y el gráfico 36 muestra que los estudiantes de PEMC poseen menor porcentaje de logro que los de PEFM.

*Tabla 34:Estadísticos Descriptivos de desempeño por carrera en Argumentar y Comunicar y Funciones*

| | **PEMC** | **PEFM** |
|---|---|---|
| **Mínimo** | 0 | 0 |
| **Máximo** | 100 | 100 |
| **Media** | 12,79 | 14,29 |
| **Desviación Estándar** | 29,06 | 35,42 |
| **Varianza** | 844,41 | 1254,36 |
| **$Q_1$** | 0 | 0 |
| **$Q_2$ (Mediana)** | 0 | 0 |
| **$Q_3$** | 0 | 0 |

*Gráfico 29: Porcentaje de logro en Argumentar y Comunicar y Funciones*



En una pregunta con respuesta abierta, donde el puntaje mínimo teórico es 0 puntos y el máximo 1,5 puntos, el gráfico 29 refleja que la gran mayoría no tiene incorporada la habilidad de Argumentar y Comunicar en la dimensión de funciones.

Como se observa a lo largo del análisis realizado por carreras, el comportamiento de estas es similar en todas las categorías, con algunas variaciones mínimas. La brecha, finalmente, es similar en ambos casos.

## Capítulo IV

En este capítulo se darán a conocer las conclusiones del estudio, obtenidas a partir de las inferencias realizadas a los Mapas de Progreso del Ministerio de Educación, la evaluación diagnóstica y las mallas curriculares y Programas de Asignaturas pertenecientes a las carreras de Pedagogía en Educación Matemática y Computación y Pedagogía en Educación Física y Matemática, además del análisis estadístico obtenido a partir de los resultados de la evaluación diagnóstica de matemática 2018 de los estudiantes de las carreras de Pedagogía de la Facultad de Ciencia.

En la segunda parte de este capítulo, se plantean las limitaciones de esta investigación y se entregan algunas sugerencias y recomendaciones.

### 4.1 Conclusiones

Al realizar inferencias a los programas de las asignaturas que se consideraron pertinentes para esta investigación, se concluye que las habilidades matemáticas propuestas por el Ministerio de Educación para ser enseñadas durante la educación escolar secundaria efectivamente son necesarias al momento de ingresar a estudiar alguna de las dos carreras estudiadas. Esto quiere decir que las habilidades matemáticas esperadas por las carreras Pedagogía en Educación Matemática y Computación y Pedagogía en Educación Física y Matemática al momento de que los estudiantes hagan ingreso son Resolver Problemas, Representar, Modelar y Argumentar y Comunicar, lo que responde al objetivo específico número dos de esta investigación.

Es pertinente indicar, que como se mencionó en el Capítulo II, sección 2.1.4, el Mineduc propone trabajar las habilidades matemáticas en forma transversal con los cuatro ejes de contenidos, es decir se desarrollan las cuatro habilidades, Resolución de Problemas, Representación, Modelación y Argumentación y Comunicación, en el eje de Números, así como también en los otros tres ejes (Álgebra, Geometría y Datos y Azar). El motivo de esta aclaración, es que las asignaturas de primer año que se consideraron en las carreras estudiadas son:

- Matemática Básica (Primer Semestre, PEMC)
- Álgebra I (Primer Semestre, PEMC)
- Matemática de lo Cotidiano I (Primer Semestre, PEFM)
- Geometría Euclidiana (Segundo Semestre, PEFM)

Quedando Estadística y Probabilidad para el quinto semestre de carrera, en ambas Pedagogías, y Geometría en cuarto semestre para el caso de Pedagogía en Educación Matemática y Computación. Frente a esto, sumado con el hecho de que la evaluación diagnóstica no mide el eje de Datos y Azar, es pertinente pensar que las habilidades matemáticas relacionadas con este eje de contenido no son requeridas para el ingreso a estas dos carreras de la USACH.

Luego de realizar el análisis estadístico pertinente para este estudio, las conclusiones específicas, basadas en los resultados obtenidos, son las siguientes:

1. La habilidad matemática más adquirida es la de Resolución de Problemas, sin embargo, los porcentajes de logro más descendidos corresponden a los obtenidos en las dimensiones de funciones y geometría.
2. Las habilidades matemáticas Representar y Modelar se encuentran adquiridas en menor medida que Resolver Problemas, pues hay un porcentaje de alumnos que tuvo un logro de 0%.
3. La habilidad matemática menos lograda, es la de Argumentar y Comunicar, en las dos dimensiones que fue evaluada el resultado fue el mismo, la mayoría de los estudiantes obtuvo un porcentaje de logro muy bajo.

En resumen, dados los resultados obtenidos, es posible concluir que la hipótesis planteada se confirma, en términos de que existe una brecha entre las habilidades matemáticas de entrada y las habilidades matemáticas esperadas de los estudiantes de primer año de las carreras de Pedagogía en Matemática y Computación y Pedagogía en Física y Matemática de la USACH en el año 2018.

En cuanto a la implicancia en la enseñanza media, las conclusiones de esta investigación permiten afirmar que el Ministerio de Educación no está logrando su objetivo, los estudiantes no egresan de la enseñanza media con la totalidad de las habilidades matemáticas adquiridas. Esto es un problema al momento de su ingreso en la enseñanza superior, ya que están en desventaja académica para cursar las asignaturas respectivas.

Con respecto a la educación superior, no es un secreto que algunos estudiantes ingresan a sus respectivas carreras con un déficit de conocimientos y/o habilidades, por lo que se debiera enfrentar la situación, haciéndose cargo de su labor, en el sentido de ser consecuente con los objetivos de la misma, con lo que se les ofrece a los nuevos estudiantes, educación de calidad, profesionales capaces, entre otras cosas.

## 4.2 Limitaciones

Antes de mencionar las recomendaciones, es necesario clarificar las limitaciones de la investigación.

1. Los programas de las asignaturas de las carreras estudiadas no abarcaron la totalidad de la carga horaria del primer año, porque se escogieron con el criterio de la secuenciación de los ejes de contenidos propuestos por el Ministerio de Educación.
2. Las inferencias realizadas a los programas de las asignaturas se basaron en la experiencia de la autora.
3. La construcción de la evaluación diagnóstica fue realizada en base a objetivos de evaluación, no de habilidades matemáticas, por lo que las inferencias realizadas fueron a criterio de la autora.

### 4.3 Recomendaciones

Con base en las conclusiones obtenidas en este estudio, las recomendaciones son las siguientes:

1. Para las carreras involucradas, se sugiere realizar una revisión de sus mallas curriculares, para mantener la continuación de contenidos y habilidades matemáticas propuestas por el Ministerio de Educación, es decir, durante la educación escolar los estudiantes siguen un proceso de enseñanza de 4 ejes de contenidos desarrollados mediante 4 habilidades matemáticas y al ingresar a sus carreras respectivas ese proceso se segrega, trabajando con contenidos por una parte y priorizando ciertas habilidades, por otra. Desde el punto de vista de la educación matemática, el trabajo es transversal, desarrollar habilidades en conjunto con los contenidos.
2. Dado que la ley exige una evaluación diagnóstica institucional, sería pertinente que cada carrera colabore en el diseño y construcción de la misma, pues es de suma importancia conocer los contenidos y habilidades con las que cuentan los estudiantes antes de realizar un curso, para saber desde dónde comenzar a trabajar y cómo abordarlo.
3. Una propuesta para disminuir la brecha detectada en esta investigación no está alejada de lo que ya realizan algunas carreras, se trata de implementar cursos de nivelación, ya sea antes de comenzar el semestre académico (en el receso de vacaciones) o incluirlos en la malla curricular de las carreras, pero este curso de nivelación además de estar enfocado en los contenidos necesarios para cursar la asignatura, debe desarrollar las habilidades matemáticas que los estudiantes requieren para enfrentarse a la misma. Si bien la adquisición de conocimientos específicos es importante en el aprendizaje escolar, la aplicación de esos conocimientos en la vida adulta depende rigurosamente de la adquisición de conceptos y habilidades más amplios (OCDE, 2006). Como se manifestó en este estudio, la habilidad de Argumentar y Comunicar no está interiorizada en los estudiantes, por lo que hay que desarrollarla mediante prácticas en que el estudiante

aplique la diferencia entre lo que es intuitivo y lo que es matemático como tal, que verifique, demuestre, infiera, entre otras cosas. El resto de las habilidades, se deben potenciar del mismo modo, considerando que, si un estudiante aprende las habilidades matemáticas, es probable que se le facilite aplicarlas en cualquier contenido. La experiencia docente permite pensar que los contenidos se olvidan, sin embargo, las habilidades permanecen, debido a que las habilidades tienen que ver con una capacidad y se desarrollan mediante un proceso de construcción, mientras que el contenido se puede memorizar.

4. Para complementar esta investigación, se puede realizar un estudio incorporando los datos que se obtienen de la PSU y así tener una visión global de los conocimientos y habilidades que poseen los estudiantes. El Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educacional, DEMRE, emite un informe de Desempeño de los Estudiantes Matriculados en la Educación Superior (IDEMES) por careras, conformado por dos partes: la primera entrega una síntesis del proceso de Admisión mediante una descripción global de los estudiantes con respecto a variables socioeconómicas y demográficas informadas al momento de inscribirse para rendir la PSU. En la segunda parte se entrega un análisis del desempeño alcanzado por el grupo de estudiantes en la batería PSU. Esta información permitiría tener una visión más amplia acerca de las deficiencias que presentan los estudiantes al momento de su ingreso a la educación superior y podría ayudar en la construcción de una evaluación diagnóstica pertinente para cada generación de estudiantes. Cabe mencionar que todas las generaciones de estudiantes son diferentes, por lo que, para aplicar una evaluación diagnóstica, es necesaria su reestructuración año a año.

**Bibliografía**


Astin, A. (1984). Student Involvement: A Developmental Theory for Higher Education. Journal of College Student Personnel.

Briones, G. (1996). *Metodología de la investigación cuantitativa en las ciencias sociales.* Bogotá: ICFES.

Brito, H. (1987). *Psicología general para los Institutos Superiores Pedagógicos.* Ciudad de la Habana.

Carvajal Olaya , P., & Trejos Carpintero, Á. (2016). Revisión de Estudios sobre Deserción Estudiantil en Educación Superior en Latinoamérica bajo la Perspectiva de Pierre Bourdieu. *Congreso CLABES*. Obtenido de https://revistas.utp.ac.pa/index.php/clabes/article/view/1324

Casanova, García, & Miranda. (2018). Motivos de Abandono de los Estudiantes de la Universidad Católica de la Santísima Concepción. *Congreso CLABES*. Obtenido de http://revistas.utp.ac.pa/index.php/clabes/article/view/1911

Cubillos Romo, J. E., Altamirano Ojeda, O. J., & Prado Cendoya, G. A. (2017). Retiro y completación en educación superior. Algunas pistas para repensar programas de intervención. *Revista Iberoamericana de Educación Superior, III*(21), 154-172. Obtenido de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=299149615010

Donoso Díaz, S., Donoso, G., & Arias, Ó. (2010). Iniciativas de retención de estudiantes de educación superior. *Calidad en la Educación*, 15-61. Obtenido de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3731361

Educación 2020. (31 de enero de 2019). *Educación 2020*. Obtenido de educacion2020.cl/noticias/educacion-2020-sobre-SIMCE 2017

Ferrer, M. (2000). La Resolución de Problemas en la Estructuración de un Sistema de Habilidades Matemáticas en la Escuela Media Cubana (Tesis doctoral, Instituto Superior Pedagógico Frank País García). Santiago, Cuba. Obtenido de http://www.eumed.net/tesis-doctorales/2010/mfv/

Figueroa, & González. (2016). Articulación Entre Programas Y Acciones Orientados Al Acceso Y Permanencia En La Universidad De Santiago De Chile. *Congresos CLABES*. Obtenido de http://revistas.utp.ac.pa/index.php/clabes/article/view/1369

Figureroa, L. F. (2018). *Procesos estocásticos para Ingeniería.* Santiago: USACH.

Frites, C., & Miranda, R. (2014). *Tutorías y Nivelación en la Universidad de Santiago: Tensiones y Desafíos en la implementación de iniciativas de Permanencia.* Obtenido de https://www.paiep.usach.cl

Geissler, E. (1975). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática.* La Habana: Pueblo y Educación.

Gómez Torres, F., Acevedo Villalobos, E., & Salamanca Velandia, S. (2015). Diagnóstico de Deserción Académica Universitaria de la Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia I. Percepción de los Estudiantes Activos. *Puente Revista Científica*, 75-84. Obtenido de https://revistas.upb.edu.co/index.php/puente/article/download/7124/6515

Hackman, J., & Dysinger, W. (1970). Commitment to College as factor in Student Attrition. Summer: Sociology of Education.

Himmel, E. (2002). Modelo de análisis de la deserción estudiantil en la educación superior. *Calidad en la Educación, 17*, 91-108. doi:https://doi.org/1031619/caledu.n17.409

Latorre Navarro, M., Aravena, P., Milos, P., & García, M. (2010). Competencias habilitantes: un aporte para el reforzamiento de las trayectorias formativas universitarias. *Calidad en la Educación*(33), 275-301. Obtenido de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3732194

Lupiáñez, J. (2005). *Objetivos y Fines de la Educación Matemática. Capacidades y Competencias Matemáticas.* Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/255618556_OBJETIVOS_Y_FINES_DE_LA_EDUCACION_MATEMATICA_CAPACIDADES_Y_COMPETENCIAS_MATEMATICAS

Ministerio de Educación. (2007). Mapas de Progreso del Aprendizaje. Sector Matemática Mapa de Progreso de Números y Operaciones. Santiago, Chile: Mineduc.

Ministerio de Educación. (2009). Mapas de Progreso de Aprendizaje. Sector Matemática Mapa de Progreso de Álgebra. Santiago, Chile: Mineduc.

Ministerio de Educación. (2009). Mapas de Progreso de Aprendizaje. Sector Matemática Mapa de Progreso de Datos y Azar. Santiago, Chile: Mineduc.

Ministerio de Educación. (2009). Marco Curricular. Santiago, Chile: Mineduc.

Ministerio de Educación. (2010). Mapas de Progreso del Aprendizaje. Sector Matemática Mapa de Progreso de Geometría. Santiago, Chile: Mineduc.

Ministerio de Educación. (2015). Bases Curriculares 7mo básico a 2do medio. Santiago, Chile: Mineduc.

Ministerio de Educación. (2018). *Informe de Matrícula Educación Superior 2018.* Santiago: Mineduc.

Miranda, M. (2018). Educación escolar y educación superior. Un diálogo necesario para construir relaciones sistémicas. *Calidad en la Educación*(23), 17-26. Obtenido de https://doi.org/10.31619/caledu.n23.286

Montenegro Moracén, E. (2010). Procedimiento para el Diagnóstico de Habilidades Lógicas a través de la Matemática. *Cuadernos de Educación y Desarrollo, 2*(22). Obtenido de http://www.eumed.net/rev/ced/22/eimm.htm

Muñoz , S., Muñoz , M., Muñoz, C., & Gallardo, T. (2016). Abandono Estudiantil En La Educación Superior: Caso De Estudio Sobre Las Matemáticas Básicas Como Factor Asociado. *Congreso CLABES*. Obtenido de http://revistas.utp.ac.pa/index.php/clabes/article/view/1354

OCDE. (2006). *El Programa PISA de la OCDE qué es y para qué sirve.* Santiago: Santillana.

OECD. (2004). *Learning for tomorrow's world: First results from PISA 2003.* Paris: OECD.

Orellana, L. (2019). *Departamento de Matemática Facultad de Ciencias exactas y naturales Universidad de Buenos Aires.* Obtenido de http://www.dm.uba.ar/materias/estadistica_Q/2011/1/modulo%20descriptiva.pdf

Pérez Porto, J., & Gardey, A. (2012). *Definición.De*. Obtenido de https://definicion.de/competencia/

Rico, L. (2006). La Competencia Matemática en PISA. *PNA*, 47-66. Obtenido de http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/conocimiento/La%C2%A0Competencia%C2%A0Matem%C3%A1tica%C2%A0en%C2%A0Pisa*Rico,%20Luis*competencia%20en%20PISA.pdf

Tinto, V. (1987). *Leaving College: Rethinking the causes and cures of student attirtion.* Chicago, Chicago: The University of Chicago Press.

Universidad de Chile. (2008). Estudio sobre causas de la deserción Universitaria. UCH.

Universidad de Santiago de Chile. (2012). Manual de Revisión y Diseño Curricular Universitario. Santiago: USACH.

Universidad de Santiago de Chile. (2014). Modelo Educativo Institucional. Santiago, Chile: USACH.

Universidad de Santiago de Chile. (2015). *PMI: Plan de fortalecimiento de la formación inicial y continua de los profesores egresados de la Universidad de Santiago de Chile: una propuesta para la calidad y la equidad, en el marco de las necesidades de la educación chilena.* Santiago: USACH.

Universidad de Santiago de Chile. (2017). *Anuario Estadístico.* Santiago: USACH.

Universidad de Santiago de Chile. (2017). *Cuenta Anual.* Santiago: USACH.

USACH. (2018). *Resultados Evaluación de Diagnóstico: Pensamiento Matemático Forma A.* Usach. Santiago: USACH.

Vicerrectoría Académica USACH. (2017). Modelo de seguimiento a la trayectoria - Indicadores de rendimiento académico. Santiago, Chile: USACH.

Vicerrectoría Académica USACH. (2012). Manual de revisión y diseño curricular. Santiago, Chile: USACH.

# ANEXOS

Ministerio de Educación

Gobierno de Chile

BASES CURRICULARES

7° Y 8° BÁSICO

1° Y 2° MEDIO

# MATEMÁTICA

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

16 DE DICIEMBRE DE 2013

PROPUESTA APROBADA POR EL CONSEJO NACIONAL DE EDUCACIÓN
[ DECRETO EN TRÁMITE ]

# BASES CURRICULARES MATEMÁTICA

## 7° y 8° básico – 1° y 2° medio

### Introducción

Comprender las matemáticas y ser capaz de aplicar sus conceptos y procedimientos a la resolución de problemas reales es fundamental para los ciudadanos en el mundo moderno. Para resolver e interpretar una cantidad cada vez mayor de problemas y situaciones de la vida diaria, en contextos profesionales, personales laborales, sociales y científicos se requiere de un cierto nivel de comprensión de las matemáticas, de razonamiento matemático y del uso de herramientas matemáticas. La formación matemática y la alfabetización matemática de todos los ciudadanos se considera un elemento esencial a tener en cuenta para el desarrollo de cualquier país. Se conoce como alfabetización matemática a la capacidad de identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios bien fundados y usar en forma adecuada tanto los conocimientos como las herramientas matemáticas para resolver problemas cotidianos.

El conocimiento matemático y la capacidad para usarlo tienen profundas e importantes consecuencias en la formación de las personas. Aprender matemática influye en el concepto que niños, jóvenes y adultos construyen sobre sí mismos y sus capacidades, en parte porque el entorno social lo valora y lo asocia a logros, beneficios y capacidades de orden superior, pero sobre todo porque faculta para confiar en el propio razonamiento y para usar de forma efectiva diversas estrategias para resolver problemas significativos relacionados con su vida. Así, el proceso de aprender matemática ayuda a que la persona se sienta un ser autónomo y valioso en la sociedad. En consecuencia, se trata de un conocimiento cuya calidad, pertinencia y amplitud afecta la calidad de vida de las personas y sus posibilidades de actuar en el mundo.

La Matemática es una herramienta fundamental que explica la mayoría de los avances de nuestra sociedad y les sirve de soporte científico. Los aportes de la matemática están en la base de la innovación en tecnología, ciencia, transporte, comunicaciones y se aplican en otras áreas, como las artes, la geografía y la economía. Tradicionalmente, el aprendizaje de esta disciplina se ha asociado solo con asimilar fórmulas, procedimientos y símbolos; sin embargo, la matemática es dinámica, creativa, utiliza un lenguaje universal y se ha desarrollado como medio para aprender a pensar y para resolver problemas. Por otra parte, se suele hacer referencia a ella como un espacio de certeza y de estabilidad (como ocurre en el álgebra o la geometría), pero también propone explicaciones a fenómenos inciertos de la vida cotidiana, por lo que el pensamiento estadístico y probabilístico son componentes destacados de la matemática. Así es capaz de explicar los patrones y las irregularidades, la continuidad y el cambio.

La formación matemática ofrece también la posibilidad de trabajar con entes abstractos y con las relaciones entre ellos, preparando a los estudiantes para comprender el medio en que se desenvuelven; un medio en que la cultura, la tecnología y las ciencias se están redefiniendo y haciendo más complejas permanentemente. Esto queda de manifiesto en la cantidad de información que contiene datos e ideas abstractas acerca de temas económicos, técnicos y científicos entre otros. Estas Bases proponen formar un alumno que perciba la matemática en su entorno y que se valga de los conocimientos adquiridos para describir y analizar el mundo con el fin de desenvolverse efectivamente en él. Se procura que la asignatura lo faculte para integrar el conocimiento matemático con otros tipos de conocimientos, de modo de poder sacar conclusiones y enfrentar situaciones cotidianas de diferente complejidad. La matemática entrega herramientas únicas y poderosas para entender el mundo.

En esa perspectiva, es indispensable que los alumnos adquieran una sólida comprensión de los conceptos matemáticos fundamentales como los números enteros, las potencias y raíces, porcentaje, las funciones, ecuaciones e inecuaciones, la homotecia, el muestreo y el azar, y muestren su comprensión por medio de la representación, la operatoria, la explicación, la relación y la aplicación de éstos. Con esto, se espera que los estudiantes adquieran la capacidad de emplear e interpretar las matemáticas en diversos contextos. Esto implica que deben aprender a aplicar el razonamiento matemático y a utilizar conceptos, procedimientos, datos y herramientas para entender, describir, explicar y predecir fenómenos. De esta forma, podrán reconocer el papel que juega esta disciplina en el mundo, formular juicios bien fundados y tomar decisiones necesarias y constructivas.

Para lograrlo, es necesario que desarrollen el **pensamiento matemático**, uno de los principales focos a los cuales se orienta el currículum de esta asignatura. Esto implica formar un alumno que perciba la matemática en su entorno y que se valga de los conocimientos adquiridos como una herramienta útil para describir el mundo y para manejarse efectivamente en él; que reconozca las aplicaciones de la matemática en diversos ámbitos y que la use para comprender situaciones y resolver problemas. El pensamiento matemático se define como una capacidad que nos permite comprender las relaciones que se dan en el entorno, cuantificarlas, razonar sobre ellas, representarlas y comunicarlas. En este sentido, el papel de la enseñanza de las matemáticas es desarrollar las habilidades que generan el pensamiento matemático, sus conceptos y procedimientos básicos, con el fin de comprender y producir información representada en términos matemáticos. Se pretende que los estudiantes desarrollen el razonamiento lógico, que implica seleccionar, ordenar y clasificar consistentemente de acuerdo a criterios bien definidos, así como seguir reglas e inferir resultados. En este ciclo, se pretende además que avancen progresivamente hacia el trabajo deductivo y el pensamiento abstracto, dándole sentido a sus experiencias a partir de premisas o símbolos matemáticos.

La asignatura se focaliza en la **resolución de problemas**. Resolver un problema implica no solo poner en juego un amplio conjunto de habilidades, sino también la creatividad para buscar y probar diversas soluciones. Al poner el énfasis en la resolución de problemas, se busca, por un lado, que los alumnos descubran la utilidad de las matemáticas en la vida real y, por otro, abrir espacios para conectar esta disciplina con otras asignaturas. En este contexto, muchas veces lo que más aporta al aprendizaje de los estudiantes no es la solución a un problema matemático, sino el proceso de búsqueda creativa de soluciones.

Otro de los énfasis del currículum de Matemática consiste en que los estudiantes sean capaces de transitar entre los distintos niveles de **representación** (concreto, pictórico y simbólico), traduciendo situaciones de la vida cotidiana a lenguaje formal o utilizando símbolos matemáticos para resolver problemas o explicar situaciones concretas. Con esto se logra que las expresiones matemáticas tengan un sentido próximo para los estudiantes.

Las Bases Curriculares dan relevancia al **modelamiento matemático**. El objetivo de desarrollar esta habilidad es lograr que el estudiante construya una versión simplificada y abstracta de un sistema que opera en la realidad, que capture los patrones clave y los exprese mediante símbolos matemáticos.

Asimismo, las **habilidades comunicativas y argumentativas** son centrales en este escenario. Las primeras se relacionan con la capacidad de expresar ideas con claridad y son muy importantes para comprender el razonamiento que hay detrás de cada problema resuelto o concepto comprendido. Las segundas permiten a los estudiantes desarrollar una actitud reflexiva y abierta al debate de sus fundamentos. Por otro lado, las bases de la asignatura promueven **el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) fundamentalmente** como un apoyo para la comprensión del conocimiento matemático, para manipular representaciones de funciones y de objetos geométricos, o bien para organizar la información y comunicar resultados. La asignatura se orienta a que los estudiantes comprendan las distintas operaciones matemáticas, por lo tanto el uso de TIC como herramienta de cálculo debe reservarse para las comprobaciones rápidas de cálculos, y para efectuar una gran cantidad de operaciones u operaciones con números muy grandes. Es necesario que los estudiantes comprendan y apliquen los conceptos y las operaciones involucradas antes de usar estos medios.

Considerando que el proceso de aprendizaje que propone esta Bases curricular para Matemática relaciona constantemente las experiencias de los estudiantes con el conocimiento matemático, se espera que ellos desarrollen una inclinación favorable hacia la disciplina. Especialmente, en relación a los injustificados resultados inferiores de las mujeres en la asignatura[1], es esperable lograr mayor confianza y empatía de las estudiantes hacia el aprendizaje de la matemática, y estimular su participación en la clase de matemática en condiciones de igualdad.

# ORGANIZACIÓN CURRICULAR

## A. Habilidades

En este ciclo, se desarrollan cuatro habilidades (resolver problemas, representar, modelar y argumentar y comunicar) que se interrelacionan y juegan un papel fundamental en la adquisición de nuevas destrezas y conceptos y en la aplicación de conocimientos en contextos diversos.

**Resolver problemas**
Aprender a resolver problemas es tanto un medio como un fin en la adquisición de una buena educación matemática. Se habla de resolver problemas (en lugar de ejercicios) cuando el estudiante logra solucionar una situación problemática dada, contextualizada o no, sin que se le haya indicado un procedimiento a seguir. Para ello, necesita usar estrategias, comprobar y comunicar: los alumnos experimentan, escogen o inventan y aplican diferentes estrategias (ensayo y error, usar metáforas o algún tipo de representación, modelar, simulación, transferencia desde problemas similares ya resueltos, por descomposición, etc.), comparan diferentes vías de solución, evalúan las respuestas obtenidas y su pertinencia. De este modo, se fomenta el pensamiento reflexivo, crítico y creativo. Cabe destacar que la importancia de la habilidad de resolver problemas debe ser desarrollada y aplicada frecuentemente en problemas rutinarios como no rutinarios. En este contexto, muchas veces lo que más aporta al aprendizaje de los estudiantes no es la solución a un problema matemático, sino el proceso de búsqueda creativa de soluciones.

También es importante que los alumnos desarrollen la capacidad de plantearse problemas y de hacer preguntas. Esto lleva a comprender la clase como un lugar donde se entrelazan la creatividad y la curiosidad del estudiante, donde se pueden formular nuevas preguntas y generar situaciones de interés personal en el marco de proyectos. Específicamente, se espera que el alumno logre plantearse nuevos problemas y resolverlos, utilizando conocimientos previos e investigando sobre lo que desconoce, pero que es necesario para llegar a la resolución.

---

[1] Agencia de Calidad de la Educación, Chile. (2011) *Resultados TIMSS 2011 Chile: Estudio internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias.* Santiago de Chile
Chile, Ministerio de Educación SIMCE – Unidad de Curriculum y Evaluación (2009). *Resumen de resultados PISA 2009 Chile*. Recuperado de http://www.agenciaeducacion.cl/wp-content/files_mf/resumenderesultadospisa2009chile..pdf

**Representar**

Para trabajar con matemática de manera precisa, se requiere conocer un lenguaje simbólico (abstracto). En esta propuesta, al igual que en la de Educación Básica, se propone que los alumnos transiten fluidamente desde la representación concreta hacia la pictórica, para más tarde avanzar progresivamente hacia un lenguaje simbólico. Las metáforas, las representaciones y las analogías juegan un rol clave en este proceso de aprendizaje, y dan al alumno la posibilidad de construir sus propios conceptos matemáticos. Representar tiene grandes ventajas para el aprendizaje, entre ellas permite el relacionar el conocimiento intuitivo con una explicación formal de las situaciones, ligando diferentes niveles de representación (concreto, pictórico y simbólico) ; el potenciar la comprensión, memorización y explicación de las operaciones relaciones y conceptos matemáticos y el brindarle a las expresiones matemáticas un significado cercano. De esta manera, la matemática se vuelve accesible para todos, se hace cercana a la vida y a la experiencia de todos, y así se amplía el número de estudiantes que aprenden matemática y lo hacen con una adecuada profundidad.

El alumno de este ciclo adquiere conocimientos por medio del "aprender haciendo" en situaciones concretas, traduciéndolas a un nivel gráfico y utilizando símbolos matemáticos; de esa manera, logra un aprendizaje significativo y desarrolla su capacidad de pensar matemáticamente. Específicamente, se espera que extraigan información desde el entorno y elijan distintas formas de expresar esos datos (tablas, gráficos, diagramas, metáforas, símbolos matemáticos, etc.) según las necesidades de la actividad o la situación; que usen e interpreten representaciones concretas, pictóricas y/ o simbólicas para resolver problemas; y que identifiquen la validez y las limitaciones de esas representaciones según el contexto.

**Modelar**

En la presente propuesta, se considera que modelar es construir un modelo físico o abstracto que capture parte de las características de una realidad para poder estudiarla, modificarla y/o evaluarla; asimismo, ese modelo permite buscar soluciones, aplicarlas a otras realidades (objetos, fenómenos, situaciones, etc.), estimar, comparar impactos y representar relaciones. Así, los alumnos aprenden a usar variadas formas para representar datos, y a seleccionar y aplicar los métodos matemáticos apropiados y las herramientas adecuadas para resolver problemas. De este modo, las ecuaciones, las funciones y la geometría cobran un sentido significativo para ellosSe pretende que, por medio del modelamiento matemático, los estudiantes apliquen métodos matemáticos apropiados y herramientas para resolver problemas del mundo real.

Al construir modelos, los alumnos descubren regularidades o patrones y son capaces de expresar esas características fluidamente, sea con sus propias palabras o con un lenguaje más formal; además, desarrollan la creatividad y la capacidad de razonamiento y de resolución de problemas, y encuentran soluciones que pueden transferir a otros contextos. Se espera que, en este ciclo, el estudiante:

- use modelos y entienda y aplique correctamente las reglas que los definen
- seleccione modelos, comparándolos según su capacidad de capturar fenómenos de la realidad
- ajuste modelos, cambiando sus parámetros o considerando buenos parámetros de un modelo dado

La capacidad de modelar se puede aplicar en diversos ámbitos y contextos que involucren operaciones matemáticas con números reales y/o con expresiones algebraicas, análisis de datos, probabilidad de ocurrencia de eventos y sistemas geométricos

Por otro lado, usar metáforas de experiencias cercanas ayuda a los estudiantes a comprender conocimientos matemáticos; por ejemplo: explicar las funciones como una máquina que transforma los números, u ordenar los números en una recta y explicar la adición como pasos hacia la derecha de la recta. En el uso de metáforas se reconocen tres ventajas para el aprendizaje: relacionar experiencias personales con el conocimiento formal, potenciar la comprensión, memorización y explicación de conceptos matemáticos, y brindar a las expresiones matemáticas un significado cercano.

**Argumentar y comunicar**
La habilidad de argumentar se desarrolla principalmente al tratar de convencer a otros de la validez de los resultados obtenidos. Es importante que los alumnos tengan la oportunidad de describir, explicar, argumentar y discutir colectivamente sus soluciones y sus inferencias a diversos problemas, escuchándose y corrigiéndose mutuamente. Así aprenderán a generalizar conceptos, a utilizar un amplio abanico de formas para comunicar sus ideas, utilizando metáforas y representaciones.

En la educación media se apunta principalmente a que los alumnos establezcan la diferencia entre una argumentación intuitiva y una argumentación matemática, y que sean capaces de interpretar y comprender cadenas de implicaciones lógicas; así podrán hacer predicciones eficaces en variadas situaciones y plantear conjeturas, hipótesis, ejemplos y afirmaciones condicionadas. Se espera que desarrollen su capacidad de verbalizar sus intuiciones y llegar a conclusiones correctamente, y que también aprendan a detectar afirmaciones erróneas, absurdas o generalizaciones abusivas. De esta manera, serán capaces de realizar demostraciones matemáticas de proposiciones, apoyadas por medio de diferentes representaciones pictóricas y con explicaciones en lenguaje natural, para llegar finalmente a un lenguaje matemático. Además, al practicar estas dos habilidades, se fomenta el trabajo en equipo y la búsqueda de soluciones en forma colaborativa por lo que también se estimula la capacidad de expresar y escuchar ideas de otros, así como la creatividad y la actitud reflexiva.

# B. Ejes temáticos

En este ciclo, los conocimientos se organizan en cuatro ejes temáticos: Números, Álgebra y funciones, Geometría y Probabilidad y estadística. Dentro de cada uno de estos ejes, se puede desarrollar cada una de las habilidades descritas recientemente.

### NÚMEROS

En este eje, los estudiantes trabajan la comprensión de nuevos números, y las operaciones entre ellos. Progresan desde los números enteros hasta los números reales. En este camino, comprenden cómo los distintos tipos de números y sus reglas respecto de las operaciones básicas, permiten modelar situaciones cotidianas más amplias. El trabajo con potencia comienza con la base diez y su uso en la notación científica, y su intención es tratar el concepto de manera concreta, pictórica y simbólica. Se espera además, que comprendan y manejen adecuadamente los porcentajes y las posibilidades de este concepto para modelar situaciones de otras áreas.

El trabajo que efectuarán los alumnos en este eje incluye formas de representar estos “nuevos números”, de relacionarlos y de utilizarlos para resolver problemas y para manejarse en la vida diaria. Un énfasis de este eje es representar dichos números en la recta numérica. Se espera que, en este ciclo, los estudiantes sean capaces de aproximar, estimar y calcular con precisión, y tengan una noción clara de lo que es la cantidad, la magnitud y la medida de objetos utilizando estos números.

En cuanto al cálculo, deben ser precisos en los algoritmos, pero siempre en un contexto real y adecuado a la realidad de los jóvenes; es decir, el cálculo debe orientarse a resolver problemas en forma contextualizada y real, más que emplear los algoritmos sin sentido. Se debe fomentar y permitir que los alumnos usen la calculadora cuando ya han aprendido las operaciones elementales en un ámbito numérico limitado.

Se espera que, al final de este ciclo, los estudiantes puedan transitar por las diferentes formas de representación de un número (concreta, pictórica y simbólica).

**ÁLGEBRA Y FUNCIONES**

En este eje, se espera que los estudiantes comprendan la importancia del lenguaje algebraico para expresarse en matemática y las posibilidades que ese lenguaje les ofrece. Se espera que escriban, representen y usen expresiones algebraicas para designar números; que establezcan relaciones entre ellos mediante ecuaciones, inecuaciones o funciones, siempre en el contexto de resolver problemas; y que identifiquen regularidades que les permitan construir modelos y expresen dichas regularidades en lenguaje algebraico. Este eje pone especial énfasis en que los alumnos sean capaces de reconocer modelos y ampliarlos, y en que desarrollen la habilidad de comunicarse por medio de expresiones algebraicas.

Los aprendizajes en Álgebra y funciones se relacionan fuertemente con el eje de Números; un trabajo adecuado en ambos ejes permitirá a los alumnos desarrollar conceptos nuevos cuando cursen niveles superiores y fortalecer los adquiridos en el ciclo anterior. Se espera que, al final de este periodo, los estudiantes comprendan y manipulen expresiones algebraicas sencillas y que establezcan relaciones entre estas expresiones mediante ecuaciones o inecuaciones. Especialmente, se pretende que puedan usar metáforas para interiorizarse del concepto de función y cómo utilizarla para manipular, modelar y encontrar soluciones a situaciones de cambios en diferentes ámbitos, como el aumento de ventas en un tiempo determinado. Específicamente, se espera que transformen expresiones algebraicas en otras equivalentes para resolver problemas y que sean capaces de justificar su proceder; que expresen igualdades y desigualdades mediante ecuaciones e inecuaciones y que las apliquen para resolver problemas; que comprendan las funciones lineales las funciones cuadráticas y sus respectivas representaciones, y que resuelvan problemas con ellas.

**GEOMETRÍA**

En este eje, se espera que los estudiantes desarrollen sus capacidades espaciales y que entiendan que ellas les permiten comprender el espacio y sus formas. Para lograr esto, los alumnos comparan, miden y estiman magnitudes, y analizan propiedades y características de diferentes figuras geométricas de dos y tres dimensiones. En este eje, la habilidad de representar juega un rol especial. Los estudiantes deben describir posiciones y movimientos usando coordenadas y vectores, y tienen que obtener conclusiones respecto de las propiedades y las características de lugares geométricos, de polígonos y cuerpos conocidos, por medio de representaciones. Deben transitar desde un ámbito bidimensional a uno tridimensional por medio de caras, bases, secciones, sombras y redes de puntos.

Los alumnos aprenderán a calcular perímetros, áreas y volúmenes al resolver problemas técnicos y cotidianos. Al final de este ciclo, deberán ser capaces de apreciar y utilizar de manera adecuada y precisa las propiedades y relaciones geométricas, tendrán que ser competentes en mediciones geométricas y deberán poder relacionar la geometría con los números y el álgebra de manera armoniosa y concreta. Este eje presenta por primera vez las razones trigonométricas para que los alumnos tengan más herramientas para la resolución de problemas. Más aún, propone que los alumnos comprendan las representaciones de coordenadas en el plano cartesiano y usen destrezas de visualización espacial. En este proceso de aprendizaje, los estudiantes deben utilizar diferentes instrumentos de medida para visualizar ciertas figuras 2D o 3D y se recomiendan tanto las construcciones manuales como las tecnológicas.

**PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA**

Este eje responde a la necesidad de que todos los estudiantes aprendan a realizar análisis, inferencias y obtengan información a partir de datos estadísticos. Se espera formar alumnos críticos que puedan utilizar la información para validar sus opiniones y decisiones; que sean capaces de determinar situaciones conflictivas a raíz de interpretaciones erróneas de un gráfico y de las posibles manipulaciones intencionadas que se pueden hacer con los datos. En el área de la probabilidad, se espera que estimen de manera intuitiva y que calculen de manera precisa la probabilidad de ocurrencia de eventos; que determinen la probabilidad de ocurrencia de eventos en forma experimental y teórica, y que construyan modelos probabilísticos basados en situaciones aleatorias.

Específicamente, se espera que los estudiantes diseñen experimentos de muestreo aleatorio para inferir sobre características de poblaciones; registren datos desagregados por sexo cada vez que tenga sentido; utilicen medidas de tendencia central, de posición y de dispersión para resolver problemas. El enfoque de este eje radica en la interpretación y visualización de datos estadísticos, en las medidas que permitan comparar características de poblaciones y en la realización, la simulación y el estudio de experimentos aleatorios sencillos, para construir desde ellos la teoría y modelos probabilísticos. En particular, al final de este ciclo el estudiante debe comprender el rol de la probabilidad en la sociedad, utilizando herramientas de la estadística y de la probabilidad misma.

## C. Actitudes

Las Bases Curriculares de Matemática promueven un conjunto de actitudes que derivan de los objetivos de la Ley General de Educación y de los Objetivos de Aprendizaje Transversales (OAT). Estas actitudes se relacionan con la asignatura y se orientan al desarrollo social y moral de los estudiantes.

Las actitudes son objetivos de aprendizaje y se deben desarrollar de forma integrada con los conocimientos y habilidades propios de la asignatura. Se debe promover el logro de estas actitudes de manera sistemática y sostenida mediante las actividades de aprendizaje, las interacciones en la clase, las actividades extra-programáticas, las rutinas escolares y también mediante el ejemplo y la acción cotidiana del docente y de la comunidad escolar.

Las actitudes a desarrollar en la asignatura de MATEMÁTICA son las siguientes:

A. Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas.

B. Demostrar curiosidad e interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.

C. Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor en la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.

D. Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.

E. Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.

F. Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas.

# 7° Básico | MATEMÁTICA

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

*Los estudiantes serán capaces de:*

### HABILIDADES

**Resolver Problemas**

a. Resolver problemas utilizando estrategias tales como:
    - destacar la información dada
    - usar un proceso de ensayo y error sistemático
    - aplicar procesos reversibles
    - descartar información irrelevante
    - usar problemas similares

b. Evaluar procedimientos y comprobar resultados propios y de otros, de un problema matemático.
c. Utilizar sus propias palabras, gráficos y símbolos matemáticos para presentar sus ideas o soluciones.

**Argumentar y Comunicar**

d. Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos.
e. Explicar y fundamentar:
    - soluciones propias y los procedimientos utilizados
    - resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.

f. Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos.
g. Evaluar la argumentación de otros dando razones.

**Modelar**

h. Usar modelos, realizando cálculos, estimaciones y simulaciones, tanto manualmente como con ayuda de instrumentos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria.
i. Seleccionar y ajustar modelos, para resolver problemas asociados a ecuaciones e inecuaciones de la forma $ax + b >, <, = c$, con $a, b, c \in N$, comparando dependencias lineales.
j. Evaluar la pertinencia de modelos:
    - en relación al problema presentado
    - considerando sus limitaciones

**Representar**

k. Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para enunciados y situaciones en contextos diversos (tablas, gráficos, recta numérica, entre otros).
l. Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación.
m. Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas.

## EJES TEMÁTICOS

### NÚMEROS

1. Mostrar que comprenden la adición y la sustracción de números enteros:
   - representando los números enteros en la recta numérica
   - representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica
   - dándole significado a los símbolos + y – según el contexto (por ejemplo: un movimiento en una dirección seguido de un movimiento equivalente en la posición opuesta no representa ningún cambio de posición)
   - resolviendo problemas en contextos cotidianos

2. Explicar la multiplicación y la división de fracciones positivas:
   - utilizando representaciones concretas, pictóricas y simbólicas
   - relacionándolas con la multiplicación y la división de números decimales

3. Resolver problemas que involucren la multiplicación y la división de fracciones y de decimales positivos de manera concreta, pictórica y simbólica (de forma manual y/o con software educativo).

4. Mostrar que comprenden el concepto de porcentaje:
   - representándolo de manera pictórica
   - calculando de varias maneras
   - aplicándolo a situaciones sencillas

5. Utilizar potencias de base 10 con exponente natural:
   - usando los términos potencia, base, exponente, elevado
   - definiendo y usando el exponente 0 en el sistema decimal
   - expresando números naturales en notación científica (sistema decimal)
   - resolviendo problemas, usando la notación científica

### ÁLGEBRA y FUNCIONES

6. Utilizar el lenguaje algebraico para generalizar relaciones entre números, para establecer y formular reglas y propiedades y construir ecuaciones.

7. Reducir expresiones algebraicas, reuniendo términos semejantes para obtener expresiones de la forma $ax+by+cz$ $\quad a, b, c, \in \mathbb{Z}$

8. Mostrar que comprenden las proporciones directas e inversas:
   - realizando tablas de valores para relaciones proporcionales
   - graficando los valores de la tabla
   - explicando las características de la gráfica
   - resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas

9. Modelar y resolver problemas diversos de la vida diaria y de otras asignaturas, que involucran ecuaciones e inecuaciones lineales de la forma:
   - $ax = b$; $x/a = b$ $\qquad a$, $b$ y $c \in Z$; $a \neq 0$
   - $ax < b$; $ax > b$ $x/a < b$; $x/a > b$ $\qquad a$, $b$ y $c \in N$; $a \neq 0$

**GEOMETRÍA**

10. Descubrir relaciones que involucran ángulos exteriores o interiores de diferentes polígonos.

11. Mostrar que comprenden el círculo:

    - describiendo las relaciones entre el radio, el diámetro y el perímetro del círculo
    - estimando de manera intuitiva el perímetro y el área de un círculo
    - aplicando las aproximaciones del perímetro y del área en la resolución de problemas geométricos de otras asignaturas y de la vida diaria
    - identificándolo como lugar geométrico

12. Construir objetos geométricos de manera manual y/o con software educativo:
    - líneas, como las perpendiculares, las paralelas, las bisectrices y alturas en triángulos y cuadriláteros
    - puntos, como el punto medio, el centro de gravedad, el centro del círculo inscrito y del circunscrito de un triángulo
    - triángulos y cuadriláteros congruentes

13. Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios.

14. Identificar puntos en el plano cartesiano, usando pares ordenados y vectores de forma concreta (juegos) y pictórica.

**PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA**

15. Estimar el porcentaje de algunas características de una población desconocida por medio del muestreo.

16. Representar datos obtenidos en una muestra mediante tablas de frecuencias absolutas y relativas, utilizando gráficos apropiados, de manera manual y/o con software educativo

17. Mostrar que comprenden las medidas de tendencia central y el rango:
    - determinando las medidas de tendencia central para realizar inferencias sobre la población
    - determinando la medida de tendencia central adecuada para responder un problema planteado
    - utilizándolos para comparar dos poblaciones
    - determinando el efecto de un dato que es muy diferente a los otros.

18. Explicar las probabilidades de eventos obtenidos por medio de experimentos de manera manual y/o con software educativo:
    - estimándolas de manera intuitiva
    - utilizando frecuencias relativas
    - relacionándolas con razones, fracciones o porcentaje

19. Comparar las frecuencias relativas de un evento obtenidas al repetir un experimento de forma manual y/o con software educativo, con la probabilidad obtenida de manera teórica, usando diagramas de árbol, tablas o gráficos.

# 8° Básico | MATEMÁTICA

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

*Los estudiantes serán capaces de:*

### HABILIDADES

**Resolver Problemas**

a. Resolver problemas utilizando estrategias tales como :
    - destacar la información dada
    - usar un proceso de ensayo y error sistemático
    - aplicar procesos reversibles
    - descartar información irrelevante
    - usar problemas similares

b. Evaluar procedimientos y comprobar resultados propios y de otros, de un problema matemático.
c. Utilizar sus propias palabras, gráficos y símbolos matemáticos para presentar sus ideas o soluciones.

**Argumentar y Comunicar**

d. Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos.
e. Explicar y fundamentar:
    - soluciones propias y los procedimientos utilizados
    - resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas

f. Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos.
g. Evaluar la argumentación de otros dando razones.

**Modelar**

h. Usar modelos, realizando cálculos, estimaciones y simulaciones, tanto manualmente como con ayuda de instrumentos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria.
i. Seleccionar y ajustar modelos, para resolver problemas asociados a ecuaciones e inecuaciones de la forma $ax + b >, <, = c$ ($a, b, c \in N$) comparando dependencias lineales.
j. Evaluar la pertinencia de modelos:
    - en relación al problema presentado
    - considerando sus limitaciones

**Representar**

k. Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para enunciados y situaciones en contextos diversos (tablas, gráficos, recta numérica, entre otros).
l. Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación.
m. Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas

## EJES TEMÁTICOS

### NÚMEROS

1. Mostrar que comprenden la multiplicación y la división de números enteros:
    - representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica
    - aplicando procedimientos usados en la multiplicación y la división de números naturales
    - aplicando la regla de los signos de la operación
    - resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios

2. Utilizar las operaciones de multiplicación y división con los números racionales en el contexto de la resolución de problemas:
    - representándolos en la recta numérica
    - involucrando diferentes conjuntos numéricos (fracciones, decimales y números enteros)

3. Explicar la multiplicación y la división de potencias de base natural y exponente natural hasta 3, de manera concreta, pictórica y simbólica.

4. Mostrar que comprenden las raíces cuadradas de números naturales:
    - estimándolas de manera intuitiva
    - representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica
    - aplicándolas en situaciones geométricas y en la vida diaria

5. Resolver problemas que involucran variaciones porcentuales en contextos diversos, usando representaciones pictóricas y registrando el proceso de manera simbólica; por ejemplo: el interés anual del ahorro.

### ÁLGEBRA y FUNCIONES

6. Mostrar que comprenden la operatoria de expresiones algebraicas:
    - representándolas de manera pictórica y simbólica
    - relacionándolas con el área de cuadrados, rectángulos y volúmenes de paralelepípedos
    - determinando formas factorizadas

7. Mostrar que comprenden la noción de función por medio de un cambio lineal:
    - utilizando tablas
    - usando metáforas de máquinas
    - estableciendo reglas entre x e y
    - representando de manera gráfica (plano cartesiano, diagramas de Venn), de manera manual y/o con software educativo

8. Modelar situaciones de la vida diaria y de otras asignaturas, usando ecuaciones lineales de la forma: $ax = b$; $x/a = b$, $a \neq 0$; $ax + b = c$; $x/a + b = c$; $ax = b + cx$; $a(x+b) = c$; $ax + b = cx + d \quad |(a, b, c, d, e \in Q)$

9. Resolver inecuaciones lineales con coeficientes racionales en el contexto de la resolución de problemas, por medio de representaciones gráficas, simbólicas, de manera manual y/o con software educativo.

10. Mostrar que comprenden la función afín:
    - generalizándola como la suma de una constante con una función lineal
    - trasladando funciones lineales en el plano cartesiano
    - determinando el cambio constante de un intervalo a otro, de manera gráfica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo
    - relacionándola con el interés simple
    - utilizándola para resolver problemas de la vida diaria y de otras asignaturas

## GEOMETRÍA

11. Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de superficies y el volumen de prismas rectos con diferentes bases y cilindros:
    - estimando de manera intuitiva área de superficie y volumen
    - desplegando la red de prismas rectos para encontrar la fórmula del área de superficie
    - transfiriendo la fórmula del volumen de un cubo (base por altura) en prismas diversos y cilindros
    - aplicando las fórmulas a la resolución de problemas geométricos y de la vida diaria

12. Explicar, de manera concreta, pictórica y simbólica, la validez del teorema de Pitágoras y aplicar a la resolución de problemas geométricos y de la vida cotidiana, de manera manual y/o con software educativo.

13. Describir la posición y el movimiento (traslaciones, rotaciones y reflexiones) de figuras 2D, de manera manual y/o con software educativo, utilizando:
    - los vectores para la traslación
    - los ejes del plano cartesiano como ejes de reflexión
    - los puntos del plano para las rotaciones

14. Componer rotaciones, traslaciones y reflexiones en el plano cartesiano y en el espacio, de manera manual y/o con software educativo, y aplicar a la simetría de polígonos y poliedros y a la resolución de problemas geométricos relacionados con el arte.

## PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA

15. Mostrar que comprenden las medidas de posición, percentiles y cuartiles:
    - identificando la población que está sobre o bajo el percentil
    - representándolas con diagramas, incluyendo el diagrama de cajón, de manera manual y/o con software educativo
    - utilizándolas para comparar poblaciones

16. Evaluar la forma en que los datos están presentados:
    - comparando la información de los mismos datos representada en distintos tipos de gráficos para determinar fortalezas y debilidades de cada uno
    - justificando la elección del gráfico para una determinada situación y su correspondiente conjunto de datos
    - detectando manipulaciones de gráficos para representar datos

17. Explicar el principio combinatorio multiplicativo:
    - a partir de situaciones concretas
    - representándolo con tablas y árboles regulares, de manera manual y/o con software educativo
    - utilizándolo para calcular la probabilidad de un evento compuesto

# 1° Medio | MATEMÁTICA

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

*Los estudiantes serán capaces de:*

### HABILIDADES

**Resolver Problemas**

a. Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes:
   - simplificar el problema y estimar el resultado
   - descomponer el problema en subproblemas más sencillos
   - buscar patrones
   - usar herramientas computacionales

b. Evaluar el proceso y comprobar resultados y soluciones dadas de un problema matemático.
c. Utilizar lenguaje matemático para identificar sus propias ideas o respuestas.

**Argumentar y Comunicar**

d. Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.
e. Explicar
   - soluciones propias y los procedimientos utilizados
   - demostraciones de resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas
   - generalizaciones por medio de conectores lógicos y cuantificadores utilizándolos apropiadamente

f. Fundamentar conjeturas usando lenguaje algebraico para comprobar o descartar la validez de los enunciados.
g. Realizar demostraciones simples de resultados e identificar en una demostración, si hay saltos o errores.

**Modelar**

h. Usar modelos, utilizando un lenguaje funcional para resolver problemas cotidianos y para representar patrones y fenómenos de la ciencia y la realidad.
i. Seleccionar modelos e identificar cuando dos variables dependen linealmente ó afínmente en un intervalo de valores.
j. Ajustar modelos, eligiendo los parámetros adecuados para que se acerque más a la realidad.
k. Evaluar modelos, comparándolos entre sí y con la realidad y determinando sus limitaciones.

**Representar**

l. Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de éstas.
m. Transitar entre los distintos niveles de representación de funciones.
n. Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos.
o. Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas.

## EJES TEMÁTICOS

### NÚMEROS

1. Calcular operaciones con números racionales en forma simbólica.

2. Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero:
   - transfiriendo propiedades de la multiplicación y división de potencias a los ámbitos numéricos correspondientes
   - relacionándolas con el crecimiento y decrecimiento de cantidades
   - resolviendo problemas de la vida diaria y otras asignaturas

### ÁLGEBRA Y FUNCIONES

3. Desarrollar los productos notables de manera concreta, pictórica y simbólica:
   - transformando productos en sumas y viceversa
   - aplicándolos a situaciones concretas
   - completando el cuadrado del binomio
   - utilizándolos en la reducción y desarrollo de expresiones algebraicas

4. Resolver sistemas de ecuaciones lineales (2x2) relacionados con problemas de la vida diaria y de otras asignaturas, mediante representaciones gráficas y simbólicas, de manera manual y/o con software educativo.

5. Graficar relaciones lineales en dos variables de la forma $f(x,y)=ax+by$; por ejemplo: un haz de rectas paralelas en el plano cartesiano, líneas de nivel en planos inclinados (techo), propagación de olas en el mar y la formación de algunas capas de rocas:
   - creando tablas de valores con *a,b,c fijo* y *x,y variable*
   - representando una ecuación lineal dada por medio de un gráfico, de manera manual y/o con software educativo
   - escribiendo la relación entre las variables de un gráfico dado; por ejemplo, variando $c$ en la ecuación $ax + by=c$; $a, b, c \in$ Q (decimales hasta la décima)

**GEOMETRÍA**

6. Desarrollar la fórmula de los valores del área y del perímetro de sectores y segmentos circulares respectivamente, a partir de ángulos centrales de 60°, 90°, 120° y 180°, por medio de representaciones concretas.

7. Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de la superficie y el volumen del cono:
    - desplegando la red del cono para la fórmula del área de superficie
    - experimentando de manera concreta para encontrar la relación entre el volumen del cilindro y el cono
    - aplicando las fórmulas a la resolución de problemas geométricos y de la vida diaria
8. Mostrar que comprenden el concepto de homotecia:
    - relacionándola con la perspectiva, el funcionamiento de instrumentos ópticos y el ojo humano
    - midiendo segmentos adecuados para determinar las propiedades de la homotecia
    - aplicando propiedades de la homotecia en la construcción de objetos, de manera manual y/o con software educativo
    - resolviendo problemas de la vida cotidiana y de otras asignaturas

9. Desarrollar el teorema de Tales mediante las propiedades de la homotecia, para aplicarlo en la resolución de problemas.

10. Aplicar propiedades de semejanza y de proporcionalidad a modelos a escala y otras situaciones de la vida diaria y otras asignaturas.

11. Representar el concepto de homotecia de forma vectorial, relacionándolo con el producto de un vector por un escalar, de manera manual y/o con software educativo.

**PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA**

12. Registrar distribuciones de dos características distintas, de una misma población, en una tabla de doble entrada y en una nube de puntos.

13. Comparar poblaciones mediante la confección de gráficos “xy” para dos atributos de muestras, de manera concreta y pictórica:
    - utilizando nubes de puntos en dos colores
    - separando la nube por medio de una recta trazada de manera intuitiva

14. Desarrollar las reglas de las probabilidades , la regla aditiva , la regla multiplicativa y la combinación de ambas, de manera concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo, en el contexto de la resolución de problemas

15. Mostrar que comprenden el concepto de azar:
    - experimentando con la tabla de Galton y con paseos aleatorios sencillos de manera manual y/o con software educativo
    - realizando análisis estadísticos, empezando por frecuencias relativas
    - utilizando probabilidades para describir el comportamiento azaroso
    - resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas

# 2° Medio | MATEMÁTICA

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

*Los estudiantes serán capaces de:*

### HABILIDADES

**Resolver Problemas**

a. Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes:
    - simplificar el problema y estimar el resultado
    - descomponer el problema en subproblemas más sencillos
    - buscar patrones
    - usar herramientas computacionales

b. Evaluar el proceso y comprobar resultados y soluciones dadas de un problema matemático.
c. Utilizar lenguaje matemático para identificar sus propias ideas o respuestas.

**Argumentar y Comunicar**

d. Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.
e. Explicar
    - soluciones propias y los procedimientos utilizados
    - demostraciones de resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas
    - generalizaciones por medio de conectores lógicos y cuantificadores utilizándolos apropiadamente

f. Fundamentar conjeturas usando lenguaje algebraico para comprobar o descartar la validez de los enunciados.
g. Realizar demostraciones simples de resultados e identificar en una demostración, si hay saltos o errores.

**Modelar**

h. Usar modelos, utilizando un lenguaje funcional para resolver problemas cotidianos y para representar patrones y fenómenos de la ciencia y la realidad.
i. Seleccionar modelos e identificar cuando dos variables dependen cuadráticamente ó inversamente en un intervalo de valores.
j. Ajustar modelos, eligiendo los parámetros adecuados para que se acerque más a la realidad.
k. Evaluar modelos, comparándolos entre sí y con la realidad y determinando sus limitaciones.

**Representar**

l. Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de éstas.
m. Transitar entre los distintos niveles de representación de funciones.
n. Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos.
o. Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas.

## EJES TEMÁTICOS

### NÚMEROS

1. Realizar cálculos y estimaciones que involucren operaciones con números reales:
    - utilizando la descomposición de raíces y las propiedades de las raíces
    - combinando raíces con números racionales
    - resolviendo problemas que involucren estas operaciones en contextos diversos

2. Mostrar que comprenden las relaciones entre potencias, raíces enésimas y logaritmos:
    - comparando representaciones de potencias de exponente racional con raíces enésimas en la recta numérica
    - convirtiendo raíces enésimas a potencias de exponente racional y viceversa
    - describiendo la relación entre potencias y logaritmos
    - resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios que involucren potencias, logaritmos y raíces enésimas

### ÁLGEBRA Y FUNCIONES

3. Mostrar que comprenden la función cuadrática $f(x)= ax^2 + bx + c$ : $(a\neq 0)$
    - reconociendo la función cuadrática $f(x) = ax^2$ en situaciones de la vida diaria y otras asignaturas
    - representándola en tablas y gráficos de manera manual y/o con software educativo
    - determinando puntos especiales de su gráfica
    - seleccionándola como modelo de situaciones de cambio cuadrático de otras asignaturas, en particular de la oferta y demanda

4. Resolver, de manera concreta, pictórica y simbólica o usando herramientas tecnológicas, ecuaciones cuadráticas de la forma:
    - $ax^2 = b$
    - $(ax + b)^2 = c$
    - $ax^2 + bx = 0$
    - $ax^2 + bx = c$ ($a$, $b$, $c$ son números racionales, $a \neq 0$)

5. Mostrar que comprenden la inversa de una función:
    - utilizando la metáfora de una máquina
    - representándola por medio de tablas y gráficos, de manera manual y/o con software educativo
    - utilizando la reflexión de la función representada en el gráfico en un plano cartesiano
    - calculando las inversas en casos de funciones lineales y cuadráticas

6. Explicar el cambio porcentual constante en intervalos de tiempo:
    - por medio de situaciones de la vida real y de otras asignaturas
    - identificándolo con el interés compuesto
    - representándolo de manera concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo
    - expresándolo en forma recursiva $f(t+1) - f(t) = a \cdot f(t)$
    - resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas

**GEOMETRÍA**

7. Desarrollar las fórmulas del área de la superficie y del volumen de la esfera:
    - conjeturando la fórmula
    - representando de manera concreta y simbólica, de manera manual y/o con software educativo
    - resolviendo problemas de la vida diaria y de geometría

8. Mostrar que comprenden las razones trigonométricas de seno, coseno y tangente en triángulos rectángulos:
    - relacionándolas con las propiedades de la semejanza y los ángulos
    - explicándolas de manera pictórica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo
    - aplicándolas para determinar ángulos o medidas de lados
    - resolviendo problemas geométricos y de otras asignaturas

9. Aplicar las razones trigonométricas en diversos contextos en la composición y descomposición de vectores y determinar las proyecciones de vectores

**PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA**

10. Mostrar que comprenden las variables aleatorias finitas:
    - definiendo la variable
    - determinando los posibles valores de la incógnita
    - calculando su probabilidad
    - graficando sus distribuciones

11. Utilizar permutaciones y la combinatoria sencilla para calcular probabilidades de eventos y resolver problemas.

12. Mostrar que comprenden el rol de la probabilidad en la sociedad:
    - revisando informaciones de los medios de comunicación
    - identificando suposiciones basadas en probabilidades
    - explicando cómo una probabilidad puede sustentar suposiciones opuestas
    - explicando decisiones basadas en situaciones subjetivas o en probabilidades

## Referencias bibliográficas


Araya, R. (2000) *Inteligencia Matemática. Santiago:* Editorial Universitaria

Blum, W. (1993). Mathematical modelling in mathematics education and instruction. In T. Breiteig, I. Huntley, & G. Kaiser-Messmer (Eds.), Teaching and learning mathematics in context (pp. 3-14). Chichester, UK: Horwood.

Blum, W., Galbraith, P.L., Henn, W-H., & Niss, M. (Eds.) (2007). Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study. New York: Springer.

Blum, W.; Galbraith, P. ; Henn, H. & Niss, M. (2007) Modeling and Applications in Mathematics Education. Springer Verlag.

Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. ZDM, 38(2), 86-95.

Bruner, J. (1971): Toward a Theory of Instruction. Fifth printing. Cambridge: The Belknap prees of Harvard University.

Bruner, J. (1988). *Desarrollo cognitivo y educación*. 1ra edición. Madrid: Morata.

Bruner, J. (2006). *Actos de significado: más álla de la revolución cognitiva*. Madrid: Alianza editorial.

Chiu, M. M. (2000). Metaphorical reasoning: Origins, uses, development and interactions in mathematics. Education Journal, 28(1), 13-46

Chiu, M. M.: 1992, 'Reinterpreting misconceptions through metaphor and metonymy: Teaching and learning mathematics', Unpublished manuscript, University of California, Berkeley.

Chiu, M. M.: 1998, 'Metaphorical reasoning in a domain', Unpublished manuscript, University of California, Los Angeles.

Dörig, Roman: Handlungsorientierter Unterricht - Ansätze, Kritik und Neuorientierung aus bildungstheoretischer, curricularer und instruktionspsychologischer Perspektive. Stuttgart: WiKu-Verlag (2003).

Galbraith, P. L., Stillman, G., & Brown, J. (2010). Turning ideas into modelling problems. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), mathematical modelling competencies: ICTMA 13 (pp. 133-144).

Kaiser, G. (2005). Mathematical modelling in school. Examples and experiences. En H-W. Henn, G, Kaiser (Eds.), *Mathematikunterricht im Spannungsfeld von Evolution und Evaluation. Festband für Werner Blum*. Hildesheim: Franzbecker. 99-108.

Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R., & Stillman, G. (Eds.) (2011). *Trends in teaching and learning of mathematical modelling*: *ICTMA14*. New York: Springer.

Mayer, R. (1986). Mathematics, en R. F. Dillon y R. J. Sternberg (Eds.) *Cognition and Instruction*. San Diego: Academic. 127-154.

OECD. (2003). The PISA 2003 Assessment Framework – Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills. Paris: OECD Publications.

OECD. (2010). Pathways to Success: How knowledge and skills at age 15 shape future lives in Canada. Paris: OECD Publications.

OECD. (2010). PISA 2012 mathematics Framework. Extraído de la página web: http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/46961598.pdf

Oteiza, F y Villarreal G (2011). El Modelo Interactivo, una innovación curricular en matemática: resultados de su implementación en el contexto educacional chileno. Costa Rica, Cuadernos Año 6, Número 9, junio 2011.

Oteiza, F, Araya, R y Miranda H (2004) Aprender Matemática Creando Soluciones, Material del Profesor, Santiago Chile: Editorial Zigzag.

Soto-Andrade, J. (2006). Un monde dans un grain de sable: Mètaphores et analogies dans l'apprentissage des mathèmatiques. *Annales de Didactique et Sciences Cognitives*, 11, 123-147.

Soto-Andrade, J. (2007). Metaphors and cognitive styles in the teaching-learning of mathematics. En D. Pitta-Pantazi, y J. Philippou (Eds.). *Proceedings CERME 5*, 191-200.

Soto-Andrade, J. y Reyes-Santander, P. (2011). Conceptual metaphors and "Grundvorstellungen". A case of convergence. En M. Pytlak, T. Rowland y Ewa Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Rzeszów: University of Rzeszów. 1625-1635

TIMSS. (2011). Marcos de la evaluación. Ministerio de educaciòn, Cutura y Deporte, Instituto Nacional de Evaluación Educativa, Madrid, España.

Vigotsky, L. (2008). *Pensamiento y lenguaje*. Mexico: Quinto Sol.

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE | FACULTAD DE CIENCIA

CÓDIGO DEMRE
**16045**

**ACREDITADA POR 5 AÑOS**
de agosto 2013 a agosto 2018
Agencia acreditadora Qualitas

# PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN

**DURACIÓN**
5 años, en régimen semestral.

**GRADO ACADÉMICO**
Licenciado en Educación en Matemática y Computación.

**TÍTULO PROFESIONAL**
Profesor de Estado en Matemática y Computación.

Formamos un profesional que posee competencias especializadas en las áreas de matemática y computación, para articular e integrar el programa de sus asignaturas con el marco curricular, el nivel de enseñanza y el proyecto educativo de su establecimiento educacional.

Comisión Nacional de Acreditación CNA-Chile | 6 años universidad acreditada | Área de Gestión Institucional, Área de Docencia de Postgrado, Área de Docencia de Pregrado | Área de Vinculación con el Medio, Área de Investigación, Hasta octubre de 2020

WWW.**ADMISION.USACH**.CL

## CAMPO OCUPACIONAL

El Licenciado en Educación en Matemática y Computación está capacitado para desempeñarse profesionalmente como: Profesor de Matemática y Computación en establecimientos de enseñanza media (científico-humanista y técnico-profesional) y en centros de formación técnica. También como: ayudante de profesor de matemática y computación en cátedras universitarias, ayudante de investigación en equipos de investigación en educación matemática, encargado de laboratorio de computación en instituciones educativas.

**Resolución Nº 4875 año 2012**

PLAN DE **ESTUDIOS**

| 1° Año | | 2° Año | | 3° Año | | 4° Año | | 5° año | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Semestre 1 | Semestre 2 | Semestre 3 | Semestre 4 | Semestre 5 | Semestre 6 | Semestre 7 | Semestre 8 | Semestre 9 | Semestre 10 |
| Introducción a la Pedagogía en Matemática y Computación | Sociología y Antropología de la Educación | Psicología del Aprendizaje Matemático | Desarrollo Curricular Matemático | Didáctica del Álgebra y del Cálculo | Fundamentos de la Matemática I | Didáctica de la Geometría y la Estadística | Metologogía de la Investigación en Educación Matemática | Gestión Escolar y Aprendizaje Matemático | Electivo |
| Álgebra I | Álgebra II | Álgebra III | Cálculo III | Estadística | Geometría II | Fundamentos de la Matemática II | Aplicaciones Didácticas de la Computación | Seminario de Titulo I | Seminario de Título II |
| Matemática Básica | Cálculo I | Cálculo II | Probabilidades Estadísticas | Geometría I | Medición y Evaluación en Educación Matemática | Historia y Epistemología de la Matemática | Psicometría | Práctica IV | |
| Computación I | Computación II | Sistemas Operativos y Redes | Modelamiento de la Información y Desarrollo de Software | Fundamentos de la Educación Matemática | Computación Educativa | Fundamentos de la Computación | Taller II de Herramientas Didácticas de la Matemática | | |
| Inglés I | Inglés II | Inglés III | Práctica I | Inglés IV | Práctica II | Taller I de Herramientas Didácticas de la Matemática | Práctica III | | |
| | | | Taller de Inglés I | | Taller de Inglés II | | | | |

# PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN

Nota: El plan de estudio podrá ser modificado en función del mejoramiento continuo de la carrera.

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE | FACULTAD DE CIENCIA

CÓDIGO DEMRE
**16049**

**ACREDITADA POR 7 AÑOS**
de enero 2015 a enero 2022
Agencia acreditadora Qualitas

# PEDAGOGÍA EN FÍSICA Y MATEMÁTICA

**DURACIÓN**
4 años y medio.

**GRADO ACADÉMICO**
Licenciado/a en Educación de Física y Matemática.

**TÍTULO PROFESIONAL**
Profesor de Estado en Física y Matemática.

Formamos a un profesional con sólida formación académica; capaz de motivar a estudiantes de educación media, integrando y contextualizando el conocimiento en su proceso de enseñanza-aprendizaje. Por ello, la propuesta curricular es modular, contemplando líneas de formación de Física, Matemática y Educación y prácticas profesionales tempranas, considerando el uso de tecnologías de información y comunicación y del idioma inglés.

Comisión Nacional de Acreditación CNA-Chile | 6 años universidad acreditada | Área de Gestión Institucional, Área de Docencia de Postgrado, Área de Docencia de Pregrado | Área de Vinculación con el Medio, Área de Investigación, Hasta octubre de 2020

WWW.**ADMISION.USACH**.CL

# CAMPO OCUPACIONAL

El Profesor en Física y Matemática de la Univeridad de Santiago de Chile estará capacitado para desempeñarse en el ámbito educacional formal en el nivel de enseñanza media.

## PLAN DE **ESTUDIOS**

**Resolución Nº 168 año 2015**

<table>
<tr><th rowspan="2">La Física, la Matemática y la Educación nos ayudan a comprender</th><th colspan="2">Entorno Cercano</th><th colspan="2">La Tierra y el Universo</th><th colspan="2">El mundo Microscópico</th><th colspan="2">El Desarrollo de la Humanidad</th><th>5° Año</th></tr>
<tr><th>Semestre 1</th><th>Semestre 2</th><th>Semestre 3</th><th>Semestre 4</th><th>Semestre 5</th><th>Semestre 6</th><th>Semestre 7</th><th>Semestre 8</th><th>Semestre 9</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Matemática</td><td rowspan="2">Matemática de lo Cotidiano I</td><td>Matemática de lo Cotidiano II</td><td>Cálculo Superior y Vectorial</td><td rowspan="2">Ecuaciones Diferenciales</td><td rowspan="2">Estadística y Probabilidades en Educación</td><td rowspan="2">Métodos Matemáticos de la Física</td><td rowspan="2">Álgebra Moderna</td><td rowspan="2">Matemática de Frontera</td><td rowspan="5">Práctica Profesional VI</td></tr>
<tr><td>Geometría Euclidiana</td><td>Álgebra Lineal</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Física</td><td>Física de lo Cotidiano I</td><td rowspan="3">Física de lo Cotidiano II</td><td>Ciencias de la Tierra</td><td>Física del Universo</td><td>Termofluidos</td><td>Electromagnetismo</td><td rowspan="3">Física Moderna y Mecánica Cuantica</td><td rowspan="3">Física de Frontera</td></tr>
<tr><td>Química de lo Cotidiano</td><td rowspan="2">¿Cómo funcionan las cosas? I</td><td rowspan="2">Bases físicas de los seres vivos y su medio ambiente</td><td rowspan="2">Mecánica Clásica</td><td>Estudio de la Luz</td></tr>
<tr><td>Biología de lo Cotidiano</td><td>¿Cómo funcionan las cosas? II Electrónica Analógica</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Formación Profesional</td><td rowspan="3">Formación Profesional I: Naturaleza Fenómeno Educativo</td><td>Taller Integrado: Diálogo, Alteridad y Didáctica</td><td rowspan="3">Formación Profesional II: Cultura Escolar y Gestión de Conflictos</td><td>Formación Profesional III: Enfoque CTSA</td><td>Formación Profesional IV: Micro-sociología y Gestión del aula</td><td>Formación Profesional V: Indagación y Didáctica</td><td>Formación Profesional VI: Metodología de Investigación</td><td>Formación Profesional VII: Currículo, Aprendizaje y D. Integral</td><td rowspan="5">Asignaturas Complementarias (espacio de auto formación)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Taller de Práctica Profesional I</td><td>Taller Integrado: Semiosis, Interpretación y Didáctica</td><td>Taller Integrado: Didáctica de la Matemática</td><td>Taller Integrado: Indagación y Didáctica de la Física</td><td>Taller Integrado: Evaluación, Diversidad y Didáctica</td><td rowspan="2">Seminario de Grado</td></tr>
<tr><td>Taller de Práctica Profesional II: Escuela, Familia y Comunidad</td><td>Taller de Práctica Profesional III: Matemática</td><td>Práctica Profesional IV: Física</td><td>Práctica Profesional V: Orientación y Profesor Jefe</td></tr>
<tr><td>TICE*</td><td>TICE I</td><td></td><td>TICE II</td><td>TICE III</td><td></td><td></td><td>TICE IV</td><td></td></tr>
<tr><td>Inglés</td><td></td><td>Inglés I</td><td>Inglés II</td><td>Inglés III</td><td>Inglés IV</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

# PEDAGOGÍA EN FÍSICA Y MATEMÁTICA

Nota: El plan de estudio podrá ser modificado en función del mejoramiento continuo de la carrera.

# PLANIFICACIÓN DE ASIGNATURA

UdeSantiago de Chile

## 1. DATOS DE LA ASIGNATURA

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Asignatura** | MATEMATICA BASICA | | | | |
| **Carrera** | *Licenciatura en Matemáticas y Computación* | | | | |
| **Código** | *22203* | | | | |
| **Créditos SCT-Chile** | 8 | **Trabajo Directo semanal** | *6 hrs. pedagógicas* | **Trabajo Autónomo semanal** | *4,5 hrs. cronológicas* |
| **Nivel** | *Nivel I, Primer Semestre* | | | | |
| **Requisitos** | *Ninguno* | | | | |
| **Categoría** | *Obligatorio* | | | | |
| **Área de conocimiento según OCDE** | *Ciencias: Pedagogía en Matemáticas* | | | | |
| **Profesor (es)** | Silvana Gómez | | | | |
| **Correo electrónico** | Silvana.gomez@usach.cl | | | | |

## 2. CONTRIBUCIÓN AL PERFIL DE EGRESO

Aporta a la Experticia disciplinaria al usar un lenguaje disciplinario para describir, ejemplificar, interpretar relacionar, explicar y/o fundamentar y comunicar términos, principios, conceptos, objetos, reglas, razonamientos, procedimientos, desarrollos y soluciones;

Aporta a nivel básico a la capacidad de pensamiento crítico a través desarrollo del pensamiento lógico-estructurado y de razonamiento del alumno

## 3. RESULTADOS DE APRENDIZAJE (RdeA)

| **Resultado de aprendizaje general** | |
|---|---|
| – Comprender la naturaleza de los diferentes tipos de números, sus propiedades y limitaciones<br>– Tener un sólido manejo de la aritmética de los números reales y de sus aplicaciones<br>– Adquirir algunas nociones del significado del método axiomático y ser capaz de hacer algunas demostraciones simples. | |
| ***Resultados de aprendizaje específicos*** | ***Unidades temáticas*** |
| – Comprender el significado de los números reales como un cuerpo ordenado y completo<br>– Manejar con destreza la aritmética de los números reales, la resolución de inecuaciones algebraicas y con valor absoluto. Comprender intuitivamente el axioma del supremo | Presentación axiomática de los Números Reales |
| – Comprender la naturaleza discreta de los números naturales | – **LOS NÚMEROS NATURALES COMO CONJUNTO INDUCTIVO** |

| | |
|---|---|
| – Aplicar el principio de inducción<br>– Operar con potencias de exponente natural<br>– | |
| – Comprender la naturaleza de los números enteros y su diferencia con los números naturales<br>– Calcular el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo.<br>– Operar con potencias de exponente entero<br>– Descomponer un número en factores primos<br>– | **LOS NÚMEROS ENTEROS** |
| – Comprender la naturaleza de los números racionales y su diferencia con los números enteros<br>– Operar con los racionales y las potencias de exponente racional<br>– Diferentes formas de representar un número racional<br>- | ***LOS NÚMEROS RACIONALES*** |
| – *Comprender la naturaleza de los números* irracionales y su diferencia con los números racionales<br>– *Operar con los irracionales y las potencias de exponente irracional*<br>– *Los irracionales en la geometría clásica* | Los números irracionales |

## 4. ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA Y DE APRENDIZAJE

El docente impartirá clases expositivas que incluyen lo teórico y clases de trabajos que involucran lo práctico para consolidar los conceptos teóricos desarrollados. Las clases se apoyan en el paradigma didáctico socio-cognitivo para desarrollar el pensamiento lógico matemático y razonamiento matemático, la argumentación y la comunicación y potenciar habilidades cognitivas, metacognitivas.

## 5. EVALUACIONES

*Dos evaluaciones, la primera con un porcentaje de 25% y la segunda con un porcentaje de 45%*
*Controles, talleres , exposiciones*

| Semana | RdeA | Intencionalidad | Tipo de evaluación | Ponderación |
|---|---|---|---|---|
| 7 | De la unidad 1 | Evaluar aprendizajes esperados de la unidad 1 | Sumativa | 25% |
| 13 | De la unidad 2, 3 y 4 | Evaluar aprendizajes esperados de la unidad 2 , 3 y 4 | Sumativa | 45% |
| 2 | Aprendizaje 1de la unidad1 | Evaluar el significado de los números reales como cuerpo ordenado al utilizar los axiomas para demostrar propiedades que son igualdades | | 5% |
| 6 | Aprendizaje 2 de la unidad 1 | Manejar con destreza la aritmética de los números reales, resolución de inecuaciones | | 5% |
| 11 | Aprendizajes unidades 2 y 3 | Evaluar la aplicación de el principio de inducción para demostrar fórmulas proposicionales Operar con potencias de exponente *natura Calcular máximo común divisor, mínimo común múltiplo. Descomponer en factores primos* | | 5% |
| 13 | Aprendizaje unidad 4 | Operatoria con números racionales y potencias con exponente racional | | 5% |
| 15 y 16 | Aprendizaje unidad 5 | *Operar con los irracionales y las* | | **10%** |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | *potencias de exponente irracional*<br>*Los irracionales en la geometría clásica* | | |

## 6. ASPECTOS ADMINISTRATIVOS

La inasistencia a una evaluación sin presentación de certificado médico será evaluada con nota 1.0
Los controles no son recuperativos, se hacen cuatro para que se pueda borrar uno.

## 7. RECURSOS DE APRENDIZAJE

.


1. G. Bobadilla y J. Billeke Cálculo I,(capitulo I) Facultad de Ciencia, USACH. 2000.
2. G. Bobadilla y R. Labarca. Cálculo , tomo I ( capitulo 1), Facultad de Ciencia, USACH, 2010.
3. A.D. Aleksandrov, A.N. Kolmogorov, M.A. Laurentiev y otros: La matemática: su contenido, métodos y significado. Alianza Universidad, Madrid, 1985.
4. R.D. Driver: Why Math? Springer-Verlag N.Y. 1984
5. R. Courant y Robbins:¿Qué es la matemática? Editorial Aguilar, 1960.
6. E. Kasner y J.Newman: Matemática e Imaginación. Libraria y consejo Nacional para la cultura y las artes Madrid, 2006.
7. F. Liret: Arithmétique. Dunod, Paris,2011
8. I.Niven: Números: Racionais e Irracionais. Soc, Brasileira de Matemática, 1984.
9. Libros de ejercicios de algebra:
   - Algebra Elemental, Colección H.E.C. ,
   - F. Proschle: Curso de matemáticas elementales o cualquier texto equivalente.

# PLANIFICACIÓN DE ASIGNATURA

UdeSantiago de Chile

## 1. DATOS DE LA ASIGNATURA

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Asignatura** | Algebra I | | | | |
| **Carrera** | Pedagogía en Matemática y Computación/Licenciatura en Educación Matemática y computación | | | | |
| **Código** | 22202 | | | | |
| **Créditos SCT-Chile** | 8 | **Trabajo Directo semanal** | *6 hrs.pedagógicas* | **Trabajo Autónomo semanal** | *6 hrs. cronológicas* |
| **Nivel** | *Primer semestre* | | | | |
| **Requisitos** | *Ingreso* | | | | |
| **Categoría** | *Obligatorio* | | | | |
| **Área de conocimiento según OCDE** | *Matemáticas e informática* | | | | |
| **Profesor (es)** | Rubén E. Figueroa Valverde | | | | |
| **Correo electrónico** | ruben.figueroa.v@usach.cl | | | | |

## 2. CONTRIBUCIÓN AL PERFIL DE EGRESO

*Este curso tributa al Perfil de Egreso en el dominio de la Experticia Disciplinaria, en el sentido de "contar con un docente especializado para una actuación competente en ámbitos y tareas profesionales complejas en un sistema educativo con múltiples y dinámicas demandas, aplicando conocimientos científicos…". Esto se evidencia a través de los contenidos considerados para este curso, ya que comienza a utilizar un lenguaje lógico formal para describir, ejemplificar, interpretar relacionar, explicar y/o fundamentar y comunicar términos, principios, conceptos, objetos, reglas, razonamientos, procedimientos, desarrollos y soluciones*

## 3. RESULTADOS DE APRENDIZAJE (RdeA)

| **Resultado de aprendizaje general** | |
|---|---|
| *Interpretar los conceptos y propiedades de la Lógica proposicional con propiedades básicas de Conjuntos, Funciones y Teoría elemental de Grupo, aplicadas a la reflexión participativa, desarrollando en el estudiante el razonamiento crítico y pensamiento lógico.* | |
| ***Resultados de aprendizaje específicos*** | ***Unidades temáticas*** |
| 1. Analizar la validez de proposiciones lógicas y de propiedades de la teoría de conjuntos, demostrando teoremas básicos desarrollando en el estudiante la rigurosidad del quehacer matemático . | *I. Lógica y conjuntos* |
| 2. Analizar las propiedades de relaciones y de las funciones, construyendo conjuntos cuocientes | II. Relaciones y Funciones |

| | |
|---|---|
| (enteros) a través de relaciones de equivalencia y gráficas de funciones, valorando el pensamiento lógico | |
| 3. Contrastar los elementos básicos de la Teoría de Grupo con la estructura de diversos conjuntos, a través de las propiedades de las propiedades, valorando el pensamiento crítico. | III. Estructura Básica de Grupos |
| 4. | IV. Rudimentos de Teoría de Números |
| | |

## 4. ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA Y DE APRENDIZAJE

*Se procurará realizar enlaces de integración entre los conocimientos previos y la nueva información que se ha de aprender, para posteriormente, realizar clases expositivas, procurando promover la discusión y la reflexión participativa que permita un acercamiento progresivo de las ideas de los estudiantes a los conceptos matemáticos que constituyen el núcleo del curso.*
*Por otra parte, se asignarán resolución de guías de ejercicios que permitan demostrar la comprensión de los conceptos claves del curso*

## 5. EVALUACIONES

*Aplicación de tres Pruebas escritas y promedio de diversos controles, según las siguientes ponderaciones:*
*PEP 1: 25%*
*PEP 2: 30%*
*PEP 3: 35%*
*Controles: 10%*

| Semana | RdeA | Intencionalidad | Tipo de evaluación | Ponderación |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 1 | Formativa | Control | |
| 5 | 1 | Sumativa | Prueba escrita | 25% |
| 8 | 2 | Formativa | Control | |
| 10 | 2 | Sumativa | Prueba escrita | 30% |
| 12 | 3 | Formativa | Control | |
| 16 | 3 y 4 | Sumativa | Prueba escrita | 35% |
| | | | **Total** | **100%** |

## 6. ASPECTOS ADMINISTRATIVOS

*Asistencia mínima de 70% a las clases.*
*Por contrato, no se dispone de horario de atención individual a los estudiantes.*

## 7. RECURSOS DE APRENDIZAJE

- **BIBLIOGRAFÍA MÍNIMA**
  Álgebra I , Santander, R. USACH 2009
  Álgebra y Teoría de Números, Navarro S.; Plaza S. Monografías 1966

- **BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA**
  A first course in Abstrac Algebra. Paley, h. & Weichsel. Holt Rinehart Winstons, 1966
  Lecciones de Algebra Elemental Moderna II Robledo A. Editorial universitaria 1973

- **OTROS RECURSOS**

# PLANIFICACIÓN DE ASIGNATURA

## 1. DATOS DE LA ASIGNATURA

<table>
<tr><td>Asignatura</td><td colspan="4">Probabilidades y Estadística</td></tr>
<tr><td>Carrera</td><td colspan="4">Licenciatura en Educación Matemática y Computación</td></tr>
<tr><td>Código</td><td colspan="4">22218</td></tr>
<tr><td>Créditos SCT-Chile</td><td>7</td><td>Trabajo Directo semanal</td><td>6 hrs. pedagógicas</td><td>Trabajo Autónomo semanal</td><td>2 hrs. cronológicas</td></tr>
<tr><td>Nivel</td><td colspan="5">4 Semestre</td></tr>
<tr><td>Requisitos</td><td colspan="5">Calculo II y Algebra III, estas asignaturas son necesarias ya que en ellas el estudiante adquiere los conocimientos matemáticos necesarios para el desarrollo del primer curso de Estadística, como por ejemplo razonamiento matemático, conjuntos e integración.</td></tr>
<tr><td>Categoría</td><td colspan="5">Obligatorio</td></tr>
<tr><td>Área de conocimiento según OCDE</td><td colspan="5">Ciencias Naturales.</td></tr>
<tr><td>Profesor (es)</td><td colspan="5">Rosa Montaño Espinoza</td></tr>
<tr><td>Correo electrónico</td><td colspan="5">rosa.montano@usach.cl</td></tr>
</table>

## 2. CONTRIBUCIÓN AL PERFIL DE EGRESO

1.- Utilizar el lenguaje estadístico para caracterizar, describir y encontrar patrones que subyacen en la realidad
2. Aplicar un pensamiento probabilístico para la toma de decisiones mediante la aplicación de modelos para analizar distintos tipos de datos, que permitan inferir desde una muestra a una población
3. Diseñar y conducir estudios experimentales u observacionales y analizar los datos que se recogen de ellos, seleccionando el método apropiado y fundamentando su selección.

Correspondiente al Dominio A, Competencias de la Estadística. Dominio B, Competencia 3

## 3. RESULTADOS DE APRENDIZAJE (RdeA)

<table>
<tr><th colspan="2">Resultado de aprendizaje general</th></tr>
<tr><td colspan="2">Modelar situaciones reales aplicadas a Educación Matemática mediante variables aleatorias con distribuciones conocidas –por ejemplo Normal, Poisson, Exponencial, Binomial.</td></tr>
<tr><th>Resultados de aprendizaje específicos</th><th>Unidades temáticas</th></tr>
<tr><td>Caracterizar variable aleatoria según su nivel de medición y tamaño de recorrido.</td><td>Contenidos: Conceptos Estadísticos Generales<br>➢ Introducción a los conceptos Estadísticos.<br>➢ Definición de las etapas del Método Científico<br>➢ Clasificación de Variables<br>  ➢ Nivel de medición<br>  ➢ Tamaño del Recorrido</td></tr>
</table>

| | |
|---|---|
| Tabular la información correspondiente a los conteos y cruces de variables de situaciones de educación matemática. | ➢ Distribución de frecuencias Unidimensionales<br>    ➢ Ordenación de los datos y concepto de frecuencia absoluta<br>    ➢ Elaboración de una tabla de frecuencia con datos agrupados en intervalos y con datos sin agrupar.<br>    ➢ Intervalo: límite inferior y superior, marca de clase, amplitud.<br>    ➢ Frecuencia relativas<br>➢ Distribuciones de frecuencia Bidimensionales<br>➢ Distribuciones Multidimensionales<br>➢ Distribuciones Marginales<br>➢ Distribuciones Condicionales. |
| Describir variables aleatorias de acuerdo a su medida de resumen –tendencia central, forma y dispersión- en situaciones reales de educación matemática. | Contenidos: **Medidas de Resumen**<br>- Medidas de Posición o localización en datos sin tabular y datos tabulados<br>    ➢ Tendencia Central Media Mediana Moda<br>    ➢ Percentiles y Cuartiles<br>- Medidas de Dispersión Absolutas y relativas<br>- Medidas de Forma y correlación |
| Seleccionar distribución de probabilidad conocidas en situaciones reales de educación matemática. | Contenidos: **Probabilidad**<br>- Sucesos y espacios muestrales<br>    ➢ Fenómeno aleatorio versus deterministico<br>    ➢ Experimento aleatorio<br>    ➢ Resultados elementales<br>    ➢ Algebra de sucesos<br>- Definición de probabilidad<br>    ➢ Axiomas de Kolmogorov<br>    ➢ Teoría Clásica (Laplace)<br>    ➢ Teoría frecuencista<br>    ➢ Probabilidad Condicional<br>- Teorema de Probabilidad Total<br>- Teorema de Bayes |
| Aplicar distribución de probabilidad conocidas en de situaciones reales de educación matemática. | Contenidos: **Variables Aleatoria Discretas**<br>- Modelos discretos<br>    ➢ Distribución Binomial<br>    ➢ Distribución Geométrica<br>    ➢ Distribución Hipergeométrica<br>    ➢ Distribución de Poisson<br>Contenidos: **Variables Aleatoria Continuas**<br>- Modelos continuos<br>    ➢ Distribución Exponencial<br>    ➢ Distribución Uniforme<br>    ➢ Distribución Normal |

## 4. ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA Y DE APRENDIZAJE

El curso contempla horas de trabajo directo, trabajo colaborativo y trabajo autónomo; las temáticas se desarrollarán por unidades programadas por semana; el trabajo directo se realizará a partir de exposiciones del docente, que permitan el planteamiento de problemas y su posible solución práctica. La práctica en trabajo colaborativo, será abordada en forma grupal o individual y se desarrollarán temáticas y/o tratamiento de problemas previamente establecidos por el docente con su apoyo y asesoría respectiva. El estudiante desarrollará el trabajo autónomo de acuerdo con criterios previamente establecidos en términos de contenidos temáticos y problemas planteados por el docente.

El curso metodológicamente requiere que el estudiante realice la lectura previa de cada tema de clase. El docente expondrá y aclarará los temas centrales del espacio académico, utilizando como ayuda didáctica los recursos previstos para tal fin. Cada tema estará acompañado de una explicación y ejemplos de aplicación práctica -método de casos, aprendizaje basado en problemas, proyectos- de manera que aclaren el porqué de los conceptos teóricos dados. Se buscará una alta participación de los estudiantes a través de talleres individuales y grupales realizados en la clase, los cuales tendrán relación directa con algunos de los temas teóricos tratados en el curso, haciendo uso de la teoría y la tecnología De igual forma se propone la realización de análisis acerca de problemas específicos en educación matemática, realizando evaluaciones periódicas con el fin de llevar el seguimiento constante sobre los progresos y dificultades en el proceso formativo del estudiante. Los cuales podrán disponer de espacios para asesoría por parte del profesor en los casos que así lo requieran.

## 5. EVALUACIONES

Se aplican evaluaciones sumativa y formativa, donde el alumno, no solo es gestor del resultado en el conocimiento, sino que participa en la evaluación y valoración de su propio proceso, aplicando los criterios de autoevaluación hacia sí mismo y Co-evaluación hacia sus compañeros.
Las notas son de la escala del 1 al 7.0 y la nota mínima de aprobación es 4.0.

| Semana | RdeA | Intencionalidad | Tipo de evaluación | Ponderación |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | Diagnóstica sin nota | Prueba que permita medir las conductas de entrada | 0 |
| 2 | 1 | Formativo | Taller grupal, que el alumno autoevalúe los desempeños logrados | 0 |
| 4 | 1 y 2 | Sumativo | Control Individual que permite evaluar los RdeAp 1 y 2 | 5 |
| 6 | 3 | Formativo | Trabajo en Clase que el alumno autoevalúe los desempeños logrados | 0 |
| 8 | 1 2 y 3 | Sumativa | Prueba individual que mide criterios de realización de los contenidos de RdeA 1 y 2 | 35 |
| 12 | 4 | Formativo | Taller de computación grupales que el alumno autoevalúe los desempeños logrados | 0 |
| 14 | 4 | Sumativa | Control individual Evaluación que mide RdeAp 4 | 10 |
| 15 | 1, 2,3 y 4 | Formativo | Taller grupal que el alumno autoevalúe los desempeños logrados | 0 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 16 | 5 | Sumativa | Prueba individual que mide criterios de realización de los contenidos de RdeA 4 y 5 | 35 |
| 17 | 5 | Presentación Oral | Trabajo grupal, donde se expone ante el curso los objetivos y resultados de su Proyecto. Permite evaluar el RdeAp 5. | 15 |
| | | | **Total** | **100%** |

## 6. ASPECTOS ADMINISTRATIVOS

Si un alumno no rinde una evaluación deberá presentar su justificación según los procedimientos establecidos en la Facultad y tiene derecho a recuperar dicha evaluación. La justificación deberá estar debidamente validada por alguna de las siguientes entidades de la Universidad, según corresponda: Centro de Salud, Bienestar Estudiantil o Vicerrectoría de Gestión y Desarrollo Estudiantil.

- La asistencia es obligatoria y su porcentaje exigido es del 75%.
- Durante el desarrollo de la clase los celulares se deben mantener apagados o en silencio.
- El horario de atención fijados del profesor son Lunes 10:00 a 13:00 y los Jueves 10:00 a 13:00

## 7. RECURSOS DE APRENDIZAJE

– **BIBLIOGRAFÍA MÍNIMA**


1. **Batanero, C., Godino J.** (2001): Análisis de Datos y su Didáctica, Dpto. de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, España.
2. **Canavos, G.** (1986): Probabilidad y Estadística, Aplicación y Métodos, McGraw-Hill, Ciudad de México, México.
3. **Guía de estadística descriptiva**. Central de apuntes de la Facultad de Ciencia Grupo de Profesores de Estadística del Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación


– **BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA**


4. **Batanero, C. et al.** (1996): Azar y Probabilidad, Editorial Síntesis, 2ª Edición, Madrid, España.
5. **Montgomery, D. and Runger, C.** (2001): Probabilidad y Estadística Aplicadas a la Ingeniería. McGraw-Hill, Ciudad de México, México.
6. **Rice John A.**: Mathematical Statistics and Data Análisis Duxbury Press.
7. **Devore Jay L.** (2001): Probabilidades y Estadística para Ingeniería y Ciencias. 5º edición. International Thomson Editores.
8. **Walpole R., Myers R., Myers S**. (1999): Probabilidades y Estadística para Ingenieros. Sexta edición. Prentice Hall.
9. **Ross Sheldon M.** (2001): Probabilidad y Estadística para Ingenieros. 2ª Edición. Mc Graw Hill.
10. **Saavedra, E.** (2003): Cálculo de Probabilidades. Sello Editorial Universidad de Santiago de Chile, Santiago, Chile.

11. **Saavedra, E.** (2005): Contenidos Básicos de Estadística y Probabilidad. Sello Editorial Universidad de Santiago de Chile, Santiago, Chile.

– **OTROS RECURSOS**

**Materiales del curso en MOODLE: www.modulos.cedetec.cl**

**Enlace de internet:**
www.elprisma.com
http://aprendeenlinea.udea.edu.co/lms/moodle/course/view.php?id=402
**Bases de datos reales:**
http://centroestudios.mineduc.cl/index.php?t=96&i=2&cc=2036&tm=2
www.ine.cl/canales/chile_estadistico/estadisticas_medio_ambiente/medio_ambiente.php

## 8. PROGRAMACIÓN DE ACTIVIDADES

| **UNIDAD**: | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **RdeA**: Caracterizar variable aleatoria según su nivel de medición y tamaño de recorrido. | | | | |
| **Semana** | **Temas** | **Actividades** | **Hrs trabajo directo** | **Hrs trabajo autónomo** |
| 1 | Diagnóstico.<br>Antecedentes históricos de la estadística<br>Introducción a los conceptos Estadísticos: población, muestra, unidad de muestreo, estadísticos, parámetros, datos, información. | Evaluación Diagnostica de las conductas de entradas necesarias del curso.<br><br>Exposición teórica de los conceptos Estadísticos.<br>Ejemplos de análisis de casos.<br><br>Trabajo autónomo: Estudio de la materia. | 4.5 | 1 |
| 2 | Definición de las etapas del Método Científico<br>Variables, tipos de variables<br>Clasificación de Variables<br>➢ Nivel de medición.<br>➢ Tamaño del Recorrido | Exposición teórica con uso de powerpoint de la definición y tipo de variables<br><br>Trabajo grupal donde Identifica las diferencias relacionadas con los fundamentos teóricos de la medición de variables.<br><br>Resolución de Problemas<br><br>Trabajo autónomo: Estudio de la materia. Resolución de problemas propuestos por el Profesor. | 4.5 | 2 |
| **UNIDAD**: | | | | |
| **RdeA**: Tabular la información correspondiente a los conteos y cruces de variables de situaciones de educación matemática. | | | | |
| **Semana** | **Temas** | **Actividades** | **Hrs trabajo directo** | **Hrs trabajo autónomo** |
| 3 | Distribución de frecuencias Unidimensionales<br>➢ Ordenación de los datos y concepto de frecuencia absoluta<br>➢ Elaboración de una tabla de | Exposición teórica con uso de powerpoint de la estructura de las tablas de frecuencia y su tipo.<br><br>Trabajo en laboratorio de Computación para la creación de tablas de frecuencia en software estadístico. | 4.5 | 2 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | frecuencia con datos agrupados en intervalos y con datos sin agrupar.<br>➢ Intervalo: límite inferior y superior, marca de clase, amplitud.<br>➢ Frecuencia relativas | Se resolverán problemas tipo y se analizarán casos prácticos. Se enfatizará el trabajo en plantear los métodos de resolución y no los resultados.<br><br>Trabajo autónomo: Elaboración de informe de prácticas en grupo y siguiendo criterios establecidos. | | |
| 4 | Distribuciones de frecuencia Bidimensionales<br>➢ Distribuciones Marginales<br>➢ Distribuciones Condicionales.<br><br>Evaluación Sumativa | Exposición teórica con uso de powerpoint de la estructura de las tablas de frecuencia Bidimensionales.<br><br>Se plantearán problemas y/o situaciones reales para que los alumnos los resuelvan de manera individual o en pequeños grupos, siendo guiados paso a paso por el profesor.<br><br>Control Escrito Individual | 4.5 | 3 |
| **UNIDAD**: | | | | |
| **RdeA**: Describir variables aleatorias de acuerdo a su medida de resumen –tendencia central, forma y dispersión- en situaciones reales de educación matemática. | | | | |
| **Semana** | **Temas** | **Actividades** | **Hrs trabajo directo** | **Hrs trabajo autónomo** |
| 5 | Descripción numérica de variables cualitativas -proporciones, razones, tasas-<br><br>Medidas de tendencia central datos agrupados y sin agrupar: media, moda, mediana; propiedades, ventajas y desventajas.<br>Otras medidas de tendencia central: media geométrica, media armónica | Clase expositiva empleando diferentes estrategias de aprendizaje.<br><br>Resolución de dudas planteadas por los estudiantes.<br><br>Se plantearán problemas y/o situaciones reales para que los alumnos los resuelvan de manera individual o en pequeños grupos, siendo guiados paso a paso por el profesor.<br><br>Trabajo autónomo: Estudio de la materia. Resolución de problemas propuestos por el Profesor. | 4.5 | 2 |
| 6 | Percentiles, Cuartiles y diagrama de caja.<br><br>Medidas de Dispersión Absolutas y relativas: Rango, Amplitud intercuartilica, varianza, desviación estándar. | Exposición teórica con uso de powerpoint respecto de percentiles y medidas de dispersión.<br><br>Talleres de problemas tipo y casos prácticos reales (de forma individual y/o en grupos), que servirán como seguimiento | 4.5 | 2 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | del grado de asimilación de los contenidos teóricos de la asignatura<br><br>Trabajo autónomo: Estudio de la materia. Resolución de problemas propuestos por el Profesor. | | |
| 7 | Medidas de Forma y correlación<br>Coeficiente de asimetría y de apuntamiento<br><br>Teorema de Chebyshev<br><br>Diagramas de dispersión | Clase expositiva empleando diferentes estrategias de aprendizaje de los conceptos de medidas de forma y correlación.<br><br>Sesión prácticas de laboratorio de computación para aplicar los contenidos teóricos y prácticos a problemas reales que suelen involucrar a un elevado número de datos.<br><br>Trabajo autónomo: Elaboración de informe de prácticas en grupo y siguiendo criterios establecidos. | 4.5 | 2 |
| 8 | Análisis de correlación en variables cuantitativas: Coeficiente de correlación producto momento<br>Evaluación | Resolución de dudas planteadas por los estudiantes.<br><br>Prueba Escrita de Evaluación de los contenidos de los RdeA 1, 2 y 3. | 4.5 | 2 |
| **UNIDAD**: | | | | |
| **RdeA**: *Seleccionar distribución de probabilidad conocidas en situaciones reales* de educación matemática. | | | | |
| **Semana** | **Temas** | **Actividades** | **Hrs trabajo directo** | **Hrs trabajo autónomo** |
| 9 | Sucesos y espacios muestrales<br>➢ Fenómeno aleatorio versus determinístico<br>➢ Experimento aleatorio<br>➢ Resultados elementales<br>➢ Algebra de sucesos | Clase expositiva empleando diferentes estrategias de aprendizaje de los conceptos de sucesos y espacios muestrales<br><br>Se plantearán problemas y/o situaciones reales para que los alumnos los resuelvan de manera individual o en pequeños grupos, siendo guiados paso a paso por el profesor.<br><br>Trabajo autónomo: Estudio de la materia. Resolución de problemas propuestos por el Profesor. | 4.5 | 1 |
| 10 | Definición de probabilidad<br>➢ Axiomas de Kolmogorov<br>➢ Teoría Clásica (Laplace) | Clase expositiva empleando diferentes estrategias de aprendizaje de las definiciones y aplicaciones de probabilidad. | 4.5 | 3 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | ➢ Teoría frecuencista | Se resolverán problemas tipo y se analizarán casos prácticos. Se enfatizará el trabajo en plantear los métodos de resolución y no los resultados.<br><br>Trabajo autónomo: Estudio de la materia | | |
| 11 | Métodos de Conteo: Permutación, Combinatoria.<br>Eventos independientes Probabilidad Condicional | Clase expositiva empleando diferentes estrategias de aprendizaje de métodos de conteo en espacios finitos.<br><br>Resolución de dudas planteadas por los estudiantes.<br><br>Trabajo autónomo: Estudio de la materia | 4.5 | 2 |
| 12 | Teorema de Probabilidad Total<br>Teorema de Bayes | Clase expositiva empleando diferentes estrategias de aprendizaje de los conceptos de<br><br>Talleres de problemas tipo y casos prácticos reales (de forma individual y/o en grupos), que servirán como seguimiento del grado de asimilación de los contenidos teóricos de la asignatura<br><br>Trabajo autónomo: Estudio de la materia. Resolución de problemas propuestos por el Profesor. | 4.5 | 2 |
| 13 | Calculo de sensibilidad y Especificidad Distribución de probabilidad | Clase expositiva empleando diferentes estrategias de aprendizaje de los conceptos de Pruebas diagnosticas<br><br>Trabajo autónomo: Estudio de la materia | 4.5 | 2 |
| 14 | Función de masa de probabilidad | Resolución de dudas planteadas por los estudiantes.<br><br>Sesión prácticas de laboratorio de computación para aplicar los contenidos teóricos y prácticos a problemas reales de educación Matemática.<br><br>Trabajo autónomo: Elaboración de informe de prácticas en grupo y siguiendo criterios establecidos. | 4.5 | 2 |
| **UNIDAD**: | | | | |
| **RdeA**: *Aplicar distribución de probabilidad conocidas en de situaciones reales* de educación matemática. | | | | |
| **Semana** | **Temas** | **Actividades** | **Hrs trabajo directo** | **Hrs trabajo autónomo** |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 15 | Modelos discretos<br>➢ Distribución Binomial<br>➢ Distribución Geométrica<br>➢ Distribución Hipergeométrica<br>➢ Distribución de Poisson | Clase expositiva empleando diferentes estrategias de aprendizaje de los conceptos de modelos de probabilidad Discretos.<br><br>Se plantearán problemas y/o situaciones reales para que los alumnos los resuelvan de manera individual o en pequeños grupos, siendo guiados paso a paso por el profesor.<br><br>Trabajo autónomo: Estudio de la materia. Resolución de problemas propuestos por el Profesor. | 4.5 | 2 |
| 16 | Modelos continuos<br>➢ Distribución Exponencial<br>➢ Distribución Uniforme<br>➢ Distribución Normal | Clase expositiva empleando diferentes estrategias de aprendizaje de los conceptos de modelos de probabilidad Continuos.<br><br>Se plantearán problemas y/o situaciones reales para que los alumnos los resuelvan de manera individual o en pequeños grupos, siendo guiados paso a paso por el profesor<br><br>Resolución de dudas planteadas por los estudiantes.<br><br>Trabajo autónomo: Estudio de la materia. Resolución de problemas propuestos por el Profesor. | 4.5 | 2 |
| 17 | Cierre del Curso | Presentación oral Trabajo grupal desarrollo de un proyecto.<br><br>Prueba Escrita de Evaluación de los contenidos de los RdeA 4 y 5. | 4.5 | 2 |
| | | **TOTAL HORAS[1]** | **76.5** | **34** |

1 Recuerde corroborar con el SCT definido para la asignatura.

UdeSantiago de Chile

# PLANIFICACIÓN DE ASIGNATURA

## 1. DATOS DE LA ASIGNATURA

<table>
<tr><td>Asignatura</td><td colspan="5">Geometría I</td></tr>
<tr><td>Carrera</td><td colspan="5">Licenciatura en Educación Matemática y Computación</td></tr>
<tr><td>Código</td><td colspan="5">22224</td></tr>
<tr><td>Créditos SCT-Chile</td><td>7</td><td>Trabajo Directo semanal</td><td>6 hrs. pedagógicas</td><td>Trabajo Autónomo semanal</td><td>2 hrs. cronológicas</td></tr>
<tr><td>Nivel</td><td colspan="5">5° Semestre</td></tr>
<tr><td>Requisitos</td><td colspan="5">Calculo II y Algebra III,</td></tr>
<tr><td>Categoría</td><td colspan="5">Obligatorio</td></tr>
<tr><td>Área de conocimiento según OCDE</td><td colspan="5">Ciencias Naturales.</td></tr>
<tr><td>Profesor (es)</td><td colspan="5">Gladys Bobadilla Abarca y Osvaldo Baeza</td></tr>
<tr><td>Correo electrónico</td><td colspan="5">gladys.bobadilla@usach.cl, osvaldo.baeza@usach.cl</td></tr>
</table>

## 2. CONTRIBUCIÓN AL PERFIL DE EGRESO

Los dominios de acción profesional, según detalle en http://www.lemc.usach.cl/index.php/perfil-de-egreso, constituyen el perfil de egreso de la carrera a la que pertenece esta asignatura.

La asignatura de Geometría I contribuye a los siguientes dominios:

Experticia disciplinaria

- Describir la historia de la evolución de la geometría euclidiana tanto en la necesidad de axioamatización como en la concepción de otras geometrías.
- Reproducir demostraciones de teoremas fundamentales de la geometría plana
- Resolver problemas a través de planteamientos que requieran la construcción de modelos de situaciones susceptibles de ser representadas por medio de figuras geométricas, reconociendo formas, aplicando propiedades y relaciones geométricas del plano euclidiano.
- Utilizar el software geométrico GeoGebra para representar, modelar y resolver problemas asociados a propiedades y relaciones geométricas del plano euclidiano, de la geometría analítica y de la geometría vectorial.
- Utilizar regla y compás para hacer construcciones geométricas planos.

Diseño de la enseñanza

- Seleccionar contenidos a enseñar que se proponen en el curriculum escolar vigente y realizar un análisis de las secuencias lógicas que presentan estos contenidos en los textos escolares oficiales.
- Diseñar recursos digitales en GeoGebra que permitan visualizar y contribuir a la comprensión de las relaciones, propiedades, teoremas y demostraciones geométricas que aborda el programa del curso.
- Identificar los objetos geométricos como una forma de abstracción de situaciones de la vida real al plano Euclideano y como algunos teoremas contribuyen a la resolución de problemas reales.
- Comprender el alcance y las limitaciones de la geometría euclidiana plana para el diseño de la

enseñanza de ésta.
Correspondiente al Dominio A, competencia Matemática. Dominio B

## 3. RESULTADOS DE APRENDIZAJE (RdeA)

| Resultado de aprendizaje general |
| --- |
| • Comprender los resultados fundamentales de la geometría euclidiana plana tanto desde el punto de vista axiomático como desde el punto de vista de las aplicaciones. En particular, el estudiante debe conocer en profundidad los conceptos y teoremas de congruencia, semejanza, teoremas de ángulos inscritos y geometría de la circunferencia.<br>• Diseñar recursos digitales en GeoGebra que permitan visualizar y contribuir a la comprensión de las relaciones, propiedades, teoremas y demostraciones geométricas que aborda el programa del curso. |

| *Resultados de aprendizaje específicos* | *Unidades temáticas* |
|---|---|
| Conocer una breve reseña acerca de la evolución histórica de la geometria. | Introducción histórica |
| Conocer las nociones primitivas, axiomas, teoremas fundamentales y aplicaciones de la geometría euclideana plana, según la presentación de Hilbert, para realizar demostraciones geométricas de teoremas fundamentales. | La presentación axiomática de Hilbert |
| | |
| Realizar demostraciones y aplicaciones de las propiedades de la congruencia y semejanza. | |
| Realizar construcciones con regla y compás. | |
| Comprender la complejidad del proceso de medir longitudes y áreas. | |
| Calcular áreas de polígonos y aplicaciones . | |
| Demostrar y aplicar teoremas fundamentales: Thales, Euclides, Pitágoras, Ceva, Menelao, del ángulo inscrito. | |
| Definición del número Pi y aplicaciones del área y perímetro de una circunferencia. | |
| Medición de ángulos y cálculos de ángulos de referencia. | |

## 4. ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA Y DE APRENDIZAJE

El curso contempla horas de trabajo directo, trabajo colaborativo|, trabajo en laboratorio en el uso de Geogrebra y trabajo autónomo; las temáticas se desarrollarán por unidades programadas por semana; el trabajo directo se realizará a partir de exposiciones del docente principalmente de los aspectos teóricos y sus consecuencias más importantes. Los alumnos tendrán acceso a los apuntes realizados para este curso, tendrán guias de ejercicios.

La práctica en trabajo colaborativo es abordada en forma de talleres.

El estudiante desarrollará el trabajo autónomo de acuerdo con criterios previamente establecidos en términos de contenidos temáticos y problemas planteados por el docente.

## 5. EVALUACIONES

Se aplican evaluaciones sumativas y formativas.
Las notas son de la escala del 1 al 7.0 y la nota mínima de aprobación es 4.0.

| Semana | RdeA | Intencionalidad | Tipo de evaluación | Ponderación |
|---|---|---|---|---|
| 3 | Control 1 | | sumativa | 20 % de 2/3 |
| 4 | Tarea 1 Geogebra | | sumativa | 10 % de 1/3 |
| 6 | Tarea 2 Geogebra | | sumativa | 20 % de 1/3 |
| 8 | Tarea 3 Geogebra | | sumativa | 20 % de 1/3 |
| 9 | Control 2 | | sumativa | 20 % de 2/3 |
| 10 | Prueba 1 | | Formativa | 25 % de 2/3 |
| 12 | Control 3 | | sumativa | 20 % de 2/3 |
| 14 | Control 4 | | sumativa | 20 % de 1/3 |
| 15 | Tarea final Geogebra | | Formativa | 30% de 1/3 |
| 16 | Control 5 | | sumativa | 20 % de 2/3 |
| 17 | Prueba 2 | | Formativa | 45 % de 2/3 |
| | | | | |

## 6. ASPECTOS ADMINISTRATIVOS

1. La condición final de aprobación del curso se obtiene si se cumplen las siguientes condiciones:

- Calificación mínima de 4,0 en el promedio ponderado de las evaluaciones sumativas y formativas de las clases teóricas
- Calificación mínima de 4,0 en el promedio ponderado de las evaluaciones sumativas y formativas de las clases de taller Geogebra.

En caso que una de las condiciones no se cumpla, el alumno tiene dercho a un examen de suficiencia.

Si un alumno no rinde una evaluación deberá presentar su justificación según los procedimientos establecidos en la Facultad y tiene derecho a recuperar dicha evaluación. La justificación deberá estar debidamente validada por alguna de las siguientes entidades de la Universidad, según corresponda: Centro de Salud, Bienestar Estudiantil o Vicerrectoría de Gestión y Desarrollo Estudiantil.r

## 7. RECURSOS DE APRENDIZAJE

**BIBLIOGRAFÍA MÍNIMA**


1. G.Bobadilla: Apuntes de Geometria para alumnos de pedagogía en matemática
2. C.F. Brumfiel, M.E.Shanks, R.E.Eicholz (1961). Geometry. Addison-Wesley.
3. Clemens C.Herbert , Clemens Michael A. : Geometry for the Classroom. Springer.
4. Cano, O. (1959). Geometr´ıa. Santiago.


**BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA**


5. Courant, R. y Robbins, H. (1960). ¿Qu´e es la Matemática? Aguilar.
6. Eves, H. (1960). An Introduction to the History of Mathematics. Rinehart.
7. Gelfand, Saul Mark, I.M. (2001). Trigonometry. Springer, A product of Birkh¨auser Basel.
8. Heath, T.L. (1956). The Thirteen Books of Euclide's Elements. Cambridge University Press, Reimpresion Dover.

**OTROS RECURSOS**

**Enlace de internet:**

- www.euclides.org
- http://www.cnice.mecd.es/Descartes
- www.geogebra.org/en/wiki/index.php/Spanish
- www.mathcurve.co

## 8. PROGRAMACIÓN DE ACTIVIDADES

| **UNIDAD 1 y 2** : Introducción histórica y presentación axiomática de Hilbert | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **RdeA**:<br>Entender a grandes rasgos la evolución de la geometría. Explicar la necesidad de una axiomatización. Entender el origen de otras geometrías. Axiomas de incidencia, orden y congruencia de segmentos y ángulos. | | | | |
| **Semana** | **Temas** | **Actividades** | **Hrs trabajo directo** | **Hrs trabajo autónomo** |
| 1 | Desarrollo histórico de la geometría.<br>Axiomas de Incidencia y de orden.<br>Introducción a Geogebra | Exposición teórica.<br>Trabajo grupal sobre las primeras consecuencias de los axiomas.<br>Ejercicos que enfatizen la necesidad de demostrar.<br>Trabajo autónomo: Estudio de la materia. Resolución de problemas propuestos por el Profesor. | 4.5 | 2 |
| 2 | Axiomas de congruencia de segmentos. | Exposición teórica<br>Trabajo grupal sobre las consecuencias de los axiomas.<br>Trabajo autónomo: Estudio de la materia. Resolución de problemas propuestos por el Profesor. | 4.5 | 2 |
| 3 | Axiomas de congruencia de ángulos.<br>Angulos adyacentes, opuestos por el vértice, suplementarios.<br>Comparación de segmentos. | Exposición teórica<br>Trabajo en laboratorio de uso del software geogebra.<br>Trabajo grupal de análisis de las definiciones y de ejemplos y contrejemplos.<br>Trabajo autónomo: guia de ejercicio.<br>Control Escrito Individual . | 4.5 | 2 |

| **UNIDAD 3: Congruencia de triángulos.** | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **RdeA**:<br>Demostrar y aplicar los teoremas de congruencia. | | | | |
| **Semana** | **Temas** | **Actividades** | **Hrs trabajo directo** | **Hrs trabajo autónomo** |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4 | Axioma de congruencia de triángulos. Triángulo Isosceles. Teoremas: lado-ángulo-lado, ángulo-lado-ángulo, lado-lado-lado. | | | |
| 5 | Existencia de ángulos rectos, comparación de ángulos, teorema de ángulo exterior. Axiomas de continuidad y losngitud de un segmento. | | | |
| 6 | Desigualdad triangular. Priemeras construcciones con regla y compás. | | | |
| | | | | |

**Unidad 4: Paralelismo y Semejanza**
**R de A: Conocer y aplicar los teoremas de Semejanza, Pitágoras, euclides. Cálculo de áreas.**

| Semana | Temas | Actividades | Hrs trabajo directo | Hrs trabajo autónomo |
|---|---|---|---|---|
| 7 | Axioma de paralelismo, existencia de paralelas, teorema de la transversal. Propiedades de los paralelógramos. | | | |
| 8 | Teorema de Thales. Demostración que incluye el caso de segmentos inconmensurables. Teoremas de semejanza de triángulos. Teorema de Pitágoras y de Euclides. | | | |
| 9 | Area de figuras planas. Aplicaciones.Teorema de Ceva y Menelao. | | 4.5 | 2 |

**UNIDAD 5: Polígonos regulares y la circunferencia.**

**R de A:** Propiedades de los polígonos regulares. Geometría de la circunferencia . Medición de ángulos y sus unidades de medida. Definición de Pi. Aplicaciones.

| Semana | Temas | Actividades | Hrs trabajo directo | Hrs trabajo autónomo |
|---|---|---|---|---|
| 10 | Definición de la circunferencia y sus elementos. Circunferencia que pasa por tres puntos. Angulo inscrito y del centro. Intersección de una recta y una circunferencia. Propiedades de la | | 4.5 | 2 |

| Semana | Temas | Actividades | Hrs trabajo directo | Hrs trabajo autónomo |
|---|---|---|---|---|
| 7 | Axioma de paralelismo, existencia de paralelas, teorema de la transversal. Propiedades de los paralelógramos. | | | |
| | tangente. | | | |
| 11 | Teoremas de los segmentos tangentes y secantes. Teorema de la cuerdas. | | 4.5 | 2 |
| 12 | Polígonos regulares. Teorema fundamental de polígonos semejantes. Relación entre las áreas y perímetros de polígonos semejantes. Definición de longitud y áreas de una circunferencia como límite de longitud y áreas de polígonos inscritos y circunscrito. Definición de Pi. | Construcción de polígonos regulares con regla y compás. Breve historia del numero Pi. | 4,5 | 2 |
| 13 | Medición de ángulos y longitud de arcos. Definición de las unidades de medida: radianes y grados. | | | |

Unidad 6: Introducción a la geometría analítica

**R de A: Deducir las ecuaciones cartesianas de rectas, segmentos, circunferencias y cónicas usando los axiomas y teoremas estudiados en las unidades precedentes.**

| Semana | Temas | Actividades | Hrs trabajo directo | Hrs trabajo autónomo |
|---|---|---|---|---|
| **14** | Sistema cartesiano, coordenadas de un Punto. Ecuación de la recta que pasa por dos puntos. Coordenadas del punto medio. | Clases expositiva. Talleres, Resolución de problemas geométricos usando las respectivas ecuaciones algebraicas de objetos geométricos. | 4,5 | 2 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **15** | Deducir las ecuacione de las cónicas usando su definición como lug geométrico. Propiedades de las cónicas | Clases expositiva. Talleres,<br><br>Resolución de problemas geométricos usando las respectivas ecuaciones algebraicas de objetos geométrcios | 4,5 | 2 |
| **16** | | Recapitulacion mediante resolución de problemas. | | |
| 17 | | Cierre del curso. Evaluación final. | | |
| | | **TOTAL HORAS** | | |

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIA

# PROGRAMAS MODULO I MATEMÁTICA

| | | | |
|---|---|---|---|
| ASIGNATURA O MICROOBJETIVO | Matemática de lo Cotidiano I | Resolución<br>Código | 09257<br>23602 |
| CARRERA | Licenciatura en Educación en Física y Matemática | | |
| DEPARTAMENTO | Matemática | | |
| MÓDULO O MACROOBJETIVO | La Física, la Matemática y la Educación nos ayudan a comprender el entorno cercano. | | |
| RESPONSABLE DE LA REDACCIÓN | Linford Carrazana M. – Rafael Labarca B. | | |
| CRÉDITOS | Teoría : 06 | Ejercicio:02 | Laboratorio/Taller:00 |
| AÑO/SEMESTRE | Primer Año/Primer Semestre | | |
| PRE-REQUISITOS | Ingreso | | |

| Profesores | Ubicación Física | Fono | Correo Electrónico |
|---|---|---|---|
| (Coordinador) | | | |
| LINFORD CARRAZANA | D Matemática Of 48 | 71 82036 | lcarraza@usach.cl |
| Ayudante | - | | |

| Teoría | | Ejercicio | | Laboratorio/Taller/Práctica Profesional | | Total | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tiempo Hrs presenciales (pp) | Tiempo hrs trabajo Autónomo (aa) | Tiempo Hrs presenciales (pp) | Tiempo Hrs trabajo Autónomo (aa) | Tiempo Hrs presenciales (pp) | Tiempo Hrs trabajo Autónomo (aa) | Tiempo Hrs presenciales (pp) | Tiempo Hrs trabajo Autónomo (aa) |
| 06 | 06 | 02 | 02 | 00 | 00 | 08 | 08 |

CONTEXTO DE LA ASIGNATURA

| | |
|---|---|
| Descripción de la Asignatura<br>(Encuadre en el Plan de Estudio) | Este primer curso comprende elementos de matemáticas superiores tales como Elementos de lógica, números, sucesiones, progresiones, inducción, sumatoria, teorema del binomio, elementos de la teoría de conjuntos, relaciones y funciones, elementos de geometría analítica, límite, continuidad, de tal manera que le entregue al estudiante herramientas básicas que le permitan comprender el entorno cercano. |

| | |
|---|---|
| CONTRIBUCIÓN A LA FORMACIÓN<br><br>(Competencias genéricas del perfil profesional asociadas a la asignatura) | Esta asignatura contribuirá a que los estudiantes demuestren sus competencia para vincular en teoría con la práctica de tal forma que les permitan resolver problemas en su entorno cercano, y aplicarlos a otras disciplinas a través del conocimiento cognitivo y procedimental proveniente de la matemática. |

| | |
|---|---|
| CONTRIBUCIÓN A LA FORMACIÓN<br>(Competencias específicas de la asignatura asociadas al perfil profesional) | Un profesional egresado de la carrera LEFM de la USACH es competente cuando:<br><br>1. Domina los conceptos básicos de la lógica matemática<br><br>2. Establece los conceptos básicos de números.<br>3 Establece los conceptos básicos de números, progresiones, inducción, sumatoria, teorema de binomio.<br>4. Establece los conceptos básicos de teoría de conjuntos.<br>5. Establece los conceptos básicos de relaciones y funciones.<br>6. Establece los conceptos básicos de geometría analítica<br>7. Establece los conceptos básicos de límite y continuidad<br>8 Construye y desarrolla argumentaciones lógicas con una identificación clara de hipótesis y conclusiones.<br>9. Es capaz de expresarse utilizando lenguaje formal y técnico proveniente de la matemática.<br>10. Desarrollo el pensamiento lógico proveniente de las teorías matemáticas y las relaciones entre ellas.<br>11. Desarrolla la capacidad para enfrentarse a nuevos problemas en distintas áreas.<br>12. Calcula y resuelve problemas a través de procedimientos matemáticos. |
| | |

METODOLOGÍA

Clases expositivas.
Trabajos Prácticos.
Resolución de problemas.

EVALUACIÓN DEL CURSO
Evaluación Sumativa: Pruebas (80%) y Controles (20%)

CUADRO RESUMEN DE HORAS

| SEMANAS | COMPE-TENCIAS (Indicar en base al número que le asignó) | UNIDADES | TIEMPO PP TOTAL POR UNIDAD | TIEMPO AA TOTAL POR UNIDAD |
|---|---|---|---|---|
| 1- 2 | 1,8,9,10,11,12 | 1. Elementos de lógica | 16 | 16 |
| 3-4-5-6 | 2,8,9,10,11 | 2. Números | 32 | 32 |
| 7-8 | 3,8,9,10,11,12 | 3. Sucesión, progresiones, inducción, sumatoria y teorema de Binomio | 16 | 16 |
| 9 | 4,8,9,10,11,12 | 4. Elementos de Teoría de conjuntos | 8 | 8 |
| 10-11-12-13 | 5,8,9,10,11,12 | 5. Relaciones y Funciones | 32 | 32 |
| 14 | 6,8,9,10,11,12 | 6. Elementos y Geometría Analítica | 8 | 8 |
| 15-16-17 | 7,8,9,10,11,12 | 7. Límite y Continuidad | 24 | 24 |
| | TOTAL | | 136 | 136 |

BIBLIOGRAFÍA BÀSICA.

Primera parte de un curso propedéutico para estudiantes de Ingeniería. Ricardo Gans. Tesis LEMC 2006.
Cálculo. Continuidad y Diferenciabilidad. USACH. Segunda Versión 2003
Apostol Tom M. (1965) Calculus. Barcelona: Editorial Reverté S.A.
Louis Leithold (1973). El Cálculo con Geometría Analítica México: Harla S.A.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA.

Fernando Corbalán (2003.) La Matemática aplicada a la vida cotidiana. Editorial Grao, de IRIF, SL.
La Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Tendencias e innovaciones.
¿Cómo promover el Interés por la cultura científica?. OREALC/UNESCO-Década de la Educación para el desarrollo sostenible (2005-2014)
Fundamentos de Matemática Básica, Gladys Aponte, Estela Payán, Francisca Ponn, Editoria Addison Wesley Iberoamericana, U.S.A. 1992.
Álgebra y Trigonometría, Swokowski, E. W. y Cole, J.A. Int. Thomson-Editores, 1997. 9º ed.

PAGÍNAS WWW Y SITIOS AFINES

ORGANIZACIÓN de los contenidos de la asignatura (Syllabus).

UNIDAD I: Elementos de Lógica (16 horas)

| Semana | Competencia Nº | Contenidos | | | Actividades | | Recursos | Evaluación | Tiempo pp-aa |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Cognitivos | Procedimentales | Actitudinales | pp | aa | | | |
| 1-2 | 1-8-9<br>10-11-12 | Elementos de la lógica matemática<br>Proposiciones y operaciones lógicas<br>Conectivos básicos y tablas de verdad<br>Algebra de Boole<br>Equivalencia Lógica<br>Tantología y contradicción<br>Implicación lógica. Reglas de Interferencia<br>Uso de cuantificadores<br>Leyes de Morgan para cuantificadores<br>El método matemático<br>Método de demostración (Método directo, por contradicción y del contraejemplo) | | | | | | | |
| | | Analiza la lógica bivalente junto a los valores de verdad de proporciones simples y compuestas estableciendo ejemplos de ellas.<br>Analiza los conectivos que dan origen a proposiciones compuestas y su aplicación a ejemplos de guía Nº1.<br>Analiza los diferentes métodos de demostración (método indirecto), por contradicción, del contraejemplo) dando ejemplos de cada uno de ellos. | Utiliza las tablas de verdad para determinar el valor de verdad de proposiciones compuestas.<br>Resuelve la guía Nº 1 relativa a problemas de lógica, cuantificados y métodos de demostración. | Trabajar en equipo para la resolución de problemas expuestos en la guía de la unidad. Intercambia opiniones con sus pares. Valora la rigurosidad matemática en la resolución de problemas. | Presentación de la materia por el profesor.<br>Desarrollo de ejercicios y problemas modelos.<br>Interpretación de resultados. | Desarrollo de guía de la unidad en forma individual o en grupo | Guía de ejercicios de la unidad<br>Bibliografía básica | Control Nº1 | 16 - 16 |

UNIDAD II: Números (32 horas)

| Semana | Competencia Nº | Contenidos | | | Actividades | | Recursos | Evaluación | Tiempo pp-aa |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Cognitivos | Procedimentales | Actitudinales | pp | aa | | | |
| 3-4-5-6 | 2-8-9<br>10-11-12 | <u>Números Naturales</u><br>Orden entre números naturales<br>Números primos y compuestos<br>Teorema Fundamental de la aritmética<br>Factores, divisores y múltiplos de un número natural<br>Mínimo común múltiplo (m.c.m.)<br>Máximo común divisor (m.c.d.)<br><br><u>Número enteros</u><br>Valor absoluto<br>Operaciones con nº enteros<br>Orden en Z<br>Algoritmo de Euclides<br><br><u>Números racionales</u><br>Equivalencias en números racionales<br>Representación decimal de los números racionales<br>Operaciones básicas con números racionales. Propiedades.<br>Orden en los números racionales<br>Transformación de números decimales a fracción<br>Números irracionales<br><br><u>Números reales</u>. Operaciones básicas<br>Cuerpo ordenado y completo.<br>Desigualdades e Inecuaciones.<br>Valor absoluto | | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Analizar los distintos sistemas numéricos.<br>Establece diferencias y reconocer las distintas propiedades aplicables a cada uno de ellos. | Resuelve la guía Nº2 relativa a problemas de los diferentes sistemas numéricos | Disposición para enfrentarse a nuevos problemas en distintas áreas.<br>Interactúa con sus pares para la resolución de problemas. | Presentación de la materia por el profesor.<br>Desarrollo de ejercicios y problemas modelos.<br>Interpretación de resultados | Desarrollo de guía Nº2 en forma individual o en grupo | Guía de Ejercicios Nº2<br>Bibliografía Básicad | Control Nº2<br><br>PEP 1 | 32 - 32 |

UNIDAD III: Sucesiones, progresiones, inducción y teorema de binomio (16 horas)

| Semana | Competencia Nº | Contenidos | | | Actividades | | Recursos | Evaluación | Tiempo pp-aa |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Cognitivos | Procedimentales | Actitudinales | pp | aa | | | |
| 7-8 | 3-8-9<br>10-11-12 | Sucesiones<br>Sumatoria y Propiedades.<br>Producto de varios factores, propiedades<br>Inducción Matemática<br>Progresiones, Progresión aritmética y geométrica. Suma de una progresión geométrica.<br>Teorema de Binomio y propiedades de los coeficientes binominales<br>Elementos de combinatoria<br>Límite de sucesiones | | | | | | | |
| | | Analiza el concepto de sucesión estableciendo diferentes ejemplos de sucesiones.<br>Analiza las definiciones de sumatoria, progresiones y teorema de Binomio junto a sus propiedades.<br>Analiza el concepto de combinatoria y su relación con diferentes ejemplos de juegos de | Resuelve la guía Nº3 relativa a problemas de sucesiones, sumatoria, inducción matemática, progresiones, teorema de binomio, elementos combinatoria y límite de sucesiones | Disposición para enfrentarse a nuevos problemas en distintas áreas.<br>Interactúa con sus pares para resolución de problemas. | Presentación de la materia por el profesor.<br>Desarrollo de ejercicios y problemas modelos. | Desarrollo de la guía Nº3 en forma individual o en grupo<br>Revisión de | Guía de Ejercicios Nº3 | Control Nº3 | 16 - 16 |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | azar de la vida cotidiana.<br>Analiza el concepto de límite de una sucesión. | Aplica la combinatoria para resolver problemas de juegos de azar | | Iterpretación de resultados. | la<br>Bibliografía | | | |

UNIDAD IV: Elementos de Teoría de Conjuntos (8 horas)

| Semana | Competencia Nº | Contenidos | | | Actividades | | Recursos | Evaluación | Tiempo pp-aa |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Cognitivos | Procedimentales | Actitudinales | pp | aa | | | |
| 9 | 4-8-9-10<br>11-12 | Conjunto, elemento y pertenencia<br>Inclusión e igualdad de conjuntos<br>El conjunto vacío<br>Operaciones, unión, intersección, complemento, diferencia y propiedades, leyes de De Morgan | | | | | | | |
| | | Analiza los diferentes elementos de la teoría de conjuntos junto a las operaciones básicas estableciendo ejemplos y representaciones gráficas.<br>Relaciona dicha teoría con los elementos básicos de la lógica. | Resuelve la guía de ejercicios Nº4 relativa a problemas de conjunto y propiedades principales. Representa gráficamente mediante diagramas adecuados las propiedades básicas | Trabajar en equipo para la resolución de problemas expuestos en la guía de la unidad. Intercambia opiniones con sus pares. Valora la rigurosidad matemática en la resolución de problemas. | Presentación de materia por el profesor.<br>Desarrollo de ejercicios y problemas modelos.<br>Interpretación de resultados. | Desarrollo de la guía Nº4 en forma individual o en grupo.<br><br>Revisión<br>De la bibliografía | Guía de Ejercicios Nº4<br><br>Bibliografía Básica | Control Nº4 | 08 - 08 |

UNIDAD V: Relaciones y Funciones (32 horas)

| Semana | Competencia Nº | Contenidos | | | Actividades | | Recursos | Evaluación | Tiempo pp-aa |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Cognitivos | Procedimentales | Actitudinales | pp | aa | | | |
| 10-11-12<br>13 | 5-8-9-10<br>11-12 | Producto Carteciano<br>Definición y ejemplos de relaciones<br>Clasificación de relaciones de equivalencia, de orden.<br>Funciones: Definición y ejemplos.<br>Dominio y Recorrido de una función.<br>Representación sagital<br>El plano cartesiano. Gráfico de una función<br>Algebra de funciones a valores reales<br>Composición de funciones<br>Clasificación cualitativa de función: función inyectivas, epiyectivas o sobreyectivas y biyectivas<br>Funciones crecientes y decrecientes<br>Funciones periódicas<br>Funciones pares e impares<br>Función lineal, cuadrática y cúbica<br>Funciones trigonométricas. Medida de ángulos en grados y radianes. Conversiones de una modalidad a otra<br>Estudio de los gráficos de sen (t), cos (tI y tg (t)<br>Identidades tirgonométricas; fórmula de las suma y diferencia de ángulos, ecuaciones trigonométricas.<br>Funciones trigonométricas inversas<br>Función exponencial y logaritmo: propiedades, gráficos, curva logística.<br>Ecuaciones exponencial y logarítmica.<br>Aplicaciones (crecimiento exponencial, curva de aprendizaje, interés compuesto y de crecimiento exponencial, desintegración | | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | relativa<br>Polinomios; grado; adición; productos, división; raíces. Relación entre los coeficiente de una ecuación polinominal P (x) = 0 y sus raíces. | | | | | | | |
| | | Identifica la diferencia entre el concepto de función y el de relación<br>Analiza el concepto de dominio y recorrido tanto de relaciones como el de funciones estableciendo ejemplos y situaciones gráficas<br>Establece gráficamente funciones inyectivas, epiyectivas y biyectivas.<br>Recorre las distintas funciones trigonométricas.<br>Establece aplicaciones usando funciones lineales, cuadráticas, cúbicas, trigonométricas.<br>Analiza las funciones exponencial y logaritmo tanto avalíticamente como gráficamente.<br>Establece aplicaciones usando funciones exponencial y logaritmo. | Resuelve la guía Nº5 que proporciona ejercicios de relaciones, funciones, clasificación de funciones, funciones algebraicas, trigonométricas, trigonométricas inversas, exponencial, logaritmo. | Disposición para enfrentarse a nuevos problemas en distintas áreas<br>Interactúa con sus pares para la resolución de problemas | Presentación de la materia por el profesor.<br>Desarrollo de ejercicios y problemas modelos.<br>Interpretación de resultados | Desarrollo de Guía Nº5 en forma individual o colectiva | Desarrollo de guía de ejercicios nº5 en forma individual o en grupo<br>Bibliografía básica | Control Nº5<br><br>PEP 2 | 32 -.32 |

UNIDAD VI: Elementos de Geometría Analítica (8 horas)

| Semana | Competencia Nº | Contenidos | | | Actividades | | Recursos | Evaluación | Tiempo pp-aa |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Cognitivos | Procedimentales | Actitudinales | pp | Aa | | | |
| 14 | 6-8-9<br>10-11-12 | Circunferencia<br>Parábola<br>Elipse<br>Hipérbola<br>Coordenadas polares | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Identifica las diferentes cónicas tanto por sus ecuaciones como gráficamente<br>Establece los distintos tipos de ecuaciones para cada uno de las cónicas. | Resuelve Guía Nº6 sobre circunferencias, elipse, parábola hipérbola.<br>Resuelve problemas de aplicación con el uso de dichas curvas. | Demuestra actitud colaborativa en la resolución de problemas de la guía Nº6. | Presentación de la materia por el profesor.<br>Desarrollo de ejercicios y problemas modelos.<br>Interpretación de resultados | Desarrollo de Guía Nº6 en forma individual o en grupo | Guía de Ejercicios Nº6<br>Uso de Software computacional para analizar el gráfico de las conicas<br>Bibliografía básica | Control Nº6 | 08 - 08 |

UNIDAD VII: Límite y Continuidad (34 horas)

| Semana | Competencia Nº | Contenidos | | | Actividades | | Recursos | Evaluación | Tiempo pp-aa |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Cognitivos | Procedimentales | Actitudinales | pp | aa | | | |
| 15-16-17 | 7-8-9<br>10-11-12 | Concepto de límite<br>Límites finitos: límites laterales<br>Límites finitos cuando la variables crece o decrece indefinidamente<br>Límites infinitos cuando la variable permanece acotada<br>Límites infinitos cuando la variable crece o decrece indefinidamente.<br>Concepto de continuidad, definición<br>Continuidad de funciones elementales<br>Discontinuidad removible<br>Propiedades de funciones continuas (operaciones, composición, resultados clásicos) | | | | | | | |
| | | Analiza el concepto de límite en forma algebraica y gráfica | Resuelve guía Nº7 relativa a problemas y ejercicios de | Disposición para enfrentarse a nuevos problemas en | Presentación de la materia | Desarrollo de Guía Nº7 | Desarrollo de Guía | Control Nº7 | 24 - 24 |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Identifica los distintos tipos de discontinuidad. | límite y continuidad | distintas áreas.<br>Interactúa con sus pares para la resolución de problemas. | por el profesor.<br>Desarrollo de ejercicios y problemas modelos.<br>Interpretación de resultados | relativa a problemas y ejercicios de límite y continuidad | Nº7 en forma individua l o en grupo | PEP 3 | |

Referencias Básicas


1. Primera parte de un curso propedéutico para estudiantes de ingeniería. Ricardo Gans. Tesis LEMC 2006
2. Cálculo. Continuidad y Diferenciabilidad USACH Segunda Versión 2003.
3. Calcular T. Apostol


3 Pruebas 20%, 25%, 35%
Controles, tareas, trabajos 20%

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIA

PROGRAMA

| | | | |
|---|---|---|---|
| ASIGNATURA O MICROOBJETIVO | GEOMETRÍA EUCLIDIANA | Código | 09257 23632 |
| CARRERA | Licenciatura en Educación en Física y Matemática | | |
| DEPARTAMENTO | Matemática | | |
| MÓDULO O MACROOBJETIVO | La Física, la Matemática y la Educación nos ayudan a comprender el mundo microscópico | | |
| RESPONSABLE DE LA REDACCIÓN | Manuel Galaz Pérez | | |
| CRÉDITOS | Teoría :04 | Ejercicio:02 | Laboratorio: 00 |
| AÑO/SEMESTRE | Tercer año/ Sexto semestre | | |
| PRE-REQUISITOS | Ingreso | | |

| Profesores | Ubicación Física | Fono | Correo Electrónico |
|---|---|---|---|
| (Coordinador) Manuel Galaz Pérez | | 671 23 76 anexo 112 | mgalaz@comenius.usach.cl |
| Profesores/as Manuel Galaz Pérez | | 671 23 76 anexo 112 | mgalaz@comenius.usach.cl |
| Ayudante Michael Yañez | | 671 23 76 anexo 112 | |

| Teoría | | Ejercicio | | Laboratorio/Taller/Práctica Profesional | | Total | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tiempo Hrs presenciales (pp) | Tiempo hrs trabajo Autónomo (aa) | Tiempo Hrs presenciales (pp) | Tiempo Hrs trabajo Autónomo (aa) | Tiempo Hrs presenciales (pp) | Tiempo Hrs trabajo Autónomo (aa) | Tiempo Hrs presenciales (pp) | Tiempo Hrs trabajo Autónomo (aa) |
| 04 | 08 | 02 | 04 | 00 | 00 | 06 | 12 |

CONTEXTO DE LA ASIGNATURA

| | |
|---|---|
| Descripción de la Asignatura (Encuadre en el Plan de Estudio) | En este curso, se realizarán sesiones de cátedra y ayudantía. Las primeras se distribuirán en sesiones de exploración y construcción geométrica a través del trabajo práctico que se intencionará por medio del uso de recursos tradicionales (regla, compás y transportador) y digitales (applets, visualizadores y un procesador geométrico), y sesiones de formalización y demostración de las propiedades geométricas correspondientes. En ambas se intencionará la activa participación de los alumnos, ya sea de forma individual o colaborativa, con el propósito de fomentar el trabajo de construcciones geométricas, así como también la discusión reflexiva sobre las particularidades de las propiedades y contenidos abordados. Complementariamente, las sesiones de ayudantía permitirán desarrollar la capacidad para resolver problemas sobre geometría, con contexto y sin contexto, a través de la apropiación de la técnica sobre el uso de propiedades geométricas.<br><br>Los estudiantes conformarán una comunidad de aprendizaje en un espacio virtual (Plataforma Moodle) que será la componente digital del curso de Geometría. Su propósito es permitir la interacción dinámica de los estudiantes, compartiendo recursos digitales, participando en foros de discusión sobre temas relacionados con la Geometría Euclidiana y la didáctica de la misma, desde el contexto y la teoría. Además, se posibilitará que los productos que emanen en el desarrollo del curso sean almacenados en el portafolios virtual.<br><br>Los recursos de apoyo, para todas las sesiones de cátedra, serán proyector multimedia y computador. Además, se utilizará un procesador geométrico < Geogebra – http://www.geogebra.org > como herramienta tecnológica de apoyo didáctico, fomentando su uso y mostrando las fortalezas de las visualizaciones dinámicas en geometría.<br><br>Además, los participantes del curso deberán contar con regla, compás y transportador para realizar las construcciones geométricas. |

| | |
|---|---|
| CONTRIBUCIÓN A LA FORMACIÓN (Competencias genéricas del perfil profesional asociadas a la asignatura) | Un estudiante es competente cuando:<br>Domina los saberes de las disciplinas del área de conocimiento de su especialidad.<br><br>Selecciona y utiliza materiales didácticos pertinentes que permiten contextualizar la geometría.<br><br>Utiliza y evalúa las tecnologías de la comunicación e información como recurso de enseñanza y aprendizaje de la geometría Euclidiana.<br><br>Genera Innovaciones para la enseñanza de la geometría.<br><br>Reflexiona sobre su práctica para mejorar su quehacer educativo.<br><br>Desarrolla capacidad para abordar le geometría desde la perspectiva informal ( contextos ), la formal ( teoría y práctica ) y exploratoria (uso de recursos digitales: procesador geométricos y otros) |

| | |
|---|---|
| CONTRIBUCIÓN A LA FORMACIÓN (Competencias específicas de la asignatura asociadas al perfil profesional) | Un estudiante es competente cuando:<br><br>1 Domina los conceptos básicos de la geometría Euclidiana.<br><br>2 Capacidad para expresarse correctamente utilizando el lenguaje de la matemática, en especial el geométrico.<br><br>3 Capacidad de abstracción, incluido el desarrollo lógico de teorías matemáticas y las relaciones entre ellas.<br><br>4 Valora la evolución histórica de los conceptos fundamentales de la geometría.<br><br>5 Analiza características de formas geométricas de dos y tres dimensiones, y algunas de sus propiedades geométricas fundamentales.<br><br>6 Capacidad para utilizar las herramientas computacionales como un procesador geométrico para la construcción geométrica y resolver problemas.<br><br>7 Conocimiento básico del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. |

METODOLOGÍA

La metodología de trabajo estará basada en una concepción constructiva del conocimiento, en la que los estudiantes exploran y analizan propiedades de la Geometría euclidiana a través de recursos manipulativos y digitales como un procesador geométrico.

En general, las actividades del curso se organizaran siguiendo la secuencia:

Exploración de conocimiento. Aquí se establecen conjeturas que permiten explicar las situaciones estudiadas. Se hará uso de diversos recursos, tales como: regla, compás, appletts interactivos, visualizaciones, objetos de uso cotidiano, software de geometría, los cuales serán funcionales a crear situaciones interesantes y fácilmente transferibles al aula.

Formalización. Los hallazgos y conjeturas de la exploración se formalizan a través de una presentación más rigurosa del conocimiento matemático que está en el trasfondo. Esta presentación formal está hecha de un modo “amable” y siguiendo de cerca los resultados de la exploración, de modo de que se produzca una transición natural de la idea intuitiva hacia la formalización geométrics.

Ejercitación. Se ejercita y aplica el conocimiento revisado, planteando desafíos y dejando abiertas posibilidades para profundizar y seguir aprendiendo acerca del contenido. También aquí se evaluará formativamente el conocimiento alcanzado.

EVALUACIÓN DEL CURSO

En el transcurso del curso se realizarán tres evaluaciones y se elaborará el portafolios virtual con trabajos prácticos. Ellos tendrán el siguiente porcentaje

| Evaluación | porcentaje |
|---|---|
| Primera prueba | 25 % |
| Segunda prueba | 25 % |
| Tercera prueba | 25 % |
| Controles | 15 % |
| Portafolio con trabajos prácticos | 10 % |

La calificación mínima de aprobación es de 4,0 y un 80% de asistencia.

CUADRO RESUMEN DE HORAS

| SEMANAS | COMPETENCIAS (Indicar en base al número que le asignó) | UNIDADES | TIEMPO PP TOTAL POR UNIDAD | TIEMPO AA TOTAL POR UNIDAD |
|---|---|---|---|---|
| 1 - 6 | 1 – 2 -3 -4 -5 -6-7 | 1. Elementos básicos y Congruencia de Figuras planas | 32 | 32 |
| 6 - 12 | 2 -3 -4 -5 -6 -7 | 2. Cuadriláteros y Semejanza de figuras planas | 36 | 38 |
| 12 - 14 | 2 -3 -4 -5 -6- 7 | 3. Lugar Geométrico y Transformaciones Isométricas | 16 | 16 |
| 15 - 17 | 2 -3 -4 -5 -6 -7 | 4.Cuerpos Geométricos | 18 | 18 |
| Total | | Cuatro unidades de trabajo | 102 | 102 |

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA . (indica el nivel del curso)

Clemens, S; O´Daffer, P; Cooney, T (1998). " Geometría". Edo. de México: Addison Wesley Longman de México.
Moise, Edwin, Downs Floyd . "Matemática Moderna: Geometría".

Galaz, Manuel. “Construcciones Geométricas con un procesador geométrico”. Apuntes de clases.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Calderón, Alfonso (2002). " Geometría Simplificada ". Santiago.Chile: Editorial Huemul.
García, J; Bertran, C(1998). “Geometría y experiencias". México: Addison Wesley Longman de México.
Mercado, Carlos (1978). "Curso de Matemáticas Elementales III y IV: Geometría". Santiago, Chile Editorial Universitaria S.A.
Mercado, Carlos (1993). "Geometría Intuitiva: tomo XI". Santiago, Chile Editorial Universitaria S.A.
Riera, Gonzalo . "Lecciones de Geometría Clásica”. Santiago, Chile . Auspicio de Fundación Andes.

Galaz, Manuel. “Construcciones Geométricas con un procesador geométrico”. Apuntes de clases.

Hohenwarter, MArkus. “Geogebra”. [en línea] < http://www.geogebra.org >

PAGÍNAS WWW Y SITIOS AFINES

Hohenwarter, MArkus. “Geogebra”. [en línea] < http://www.geogebra.org >

“Euclides”. [en línea] < http://www.euclides.org >

ORGANIZACIÓN de los contenidos de la asignatura

UNIDAD I: Elementos básicos y Congruencia de Figuras planas

| Semana | Competencia Nº | Contenidos | | | Actividades | | Recursos | Evaluación | Tiempo pp-aa |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Cognitivos | Procedimentales | Actitudinales | pp | aa | | | |
| 1 | 1 – 2 -4 | Identifica y utiliza la nomenclatura geométrica básica.<br><br>Identifica y utiliza los elementos básicos de la geometría (punto, recta, puntos colineales, rayo, trazo o segmento, plano ) en actividades diversas.<br><br>Identifica y clasifica ángulos; ángulos congruentes y bisectriz<br><br>Identifica y clasifica ángulos; ángulos congruentes y bisectriz<br><br>Identifica y utiliza el V postulado de Euclides<br><br>Identifica y utiliza los teoremas y postulados referidos a Paralelismo y perpendicularidad | Construye ángulos, diferenciándolos según la clasificación determinada por la medida de los mismos; construye ángulos congruentes y bisectriz | Valora positivamente el trabajo en equipo para la generación de conocimiento<br><br>Valora positivamente el uso de recursos digitales que permiten la exploración de propiedades geométricas. | Exposición<br><br>Construcción y exploración de ángulos; clasificación, ángulos congruentes y bisectriz<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas | Construcción y exploración de ángulos; clasificación, ángulos congruentes y bisectriz<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas | Computador y proyector multimedia<br><br>Uso de regla y compás; guía de trabajo<br><br>Guía de trabajo | | 6 - 6 |
| 2 | 1 – 2 -3 -4-6-7 | Identifica y aplica las propiedades de: una recta perpendicular en un punto P de una recta L; la perpendicular a una recta desde un punto P que no pertenece a dicha recta;<br><br>Identifica y aplica las propiedades de Simetral de un trazo; una recta paralela a una recta L y que pasa por un punto P; dividir un trazo en partes iguales;<br><br>Identifica y aplica las propiedades de | Construye una recta perpendicular en un punto P de una recta L; la perpendicular a una recta desde un punto P que no pertenece a dicha recta; | Valora positivamente el trabajo en equipo para la generación de conocimiento | Construcción y exploración en un procesador geométrico, propiedades de la geometría básica. | Construcción y exploración en un procesador geométrico, propiedades de la geometría básica. | Software Geogebra; Plataforma Moodle y guía de aprendizaje. | Archivos diseñados en Geogebra y almacenados en portafolios virtual | 6 - 6 |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Paralelismo y perpendicularidad, teoremas y postulados. | | Valora positivamente el uso de recursos digitales que permiten la exploración de propiedades geométricas. | Formalización de contenidos Demostración de propiedades<br><br>Ejercicios sobre paralelismo y perpendicularidad. | Ejercicios sobre paralelismo y perpendicularidad. | Computador y proyector multimedia Apuntes y pizarra acrilica<br><br>Guía de trabajo y pizarra acrílica | Control sobre paralelismo y perpendecularidad; | |
| 3 | 1 – 2 -3 -4 -5 - 6-7 | Distingue y aplica, la definición de Triángulo y Teoremas de la suma de las medidas de los ángulos interiores; Teorema del ángulo exterior; Teorema de la suma de las medidas de los ángulos exteriores.<br><br>Distingue y aplica la clasificación de triángulos según sus lados y sus ángulos.<br><br>Aplica propiedades alusivas a perímetro y áreas de Triángulos | Explora los teoremas de la suma de las medidas de los ángulos interiores; teorema del ángulo exterior; teorema de la suma de las medidas de los ángulos exteriores, a través de su construcción respectiva en un procesador geométrico<br><br>Demuestra los teoremas de la suma de las medidas de los ángulos interiores; teorema del ángulo exterior; teorema de la suma de las medidas de los ángulos exteriores. | Valora positivamente el trabajo en equipo para la generación de conocimiento<br><br>Valora positivamente el uso de recursos digitales que permiten la exploración de propiedades geométricas. | Construcción y exploración en un procesador geométrico.<br><br>Formalización de contenidos Demostración de propiedades<br><br>Aplicación y | Construcción y exploración en un procesador geométrico.<br><br>Aplicación y ejercitación de | Software Geogebra; Plataforma Moodle y guía de aprendizaje.<br><br>Computador y proyector multimedia Apuntes y pizarra acrílica. | Archivos diseñados en Geogebra y almacenados en portafolios virtual | 6 - 6 |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Aplica teoremas en problemas con y sin contexto. | | ejercitación de problemas Desafío sobre triángulos | problemas Desafío sobre triángulos | Guía de trabajo y pizarra acrílica | | |
| 4 | 2 -3 -4 -5 -6-7 | Aplica razonamiento Inductivo y Deductivo en situaciones alusivas a triángulos<br><br>Comprende el concepto de Congruencia de figuras planas.<br><br>Aplica y analiza Criterios de Congruencia de triángulos: LAL; LLL; ALA; LLA; LAA; criterio cateto - Hipotenusa | Explora criterios de Congruencia de triángulos: LAL; LLL; ALA; LLA; LAA; criterio cateto - Hipotenusa , a través de su construcción respectiva en un procesador geométrico.<br><br>Demuestra los criterios de Congruencia de triángulos: LAL; LLL; ALA; LLA; LAA; criterio cateto - Hipotenusa<br><br>Aplica teoremas en problemas con y sin contexto. | Valora positivamente el trabajo en equipo para la generación de conocimiento<br><br>Valora positivamente el uso de recursos digitales que permiten la exploración de propiedades geométricas. | Construcción y exploración en un procesador geométrico.<br><br>Triángulos – Motivación visual.<br><br>Formalización de contenidos Demostración de propiedades<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas Desafíos sobre triángulos | Construcción y exploración en un procesador geométrico.<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas Desafíos sobre triángulos | Software Geogebra; Plataforma Moodle y guía de aprendizaje.<br><br>Computador y proyector multimedia Apuntes y pizarra acrílica.<br><br>Guía de trabajo y pizarra acrílica | Archivos diseñados en Geogebra y almacenados en portafolios virtual | 6 - 6 |
| 5 - 6 | 1 – 2 -3 -4 -5 - 6-7 | Distingue y aplica las propiedades referentes a los elementos secundarios y puntos notables de un triángulo.<br><br>Distingue y aplica propiedades como: Desigualdades triangulares: Teorema | Explora las propiedades referentes a los elementos secundarios y puntos notables de un triángulo, a través de su construcción respectiva en un procesador geométrico. | Valora positivamente el trabajo en equipo para la generación de conocimiento | Motivación visual.<br><br>Exploración de propiedades en un procesador geométrico. | Exploración de propiedades en un procesador geométrico. | Recursos digitales<br><br>Software Geogebra; Plataforma Moodle y guía de | Archivos diseñados en Geogebra y almacenados en portafolios virtual | 8 - 8 |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | del Angulo exterior; Teorema de la relación de desigualdad entre lados y ángulos; Teorema de la desigualdad triangular. | Demuestra las propiedades referentes a los elementos secundarios y puntos notables de un triángulo, a través de su construcción respectiva en un procesador geométrico.<br><br>Aplica dichas propiedades en problemas con y sin contexto. | Valora positivamente el uso de recursos digitales que permiten la exploración de propiedades geométricas. | Formalización de contenidos Demostración de propiedades<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas Desafíos sobre triángulos | Aplicación y ejercitación de problemas Desafíos sobre triángulos | aprendizaje.<br><br>Computador y proyector multimedia Apuntes y pizarra acrílica<br><br>Guía de trabajo y pizarra acrílica | Evaluación de Unidad – Primera prueba | |

UNIDAD II: Cuadriláteros y Semejanza de figuras planas

| Semana | Competencia Nº | Contenidos | | | Actividades | | Recursos | Evaluación | Tiempo pp-aa |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Cognitivos | Procedimentales | Actitudinales | pp | aa | | | |
| 6 | 2 -3 -4 -5 -6-7 | Distingue y aplica la definición de Cuadrilátero y sus elementos constitutivos.<br><br>Distingue y aplica la clasificación de Cuadriláteros según el número de par de lados paralelos.<br><br>Aplica y analiza las propiedades y teoremas de cuadriláteros. | Explora las propiedades de cuadriláteros, a través de su construcción respectiva en un procesador geométrico.<br><br>Demuestra las propiedades referentes a los cuadriláteros.<br><br>Calcula áreas y perímetros de cuadriláteros.<br><br>Aplica dichas propiedades en problemas con y sin contexto. | Valora positivamente el trabajo en equipo para la generación de conocimiento<br><br>Valora positivamente el uso de recursos digitales que permiten la exploración de propiedades geométricas. | Exploración de propiedades de los cuadriláteros en un procesador geométrico.<br><br>Motivación visual.<br><br>Formalización de contenidos<br>Demostración de propiedades<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas; desafíos sobre Cuadriláteros | Exploración de propiedades de los cuadriláteros en un procesador geométrico.<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas; desafíos sobre Cuadriláteros | Software Geogebra; Plataforma Moodle y guía de aprendizaje.<br><br>Computador y proyector multimedia<br>Apuntes y pizarra acrílica.<br><br>Guía de trabajo y pizarra acrílica | Archivos diseñados en Geogebra y almacenados en portafolios virtual | 4 - 4 |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 2 -3 -4 -5 -6-7 | Distingue y aplica Teorema Fundamental de semejanza.<br><br>Aplica y analiza criterios de Semejanza de Triángulos.<br><br>Distingue y aplica Teorema de Thales.<br><br>Distingue y aplica la División Aurea y sucesión de Fibonaci | Explora; Teorema Fundamental de Semejanza; Criterios de Semejanza; Teoremas de Tales, a través de su construcción respectiva en un procesador geométrico.<br><br>Demuestra; Teorema Fundamental de Semejanza; Criterios de Semejanza; Teoremas de Tales.<br><br>Aplica dichas propiedades en problemas con y sin contexto. | Valora positivamente el trabajo en equipo para la generación de conocimiento<br><br>Valora positivamente el uso de recursos digitales que permiten la exploración de propiedades geométricas. | Exploración de propiedades de Semejanza de figuras planas en un procesador geométrico.<br><br>Motivación visual.<br><br>Formalización de contenidos Demostración de propiedades<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas Desafíos sobre semejanza | Exploración de propiedades de Semejanza de figuras planas en un procesador geométrico.<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas Desafíos sobre semejanza | Software Geogebra; Plataforma Moodle y guía de aprendizaje.<br><br>Computador y proyector multimedia Apuntes y pizarra acrílica.<br><br>Guía de trabajo y pizarra acrílica | Archivos diseñados en Geogebra y almacenados en portafolios virtual | 6 - 6 |
| 8 | 2 -3 -4 -5 -6-7 | Comprende Teorema de Ceva , Teorema de Menelao.<br><br>Distingue y aplica Transformaciones Homotéticas<br><br>Distingue y aplica Teorema de | Explora; Teorema De Ceva; teorema de Menéalo; Transformaciones Nomotéticas; Teorema de Euclides y | Valora positivamente el trabajo en equipo para la generación de conocimiento | Exploración de propiedades en un procesador geométrico. | Exploración de propiedades en un procesador geométrico. | Software Geogebra; Plataforma Moodle y guía de aprendizaje. | Archivos diseñados en Geogebra y almacenados en portafolios virtual. | 6 - 6 |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Euclides<br><br>Distingue y aplica Teorema de Pitágoras | Pitágoras, a través de su construcción respectiva en un procesador geométrico.<br><br>Demuestra; Teorema de Euclides y Pitágoras,<br><br>Aplica dichas propiedades en problemas con y sin contexto. | Valora positivamente el uso de recursos digitales que permiten la exploración de propiedades geométricas. | Motivación visual.<br><br>Formalización de contenidos<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas Desafíos sobre transformaciones homotéticas; Teorema de Euclides y Pitágoras | Aplicación y ejercitación de problemas Desafíos sobre transformaciones homotéticas; Teorema de Euclides y Pitágoras | Computador y proyector multimedia Apuntes y pizarra acrílica.<br><br>Guía de trabajo y pizarra acrílica | Segundo Control | |
| 9 | 2 -3 -4 -5 -6-7 | Distingue y aplica la definición de Polígono (convexo, no - convexo, regular e irregular).<br><br>Aplica propiedades sobre polígonos convexos ( suma de la medida de los ángulos interiores y exteriores)<br><br>Distingue y aplica Polígonos inscritos y circunscritos | Explora; propiedades sobre polígonos convexos, a través de su construcción respectiva en un procesador geométrico.<br><br>Construcciones geométricas de polígonos.<br><br>Calcula Apotema, áreas y perímetros | Valora positivamente el trabajo en equipo para la generación de conocimiento | Exploración de propiedades en un procesador geométrico.<br><br>Motivación visual. Formalización de propiedades | Exploración de propiedades en un procesador geométrico. | Software Geogebra; Plataforma Moodle y guía de aprendizaje.<br><br>Computador y proyector multimedia Apuntes y pizarra acrílica. | Archivos diseñados en Geogebra y almacenados en portafolios virtual | 6 - 6 |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | de polígonos | Valora positivamente el uso de recursos digitales que permiten la exploración de propiedades geométricas. | Aplicación y ejercitación de problemas Sobre Polígonos | Aplicación y ejercitación de problemas Sobre Polígonos | Guía de trabajo y pizarra acrílica | | |
| 10 | 2 -3 -4 -5 -6-7 | Reconoce los elementos de una circunferencia.<br><br>Distingue y aplica propiedades sobre posiciones relativas entre una circunferencia, sus ángulos (ángulo del centro; ángulo inscrito; semi-inscrito; interior y exterior):<br><br>Distingue y aplica la propiedad sobre cuadrilátero inscrito en una circunferencia<br><br>Distingue y aplica la propiedad sobre cuadrilátero circunscrito en una circunferencia | Explora; propiedades sobre posiciones relativas entre una circunferencia, sus ángulos (ángulo del centro; ángulo inscrito; semi-inscrito; interior y exterior):<br>a través de su construcción respectiva en un procesador geométrico.<br><br>Explora la propiedad sobre cuadrilátero inscrito en una circunferencia; la propiedad sobre cuadrilátero circunscrito en una circunferencia<br><br>Aplica dichas propiedades en | Valora positivamente el trabajo en equipo para la generación de conocimiento<br><br>Valora positivamente el uso de recursos digitales que permiten la exploración de propiedades geométricas. | Exploración de propiedades en un procesador geométrico.<br><br>Motivación visual.<br><br>Formalización de contenidos Demostración de propiedades<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas sobre posiciones relativas entre una | Exploración de propiedades en un procesador geométrico.<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas sobre posiciones relativas entre una circunferen | Software Geogebra; Plataforma Moodle y guía de aprendizaje.<br><br>Computador y proyector multimedia Apuntes y pizarra acrílica.<br><br>Guía de trabajo y | Archivos diseñados en Geogebra y almacenados en portafolios virtual | 6 -6 |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | problemas con y sin contexto. | | circunferencia sus ángulos | cia sus ángulos | pizarra acrílica | | |
| 11 - 12 | 2 -3 -4 -5 -6-7 | Distingue y aplica propiedades sobre relaciones métricas en la Circunferencia<br><br>Distingue y aplica Teorema de la semicircunferencia de Thales de Mileto.<br><br>. | Explora; propiedades sobre relaciones métricas en la Circunferencia a través de su construcción respectiva en un procesador geométrico.<br><br>Construye el Arco capaz, Circunferencia de Apolonio.<br><br>Calcula perímetro y área( circunferencia, circulo, sector circular, corona, etc).<br><br>Aplica dichas propiedades en problemas con y sin contexto. | Valora positivamente el trabajo en equipo para la generación de conocimiento<br><br>Valora positivamente el uso de recursos digitales que permiten la exploración de propiedades geométricas. | Exploración de propiedades en un procesador geométrico.<br><br>Formalización de contenidos Demostración de propiedades<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas sobre relaciones métricas en la Circunferencia | Exploración de propiedades en un procesador geométrico.<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas sobre relaciones métricas en la Circunferencia | Software Geogebra; Plataforma Moodle y guía de aprendizaje.<br><br>Computador y proyector multimedia Apuntes y pizarra acrílica.<br><br>Guía de trabajo y pizarra acrílica | Archivos diseñados en Geogebra y almacenados en portafolios virtual<br><br>Evaluación de Unidad – Segunda prueba | 6 -6 |

UNIDAD III:
Lugar Geométrico y Transformaciones Isométricas

| Semana | Competencia Nº | Contenidos | | | Actividades | | Recursos | Evaluación | Tiempo pp-aa |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Cognitivos | Procedimentales | Actitudinales | pp | aa | | | |
| 12 | 2 -3 -4 -5 -6-7 | Analiza lugares geométricos | Explora; Lugar Geométrico a través de su construcción respectiva en un procesador geométrico.<br><br>Construye lugares geométricos por medio de un procesador geométrico. | Valora positivamente el trabajo en equipo para la generación de conocimiento<br><br>Valora positivamente el uso de recursos digitales que permiten la exploración de propiedades geométricas. | Exploración de Lugar Geométrico en una aplicación digital afín.<br><br>Formalización de contenidos<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas Lugar Geométrico | Exploración de Lugar Geométrico en una aplicación digital afín.<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas Lugar Geométrico | Software Geogebra; Plataforma Moodle y guía de aprendizaje.<br><br>Computador y proyector multimedia Apuntes y pizarra acrílica.<br><br>Guía de trabajo y pizarra acrílica | Archivos diseñados en Geogebra y almacenados en portafolios virtual | 4 - 4 |
| 13 | 2 -3 -4 -5 -6-7 | Distingue y aplica Transformaciones Isométricas<br>Distingue y aplica Traslación ( desde la perspectiva Euclidiana, | Explora y construye Traslación ( desde la perspectiva Euclidiana, Coordenadas | Valora | Construcción y exploración en un procesador geométrico. | Construcción y exploración en un procesador geométrico. | Software Geogebra; Plataforma Moodle y guía de aprendizaje. | Archivos diseñados en Geogebra y almacenados en portafolios | 6 - 6 |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Coordenadas Cartesianas y Vectores)<br><br>Distingue y aplica Rotaciones o giros ( desde la perspectiva Euclidiana, Coordenadas Cartesianas y Vectores) | Cartesianas y Vectores)<br>Y Rotaciones o giros ( desde la perspectiva Euclidiana, Coordenadas Cartesianas y Vectores), a través de su construcción respectiva en un procesador geométrico<br><br>Aplica Transformaciones Isométricas en problemas con y sin contexto. | positivamente el trabajo en equipo para la generación de conocimiento<br><br>Valora positivamente el uso de recursos digitales que permiten la exploración de propiedades geométricas. | Formalización de contenidos Demostración de propiedades<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas De Transformaciones Isométricas | Aplicación y ejercitación de problemas De Transformaciones Isométricas | Computador y proyector multimedia Apuntes y pizarra acrílica.<br><br>Guía de trabajo y pizarra acrílica | virtual | |
| 14 | 2 -3 -4 -5 -6-7 | Distingue y aplica reflexiones y simetrías.<br><br>Distingue y aplica composición de Transformaciones; Grupo de isometrias<br><br>Distingue y aplica Tesselaciones. Regulares; semirregulares. | Explora y construye Reflexiones y simetrías.<br>, a través de su construcción respectiva en un procesador geométrico<br><br>Explora y construye | Valora positivamente el trabajo en equipo para la generación de conocimiento | Construcción y exploración en un procesador geométrico.<br><br>Formalizaci | Construcción y exploración en un procesador geométrico. | Software Geogebra; Plataforma Moodle y guía de aprendizaje.<br><br>Computador y | Archivos diseñados en Geogebra y almacenados en portafolios virtual. | 6 - 6 |

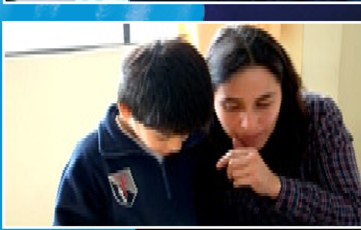
| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Composición de Transformaciones; Grupo de isometrías , a través de su construcción respectiva en un procesador geométrico<br><br>Explora y construye Tesselaciones. Regulares; semirregulares , a través de su construcción respectiva en un procesador geométrico | Valora positivamente el uso de recursos digitales que permiten la exploración de propiedades geométricas. | ón de contenidos<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas De Transforma ciones Isométricas | Aplicación y ejercitación de problemas De Transforma ciones Isométricas | proyector multimedia Apuntes y pizarra acrílica.<br><br>Guía de trabajo y pizarra acrílica | Tercer control | |

UNIDAD IV: Cuerpos Geométricos

| Semana | Competencia Nº | Contenidos | | | Actividades | | Recursos | Evaluación | Tiempo pp-aa |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Cognitivos | Procedimentales | Actitudinales | pp | aa | | | |
| 15 | 2 -3 -4 -5 -6-7 | Identifica y utiliza los elementos de geometría en el espacio<br><br>Analiza posiciones relativas de rectas y planos en el espacio; definición de cuerpos geométricos; ángulo diedro; ángulo poliedro.<br><br>Analiza propiedades de ángulo diedro; ángulo poliedro.<br><br>Identifica y clasifica de cuerpos geométricos según sus elementos constitutivos. | Explora ángulos diedros y poliedros a tr5avés del software Poly.<br><br>Explora y construye ángulos diedros y poliedros a tr5avés de la manipulación de papel.<br><br>Aplica dichas propiedades en problemas con y sin contexto. | Valora positivamente el trabajo en equipo para la generación de conocimiento<br><br>Valora positivamente el uso de recursos digitales que permiten la exploración de propiedades geométricas. | exploración en el software Poly y en un procesador geométrico.<br><br>Motivación visual.<br><br>Formalización de contenidos Demostración de propiedades<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas Rectas y planos en el espacio; ángulo diedro; ángulo poliedro. | exploración en el software Poly y en un procesador geométrico.<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas Rectas y planos en el espacio; ángulo diedro; ángulo poliedro. | Software Poly y Geogebra; Plataforma Moodle y guía de aprendizaje.<br><br>Computador y proyector multimedia Apuntes y pizarra acrílica.<br><br>Guía de trabajo y pizarra acrílica | | 6 - 6 |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 16 | 2 -3 -4 -5 -6-7 | Analiza las características y propiedades de los Poliedros convexos y no-convexos; regulares; prismas ;Pirámides<br><br>Clasifica Poliedros según sus elementos constitutivos.<br><br>Analiza los teoremas:<br>de la razón entre el área de la base y el área de una sección transversal .<br>Teorema de la sección Transversal<br>Formula de Eular<br><br>Analiza Figuras de revolución; que se entiende por figura de revolución.<br><br>Analiza el Principio de Cavalieri.<br><br>Analiza el Teorema de Pappus - Guldin | Explora y construye ; Poliedros regulares; prismas ;Pirámides a través de su construcción respectiva en un procesador geométrico y visualización en el software Poly.<br><br>Calcula Area lateral y área total y volumen de poliedros convexos.<br><br>Demuestra propiedades sobre poliedros convexos<br><br>Aplica dichas propiedades en problemas con y sin contexto. | Valora positivamente el trabajo en equipo para la generación de conocimiento<br><br>Valora positivamente el uso de recursos digitales que permiten la exploración de propiedades geométricas. | exploración en el software Poly y en un procesador geométrico.<br><br>Motivación visual.<br><br>Formalización de contenidos Demostración de propiedades<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas Sobre Poliedros convexos | exploración en el software Poly y en un procesador geométrico.<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas Sobre Poliedros convexos | Software Poly y Geogebra; Plataforma Moodle y guía de aprendizaje.<br><br>Computador y proyector multimedia Apuntes y pizarra acrílica.<br><br>Guía de trabajo y pizarra acrílica | Archivos diseñados en Geogebra y almacenados en portafolios virtual<br><br>cuarto control | 6 - 6 |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 17 | 2 -3 -4 -5 -6-7 | Analiza las características y propiedades de los cuerpos redondos; Cilindro ; Cono y esfera<br><br>Analiza Figuras de revolución; que se entiende por figura de revolución. | Explora y construye ; cuerpos redondos; Cilindro ; Cono a través de su construcción respectiva en un procesador geométrico.<br><br>Calcula Area lateral y área total y volumen de cuerpos redondos.<br><br>Demuestra propiedades sobre cuerpos redondos<br><br>Aplica dichas propiedades en problemas con y sin contexto. | Valora positivamente el trabajo en equipo para la generación de conocimiento<br><br>Valora positivamente el uso de recursos digitales que permiten la exploración de propiedades geométricas. | Exploración de cuerpos redondos en un procesador geométrico.<br><br>Motivación visual.<br><br>Formalización de contenidos Demostración de propiedades<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas Sobre cuerpos redondos | Exploración de cuerpos redondos en un procesador geométrico.<br><br>Aplicación y ejercitación de problemas Sobre cuerpos redondos | Software Geogebra; Plataforma Moodle y guía de aprendizaje.<br><br>Computador y proyector multimedia Apuntes y pizarra acrílica.<br><br>Guía de trabajo y pizarra acrílica | Archivos diseñados en Geogebra y almacenados en portafolios virtual.<br><br>Evaluación de Unidad – Tercera prueba | 6 - 6 |



# Mapas de Progreso del Aprendizaje

## Sector Matemática Mapa de Progreso de Números y Operaciones

GOBIERNO DE CHILE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Aprendiendo a ser mejores
EDUCACIÓN CHILENA

Material elaborado por la Unidad de Curriculum, UCE,
Ministerio de Educación.

Se agradece a los siguientes establecimientos que colaboraron en
el proceso de recolección de trabajos de alumnos y alumnas:
Alianza Francesa - Vitacura
Colegio Carlos Oviedo Cavada - Maipú
Colegio Notre Dame - Providencia
Colegio San Adrián - Quilicura
Colegio Saint George - Vitacura
Colegio Santo Cura de Ars - San Miguel
Colegio Victor Domingo Silva - La Reina
Confederación Suiza - Santiago
Escuela Antártica Chilena - Vitacura
Escuela Cardenal Raúl Silva Henríquez - Puente Alto
Escuela Irene Frei de Cid - Santiago
Escuela República de Ecuador - Viña del Mar
Escuela San Joaquín - Renca
Escuela Victoria Prieto - Santiago
Instituto Nacional - Santiago
Liceo Christie Mc Auliffe - La Cisterna
Liceo Darío Salas - Santiago
Liceo Domingo Espiñeira Riesco - Ancud - Chiloé

# Mapas de Progreso del Aprendizaje

El material que se presenta a continuación, es parte del conjunto de Mapas de Progreso del Aprendizaje que describen la secuencia típica en que progresa el aprendizaje, en determinadas áreas o dominios que se consideran fundamentales en la formación de los estudiantes, en los distintos sectores curriculares. Esta descripción está hecha de un modo conciso y de la forma más clara posible para que todos puedan compartir esta visión sobre cómo progresa el aprendizaje a través de los 12 años de escolaridad. **Se busca aclarar a los profesores, a los padres de familia y a los estudiantes, qué significa mejorar en un determinado dominio del aprendizaje.**

Los Mapas complementan las actuales herramientas curriculares (Marco Curricular de OF/CMO y Programas de Estudio) y en ningún caso las sustituyen. Establecen una relación entre currículum y evaluación, orientando lo que es importante evaluar y entregando criterios comunes para observar y describir cualitativamente el aprendizaje logrado. No constituyen un nuevo currículo, ya que no promueven otros aprendizajes; por el contrario, pretenden profundizar la implementación del currículo de la Reforma, promoviendo la observación de las competencias claves que se deben formar.

Los Mapas describen el aprendizaje en 7 niveles, que abarcan desde primero básico a cuarto medio, con la excepción de Inglés, que tiene menos niveles por comenzar su enseñanza en 5° básico.

En estos 7 niveles se describe una secuencia que los estudiantes recorren a diferentes ritmos y, por lo mismo, los niveles no corresponden exactamente a lo que todos logran en un determinado grado escolar. Sin embargo, cada nivel está asociado a una expectativa para dos años de escolaridad. Por ejemplo, el nivel 1 corresponde aproximadamente al logro que se espera para la mayoría de los niños y niñas al término del 2° Básico; el Nivel 2 corresponde al término de 4° Básico y así sucesivamente. El último nivel (7), describe el aprendizaje de un alumno o alumna que al egresar es “sobresaliente”, es decir va más allá de la expectativa que se espera para la mayoría que es el nivel 6.

Los Mapas se irán dando a conocer a la comunidad escolar gradualmente. En esta primera etapa se dan a conocer cinco de ellos, que dan cuenta de algunos dominios clave de los sectores de Lenguaje y Comunicación, Matemática, Historia y Ciencias Sociales, Ciencias Naturales e Inglés.

## Matemática

El currículum de Matemática tiene como propósito que los alumnos y alumnas adquieran los conocimientos básicos de la disciplina, a la vez que desarrollen el pensamiento lógico, la capacidad de deducción, la precisión, las capacidades para formular y resolver problemas y las habilidades necesarias para modelar situaciones o fenómenos. La construcción de la Matemática surge de la necesidad de responder y resolver desafíos provenientes de los más variados ámbitos del quehacer humano y de la Matemática misma; su construcción y desarrollo es una creación ligada a la historia y la cultura. Su aprendizaje enriquece la comprensión de la realidad, facilita la selección de estrategias para resolver problemas y contribuye al desarrollo de un pensamiento propio y autónomo. El modelamiento matemático de la realidad, mediante el uso apropiado de conceptos, relaciones entre ellos y procedimientos matemáticos, ayuda al estudiante a comprender situaciones y fenómenos, y le permite formular explicaciones y hacer predicciones de ellos, aumentando su capacidad para intervenir en esa realidad.

### Mapa de Progreso de Números y Operaciones

Los aprendizajes de Matemática se han organizado en cuatro Mapas de Progreso:

- **Números y Operaciones**, describe el desarrollo del concepto de cantidad y de número y la competencia en el uso de técnicas mentales y escritas para calcular y resolver problemas que involucran distintos tipos de números.
- **Álgebra**, describe cómo los alumnos y alumnas desarrollan, en primer lugar, las abstracciones que prefiguran el álgebra, para luego expresar operaciones y relaciones usando símbolos, así como realizar operaciones mediante el uso del lenguaje algebraico.
- **Geometría**, describe el progreso de las competencias relacionadas con la comprensión, medición y el modelamiento de las formas, las transformaciones, la posición y el espacio.
- **Datos y Azar**, describe el crecimiento de la capacidad de recolectar, organizar y representar información disponible, para describir y analizar situaciones, y hacer interpretaciones de sucesos en los que interviene el azar y la incertidumbre.

El **Razonamiento Matemático** constituye una dimensión que es abordada transversalmente en estos cuatro Mapas de Progreso.

Los aprendizajes descritos en el Mapa **Números y Operaciones** progresan considerando tres dimensiones que se desarrollan de manera interrelacionada:

a. **Comprensión y uso de los números**. Se refiere a la comprensión del significado de los números, la forma de expresarlos y los contextos numéricos a los que pertenecen, así como las aplicaciones y los problemas que los originaron y/o permiten resolver.
b. **Comprensión y uso de las operaciones**. Se refiere a la comprensión del significado de las operaciones, los contextos numéricos en los que se realizan, las relaciones entre ellas, así como sus propiedades y usos para obtener nueva información a partir de la información dada.
c. **Razonamiento Matemático**. Involucra habilidades relacionadas con la selección, aplicación y evaluación de estrategias para la resolución de problemas; la argumentación y la comunicación de estrategias y resultados.

## Elementos claves del Mapa de Números y Operaciones

Un supuesto importante que orienta este Mapa se refiere a la íntima relación entre los números, las operaciones que permiten realizar y los problemas que resuelven; y cómo las operaciones generan preguntas y problemas que motivan nuevas definiciones de números y extensiones de los ámbitos numéricos. El progreso del concepto de número está dado, primero, por la extensión de los números naturales en relación con los requerimientos del proceso del conteo; luego, la operación de sustracción muestra la necesidad de los números negativos, motivando la noción de número entero; la división entre números enteros motiva la aparición de los racionales y, la operación extracción de raíz, muestra la necesidad de utilizar nuevos números, dando inicio al estudio de los irracionales y, posteriormente, de los números imaginarios en el caso de las raíces de números negativos.

Las operaciones se consideran en este eje, principalmente, desde el punto de vista de su comprensión, su uso adecuado y cómo a través de ellas los alumnos muestran dominio de los números. Operaciones también incluye la habilidad para estimar y calcular mentalmente.

Finalmente, el Razonamiento Matemático**,** en este Mapa, se refiere a la resolución de problemas con números y sobre números. La resolución de problemas implica la capacidad de una persona para reunir, organizar, combinar y utilizar en forma apropiada, conocimientos matemáticos que permiten responder a situaciones o problemas parcial o completamente nuevos; o bien, a la capacidad para responder a un problema conocido de una forma nueva, original o parcialmente diferente a las respuestas dadas con anterioridad. En este sentido, resolución de problemas se opone a comportamiento rutinario o repetitivo.

La resolución de problemas también incluye el uso de los números para hacer e investigar conjeturas sobre ellos. Esto involucrará el uso de un rango creciente de estrategias para resolver problemas y argumentaciones crecientemente más abstractas y de naturaleza cada vez más sofisticada.

Esta capacidad requiere el desarrollo de habilidades tales como: la identificación de la incógnita o de las variables cuyos valores permitirían resolver el problema; la búsqueda y construcción de caminos de solución; el análisis de los datos y de las soluciones; la anticipación y estimación de el o los resultados posibles; el análisis de la pertinencia de esos resultados; la sistematización del ensayo y error, así como la aplicación y ajuste de modelos.

En las páginas siguientes se encuentra el Mapa de Progreso de Números y Operaciones. Comienza con una presentación sintética de todos los niveles. Luego se presenta en detalle cada nivel, partiendo por su descripción, algunos ejemplos de desempeño que ilustran cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje, y uno o dos ejemplos de trabajo realizados por alumnos de establecimientos subvencionados, con los comentarios del profesor que justifican por qué juzga que el alumno se encuentra "en" el nivel. En un anexo, se incluye la versión completa de las tareas a partir de las cuales se recolectaron los trabajos de los estudiantes.

# Mapa de Progreso de Números y Operaciones

| | |
|---|---|
| Nivel 7 Sobresaliente | Comprende los diferentes conjuntos numéricos, las relaciones entre ellos y los problemas que les dieron origen[1]. Comprende que en cada conjunto numérico se puede operar sobre la base de reglas o propiedades que pueden ser usadas para justificar o demostrar relaciones. Muestra autonomía y flexibilidad para resolver un amplio repertorio de problemas, tanto rutinarios como no rutinarios, utilizando diversas estrategias y para formular conjeturas acerca de objetos matemáticos. Utiliza lenguaje matemático para presentar argumentos en la demostración de situaciones matemáticas. |
| Nivel 6 | Utiliza potencias de base real y exponente racional para resolver problemas. Reconoce a los números complejos como una extensión del campo numérico y los utiliza para resolver problemas que no admiten solución en los reales. Usa las cuatro operaciones con números complejos. Resuelve problemas, utilizando un amplio repertorio de estrategias, combinando o modificando estrategias ya utilizadas. Realiza conjeturas que suponen generalizaciones o predicciones y argumenta la validez de los procedimientos o conjeturas. |
| Nivel 5 | Reconoce a los números irracionales como números decimales no periódicos que no pueden ser escritos como fracción entre dos números enteros y a los números reales, como la unión de los números racionales e irracionales. Realiza las cuatro operaciones con números reales en forma algebraica, utilizando propiedades, e identifica el conjunto numérico al que pertenecen los resultados. Utiliza las potencias de base racional y exponente racional, y sus propiedades, para simplificar cálculos, y establece la relación entre potencias y raíces. Resuelve problemas utilizando estrategias que implican descomponer un problema o situaciones propuestas en partes o sub-problemas. Argumenta sus estrategias o procedimientos y utiliza ejemplos y contraejemplos para verificar la validez o falsedad de conjeturas. |
| Nivel 4 | Comprende que todo número racional es un cuociente entre dos números enteros y los utiliza al estimar, establecer razones, proporciones y calcular porcentajes. Comprende la conexión entre las cuatro operaciones en los números racionales positivos y negativos. Utiliza la notación científica y las potencias de base racional y exponente entero, y sus propiedades, para simplificar cálculos. Resuelve problemas no rutinarios y/o formula conjeturas en diversos contextos en los que se deben establecer relaciones entre conceptos. Justifica la estrategia utilizada, las conjeturas formuladas y los resultados obtenidos, utilizando conceptos, procedimientos y relaciones matemáticas. |
| Nivel 3 | Reconoce que los números naturales se pueden expresar como producto de factores y los expresa en forma de potencias. Utiliza números decimales positivos y fracciones positivas para ordenar, comparar, estimar, medir y calcular. Utiliza números enteros para cuantificar magnitudes, ordenar y comparar. Comprende el significado de porcentaje y establece equivalencias entre estos y fracciones o números decimales, para calcular porcentajes simples[2]. Comprende y realiza las cuatro operaciones con números decimales y con fracciones. Resuelve problemas no rutinarios y/o formula conjeturas en diversos contextos, que requieren reorganizar la información disponible. Argumenta sobre la validez de un procedimiento, estrategia o conjetura planteada. |
| Nivel 2 | Utiliza los números naturales hasta 1.000.000 para contar, ordenar, comparar, medir, estimar y calcular. Comprende que las fracciones simples[3] y los números decimales permiten cuantificar las partes de un objeto, una colección de objetos o una unidad de medida, y realiza comparaciones entre números decimales o entre fracciones. Multiplica y divide (por un solo dígito) con números naturales, comprendiendo el significado de estas operaciones y la relación entre ellas. Realiza estimaciones y cálculos mentales de multiplicaciones y divisiones exactas que requieren de estrategias simples. Resuelve problemas rutinarios y/o formula conjeturas en contextos familiares en que los datos no están necesariamente explícitos y requieren reorganizar la información del enunciado. Justifica la estrategia utilizada, explicando su razonamiento o verificando conjeturas a través de ejemplos. |
| Nivel 1 | Utiliza los números naturales hasta 1.000 para contar, ordenar, comparar, medir, estimar y calcular cantidades de objetos y magnitudes. Comprende que en estos números, la posición de cada dígito determina su valor. Realiza adiciones y sustracciones comprendiendo el significado de estas operaciones y la relación entre ellas. Reconoce que los números naturales se pueden expresar como adiciones o sustracciones de dos números naturales y descomponer en centenas, decenas y unidades. Realiza estimaciones y cálculos mentales de adiciones y sustracciones que requieren de estrategias simples, con números menores que 100. Resuelve problemas rutinarios en contextos familiares, en que los datos están explícitos y cuya estrategia de solución está claramente sugerida en el enunciado. Describe y explica la estrategia utilizada. |

1 Los enteros motivados por la sustracción, los racionales por los cuocientes imposibles entre enteros, los irracionales como consecuencia de la raíz cuadrada y los imaginarios como consecuencia de las raíces de orden par de números negativos.
2 10%, 15%, 20%, 25%, 50%, 75%.
3 Fracciones simples: medios, tercios, cuartos, quintos, octavos, décimos y centésimos.

| Nivel 1 | Utiliza los números naturales hasta 1.000 para contar, ordenar, comparar, medir, estimar y calcular cantidades de objetos y magnitudes. Comprende que en estos números, la posición de cada dígito determina su valor. Realiza adiciones y sustracciones comprendiendo el significado de estas operaciones y la relación entre ellas. Reconoce que los números naturales se pueden expresar como adiciones o sustracciones de dos números naturales y descomponer en centenas, decenas y unidades. Realiza estimaciones y cálculos mentales de adiciones y sustracciones que requieren de estrategias simples, con números menores que 100. Resuelve problemas rutinarios en contextos familiares, en que los datos están explícitos y cuya estrategia de solución está claramente sugerida en el enunciado. Describe y explica la estrategia utilizada. |
|---|---|

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Compara números de dos y tres cifras. Por ejemplo: la longitud de ríos chilenos para saber cuál es más largo; el precio de dos o más productos para saber cuál es el más conveniente.
- Estima cantidades a partir de un conjunto de objetos. Por ejemplo: cantidad de porotos o piedras en una caja cuando se sabe la cantidad total que ésta es capaz de contener.
- Estima el resultado de adiciones y sustracciones a partir del redondeo de los términos involucrados. Por ejemplo: estima el precio total de varios productos, para determinar si el dinero disponible alcanza para la compra.
- Calcula mentalmente el resultado de problemas que involucran adición o sustracción de números pequeños. Por ejemplo: calcula mentalmente la cantidad de alumnos en una biblioteca si hay nueve estudiantes y llegan ocho estudiantes más.
- Resuelve adiciones y sustracciones, utilizando composición y descomposición aditiva.
- Responde preguntas relacionadas con los números y las operaciones. Por ejemplo: responde a la pregunta: ¿Qué sucede cuando cambias la posición de los dígitos en el número 79?

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

- **La tarea**

A los alumnos y alumnas se les presentó una situación en la que dos hermanos querían comprar chocolates que costaban 120 pesos cada uno. Se señaló para cuántos chocolates le alcanzaba a Juan y se entregó la cantidad de monedas que tenía Teresa a través de una ilustración. Se les pidió a los estudiantes determinar la cantidad de dinero que tenía cada niño y quién de ellos tenía más dinero para la compra de chocolates.

- Ejemplo de trabajo en el nivel »

a. Si Juan tiene dinero para comprar dos chocolates, entonces ¿cuánto dinero tiene Juan? Muestra tu desarrollo.

juan tiene para 2 chocolates

$$\begin{array}{r} 120 \\ +\ 120 \\ \hline 240 \end{array}$$

el tiene 240 pesos

*Realiza la adición necesaria para responder cuánto dinero tiene Juan.*

*Compone aditivamente para determinar el monto de dinero que tiene Teresa. Compara ambos resultados obtenidos y señala cuál de los dos niños tiene más dinero.*

b. De los dos hermanos ¿Quién tendría más dinero? Muestra tu desarrollo.

Teresa tiene mas dinero tiene 100 + 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 en total es 400 + 50 + 5 = 455 pesos.

Juan tiene 240 pesos Teresa tiene mas.

| | |
|---|---|
| Nivel 2 | Utiliza los números naturales hasta 1.000.000 para contar, ordenar, comparar, medir, estimar y calcular. Comprende que las fracciones simples[4] y los números decimales permiten cuantificar las partes de un objeto, una colección de objetos o una unidad de medida, y realiza comparaciones entre números decimales o entre fracciones. Multiplica y divide (por un solo dígito) con números naturales, comprendiendo el significado de estas operaciones y la relación entre ellas. Realiza estimaciones y cálculos mentales de multiplicaciones y divisiones exactas que requieren de estrategias simples. Resuelve problemas rutinarios y/o formula conjeturas en contextos familiares en que los datos no están necesariamente explícitos y requieren reorganizar la información del enunciado. Justifica la estrategia utilizada, explicando su razonamiento o verificando conjeturas a través de ejemplos. |

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

**Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:**

- Compara números naturales hasta el millón en contextos de la vida cotidiana. Por ejemplo: el número de personas que asisten a dos eventos masivos diferentes.
- Estima el resultado de una multiplicación, a partir del redondeo de los términos involucrados. Por ejemplo: aproxima el resultado del producto de 13 · 29, redondeando los factores a la decena más cercana.
- Fracciona en partes iguales objetos o magnitudes representadas gráficamente y escribe la fracción que corresponde a una o más de esas partes.
- Compara números decimales con o sin apoyo de la recta numérica. Por ejemplo: compara la estatura de dos estudiantes expresada en metros.
- Efectúa cálculos mentales de productos y cuocientes de números por 10, por 100 y por 1.000.
- Resuelve problemas que involucran multiplicación, división por un dígito o combinación de estas, realizando la operación adecuada de acuerdo al contexto. Por ejemplo: calcula el dinero reunido en una rifa realizada en un curso de 35 alumnos, si cada alumno vendió 20 números a $200 cada uno. Otro ejemplo: un padre entrega diariamente $960 para el pasaje de sus cuatro hijos. ¿Cuánto dinero gasta en pasaje cada niño durante una semana (5 días)?

4 Fracciones simples: medios, tercios, cuartos, quintos, octavos, décimos y centésimos.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

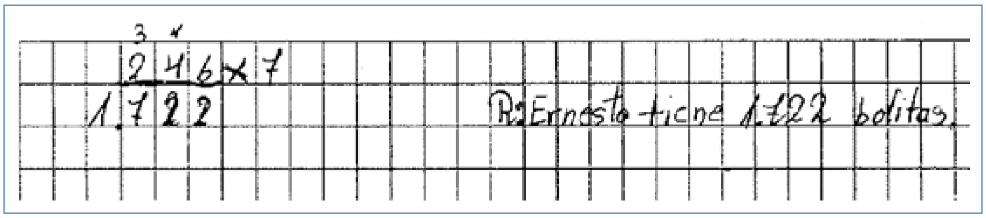
- **La tarea**

A los alumnos y alumnas se les presentó un problema con datos explícitos e implícitos en el enunciado. En la situación planteada, los estudiantes debían determinar el número de bolitas que tendrían tres amigos.

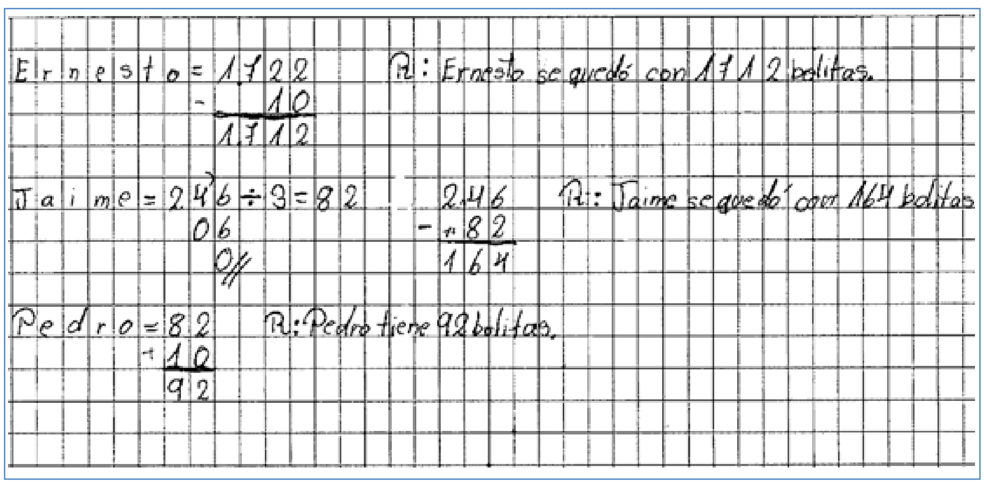
*Para resolver la primera pregunta, identifica la operación que le permite descubrir datos no explícitos en el problema, traduciendo "7 veces" como una multiplicación por 7. Luego, en la segunda pregunta, elabora una estrategia que involucra separar el problema en partes, que le permite resolverlo paso por paso. Utiliza las operaciones adecuadas y da cuenta que comprende el significado de la división al traducir la "tercera parte" de una cantidad, como una división en tres partes iguales.*

- Ejemplo de trabajo en el nivel »

a. ¿Cuántas bolitas tiene Ernesto?




b. Ernesto y Jaime le regalan bolitas a Pedro. Ernesto le regala 10 y Jaime le regala la tercera parte de las suyas. ¿Con cuántas bolitas se quedan Jaime, Pedro y Ernesto?



## Nivel 3

Reconoce que los números naturales se pueden expresar como producto de factores y los expresa en forma de potencias. Utiliza números decimales positivos y fracciones positivas para ordenar, comparar, estimar, medir y calcular. Utiliza números enteros para cuantificar magnitudes, ordenar y comparar. Comprende el significado de porcentaje y establece equivalencias entre estos y fracciones o números decimales, para calcular porcentajes simples[5]. Comprende y realiza las cuatro operaciones con números decimales y con fracciones. Resuelve problemas no rutinarios y/o formula conjeturas en diversos contextos, que requieren reorganizar la información disponible. Argumenta sobre la validez de un procedimiento, estrategia o conjetura planteada.

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

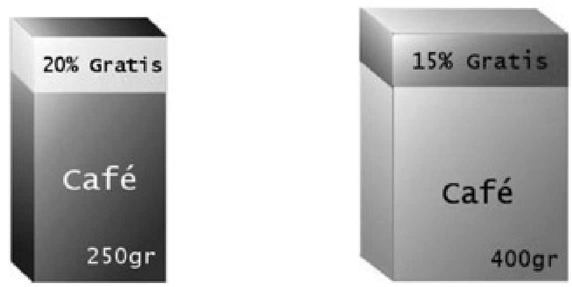
- Resuelve problemas que involucran porcentajes, transformando el porcentaje a la fracción correspondiente. Por ejemplo: calcula el precio final de un pantalón que cuesta $4.000, si tiene un 25% de descuento.
- Realiza adiciones y sustracciones con fracciones y/o números decimales, sustituyendo fracciones por otras iguales cuando sea necesario. Por ejemplo, calcula: $4\frac{1}{8} - \frac{2}{4}$
- Aproxima resultados de operaciones con números decimales, redondeando los números involucrados.
- Encuentra fracciones iguales a una fracción dada, mediante amplificación o simplificación.
- Descompone multiplicativamente un número identificando factores. Por ejemplo: descompone el número 360 en factores primos $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2$, ó en factores como $2 \cdot 18 \cdot 10$; $6 \cdot 6 \cdot 10$; $3 \cdot 12 \cdot 10$, etc.
- Resuelve problemas que implican ordenar números enteros. Por ejemplo: ordena de menor a mayor las temperaturas mínimas registradas en una semana del mes de julio en cierta ciudad, si estas van de – 4º C a 5º C.

5 10%, 15%, 20%, 50%, 25%, 75%

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

- **La tarea**

A los estudiantes se les presentó la siguiente imagen. Se les pidió determinar cuál de los envases traía más café gratis.



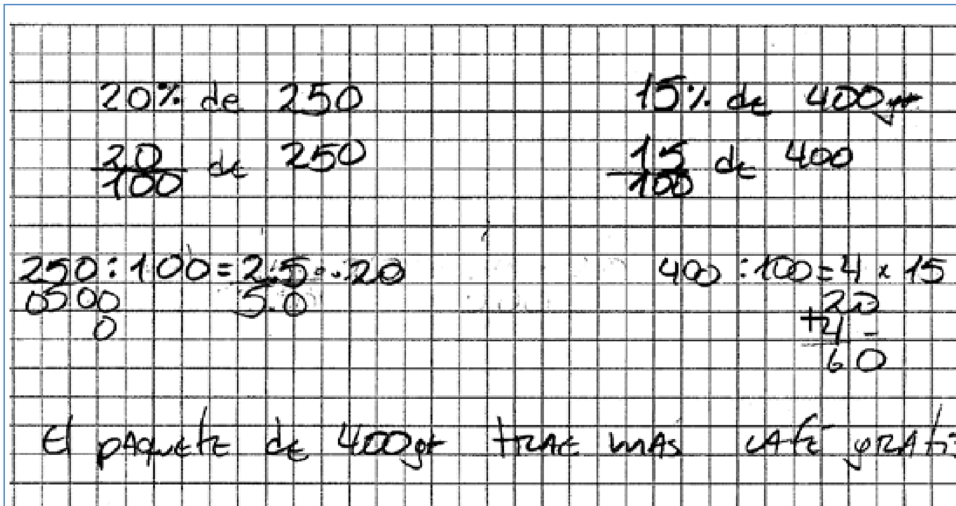

- Ejemplo de trabajo en el nivel »

*Al escribir "de 250" y "de 400 gr." en su desarrollo, asocia los porcentajes con sus respectivos referentes (cantidad de café que hay en cada envase).*

*Expresa el porcentaje como una fracción de denominador 100 y encuentra su valor utilizando las operaciones adecuadas.*

*Compara los resultados y concluye interpretando la respuesta de acuerdo al contexto.*

¿Cuál de los dos paquetes trae más café gratis? Justifica tu respuesta


20% de 250 15% de 400gr

$\frac{20}{100}$ de 250 $\frac{15}{100}$ de 400

250 : 100 = 2,5 · 20 400 : 100 = 4 x 15
0500 50 +20
0 60

El paquete de 400gr trae mas cafe gratis

## Nivel 4

Comprende que todo número racional es un cuociente entre dos números enteros y los utiliza al estimar, establecer razones, proporciones y calcular porcentajes. Comprende la conexión entre las cuatro operaciones en los números racionales positivos y negativos. Utiliza la notación científica y las potencias de base racional y exponente entero, y sus propiedades, para simplificar cálculos. Resuelve problemas no rutinarios y/o formula conjeturas en diversos contextos en los que se deben establecer relaciones entre conceptos. Justifica la estrategia utilizada, las conjeturas formuladas y los resultados obtenidos, utilizando conceptos, procedimientos y relaciones matemáticas.

### ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Escribe un número racional de diversas maneras. Por ejemplo: escribe en forma de fracción el número $1,2\overline{5}$.
- Resuelve problemas que involucran cálculo de porcentajes usando proporciones. Por ejemplo: calcula el porcentaje de mujeres de una población si se conoce el total de la población y el total de hombres.
- Escribe números grandes o pequeños utilizando notación científica. Por ejemplo: el tamaño de una bacteria: 0,0000002 mm como $2 \cdot 10^{-7}$ mm; la distancia del Sol a la Tierra: 150.000.000 Km. como $1,5 \cdot 10^{8}$ Km.
- Utiliza las propiedades de las potencias para calcular el resultado de operaciones con potencias de base racional y exponente entero.
- Usa las 4 operaciones con números enteros para realizar cálculos. Por ejemplo: "calcula - 10 – - 3", "¿Qué resultado es mayor, - 8 : - 2 ó - 20 : 4?", etc.
- Ubica en la recta numérica números racionales escritos como fracción o decimal.
- Usa las cuatro operaciones con números racionales. Por ejemplo, 1,25 : 0,5 y $1\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}$

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

- **La tarea**

A los estudiantes se les presentó una situación con dos alternativas, en la cual debían determinar el precio más conveniente por la compra de una bicicleta, considerando descuentos y el IVA.

- Ejemplo de trabajo en el nivel »

*Para resolver el problema, utiliza un valor referencial ($30.000), no necesariamente un valor real. Calcula porcentajes utilizando las proporciones y realiza correctamente las operaciones para conocer el precio final de la bicicleta en ambos casos; concluye justificando el resultado utilizando conceptos y relaciones matemáticos.*

Gustavo fue a comprar una bicicleta de montaña a la tienda de su amigo Fidel. Al momento de pagar, Fidel le dijo: "Te haré un 25% de descuento, pero tengo que agregar el 19% de IVA. Te ofrezco dos alternativas:"
**Alternativa 1**: "Primero te hago el 25% de descuento y sobre ese precio te añado el 19% de IVA".
**Alternativa 2**: "Primero te añado el 19% de IVA y luego te hago el 25% de descuento".

¿Cuál de las dos alternativas le conviene más a Gustavo? Muestra tu desarrollo.

alternativa 1:

$\frac{x}{30.000} = \frac{25}{100}$ $x = \frac{30000 \cdot 25}{100} = 7.500$ $30.000 - 7.500 = \boxed{22.500}$

$\frac{x}{22.500} = \frac{19}{100}$ $x = \frac{22.500 \cdot 19}{100} = 4275$ $22.500 + 4275 = \boxed{26.775}$

Valor final: $\boxed{26.775}$

Alternativa 2:

$\frac{x}{30.000} = \frac{19}{100}$ $x = \frac{30000 \cdot 19}{100} = 5700$ $30.000 + 5700 = \boxed{35.700}$

$\frac{x}{35.700} = \frac{25}{100}$ $x = \frac{35.700 \cdot 25}{100} = 8925$ $35.700 - 8.925 = \boxed{26.775}$

Valor final: $\boxed{26.775}$

Conclusión: Los 2 alternativas son favorables ya que le costaría lo mismo se utiliza la propiedad conmutativa (no importa el orden de los n° el resultado siempre dara igual).

Nivel 5

Reconoce a los números irracionales como números decimales no periódicos que no pueden ser escritos como fracción entre dos números enteros y a los números reales, como la unión de los números racionales e irracionales. Realiza las cuatro operaciones con números reales en forma algebraica, utilizando propiedades, e identifica el conjunto numérico al que pertenecen los resultados. Utiliza las potencias de base racional y exponente racional, y sus propiedades, para simplificar cálculos, y establece la relación entre potencias y raíces. Resuelve problemas utilizando estrategias que implican descomponer un problema o situaciones propuestas en partes o sub-problemas. Argumenta sus estrategias o procedimientos y utiliza ejemplos y contraejemplos para verificar la validez o falsedad de conjeturas.

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Ubica en la recta numérica un número irracional. Por ejemplo: $\sqrt{3}$.
- Determina aproximaciones por defecto y por exceso de un número irracional con una precisión indicada. Por ejemplo: encuentra dos decimales de la $\sqrt{2}$.
- Realiza cálculos extendiendo las propiedades de las potencias a aquellas de base racional y exponente racional.
- Resuelve problemas cuya solución es un número irracional. Por ejemplo: “Un cuadrado tiene un área de 10 $m^2$. Calcula la longitud de uno de sus lados”.
- Resuelve problemas que involucran combinación de operaciones con números reales, utilizando convenciones de paréntesis, propiedades de las operaciones y prioridad de las operaciones.
- Realiza pruebas para argumentar la validez de una conjetura. Por ejemplo: “El producto de dos números irracionales distintos es siempre un número irracional”.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

- **La tarea**

A los alumnos se les presenta la siguiente situación: “En la siguiente tabla se presentan seis segmentos y sus respectivas longitudes en centímetros. Como puedes ver, se ha utilizado intencionalmente distintas maneras para representar la longitud de cada segmento”.

- Ejemplo de trabajo en el nivel »

*Determina aproximaciones a un número irracional con una precisión de dos decimales.*

*a. Distingue los números irracionales, de los números racionales, por la imposibilidad de escribirlos como fracción.*

*b. Resuelve problemas cuya solución es un número irracional. Infiere que al restarle un número irracional a uno racional se obtiene un número donde no es posible visualizar un período reconociéndolo como irracional.*

*c. Comprende que al sumar números irracionales, el resultado obtenido no siempre es irracional.*

*Realiza conjeturas y las verifica a través de ejemplos.*

$2{,}25 \cdot 2{,}25$; 1125; 450; + 450; 5,0625

| | |
|---|---|
| AB | $\sqrt{5}$ |
| CD | $\sqrt{64}$ ✓ |
| EF | $\sqrt{2}$ |
| GH | 3,1416 ✓ |
| IJ | $2{,}\overline{5}$ ✓ |
| KL | $\frac{14}{3}$ ✓ |

$2{,}24 \cdot 2{,}24$; 896; 448; 448; 5.0176

$14 : 3 = 4{,}\overline{6}$; 20; 20.

a) ¿En cuáles segmentos de la tabla su longitud corresponden a un número racional? ¿En cuáles la longitud corresponden a un número irracional? Justifica en cada caso.

n° racional: segmentos CD, IJ, GH y KL se pueden escribir como fracción

n° irracional: AB, EF no se pueden escribir como fracción

b) Si el segmento AB de longitud $\sqrt{5}$ cm es colocado encima del segmento CD de longitud $\sqrt{64}$ cm este se divide en dos trazos AB y BD como muestra la figura. Con esta información ¿La longitud del segmento resultante BD es un número racional o irracional? ¿Por qué?


CD = 8
AB = $\sqrt{5}$
BD = 8

Con la información que tengo creo que se podría decir que el segmento BD sería un nº irracional ya que como $\sqrt{5}$ también lo es, al restárselo a 8 no me daría un nº exacto, por lo que podría caber en la categoría de irracional, no se visualiza un período

c) ¿Qué conclusiones puedes sacar al sumar las longitudes de los segmentos AB y BD?

AB + BD
$\sqrt{5}$ + 5,7634...

2,2366...
+ 5,7634...
8,0000 //

La conclusión que puedo sacar es que cuando se suman los irracionales pueden dar como resultado un racional.

## Nivel 6

Utiliza potencias de base real y exponente racional para resolver problemas. Reconoce a los números complejos como una extensión del campo numérico y los utiliza para resolver problemas que no admiten solución en los reales. Usa las cuatro operaciones con números complejos. Resuelve problemas, utilizando un amplio repertorio de estrategias, combinando o modificando estrategias ya utilizadas. Realiza conjeturas que suponen generalizaciones o predicciones y argumenta la validez de los procedimientos o conjeturas.

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Interpreta las soluciones de una ecuación cuadrática cuyo discriminante es negativo. Por ejemplo: $x^2 + 1 = 0$.
- Representa números complejos escritos en forma cartesiana sobre el plano complejo (plano de Argand).
- Escribe un número complejo de diferentes maneras. Por ejemplo: escribe el número real 5 como número complejo de la forma 5 + 0i; Otro ejemplo: Trasforma el número complejo (8,-2) escrito en forma cartesiana a su forma binomial como 8 – 2i.
- Determina el producto de dos números complejos en su forma binomial. Por ejemplo: (-1+ 3i) (3-9i).
- Calcula la raíz cuadrada de números negativos para dar solución a un problema. Por ejemplo: “Un número elevado al cuadrado es –3, ¿cuál es el número?”.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

- **La tarea**
  **Ejemplo1**

A los alumnos se les presenta una ecuación cuadrática que deben resolver y describir las soluciones obtenidas.

*Identifica el contexto numérico en el cual la ecuación cuadrática se puede resolver. Identifica y justifica que $\sqrt{-1}$ no pertenece a los números reales. Encuentra las soluciones complejas de la ecuación.*

- Ejemplo de trabajo en el nivel »

**"Sea la ecuación cuadrática $x^2+4=0$"**
**Determina las soluciones de esta ecuación, indicando a qué conjunto numérico pertenecen. Justifica tu respuesta.**

$x^2 = -4$

$x = \sqrt{-4}$

$= \sqrt{-2 \cdot 2}$

$= \sqrt{-1 \cdot 2 \cdot 2}$

$= \pm 2\sqrt{-1}$

Pero sabemos que

$\sqrt{-1} \notin$ a los Numeros Reales sino a los imaginarios

y se establece en este conjunto

$\sqrt{-1} = i$

$\therefore \pm 2\sqrt{-1} = \pm 2i$

Sabemos que este nº no pertenece a los Reales ya que no hay numero que multiplicado por sí mismo (definición de $x^2 \mapsto x\,x$) obtenga un nº que este en los reales, pero estan los imaginarios, donde

$\sqrt{-1} = i$

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

- **La tarea**
  **Ejemplo 2**

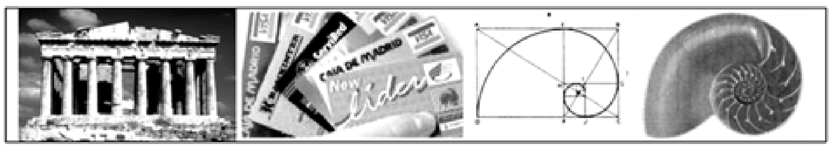
A los estudiantes se les presenta una situación en la que deben trabajar con un número irracional conocido como el número áureo. Éste es presentado en su forma algebraica y una aproximación decimal. Con esto se les solicita realizar tres acciones con éste número.

*a. Resuelve la expresión reemplazando el número irracional presentado. Opera correctamente para determinar el valor resultante.*

*b. Escribe las expresiones algebraicas de los números Ø y Ø⁻¹. Reconoce que Ø⁻¹ es el inverso multiplicativo de Ø. Transforma las expresiones a decimales de cinco cifras decimales, opera y con esto concluye que poseen la misma parte decimal.*

- Ejemplo de trabajo en el nivel »

El número **áureo o dorado** se denota con la letra griega $\phi$ (phi). Su expresión algebraica es $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, que al desarrollarla se obtiene el irracional $\phi = 1{,}61803\ldots$



a) ¿Cuál es el valor de la expresión $\phi^2 - \phi - 1$?

R: $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1 =$

$\frac{1^2+2\cdot 1\cdot\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2}{4} - \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1$

$\frac{1+2\sqrt{5}+5}{4} - \frac{1+\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{1}$

$\frac{6+2\cdot\sqrt{5}}{4} - \frac{(1+\sqrt{5})}{2} - \frac{1}{1} = \frac{6+2\sqrt{5}-2-2\sqrt{5}-4}{4} = \frac{0}{4} = 0$

4 2 1

b) ¿Es cierto que los números $\phi$ y $\phi^{-1}$ tienen exactamente los mismos decimales? Justifica.

$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}61803$

$\phi^{-1} = \frac{1}{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} = \frac{1}{1{,}61803}$

$1 : 1{,}618 = 0{,}61803$
10
0,282
1,302
0,026 //

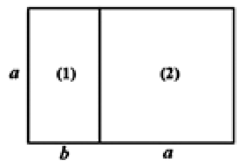
R: TIENEN LOS MISMOS DECIMALES PUES EL $\phi$ DA COMO RESULTADO 1,61803 Y $\phi^{-1}$ DA COMO RESULTADO 0,61803

## • Ejemplo de trabajo en el nivel »

*c. Utiliza los valores de las distintas expresiones para concluir que el rectángulo (1)+(2) es áureo, a través de valores numéricos.*

*Utiliza distintas aproximaciones en las expresiones, por lo que concluye sin la precisión requerida para el problema.*

c) Sea la siguiente figura:




Justifica que si (1) es un rectángulo áureo o dorado y (2) un cuadrado, entonces el rectángulo formado por (1) + (2) es también áureo o dorado.

FIGURA (1) $\frac{a}{b} = \phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,61803$

FIGURA (1) y (2) $\frac{b+a}{a} = \frac{1+\sqrt{5}+2}{1+\sqrt{5}} = \frac{3,236+2}{3,236} = \frac{5,236}{3,236} = 1,6180$ //

$\sqrt{5} = 2,236...$

R: CON APROX. ME DA CASI LO MISMO

**Nivel 7**
Sobresaliente

Comprende los diferentes conjuntos numéricos, las relaciones entre ellos y los problemas que les dieron origen[6]. Comprende que en cada conjunto numérico se puede operar sobre la base de reglas o propiedades que pueden ser usadas para justificar o demostrar relaciones. Muestra autonomía y flexibilidad para resolver un amplio repertorio de problemas, tanto rutinarios como no rutinarios, utilizando diversas estrategias y para formular conjeturas acerca de objetos matemáticos. Utiliza lenguaje matemático para presentar argumentos en la demostración de situaciones matemáticas.

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Explica por qué los números complejos de la forma $a + 0i$ se comportan como los números reales.
- Demuestra propiedades relativas a números. Por ejemplo: demuestra que el producto entre dos reales negativos es un número real positivo.
- Resuelve problemas complejos que implican la aplicación de distintos conceptos matemáticos. Por ejemplo: calcula el dinero que obtiene Juan después de 20 años si deposita en el banco $ 500.000 al 9% de interés compuesto.

6 Los enteros motivados por la sustracción, los racionales por los cuocientes imposibles entre enteros, los irracionales como consecuencia de la raíz cuadrada y los imaginarios como consecuencia de las raíces de orden par de números negativos.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

- **La tarea**

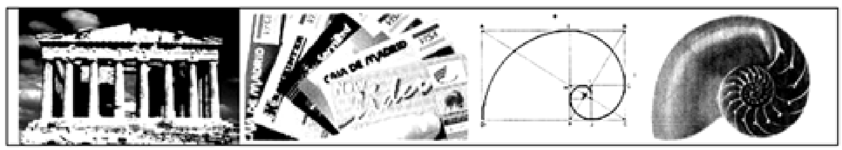
A los estudiantes se les presenta una situación en la que deben trabajar con un número irracional conocido como el número áureo. Éste es presentado en su forma algebraica y una aproximación decimal. Con esto se les solicita realizar tres acciones con este número.

- Ejemplo de trabajo en el nivel »

a. *Determina el valor de una expresión numérica, mediante operatoria con números reales. Plantea una conjetura numérica, a partir del resultado obtenido anteriormente.*

b. *Utiliza la conjetura anterior para demostrar la propiedad buscada.*

El número **áureo o dorado** se denota con la letra griega $\phi$ (phi). Su expresión algebraica es $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, que al desarrollarla se obtiene el irracional $\phi = 1{,}61803\ldots$



a) ¿Cuál es el valor de la expresión $\phi^2 - \phi - 1$?

$$\phi^2 - \phi - 1 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1$$

$$\phi^2 - \phi - 1 = \frac{1+2\sqrt{5}+5}{4} - \frac{2+2\sqrt{5}}{4} - \frac{4}{4}$$

$$\phi^2 - \phi - 1 = \frac{1+2\sqrt{5}+5-2-2\sqrt{5}-4}{4}$$

$$\boxed{\phi^2 - \phi - 1 = 0} \rightarrow \boxed{\phi^2 - \phi = 1}$$

Se cumple que:

$$\phi^0, \phi^1, \phi^2, \phi^3, \phi^4 \ldots$$

$$\boxed{\phi^n - \phi^{n-1} = \phi^{n-2}}$$ Donde $n \in N$

b) ¿Es cierto que los números $\phi$ y $\phi^{-1}$ tienen exactamente los mismos decimales? Justifica.

Si $\phi = 1{,}61803\ldots$ y $\phi^n - \phi^{n-1} = \phi^{n-2}$ Tenemos que:

(i) $\phi - \phi^0 = \phi^{-1}$

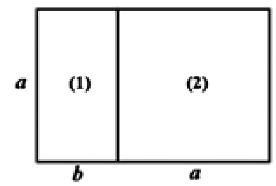
$\boxed{\phi - 1 = \phi^{-1}}$    $1{,}61803\ldots - 1 = \phi^{-1}$

$\boxed{0{,}61803\ldots = \phi^{-1}}$

c. *Formaliza una demostración matemática planteando explícitamente hipótesis y tesis. Encadena correctamente los argumentos para demostrar la proposición matemática. Demuestra dominio en la operatoria con raíces.*

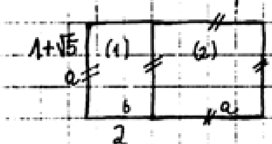
## • Ejemplo de trabajo en el nivel »

c) Sea la siguiente figura:




Justifica que si (1) es un rectángulo áureo o dorado y (2) un cuadrado, entonces el rectángulo formado por (1) + (2) es también áureo o dorado.

Si el rectángulo (1) es áureo se cumple que $\frac{a}{b} = \phi$, hipotéticamente diremos que:




Hipótesis: $a = 1+\sqrt{5}$, $b = 2$

tesis: $\frac{b+a}{a} = \phi$

Demostración

(i) $b+a = 2+1+\sqrt{5} = 3+\sqrt{5} \therefore \frac{b+a}{a} = \frac{3+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}$

(ii) $\frac{3+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} \cdot \frac{(1-\sqrt{5})}{(1-\sqrt{5})} = \frac{3-3\sqrt{5}+\sqrt{5}-5}{-4} = \frac{-2+2\sqrt{5}}{-4} = \frac{\cancel{-2}(1+\sqrt{5})}{\cancel{-2}\cdot 2} = \phi$

Q.E.D

# Anexos

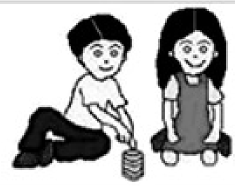
## Tareas Aplicadas por Nivel

## Anexo

## Nivel 1 / Tareas Aplicadas

Nombre:

Los hermanos Juan y Teresa desean comprar chocolates de $120 en el quiosco del colegio.



1. Si Juan tiene dinero para comprar dos chocolates, entonces ¿Cuánto dinero tiene Juan? Muestra tu desarrollo.

Teresa muestra a su hermano Juan que tiene las siguientes monedas:

Teresa

2. De los dos hermanos ¿Quién tiene más dinero? Muestra tu desarrollo.

## Anexo

### Nivel 2/ Tareas Aplicadas

**Nombre:**

Jaime tiene una bolsa con 246 bolitas. Su amigo Ernesto dice que él tiene 7 veces lo que tiene su amigo Jaime.

a) ¿Cuántas bolitas tiene Ernesto?

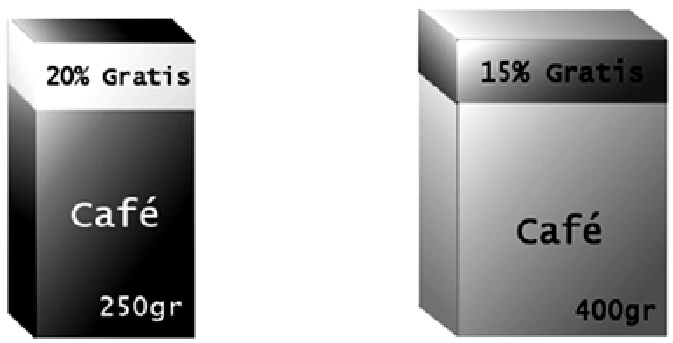
b) Ernesto y Jaime le regalan bolitas a Pedro. Ernesto le regala 10 y Jaime le regala la tercera parte de las suyas. ¿Con cuántas bolitas se quedan Jaime, Pedro y Ernesto?

## Anexo

## Nivel 3 / Tareas Aplicadas

Nombre:

Paulina va al supermercado a comprar café y se encuentra con la siguiente oferta:




¿Cuál de los dos paquetes trae más café gratis? Justifica tu respuesta.

## Anexo

### Nivel 4 / Tareas Aplicadas

Nombre:

Gustavo fue a comprar una bicicleta de montaña a la tienda de su amigo Fidel. Al momento de pagar, Fidel le dijo: "Te haré un 25% de descuento, pero tengo que agregar el 19% de IVA. Te ofrezco dos alternativas:"

**Alternativa 1**: "Primero te hago el 25% de descuento y sobre ese precio te añado el 19% de IVA".

**Alternativa 2**: "Primero te añado el 19% de IVA y luego te hago el 25% de descuento".

¿Cuál de las dos alternativas le conviene más a Gustavo? Justifica tu respuesta.

# Anexo

## Nivel 5 / Tareas Aplicadas

Nombre:

En la siguiente tabla se presentan seis segmentos y sus respectivas longitudes en centímetros. Como puedes ver, se ha utilizado intencionalmente distintas maneras para representar la longitud de cada segmento.

| Segmento | Longitud (cm) |
|---|---|
| AB | $\sqrt{5}$ |
| CD | $\sqrt{64}$ |
| EF | $\sqrt{2}$ |
| GH | 3,1416 |
| IJ | $2,\overline{5}$ |
| KL | $\frac{14}{3}$ |

a) ¿En cuáles segmentos de la tabla su longitud corresponde a un número racional? ¿En cuáles la longitud corresponde a un número irracional? Justifica en cada caso.

## Anexo

### Nivel 5 / Tareas Aplicadas

b) Si el segmento AB de longitud $\sqrt{5}$ cm es colocado encima del segmento CD de longitud $\sqrt{64}$ cm este se divide en dos trazos AB y BD como muestra la figura. Con esta información ¿La longitud del segmento resultante BD es un número racional o irracional? ¿Por qué?


c) ¿Qué conclusiones puede sacar al sumar las longitudes de los segmentos AB y BD?

## Anexo

### Nivel 6 / Tareas Aplicadas

Nombre:

a) Sea la ecuación cuadrática $x^2 + 4 = 0$

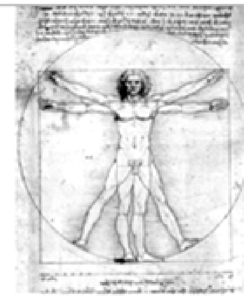
Determina las soluciones de esta ecuación, indicando a qué conjunto numérico pertenecen. Justifica tu respuesta.

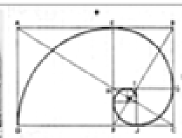
# Anexo

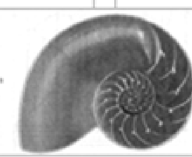
## Nivel 6 y 7 / Tareas Aplicadas

Nombre:

El número **áureo o dorado** se denota con la letra griega $\phi$ (phi). Un número irracional cuya expresión algebraica es $\phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$, que al desarrollarlo se obtiene la expresión decimal $\phi = 1{,}61803\ldots$ Un número nada fácil de imaginar que convive con la humanidad, ya que aparece en la naturaleza y en las proporciones del hombre y desde la época griega hasta nuestros días en el arte y el diseño.







El número de oro y sus potencias poseen curiosas propiedades. De acuerdo a la expresión algebraica de $\phi$, desarrolla los siguientes puntos.

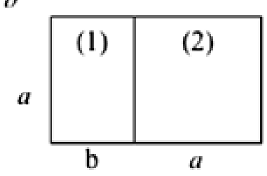
a) ¿Cuál es el valor de la expresión $\phi^2 - \phi - 1$?

## Anexo

### Nivel 6 y 7 / Tareas Aplicadas

b) ¿Es cierto que los números $\phi$ y $\phi^{-1}$ tienen exactamente los mismos decimales? Justifica.

c) Un rectángulo es áureo cuando la razón entre su largo ($a$) y su ancho ($b$) es el número dorado, es decir, $\frac{a}{b} = \phi$. Sea la siguiente figura:




Justifica que si (1) es un rectángulo áureo o dorado y (2) es un cuadrado, entonces el rectángulo formado por (1) + (2) es también áureo o dorado.

# Mapas de Progreso del Aprendizaje

GOBIERNO DE CHILE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

# Mapas de Progreso del Aprendizaje

## Sector Matemática
## Mapa de Progreso de Álgebra

GOBIERNO DE CHILE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

# Mapas de Progreso del Aprendizaje

Sector Matemática
Mapa de Progreso de Álgebra

GOBIERNO DE CHILE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Mapas de Progreso del Aprendizaje
Álgebra
Material elaborado por la Unidad de Currículum, UCE.
www.curriculum-mineduc.cl
ISBN: 978-956-292-224-1
Registro de Propiedad Intelectual Nº 179.841
Alameda 1371, Santiago.
Ministerio de Educación.

Se agradece a los profesores y profesoras de los siguientes establecimientos
que colaboraron en el proceso de recolección de trabajos de alumnos y alumnas:
Alianza Francesa - Vitacura
Alcántara de la Florida - La Florida
Alicante del Rosal - Maipú
Colegio Albert Einstein - La Serena
Colegio Cardenal Raúl Silva Henríquez - Puente Alto
Colegio La Misión - Calera de Tango
Colegio Municipal Juan Pablo Duarte - Providencia
Colegio Nuestra Señora de Andacollo - Santiago
Colegio Notre Dame - Peñalolén
Colegio Oratorio Don Bosco - Santiago
Colegio Pedro de Valdivia - Macul
Colegio Sagrado Corazón - Talagante
Colegio Sagrados Corazones - Santiago
Colegio Saint George - Vitacura
Colegio San Alberto Magno - La Florida
Colegio San Ignacio Alonso Ovalle - Santiago
Colegio Santa Cruz - Santiago
Escuela Antártica Chilena - Vitacura
Escuela Básica N° 10 Miguel de Cruchaga Tocornal - Puente Alto
Escuela Experimental de Música Jorge Peña Hen - La Serena
Instituto Alonso de Ercilla - Santiago
Instituto Nacional José Miguel Carrera - Santiago
La Girouette - Las Condes
Liceo San Alberto Hurtado - Quinta Normal
Liceo Antonio Hermida Fabres - Peñalolén
Liceo Leonardo Murialdo - Recoleta
Liceo Confederación Suiza - Santiago
Liceo Manuel de Salas - Ñuñoa
Liceo Municipal A-73 Santiago Bueras y Avaria - Maipú
Liceo Santa María - Santiago
Liceo Ruiz Tagle - Estación Central

Diseño y diagramación: Designio
Imprenta: Valente
Marzo de 2009

# Mapas de Progreso del Aprendizaje

El documento que se presenta a continuación es parte del conjunto de Mapas de Progreso del Aprendizaje, que describen la secuencia típica en que este se desarrolla, en determinadas áreas o dominios que se consideran fundamentales en la formación de cada estudiante, en los distintos sectores curriculares. Esta descripción está hecha de un modo conciso y sencillo para que todos puedan compartir esta visión sobre cómo progresa el aprendizaje a través de los 12 años de escolaridad. **Se busca aclarar a los profesores y profesoras, a los alumnos y alumnas y a las familias, qué significa mejorar en un determinado dominio del aprendizaje**.

Los Mapas complementan los actuales instrumentos curriculares (Marco Curricular de OF/CMO y Programas de Estudio) y en ningún caso los sustituyen. Establecen una relación entre currículum y evaluación, orientando lo que es importante evaluar y entregando criterios comunes para observar y describir cualitativamente el aprendizaje logrado. No constituyen un nuevo currículum, ya que no promueven otros aprendizajes; por el contrario, pretenden profundizar la implementación del currículum, promoviendo la observación de las competencias clave que se deben desarrollar.

Los Mapas describen el aprendizaje en 7 niveles, desde 1° Básico a 4° Medio, con la excepción de Inglés, que tiene menos niveles por comenzar su enseñanza en 5° Básico.

Cada nivel está asociado a lo que se espera que los estudiantes hayan logrado al término de determinados años escolares. Por ejemplo, el nivel 1 corresponde al logro que se espera para la mayoría de los niños y niñas al término de 2° Básico; el nivel 2 corresponde al término de 4° Básico y así sucesivamente cada dos años. El último nivel (7) describe el aprendizaje de un alumno o alumna que al egresar es "sobresaliente", es decir, va más allá de la expectativa que se espera para la mayoría que es el nivel 6. No obstante lo anterior, la realidad muestra que en un curso coexisten estudiantes con distintos niveles. Por esto, lo que se busca es ayudar a determinar dónde se encuentran en su aprendizaje y hacia dónde deben avanzar, y así orientar las acciones pedagógicas de mejoramiento.

## Matemática

El currículum de Matemática tiene como propósito que los alumnos y alumnas adquieran los conocimientos básicos de la disciplina, a la vez que desarrollen el pensamiento lógico, la capacidad de deducción, la precisión, las capacidades para formular y resolver problemas y las habilidades necesarias para modelar situaciones o fenómenos. La construcción de la Matemática surge de la necesidad de responder y resolver desafíos provenientes de los más variados ámbitos del quehacer humano y de la Matemática misma; su construcción y desarrollo es una creación ligada a la historia y la cultura.

Su aprendizaje enriquece la comprensión de la realidad, facilita la selección de estrategias para resolver problemas y contribuye al desarrollo de un pensamiento propio y autónomo. El modelamiento matemático de la realidad, mediante el uso apropiado de conceptos, relaciones entre ellos y procedimientos matemáticos, ayuda al estudiante a comprender situaciones y fenómenos, y le permite formular explicaciones y hacer predicciones de ellos, aumentando su capacidad para intervenir en esa realidad.

## Mapa de Progreso del Aprendizaje de Álgebra

Los aprendizajes de Matemática se han organizado en cuatro Mapas de Progreso:

- **Números y Operaciones,** describe el desarrollo del concepto de cantidad y de número y la competencia en el uso de técnicas mentales y escritas para calcular y resolver problemas que involucran distintos tipos de números.
- **Álgebra,** describe el progreso de la capacidad para utilizar símbolos en la representación de generalidades y el modelamiento de situaciones y fenómenos así como también el desarrollo de la argumentación matemática.
- **Geometría,** describe el progreso de las competencias relacionadas con la comprensión, medición y el modelamiento de las formas, las transformaciones, la posición y el espacio.
- **Datos y Azar,** describe el progreso de las habilidades para organizar y representar información disponible, para describir y analizar situaciones, hacer interpretaciones de sucesos en los que interviene el azar y la incertidumbre.

El **Razonamiento Matemático** constituye una dimensión que es abordada transversalmente en estos cuatro Mapas de Progreso.

Los aprendizajes descritos en el Mapa de Progreso de **Álgebra** progresan considerando tres dimensiones que se desarrollan de manera interrelacionada:

- **a. Comprensión y uso del lenguaje algebraico.** Se refiere a las habilidades para interpretar el significado y escribir expresiones algebraicas haciendo uso de las convenciones del álgebra, representarlas de diversas maneras y usarlas en la designación de números, variables, constantes u otros objetos matemáticos.
- **b. Comprensión y uso de relaciones algebraicas.** Se refiere a la habilidad para establecer relaciones entre expresiones simbólicas mediante igualdades, ecuaciones, inecuaciones o funciones y a la capacidad para aplicar reglas y procedimientos que permitan transformarlas en expresiones equivalentes.
- **c. Razonamiento Matemático.** Involucra habilidades relacionadas con el reconocimiento y descripción de regularidades, el modelamiento de situaciones o fenómenos y la argumentación matemática.

## Elementos claves del Mapa de Álgebra

El álgebra ocupa un lugar de privilegio en la enseñanza de la matemática actual, siendo reconocida y valorada, no solo por matemáticos sino también por especialistas de otras disciplinas científicas, como una poderosa herramienta que permite representar y manipular símbolos, constituyéndose así en un lenguaje formal con el cual se puede describir generalizaciones, modelar situaciones de diversos ámbitos y demostrar conjeturas. A lo anterior se suma su innegable aporte al desarrollo del pensamiento abstracto y el razonamiento lógico.

La figuración del eje de álgebra desde 5° Básico en el ajuste curricular propuesto para el sector, no excluye de ninguna manera la observación temprana del desarrollo de habilidades tales como, la identificación de regularidades de los números y figuras geométricas, el reconocimiento de un símbolo como valor desconocido, la interpretación de relaciones y propiedades conocidas de los números descritas en lenguaje simbólico y la justificación de procedimientos. Estas capacidades, tradicionalmente inmersas en los contextos numéricos o geométricos, pueden ser analizadas con una mirada algebraica, constituyéndose de esta forma en valiosos elementos de pre-álgebra que conformarán la base para el desarrollo del pensamiento algebraico futuro. De esta forma, el mapa de álgebra describe la progresión desde el nivel uno al siete, intencionando en los dos primeros niveles, la observación de las habilidades descritas anteriormente.

El Razonamiento Matemático en el Mapa de Álgebra, se refiere tanto al trabajo con modelos simples de situaciones y fenómenos tanto de la cotidianidad como de la propia disciplina como al desarrollo de la capacidad de argumentación usando herramientas matemáticas. Es de esta forma como en los primeros niveles se aprecia un énfasis en la detección de regularidades y en la búsqueda de reglas que las generen, para dar paso posteriormente a la representación de situaciones por medio de ecuaciones o el uso de relaciones de proporcionalidad. Finalmente el razonamiento algebraico en los últimos niveles está marcado por la modelación de situaciones para resolver problemas diversos y argumentar la validez de proposiciones usando procedimientos y herramientas matemáticas. En este documento el término “modelamiento” se refiere al proceso mediante el cual un problema en particular es descrito utilizando lenguaje simbólico, posteriormente se resuelve empleando las herramientas propias de la disciplina y luego se entrega su respuesta en el contexto que originalmente se encontraba el problema. El describir un problema usando lenguaje simbólico, implica detectar en él, tanto aquellos elementos claves que permiten una adecuada representación como las relaciones existentes entre ellos; este proceso implica, por lo general, realizar supuestos que permitan describir de manera simple el problema en cuestión.

En las páginas siguientes se encuentra el Mapa de Progreso de Álgebra. Comienza con una presentación sintética de todos los niveles. Luego se muestra en detalle cada nivel, partiendo por su descripción, algunos ejemplos de desempeño que ilustran cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje, y uno o dos ejemplos de trabajos realizados por alumnos y alumnas de diversos establecimientos, con los comentarios que justifican por qué se juzga que el trabajo del estudiante se encuentra “en” el nivel. En un anexo se incluye la versión completa de las tareas a partir de las cuales se recolectaron los trabajos de los estudiantes.

En la mayor parte de los casos estas tareas fueron diseñadas para ser desarrolladas por los alumnos y alumnas en el aula, durante una hora de clases, y considerando que pudieran ser reproducidas en un documento impreso. Varias tareas demandaron que los alumnos y alumnas desarrollaran diversos pasos, de ellos se ha incorporado en el documento aquel que ilustra un desempeño más expresivo del nivel.

# Mapa de Progreso de Álgebra

| | |
|---|---|
| Nivel 7 Sobresaliente | Interpreta y usa convenciones del álgebra para representar generalizaciones y relaciones entre números, variables, funciones u otros objetos matemáticos estableciendo nuevas representaciones algebraicas de un nivel de abstracción mayor. Muestra autonomía y flexibilidad en la transformación de expresiones simbólicas escribiendo, reconociendo y eligiendo formas equivalentes de distintas representaciones algebraicas. Modela situaciones o fenómenos provenientes de diversos contextos y utiliza argumentos y propiedades matemáticas para demostrar proposiciones. |
| Nivel 6 | Reconoce el tipo de situaciones que modelan las funciones cuadrática y potencia, las caracteriza y representa a través de tablas, gráficos y algebraicamente. Distingue funciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas. Representa e interpreta de diversas formas las soluciones de inecuaciones y sistemas de inecuaciones. Resuelve ecuaciones de segundo grado e inecuaciones de primer grado identificando el conjunto al cual pertenecen sus soluciones. Resuelve problemas que pueden ser modelados por medio de las funciones potencia y cuadrática. Elabora estrategias de resolución, las desarrolla y justifica usando lenguaje algebraico. |
| Nivel 5 | Reconoce el tipo de situaciones que modelan las funciones lineal, afín, exponencial, logarítmica y raíz cuadrada, y las representa a través de tablas, gráficos y algebraicamente. Transforma expresiones algebraicas de forma entera y fraccionaria haciendo uso de convenciones del álgebra. Resuelve sistemas de ecuaciones lineales en forma algebraica y gráfica. Resuelve problemas que involucran composición de funciones, modelos lineales y afines o sistemas de ecuaciones lineales. Justifica la pertinencia del modelo aplicado y de las soluciones obtenidas. |
| Nivel 4 | Traduce expresiones desde el lenguaje natural al lenguaje matemático y viceversa. Reduce expresiones algebraicas por medio de la aplicación de propiedades de las operaciones. Resuelve problemas en diferentes contextos que involucran ecuaciones de primer grado con la incógnita en ambos lados de la igualdad, utilizando propiedades y convenciones del álgebra. Reconoce funciones en contextos cotidianos y sus elementos constituyentes, distinguiendo entre variables independientes y dependientes. Resuelve problemas que involucran aplicar el modelo de variación proporcional, explicando la relación entre las variables. Justifica la pertinencia de los procedimientos aplicados aludiendo a la situación que modela. |
| Nivel 3 | Comprende que en las expresiones algebraicas las letras pueden representar distintos valores de acuerdo al contexto. Reconoce las expresiones algebraicas que representan las propiedades de las operaciones e interpreta expresiones algebraicas que representan la generalización de una operación matemática. Comprende que una misma expresión tiene distintas representaciones algebraicas equivalentes. Resuelve ecuaciones de primer grado donde la incógnita se encuentra a un solo lado de la igualdad, utilizando estrategias informales. Justifica sus soluciones explicitando las estrategias utilizadas. |
| Nivel 2 | Expresa relaciones de orden utilizando la simbología correspondiente. Determina el valor desconocido en situaciones de multiplicación y división. Identifica, describe y continúa patrones numéricos y geométricos con figuras conocidas, mencionando alguna regla que genere la secuencia. Explica las estrategias aplicadas en la determinación de un valor desconocido y justifica la regla elegida para continuar un patrón aludiendo a los términos dados. |
| Nivel 1 | Comprende que el signo igual representa una igualdad entre dos expresiones y reconoce que símbolos no numéricos pueden representar valores numéricos. Determina el valor desconocido en situaciones de adición y sustracción. Continúa el desarrollo de patrones numéricos y geométricos, dada la regla que lo genera. Fundamenta su respuesta en la determinación de un valor desconocido aludiendo al concepto de igualdad y da razones de por qué un término numérico pertenece o no a una secuencia refiriéndose a una regla dada. |

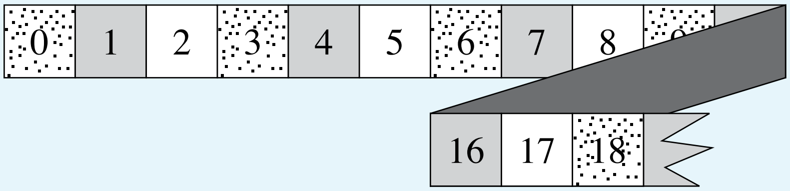
## Nivel 1

Comprende que el signo igual representa una igualdad entre dos expresiones y reconoce que símbolos no numéricos pueden representar valores numéricos. Determina el valor desconocido en situaciones de adición y sustracción. Continúa el desarrollo de patrones numéricos y geométricos, dada la regla que lo genera. Fundamenta su respuesta en la determinación de un valor desconocido aludiendo al concepto de igualdad y da razones de por qué un término numérico pertenece o no a una secuencia refiriéndose a una regla dada.

### ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño.

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

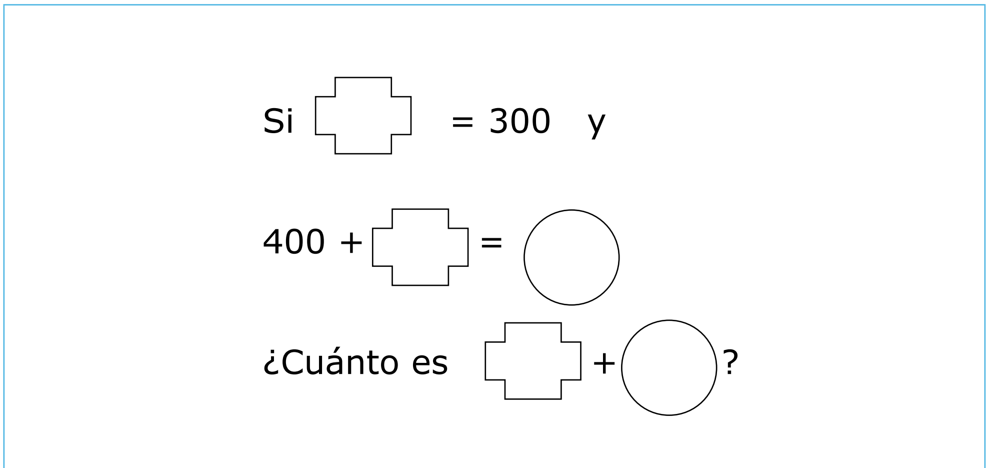
- Explica que en una igualdad que contiene dos términos en ambos lados, el valor numérico de las dos expresiones tiene que ser el mismo. Por ejemplo: en la igualdad 5 + 3 = ♡ + 2, señala que si 5 + 3 es 8, entonces ♡ + 2 debe ser 8.
- Encuentra números que satisfacen una igualdad que involucra adiciones o sustracciones entre términos. Por ejemplo: Encuentra valores para ▯ y ♡ que satisfacen ▯ + 7 = ♡ + 3.
- Determina el valor del término desconocido en una igualdad que involucra adiciones o sustracciones entre términos. Por ejemplo: determina el valor de Δ, ♡ y ▯ en las expresiones 7 + Δ = 11, 7 + 15 = 20 + ♡, y 10 = ▯ - 3.
- Determina el valor de una expresión que involucra adición o sustracción, conocido el valor de un símbolo. Por ejemplo: conocido el valor de ❤, determina el valor de la expresión ❤ + 12.
- Fundamenta si valores desconocidos en igualdades pertenecen a una secuencia numérica de acuerdo a una regla dada. Por ejemplo: fundamenta si el valor de ❤ que satisface la igualdad 18 = ❤ + 3 pertenece a la secuencia de los números pares.
- Determina valores desconocidos en secuencias numéricas. Por ejemplo: se pintan los casilleros de la cinta de la figura siguiendo la regla: "punteado, gris, blanco y así sucesivamente". Según la regla anterior, determina en qué tipo de casilla quedará el número 13.



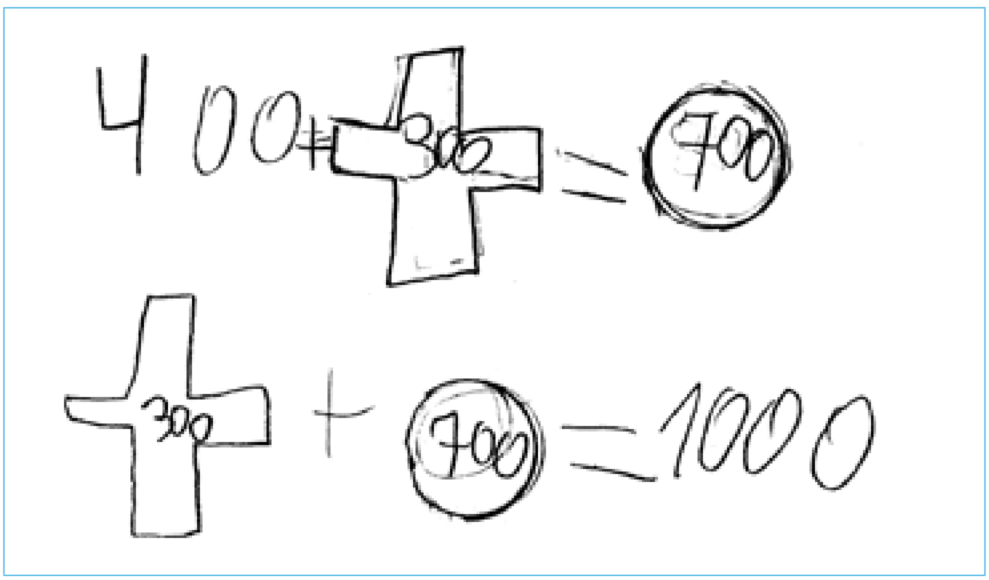

- Determina si un elemento pertenece a una o más secuencias con una regla dada.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

- **La tarea:** A los alumnos y alumnas se les pide conocer el valor de la suma de dos símbolos, el primero de valor conocido y el segundo, de valor desconocido, pero ligado al primero a través de una igualdad, tal como se muestra a continuación:




- Ejemplo de trabajo en el nivel »




***Comentario:*** *El estudiante demuestra que comprende que un símbolo puede representar un determinado valor numérico al escribir el número 300 en la “cruz” y al utilizarlo para determinar el valor de círculo. Además, lo deja en evidencia cuando escribe 700 en el círculo para calcular el valor de la expresión dada. Con esto demuestra que puede determinar el valor de una incógnita en una situación aditiva sencilla.*

## Nivel 2

Expresa relaciones de orden utilizando la simbología correspondiente. Determina el valor desconocido en situaciones de multiplicación y división. Identifica, describe y continúa patrones numéricos y geométricos con figuras conocidas, mencionando alguna regla que genere la secuencia. Explica las estrategias aplicadas en la determinación de un valor desconocido y justifica la regla elegida para continuar un patrón aludiendo a los términos dados.

### ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño.

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Utiliza los signos < (menor que), = (igual) o > (mayor que) para comparar magnitudes. Por ejemplo: las edades de sus compañeros y compañeras de clase.
- Determina el valor desconocido en igualdades que involucran multiplicación o división entre términos. Por ejemplo: indica qué número está tapado por $\square$ en la expresión $80 = 8 \cdot \square$ .
- Utiliza propiedades para expresar igualdades en distinta forma. Por ejemplo: expresa $15 = \square \cdot 5$ en la forma $5 \cdot \square = 15$.
- Verifica la conmutatividad de la multiplicación en los números naturales. Por ejemplo: utilizando distintos valores de $\square$ verifica que $3 \cdot \square = \square \cdot 3$.
- Identifica reglas que generan secuencias numéricas. Por ejemplo: describe una regla que pueda ser usada para generar la secuencia 2, 3, 5, 8, 12...
- Identifica una regla de formación que genera una secuencia de figuras geométricas. Por ejemplo: determina una regla que genera las siguientes figuras y según esa regla dibuja la próxima figura.

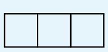


Figura 1

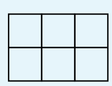


Figura 2

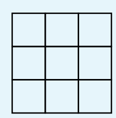


Figura 3

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

- **La tarea:**

A los alumnos y alumnas se les presentó una situación en donde Jaime está ordenando su colección de autos. Ubica 1 auto en el primer estante, 3 autos en el segundo estante, 7 autos en el tercer estante y 15 autos en el cuarto estante.

Se les pide a los estudiantes determinar:

¿Cuál puede ser una de las reglas que sigue el patrón?

Considerando la regla que descubriste, ¿cuántos autos pondrá Jaime en el quinto estante?

- Ejemplo de trabajo en el nivel »

a. ¿Cuál puede ser una de las reglas que sigue el patrón?

| 1º | 2º | 3º | 4º |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 + 2 = 3 | 4 + 3 = 7 | 8 + 7 = 15 |

tomar la cantidad anterior y sumarle el sucesor

b. Considerando la regla que descubriste, ¿cuántos autos pondrá Jaime en el quinto estante?

5º

$$\begin{array}{r} 16 \\ +\ 15 \\ \hline 31 \end{array}$$

***Comentario:*** *En la pregunta "a", el estudiante identifica y describe una regla que genera el orden con el cual Jaime ordena sus autos en el estante y relaciona la cantidad de autos versus el estante donde los guarda. Muestra en este ordenamiento que la cantidad de autos que pone en cada estante se obtiene por medio de la adición entre el número anterior y el sucesor de éste.*

*Luego en "b", aplica la regla descubierta para determinar el número que continúa en la secuencia.*

## Nivel 3

Comprende que en las expresiones algebraicas las letras pueden representar distintos valores de acuerdo al contexto. Reconoce las expresiones algebraicas que representan las propiedades de las operaciones e interpreta expresiones algebraicas que representan la generalización de una operación matemática. Comprende que una misma expresión tiene distintas representaciones algebraicas equivalentes. Resuelve ecuaciones de primer grado donde la incógnita se encuentra a un solo lado de la igualdad, utilizando estrategias informales. Justifica sus soluciones explicitando las estrategias utilizadas.

### ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño.

**Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:**

- Señala que el valor de una misma letra puede variar en contextos distintos. Por ejemplo: explica que en $x + 5 = 8$ el valor de la incógnita es distinto al valor en $x - 10 = 15$.
- Identifica propiedades de las operaciones escritas en lenguaje simbólico. Por ejemplo: identifica $a + b = b + a$ como una expresión que representa a la propiedad conmutativa de la adición y $a \cdot b = b \cdot a$ como una expresión que representa la conmutatividad en la multiplicación.
- Identifica fórmulas geométricas expresadas algebraicamente. Por ejemplo: identifica $P = a \cdot l$; como una expresión que puede representar el perímetro de cualquier cuadrado de lado " l ".
- Escribe expresiones equivalentes a una dada. Por ejemplo: escribe 3m como $3 \cdot m$, $m + m + m$, $\frac{3m}{1}$, $\frac{6m}{2}$, etc.
- Valoriza expresiones algebraicas. Por ejemplo: dada la expresión $A = \frac{b \cdot h}{2}$ que representa el área de un triángulo, determina el valor de A, conocidos los valores de *b* y *h*.
- Determina el valor desconocido en ecuaciones de primer grado con una incógnita. Por ejemplo: determina la cantidad de kilómetros "k" recorridos por un auto, conocido el tiempo y la rapidez.
- Valoriza expresiones utilizando información presente en ecuaciones de primer grado. Por ejemplo: valoriza la expresión $6m + 7$, donde la variable m está presente en la ecuación $5 + 2m = 8$.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

- **La tarea:** A cada estudiante se le presentó la siguiente situación:

> Camilo acompaña a su mamá al supermercado a comprar 6 kilogramos de azúcar; ella le cuenta que el precio de 2 kilogramos de azúcar más $500 da un total de $1.450.
>
> Camilo llama x al precio de 1 kilogramo de azúcar y plantea la ecuación 2x + 500 = 1.450, pero no puede resolverlo.

Se les pidió a los alumnos y alumnas resolver la ecuación dada y comprobar el resultado obtenido.

- Ejemplo de trabajo en el nivel »

1. Ayuda a Camilo y resuelve tú la ecuación.

$2x + 500 = 1460 = 950 + 500$ $\quad x = 475$

$= 2 \cdot 475 + 500$

Un kilogramo de azúcar vale 475.

2. ¿Cómo podrías comprobar que el número que obtuviste es solución de la ecuación?

Se remplaza 475 en $2x + 500 = 1460$

$2 \cdot 475 + 500 =$

$950 + 500 =$

$1450$

***Comentarios:*** *Identifica la ecuación y utiliza una estrategia informal que consiste en descomponer 1.450, en 500 y "algo más" que asocia a 2x. Luego para encontrar el valor de x, descompone multiplicativamente 950 como 2 · 475. A través del uso de líneas, hace visible las relaciones que establece entre los términos de ambos lados de la ecuación.*

*Luego utiliza el valor obtenido de "x" y lo reemplaza en la ecuación original para verificar la igualdad.*

## Nivel 4

Traduce expresiones desde el lenguaje natural al lenguaje matemático y viceversa. Reduce expresiones algebraicas por medio de la aplicación de propiedades de las operaciones. Resuelve problemas en diferentes contextos que involucran ecuaciones de primer grado con la incógnita en ambos lados de la igualdad, utilizando propiedades y convenciones del álgebra. Reconoce funciones en contextos cotidianos y sus elementos constituyentes, distinguiendo entre variables independientes y dependientes. Resuelve problemas que involucran aplicar el modelo de variación proporcional, explicando la relación entre las variables. Justifica la pertinencia de los procedimientos aplicados aludiendo a la situación que modela.

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Formula en lenguaje algebraico la expresión o ecuación que representa un problema o situación expresada en lenguaje natural. Por ejemplo: Formula la ecuación que permite determinar la edad que tiene Rocío en la actualidad sabiendo que en 12 años más tendrá el doble de la edad de su hermana de 6 años, como: $x + 12 = 2 \cdot (6 + 12)$.
- Explica en lenguaje natural el significado de una expresión algebraica. Por ejemplo, en un contexto específico, explica que la expresión $3 \cdot (x + 1)$ representa el triple del sucesor de un número.
- Resuelve expresiones que contienen paréntesis y reduce términos semejantes manualmente o mediante el uso de un procesador simbólico.
- Resuelve ecuaciones de primer grado con una incógnita en forma manual y usando un procesador simbólico. Por ejemplo: resuelve la ecuación $13 - 3x = 2 \cdot (x - 1)$.
- Diferencia entre situaciones de variación proporcional y no proporcional. Por ejemplo: menciona que el tamaño de un árbol no es proporcional a la cantidad de años que éste tenga.
- Identifica relaciones de proporcionalidad directa entre dos variables en diversas situaciones. Por ejemplo: identifica que el consumo de electricidad de una estufa eléctrica es directamente proporcional al tiempo que se encuentra encendida.
- Identifica relaciones de proporcionalidad inversa entre dos variables en diversas situaciones. Por ejemplo: Identifica que el tiempo de llenado de una piscina es inversamente proporcional a la cantidad de litros por minuto de agua que se viertan en ella.
- Identifica dominio y recorrido de una función, representada mediante una tabla de valores o una gráfica.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

- **La tarea:** Se les pide a los alumnos y alumnas determinar si cada uno de los siguientes casos corresponde a una situación de proporcionalidad, justificando su respuesta.

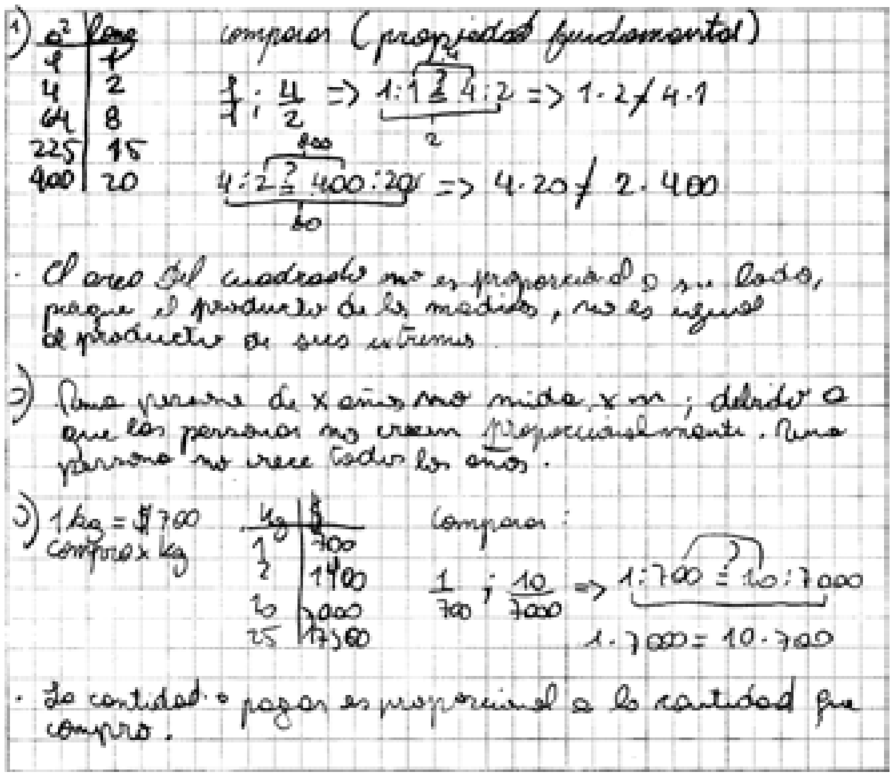
**Caso 1:** El área de un cuadrado cualquiera versus la longitud de uno de sus lados (Área = Lado$^2$).

**Caso 2:** La estatura de una persona versus su edad.

**Caso 3:** La cantidad de pan a comprar versus el precio a pagar.

- Ejemplo de trabajo en el nivel »

***Comentario:*** *Señala, en cada caso, cuando las variables están relacionadas proporcionalmente o no. En el primero descubre que la relación no es proporcional a partir de la aplicación de la propiedad fundamental de las proporciones. En el segundo caso por conocimiento experiencial sabe que no existe una constante de proporcionalidad entre la estatura y la edad de las personas, lo que deja de manifiesto cuando señala que "una persona de x años no mide x · m". En el tercero descubre que la relación es proporcional nuevamente a partir de la aplicación de la propiedad fundamental de las proporciones.*



1)

| $a^2$ | long |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 4 | 2 |
| 64 | 8 |
| 225 | 15 |
| 400 | 20 |

comparar (propiedad fundamental)

$\frac{1}{1} ; \frac{4}{2} \Rightarrow \underbrace{1:1 \overset{?}{=} 4:2}_{2} \Rightarrow 1 \cdot 2 \neq 4 \cdot 1$

$\underbrace{4:2 \overset{?}{=} 400:20}_{80} \Rightarrow 4 \cdot 20 \neq 2 \cdot 400$

· el area del cuadrado no es proporcional a su lado, porque el producto de los medios, no es igual al producto de sus extremos.

2) Una persona de x años no mide x m ; debido a que las personas no crecen proporcionalmente. Una persona no crece todos los años.

3) 1 kg = \$700
compro x kg

| kg | \$ |
|---|---|
| 1 | 700 |
| 2 | 1400 |
| 10 | 7000 |
| 25 | 17500 |

Comparar:

$\frac{1}{700} ; \frac{10}{7000} \Rightarrow 1:700 \overset{?}{=} 10:7000$

$1 \cdot 7000 = 10 \cdot 700$

· la cantidad a pagar es proporcional a la cantidad que compro.

## Nivel 5

Reconoce el tipo de situaciones que modelan las funciones lineal, afín, exponencial, logarítmica y raíz cuadrada, y las representa a través de tablas, gráficos y algebraicamente. Transforma expresiones algebraicas de forma entera y fraccionaria haciendo uso de convenciones del álgebra. Resuelve sistemas de ecuaciones lineales en forma algebraica y gráfica. Resuelve problemas que involucran composición de funciones, modelos lineales y afines o sistemas de ecuaciones lineales. Justifica la pertinencia del modelo aplicado y de las soluciones obtenidas.

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

**Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:**

- Representa gráficamente la función lineal o afín conocida su representación algebraica, en forma manual o usando un software.
- Representa algebraicamente funciones lineales o afines. Por ejemplo: Una expresión que permita encontrar la cantidad de dinero a pagar en un parque de diversiones donde la entrada cuesta $1.800 y cada juego a los que se sube una persona vale $180.
- Identifica situaciones donde hay una relación lineal o afín entre las variables. Por ejemplo: Indica que la relación entre el valor de la cuenta de la electricidad y el consumo puede ser representada por un modelo lineal o afín.
- Determina los valores numéricos que indefinen una expresión algebraica fraccionaria. Por ejemplo: Determina los valores que indefinen la expresión $\frac{x^2 - x - 2}{2x^2 + 5x + 3}$.
- Simplifica expresiones algebraicas fraccionarias que contienen binomios en el numerador o denominador. Por ejemplo: $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + ab}$ cuando $a \neq -b$.
- Realiza adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones de expresiones algebraicas escritas en forma de fracción.
- Determina la existencia y pertinencia de soluciones de un sistema de ecuaciones de primer grado de acuerdo a un contexto dado.
- Utiliza un software para determinar si un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas tiene una, infinitas o no tiene solución.
- Determina la función que se obtiene a partir de la composición de dos funciones dadas. Por ejemplo: dada $f(x) = x + 1$ y $g(x) = 3x + 2$ determina $(f \circ g)(x) = 3x + 3$.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

- **La tarea:**

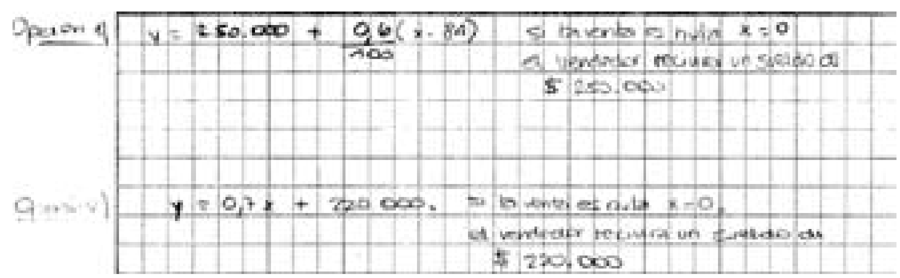
A los alumnos y alumnas se les presentó una situación de una fábrica de helados en la que se disponían a modificar las remuneraciones de los vendedores.

**Opción 1:** Una remuneración base de \$250.000, más un 0,6 % de comisión por ventas, donde el precio de una unidad de helado es de \$84.

**Opción 2:** Se calcula el sueldo mediante la expresión $y = 0{,}7\,x + 220.000$, donde x representa el total de helados vendidos en un mes e y representa el sueldo recibido por el vendedor.

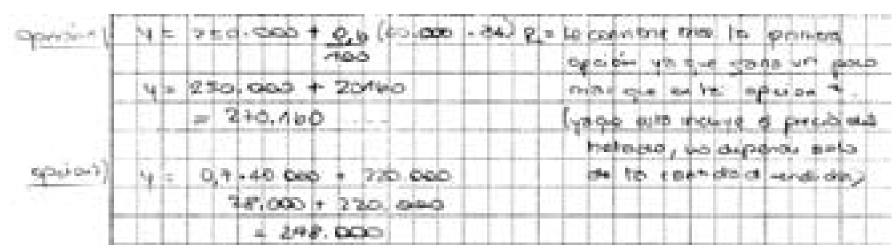
- Ejemplo de trabajo en el nivel »

1. Si en un mes cualquiera la venta de helados es nula, determina cuánto dinero ganaría un vendedor al elegir la opción 1 y al elegir la opción 2.




*Comentario:* Al plantear la ecuación para la opción 1, demuestra que comprende que el problema puede ser resuelto modelando la opción 1 como una función afín. Y, resuelve el problema determinando los valores de cada ecuación.

2. ¿Cuál es la opción que más le conviene a un vendedor si en promedio vende 40.000 helados? Justifica.



## Nivel 6

Reconoce el tipo de situaciones que modelan las funciones cuadrática y potencia, las caracteriza y representa a través de tablas, gráficos y algebraicamente. Distingue funciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas. Representa e interpreta de diversas formas las soluciones de inecuaciones y sistemas de inecuaciones. Resuelve ecuaciones de segundo grado e inecuaciones de primer grado identificando el conjunto al cual pertenecen sus soluciones. Resuelve problemas que pueden ser modelados por medio de las funciones potencia y cuadrática. Elabora estrategias de resolución, las desarrolla y justifica usando lenguaje algebraico.

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño.

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Expresa de diferentes maneras la solución de una inecuación lineal. Por ejemplo: Expresa el conjunto solución de la inecuación $2x + 3 > 5$ como el intervalo $]1,\infty[$ o como el conjunto $\{ x \in R / x > 1 \}$ y gráficamente.
- Conjetura sobre las distintas representaciones gráficas de la función cuadrática a partir de la variación de sus parámetros y verifica sus conjeturas haciendo uso de un software gráfico.
- Dada una ecuación de segundo grado, determina si sus soluciones pertenecen al plano real o complejo.
- Resuelve problemas que involucran ecuaciones de segundo grado, analizando la existencia y pertinencia de las soluciones de acuerdo al contexto del problema. Por ejemplo: descarta soluciones negativas en ecuaciones donde la incógnita representa longitudes.
- Determina la cantidad de soluciones reales de una ecuación cuadrática a través de su representación gráfica, en forma manual o haciendo uso de un software. Por ejemplo: determina la cantidad de soluciones reales de la ecuación $x^2 + x + 1 = 0$ usando un software.
- Resuelve problemas que involucren sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita.
- Resuelve problemas que involucran funciones de segundo grado. Por ejemplo: Determina la altura máxima que alcanza cierto proyectil cuando es lanzado verticalmente con una velocidad inicial dada.
- Determina si una función dada es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva de acuerdo a su dominio de definición. Por ejemplo: determina que $f(x) = x^2$ es biyectiva en $IR^+$ pero no en $IR$.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

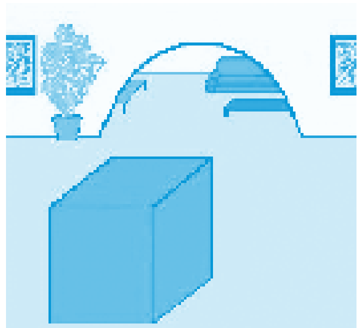
- **La tarea:** A los alumnos y alumnas se les muestra una situación donde Fabiola en su casa desea trasladar desde la sala de descanso hasta el living una caja que en su interior tiene un fino piano, y cuyas dimensiones son:

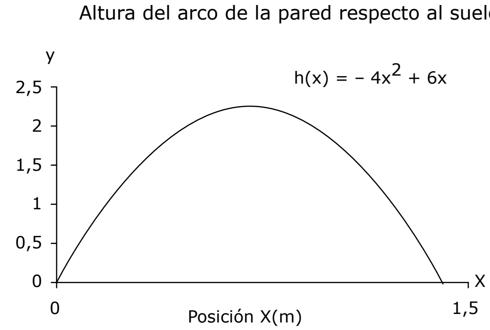
  Ancho: 1,0 m.

  Alto: 1,2 m. y

  Profundidad: 2,2 m.

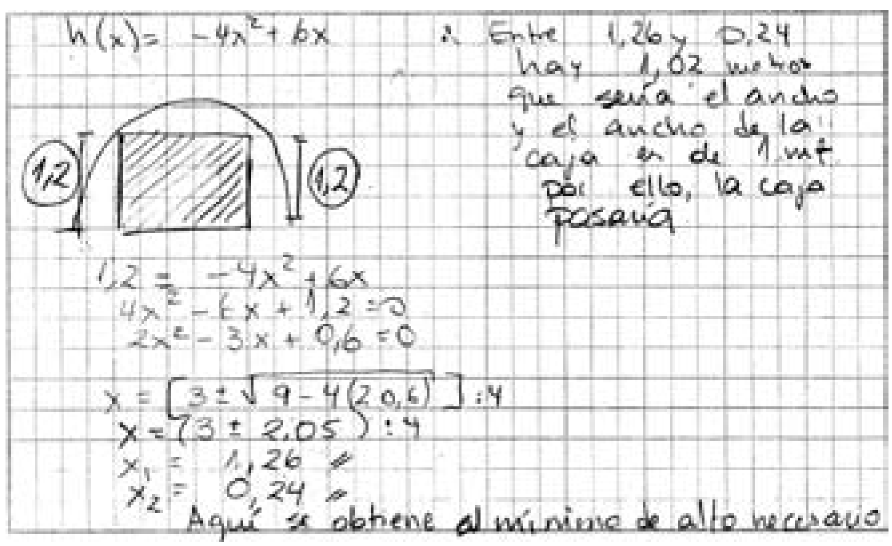
Para trasladarla debe hacerla pasar por un arco de una pared que tiene la forma de una parábola. Para evitar posibles daños del piano, Fabiola determinará previamente si la caja pasará hasta el living, ya que la función que describe el arco de la división es conocida.






## • Ejemplo de trabajo en el nivel »

1. Determina si Fabiola pudo pasar la caja desde la sala de descanso al living a través de este arco de la pared. Escribe los cálculos que justifican tu respuesta. Usa una calculadora si es necesario.




***Comentario:*** *Resuelve una situación problema estableciendo una ecuación cuadrática. Elabora una estrategia que implica:*

*Representar el problema mediante un esquema.*

*Identificar los datos del problema e integrarlos a su representación.*

*Establecer y resolver la ecuación 1,2 = –4x² + 6x para determinar el ancho que puede tener la caja para pasar por el arco, a partir de la diferencia entre las raíces de la ecuación resultante 1,26 – 0,24 = 1,02.*

*Comparar el ancho obtenido del arco con el ancho de la caja para determinar que la caja puede pasar.*

*En el desarrollo de cada uno de los pasos evidencia manejo del lenguaje algebraico.*

## Nivel 7
Sobresaliente

Interpreta y usa convenciones del álgebra para representar generalizaciones y relaciones entre números, variables, funciones u otros objetos matemáticos estableciendo nuevas representaciones algebraicas de un nivel de abstracción mayor. Muestra autonomía y flexibilidad en la transformación de expresiones simbólicas escribiendo, reconociendo y eligiendo formas equivalentes de distintas representaciones algebraicas. Modela situaciones o fenómenos provenientes de diversos contextos y utiliza argumentos y propiedades matemáticas para demostrar proposiciones.

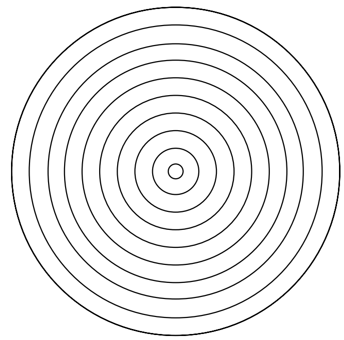
## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Conjetura sobre la representación gráfica de una función a partir de la observación de su representación algebraica.
- Convierte una expresión algebraica en otra equivalente en términos de la conveniencia en la solución de un problema. Por ejemplo: simplifica una fracción algebraica para reducir las expresiones antes de operar con ellas.
- Modela situaciones provenientes de contextos reales. Por ejemplo: Escribe la ecuación que mejor represente los resultados obtenidos al medir la temperatura de una taza de agua caliente en intervalos iguales de tiempo.
- Deduce fórmulas relativas a funciones en contextos físicos. Por ejemplo: deduce la fórmula para determinar el punto máximo que alcanza un proyectil cuando es lanzado con una velocidad cuyos componentes en los ejes coordenados son conocidos.
- Aplica modelos en contextos diversos. Por ejemplo: aplica modelos poblacionales para estimar poblaciones de individuos en determinados tiempos.
- Realiza demostraciones en contextos algebraicos. Por ejemplo: demuestra que $36a^2 + 9b^2 + 4c^2 \geq 36ab + 12bc - 24ac$ para números reales $a$, $b$, $c$ cualesquiera.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

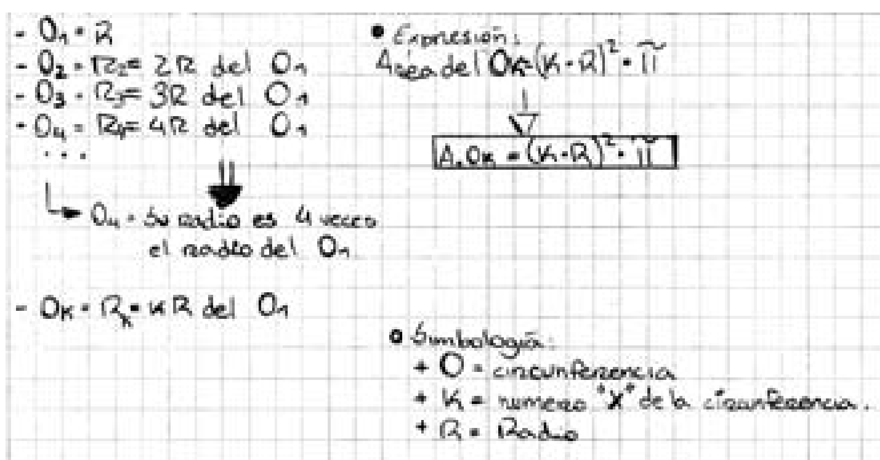
- **La tarea:** A los alumnos y alumnas se les mostró la siguiente imagen donde el radio de la circunferencia menor es de igual medida que la separación entre cada una de las circunferencias concéntricas.



Se pide a los estudiantes determinar la expresión algebraica que representa el área del círculo número k, dejando registrados todos sus cálculos ordenadamente.

- Ejemplo de trabajo en el nivel »

*__Comentario:__ Establece una simbología propia utilizando convenciones del álgebra para generar nuevas representaciones y formas de lenguaje que modelan de mejor manera la situación problema. Establece relaciones entre distintos elementos variables y usa un lenguaje simbólico para fundamentar su respuesta. Para esto, parte de lo más simple, el primer círculo, hasta establecer una generalización que lo lleva a escribir la fórmula general que permite determinar el área del círculo número "k".*



- $O_1 = R$
- $O_2 = R_2 = 2R$ del $O_1$
- $O_3 = R_3 = 3R$ del $O_1$
- $O_4 = R_4 = 4R$ del $O_1$

. . .

→ $O_4$ = su radio es 4 veces el radio del $O_1$

- $O_K = R_k = kR$ del $O_1$

• Expresión:

Área del $O_K (K \cdot R)^2 \cdot \pi$

$\boxed{A.O_K = (K \cdot R)^2 \cdot \pi}$

• Simbología:

+ O = circunferencia
+ K = numero "X" de la circunferencia.
+ R = Radio

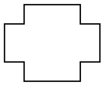
# Anexos

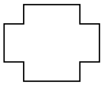
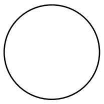
# Tareas Aplicadas por Nivel

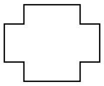
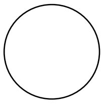
## Anexo

### Nivel 1 / Tareas Aplicadas

Resuelve la siguiente tarea.

Si  = 300 y

400 +  = 

¿Cuánto es  +  ?

# Anexo

## Nivel 2 / Tareas Aplicadas

Jaime está ordenando su colección de autos. Pone 1 auto en el primer estante, 3 autos en el segundo estante, 7 autos en el tercer estante y 15 autos en el cuarto estante.

a. ¿Cuál puede ser una de las reglas que sigue el patrón?

b. Considerando la regla que descubriste, ¿cuántos autos pondrá Jaime en el quinto estante?

## Anexo

### Nivel 3 / Tareas Aplicadas

Camilo acompaña a su mamá al supermercado a comprar 6 kilogramos de azúcar; ella le cuenta que el precio de 2 kilogramos de azúcar más $ 500 da un total de $ 1.450.

Camilo llama x al precio de 1 kilogramo de azúcar y plantea la ecuación $2x + 500 = 1.450$, pero no puede resolverla.

1. Ayuda a Camilo y resuelve tú la ecuación.

2. ¿Cómo podrías comprobar que el número que obtuviste es solución de la ecuación? Justifica.

3. ¿Qué se debe hacer para obtener el valor de los 6 kilogramos de azúcar?, ¿cuál es ese valor?

## Anexo

### Nivel 4 / Tareas Aplicadas

Determina si cada uno de los siguientes casos corresponde a una situación de proporcionalidad. Justifica tu respuesta.

**Caso 1:** El área de un cuadrado cualquiera versus la longitud de uno de sus lados (Área = Lado$^2$).

**Caso 2:** La estatura de una persona versus su edad.

**Caso 3:** La cantidad de pan a comprar versus el precio a pagar.

Responde:

## Anexo

## Nivel 5 / Tareas Aplicadas

En una fábrica de helados se disponen a modificar las remuneraciones de los vendedores. A continuación se presentan las siguientes dos opciones que pueden ser escogidas por los vendedores.

**Opción 1:** Una remuneración base de $250.000, más un 0,6 % de comisión por ventas, donde el precio de una unidad de helado es de $84.

**Opción 2:** Se calcula el sueldo mediante la expresión $y = 0,7\,x + 220.000$, donde x representa el total de helados vendidos en un mes e y representa el sueldo recibido por el vendedor.

De acuerdo a las opciones presentadas anteriormente, responde las siguientes preguntas:

1. Si en un mes cualquiera la venta de helados es nula, determina cuánto dinero ganaría un vendedor al elegir la opción 1 y al elegir la opción 2.

2. ¿Cuál es la opción que más le conviene a un vendedor si en promedio vende 40.000 helados? Justifica.

# Anexo

## Nivel 5 / Tareas Aplicadas

3. Si dos vendedores tomaron opciones distintas, ¿qué cantidad de helados tendrían que vender para ganar lo mismo?

4. De acuerdo a las dos opciones presentadas, determina el rango de ventas donde cada una de éstas es más conveniente.

## Anexo

### Nivel 6 / Tareas Aplicadas

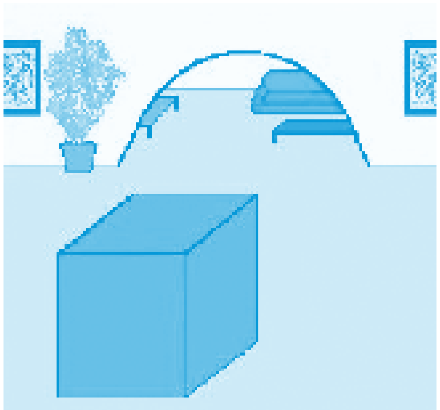
Fabiola en su casa desea trasladar desde la sala de descanso hasta el living una caja que en su interior tiene un fino piano. Debe hacerla pasar por un arco de una pared que tiene la forma de una parábola. Para evitar posibles daños del piano, Fabiola determinará previamente si la caja pasará hasta el living, ya que la función que describe el arco de la división es conocida.

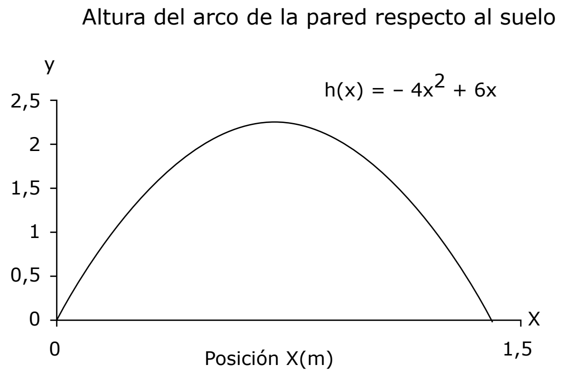
Las dimensiones de la caja son:

Ancho: 1,0 m.

Alto: 1,2 m.

Profundidad: 2,2 m.






1. Determina si Fabiola pudo pasar la caja desde la sala de descanso al living a través de este arco de la pared. Escribe los cálculos que justifican tu respuesta. Usa una calculadora si es necesario.

# Anexo

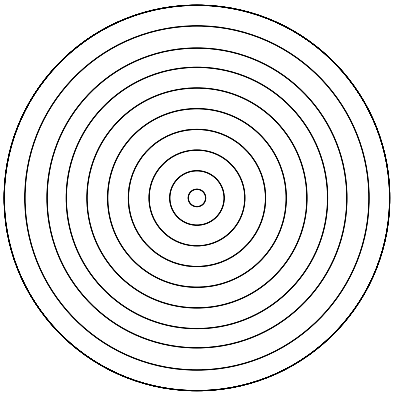
## Nivel 6 / Tareas Aplicadas

2. ¿Es posible pasar la caja del piano en otra posición? Justifica. Usa una calculadora si es necesario.

## Anexo

### Nivel 7 / Tareas Aplicadas

El radio de la circunferencia menor es de igual medida que la separación entre cada una de las circunferencias concéntricas. Determina la expresión algebraica que representa el área del círculo número “k”. Registra cada uno de tus cálculos ordenadamente en la hoja.



# Mapas de Progreso del Aprendizaje

GOBIERNO DE CHILE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

# Mapas de Progreso del Aprendizaje

Sector Matemática

Mapa de Progreso de Geometría

GOBIERNO DE
CHILE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

# Mapas de Progreso del Aprendizaje

Sector Matemática
Mapa de Progreso de Geometría

GOBIERNO DE CHILE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Mapas de Progreso del Aprendizaje
Geometría
Material elaborado por la Unidad de Currículum, UCE.
www.curriculum-mineduc.cl
ISBN: 978-956-292-278-4
Registro de Propiedad Intelectual Nº 190.666
Alameda 1371, Santiago.
Ministerio de Educación.

Se agradece a los profesores y profesoras de los siguientes establecimientos
que colaboraron en el proceso de recolección de trabajos de alumnos y alumnas:
Alianza Francesa - Vitacura
Alcántara de La Florida - La Florida
Alicante del Rosal - Maipú
Colegio Albert Einstein - La Serena
Colegio Cardenal Raúl Silva Henríquez - Puente Alto
Colegio La Misión - Calera de Tango
Colegio Municipal Juan Pablo Duarte - Providencia
Colegio Nuestra Señora de Andacollo - Santiago
Colegio Notre Dame - Peñalolén
Colegio Oratorio Don Bosco - Santiago
Colegio Pedro de Valdivia - Macul
Colegio Sagrado Corazón - Talagante
Colegio Sagrados Corazones - Santiago
Colegio Saint George - Vitacura
Colegio San Alberto Magno - La Florida
Colegio San Ignacio Alonso Ovalle - Santiago
Colegio Santa Cruz - Santiago
Escuela Antártica Chilena - Vitacura
Escuela Básica N° 10 Miguel de Cruchaga Tocornal - Puente Alto
Escuela Experimental de Música Jorge Peña Hen - La Serena
Instituto Alonso de Ercilla - Santiago
Instituto Nacional José Miguel Carrera - Santiago
La Girouette - Las Condes
Liceo San Alberto Hurtado - Quinta Normal
Liceo Antonio Hermida Fabres - Peñalolén
Liceo Leonardo Murialdo - Recoleta
Liceo Confederación Suiza - Santiago
Liceo Manuel de Salas - Ñuñoa
Liceo Municipal A-73 Santiago Bueras y Avaria - Maipú
Liceo Santa María - Santiago
Liceo Ruiz Tagle - Estación Central

Diseño y diagramación: Designio
Abril de 2010

# Mapas de Progreso del Aprendizaje

El documento que se presenta a continuación es parte del conjunto de Mapas de Progreso del Aprendizaje, que describen la secuencia típica en que éste se desarrolla en determinadas áreas o dominios que se consideran fundamentales en la formación de cada estudiante, en los distintos sectores curriculares. Esta descripción está hecha de un modo conciso y sencillo para que todos puedan compartir esta visión sobre cómo progresa el aprendizaje a través de los 12 años de escolaridad. **Se busca aclarar a los profesores y profesoras, a los alumnos y alumnas y a las familias, qué significa mejorar en un determinado dominio del aprendizaje**.

Los Mapas complementan los actuales instrumentos curriculares (Marco Curricular de OF/CMO y Programas de Estudio) y en ningún caso los sustituyen. Establecen una relación entre currículum y evaluación, orientando lo que es importante evaluar y entregando criterios comunes para observar y describir cualitativamente el aprendizaje logrado. No constituyen un nuevo currículum, ya que no promueven otros aprendizajes; por el contrario, pretenden profundizar la implementación del currículum, promoviendo la observación de las competencias clave que se deben desarrollar.

Los Mapas describen el aprendizaje en 7 niveles, desde 1° Básico a 4° Medio, con la excepción de Inglés, que tiene menos niveles por comenzar su enseñanza en 5° Básico.

Cada nivel está asociado a lo que se espera que los estudiantes hayan logrado al término de determinados años escolares. Por ejemplo, el nivel 1 corresponde al logro que se espera para la mayoría de los niños y niñas al término de 2° Básico; el nivel 2 corresponde al término de 4° Básico y así sucesivamente cada dos años. El último nivel (7) describe el aprendizaje de un alumno o alumna que al egresar es “sobresaliente”, es decir, va más allá de la expectativa que se espera para la mayoría, que es el nivel 6. No obstante lo anterior, la realidad muestra que en un curso coexisten estudiantes con distintos niveles. Por esto, lo que se busca es ayudar a determinar dónde se encuentran en su aprendizaje y hacia dónde deben avanzar, y así orientar las acciones pedagógicas de mejoramiento.

## Matemática

El currículum de Matemática tiene como propósito que los alumnos y alumnas adquieran los conocimientos básicos de la disciplina, a la vez que desarrollen el pensamiento lógico, la capacidad de deducción, la precisión, las capacidades para formular y resolver problemas y las habilidades necesarias para modelar situaciones o fenómenos. La construcción de la Matemática surge de la necesidad de responder y resolver desafíos provenientes de los más variados ámbitos del quehacer humano y de la Matemática misma; su construcción y desarrollo es una creación ligada a la historia y la cultura. Su aprendizaje enriquece la comprensión de la realidad, facilita la selección de estrategias para resolver problemas y contribuye al desarrollo de un pensamiento propio y autónomo. El modelamiento matemático de la realidad, mediante el uso apropiado de conceptos, relaciones entre ellos y procedimientos matemáticos, ayuda al estudiante a comprender situaciones y fenómenos, y le permite formular explicaciones y hacer predicciones de ellos, aumentando su capacidad para intervenir en esa realidad.

Los aprendizajes de Matemática se han organizado en cuatro Mapas de Progreso:

- **Números y Operaciones,** describe el desarrollo del concepto de cantidad y de número y la competencia en el uso de técnicas mentales y escritas para calcular y resolver problemas que involucran distintos tipos de números.
- **Álgebra,** describe cómo los alumnos y alumnas desarrollan, en primer lugar, las abstracciones que prefiguran el álgebra, para luego expresar operaciones y relaciones usando símbolos, así como realizar operaciones mediante el uso del lenguaje algebraico.
- **Geometría,** describe el progreso de las competencias relacionadas con la comprensión, medición y el modelamiento de las formas, las transformaciones, la posición y el espacio.
- **Datos y Azar,** describe el crecimiento de la capacidad de recolectar, organizar y representar información disponible, para describir y analizar situaciones, y hacer interpretaciones de sucesos en los que interviene el azar y la incertidumbre.

El **Razonamiento Matemático** constituye una dimensión que es abordada transversalmente en estos cuatro Mapas de Progreso.

## Mapa de Progreso de Geometría

Los aprendizajes descritos en el Mapa de Progreso de Geometría progresan, considerando cuatro dimensiones que se desarrollan de manera interrelacionada:

**a. Comprensión de la forma:** Se refiere a la capacidad de caracterizar formas geométricas y sus transformaciones, a partir de un lenguaje básico de la geometría. Esta dimensión progresa desde la caracterización y establecimiento de relaciones en figuras simples como rectángulos y triángulos, en los niveles iniciales, hasta la comprensión de figuras geométricas en tres dimensiones, planos y rectas representadas en un sistema de coordenadas, en los niveles superiores.

**b. Medición:** Se refiere a la capacidad de comparar, medir y estimar magnitudes de formas de una, dos y tres dimensiones. Progresa desde el uso de unidades arbitrarias y estandarizadas para responder preguntas como: ¿cuál es más larga?, ¿cómo copiar esa longitud? o estimar cuántos pasos o cuartas mide una determinada longitud –en el nivel 1–, hasta la medición y determinación de perímetros, áreas y volúmenes de figuras tridimensionales en diversos contextos, en niveles superiores.

**c. Descripción de posición y movimiento:** Se refiere a la capacidad de describir la ubicación relativa y la variación de posición de figuras y cuerpos geométricos, así como la capacidad de utilizar coordenadas y vectores para representar posición y movimiento. Esta dimensión comienza en el nivel 4 del Mapa, y progresa desde la comprensión y aplicación del concepto de transformaciones isométricas hasta la comprensión de homotecias de figuras planas en nivel 6 del Mapa.

**d. Razonamiento matemático:** Se refiere a las habilidades relacionadas con la imaginación espacial, la formulación, verificación o refutación de conjeturas en casos particulares y la búsqueda de regularidades en las formas geométricas, así como la capacidad de resolver problemas geométricos, demostrar teoremas y argumentar sobre sus procedimientos y resultados.

## Elementos Claves del Mapa de Progreso de Geometría

Este Mapa parte de la base de que a lo largo de la trayectoria escolar, los estudiantes desarrollan conocimientos y habilidades relacionados con diferentes enfoques para el tratamiento de la forma, el tamaño y la posición. El progreso considera, en los primeros niveles, aprendizajes relacionados con la geometría euclidiana, con énfasis en la comprensión de las figuras geométricas en el plano y el espacio, el descubrimiento de relaciones matemáticas entre sus elementos y la capacidad de medir diversos parámetros de estas figuras. Esto permite, posteriormente, comprender la noción de posición propia de la geometría cartesiana, la distancia entre puntos en el plano cartesiano y la ecuación de la recta. Por último, la noción de construcción geométrica y los aprendizajes relacionados con transformaciones isométricas en el plano permitirán, en los niveles superiores, comprender la noción de vector y la relación entre la ecuación de la recta y su representación vectorial. De este modo se distinguen tres momentos del desarrollo de la geometría, a saber: geometría euclidiana, geometría analítica y geometría vectorial.

La Medición es un componente central de la formación del pensamiento espacial, que permite relacionar lo aprendido en matemática con el entorno y con otras áreas del conocimiento como las ciencias naturales, la geografía o la tecnología. Además, tiene la propiedad de preparar la noción de distancia entre puntos, rectas u otros objetos geométricos que luego dan origen a modelos de la geometría de posición y vectorial. Esta dimensión incluye también el cálculo de longitudes, perímetros, áreas y volúmenes.

El Razonamiento Matemático, en este Mapa, incluye el reconocimiento de patrones y regularidades en la forma, el tamaño o el lugar; la formulación y verificación en casos particulares de conjeturas acerca de figuras, cuerpos y sus relaciones, en el plano y en tres dimensiones, la resolución de problemas, la formulación y análisis de estrategias, la deducción geométrica y la verificación de resultados, relaciones y conjeturas. La demostración se introduce, en los primeros niveles como verificación en casos particulares, luego como justificación de construcciones o de relaciones entre objetos geométricos, para luego avanzar en formalidad de acuerdo con la madurez de los estudiantes. Preguntas del tipo ¿cómo lo hiciste?, ¿se puede hacer de otro modo?, ¿se puede aplicar este procedimiento en otros casos?, ¿qué razones podemos dar para justificar lo hecho o el resultado?, ayudarán al docente a monitorear el aprendizaje de los estudiantes facilitando la metacognición y el progreso de estos a través del análisis de los procedimientos y resultados obtenidos.

Este Mapa se puede articular fácilmente con el Mapa de Tecnologías de la Información y Comunicación, que es transversal a todos los sectores de aprendizaje, ya que el uso de recursos digitales es especialmente interesante al trabajar con formas geométricas. En efecto, los procesadores geométricos constituyen verdaderos laboratorios que permiten explorar y representar distintas formas geométricas, permiten su modificación y, por lo tanto, el estudio de propiedades generales y la búsqueda de relaciones y regularidades.

En las páginas siguientes se encuentra el Mapa de Progreso de Geometría. Comienza con una presentación sintética de todos los niveles. Luego se detalla cada nivel, partiendo por su descripción, algunos ejemplos de desempeño que ilustran cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje, y uno o dos ejemplos de trabajos realizados por alumnos y alumnas de diversos establecimientos, con los comentarios que justifican por qué se juzga que el trabajo del estudiante se encuentra “en” el nivel. En un anexo, se incluye la versión completa de las tareas a partir de las cuales se recolectaron los trabajos de los alumnos y alumnas.

En la mayor parte de los casos estas tareas fueron diseñadas para ser desarrolladas por los estudiantes en el aula, durante una hora de clases, y considerando que pudieran ser reproducidas en un documento impreso. Varias tareas demandaron que los alumnos y alumnas desarrollaran diversos pasos, de ellos se ha incorporado en el documento aquel que ilustra un desempeño más expresivo del nivel.

# Mapa de Progreso de Geometría

| | |
|---|---|
| Nivel 7<br>Sobresaliente | Resuelve problemas geométricos estableciendo relaciones entre conceptos, técnicas y procedimientos de distintas áreas de la matemática. Selecciona entre varios procedimientos para resolver problemas en diferentes contextos geométricos, acorde a las características del problema. Conjetura sobre la base de exploraciones realizadas con herramientas tecnológicas y verifica proposiciones geométricas mediante axiomas y demostraciones directas e indirectas. |
| Nivel 6 | Relaciona la representación gráfica de rectas en el plano cartesiano y los sistemas de ecuaciones a que dan origen. Caracteriza puntos, rectas y planos en el espacio, describe cuerpos generados por traslaciones y rotaciones de figuras planas. Determina el módulo de un vector en dos o tres dimensiones y el área y volumen de cuerpos generados por traslaciones y rotaciones. Describe la homotecia de figuras planas mediante el producto de un vector y un escalar. Formula conjeturas en relación a la forma de los cuerpos generados a partir de rotaciones y traslaciones de figuras planas en el espacio. Resuelve problemas que implican el uso de sistemas de ecuaciones lineales, utilizando métodos analíticos y gráficos. |
| Nivel 5 | Caracteriza ángulos entre elementos lineales asociados a la circunferencia, comprende los conceptos de congruencia y semejanza, conoce los teoremas respectivos y los aplica como criterios para determinar congruencia y semejanza de figuras planas. Calcula la medida de ángulos en la circunferencia y de segmentos de figuras planas. Comprende el concepto de transformación en el plano cartesiano, y utiliza la representación vectorial para describir traslaciones y homotecias de figuras geométricas en el plano. Formula y verifica conjeturas en relación a los efectos de la aplicación de una transformación a una figura en el plano cartesiano. Demuestra teoremas relativos a relaciones entre trazos en triángulos y en la circunferencia y a trazos y ángulos en ella, y los aplica en la resolución de problemas. |
| Nivel 4 | Reconoce la circunferencia y el círculo como lugares geométricos identificando sus elementos, y caracteriza elementos secundarios de triángulos. Comprende el teorema de Pitágoras y el concepto de volumen. Calcula longitudes de figuras bi y tridimensionales, el área del círculo y obtiene el volumen de distintos cuerpos geométricos. Construye ángulos, triángulos y sus elementos secundarios, y polígonos regulares. Comprende el concepto de transformación isométrica y aplica estas transformaciones a figuras planas. Formula conjeturas relativas a cambios en el perímetro de polígonos y al volumen de cuerpos geométricos al variar elementos lineales y resuelve problemas relacionados con estas variaciones. |
| Nivel 3 | Caracteriza la relación entre ángulos que se forman en rectas coplanares que se cortan. Mide ángulos expresando sus resultados en unidades sexagesimales y determina áreas en triángulos y paralelogramos. Formula conjeturas relativas a medidas de ángulos en polígonos y a cambios en el área de paralelogramos al variar uno o más de sus elementos. Resuelve problemas que implican la elaboración de procedimientos para calcular ángulos en polígonos regulares y calcular áreas de triángulos, paralelogramos y formas que puedan descomponerse en estas figuras, y argumenta sobre la validez de sus procedimientos. |
| Nivel 2 | Caracteriza cilindros, conos y pirámides en términos de las superficies y líneas que los delimitan e identifica las redes que permiten construirlos y las representaciones en el plano de sus vistas. Comprende los conceptos de perímetro y área, y emplea cuadrículas para estimar y medir áreas de superficies que se pueden descomponer en rectángulos. Formula y verifica conjeturas relativas a la posibilidad de construir cuerpos a partir de distintas redes. Resuelve problemas relacionados con el cálculo de áreas y perímetros de figuras que pueden ser descompuestas en rectángulos. |
| Nivel 1 | Caracteriza figuras planas y prismas rectos en términos de sus elementos básicos y las relaciones de paralelismo y perpendicularidad, utilizándolos para describir y representar formas presentes en el entorno. Comprende el concepto de medición, estima y mide longitudes, usando unidades de medidas informales y estandarizadas, e interpreta información referida a longitudes en diferentes contextos. Formula y verifica conjeturas, y resuelve problemas relacionados con formas que se generan a partir de transformaciones y yuxtaposiciones de figuras planas y prismas rectos, y con la determinación de longitudes. |

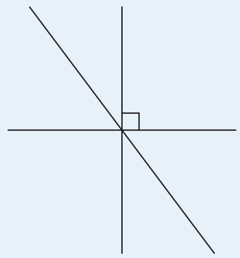
## Nivel 1

Caracteriza figuras planas y prismas rectos en términos de sus elementos básicos y las relaciones de paralelismo y perpendicularidad, utilizándolos para describir y representar formas presentes en el entorno. Comprende el concepto de medición, estima y mide longitudes, usando unidades de medidas informales y estandarizadas, e interpreta información referida a longitudes en diferentes contextos. Formula y verifica conjeturas, y resuelve problemas relacionados con formas que se generan a partir de transformaciones y yuxtaposiciones de figuras planas y prismas rectos, y con la determinación de longitudes.

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Menciona similitudes y diferencias entre cuadriláteros dibujados en cuadrículas aludiendo, por ejemplo, a los lados que son paralelos, aquellos que son perpendiculares, la cantidad de lados, cantidad de vértices y el tipo de ángulos que se forman tanto al interior como en el exterior de ellos.
- Caracteriza prismas rectos de base triangular o rectangular en función del número y forma de las caras.
- Identifica formas en el entorno representables por líneas paralelas y perpendiculares. Por ejemplo: identifica en un plano las calles que son paralelas entre sí y aquellas que son perpendiculares entre sí.
- Identifica ángulos agudos y obtusos, tomando como referente el ángulo recto. Por ejemplo: identifica ángulos agudos y obtusos en líneas que se cortan tal como en la siguiente figura:



- Estima longitudes de objetos del entorno o dibujos y comprueba sus estimaciones.
- Utiliza unidades informales para medir diferentes longitudes. Por ejemplo: usa la cuarta de una mano para medir el largo de una mesa.
- Indica los cortes que se deben realizar en una figura tridimensional para obtener otra figura. Por ejemplo: indica el corte que se debe hacer en un cubo para obtener un prisma de base triangular.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas:

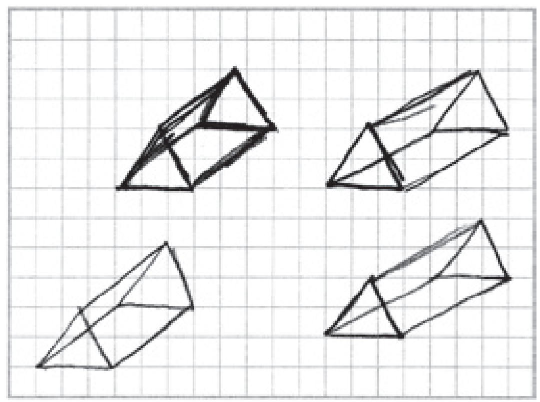
- **La tarea:**

A los alumnos y alumnas se les mostró la figura de un cubo con líneas segmentadas en su parte superior y se les solicitó imaginar y dibujar los cuerpos que se forman una vez cortado el cubo por esas líneas segmentadas. Luego, se les solicitó realizar la experiencia, utilizando plasticina y dibujar los trozos resultantes. Finalmente, compararon lo que imaginaron en la primera actividad con lo obtenido al trabajar con material concreto.

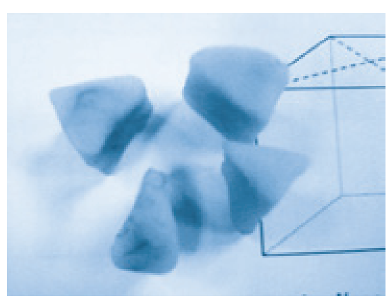
- Ejemplo de trabajo en el nivel »

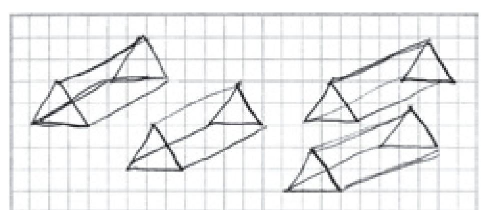
***Comentario:*** *El alumno o alumna conjetura respecto a la forma que tendrán las figuras obtenidas al realizar en el cubo los cortes señalados. En su conjetura anticipa correctamente las formas que se obtendrán y las reconoce como prismas de base triangular, lo que se observa en la representación isométrica que hace de los prismas. Verifica que su conjetura es correcta al identificar que las figuras formadas con los cortes en la plasticina también representan prismas de base triangular.*

Imagina que el cubo se corta por las líneas segmentadas y dibuja los cuerpos que piensas que se van a formar.



Haz un cubo con plasticina y córtalo por las líneas segmentadas, tal como se muestra en la figura. Dibuja cómo te quedaron los trozos.





Compara lo que dibujaste en la primera pregunta con los trozos que obtuviste al cortar la plasticina. Explica tu respuesta.

Se formaro un prisma Triangulor como yo lo imagine

## Nivel 2

Caracteriza cilindros, conos y pirámides en términos de las superficies y líneas que los delimitan e identifica las redes que permiten construirlos y las representaciones en el plano de sus vistas. Comprende los conceptos de perímetro y área, y emplea cuadrículas para estimar y medir áreas de superficies que se pueden descomponer en rectángulos. Formula y verifica conjeturas relativas a la posibilidad de construir cuerpos a partir de distintas redes. Resuelve problemas relacionados con el cálculo de áreas y perímetros de figuras que pueden ser descompuestas en rectángulos.

### ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Menciona características de conos, cilindros y pirámides. Por ejemplo: caracteriza pirámides en función de la forma y el número de caras, aristas y vértices.
- Asocia cuerpos geométricos con las redes que permiten construirlo. Por ejemplo: identifica de un grupo de redes planas, cuál o cuáles permite(n) armar un cubo.
- Dibuja objetos vistos desde distintas posiciones. Por ejemplo: dibuja una pirámide vista desde arriba y desde el frente.
- Dibuja cuerpos geométricos, considerando las diferentes vistas de estos.
- Resuelve problemas que implican cálculos de perímetros de rectángulos en situaciones cotidianas, utilizando las unidades de medida pertinentes. Por ejemplo: determina la cantidad de alambre necesaria para cercar un terreno rectangular de dimensiones conocidas, indicando la unidad de medida.
- Determina el área de figuras, que pueden descomponerse en rectángulos, por medio de una cuadrícula.
- Estima áreas de superficies, delimitadas por curvas, utilizando cuadrículas.

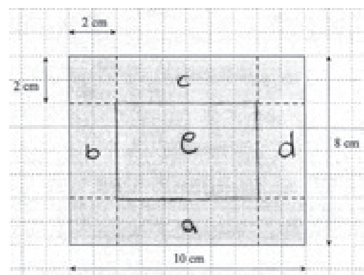
## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas:

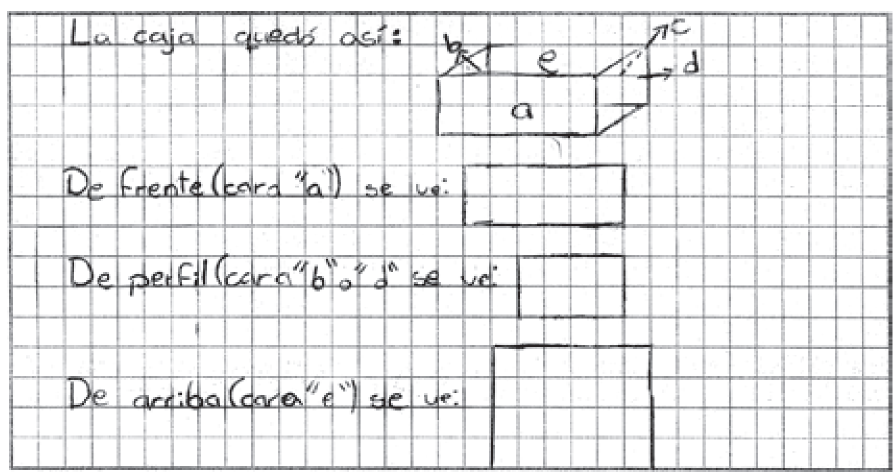
- **La tarea:**

A los estudiantes se les presentó una situación en que una niña debía construir una caja a partir de un cartón rectangular de 10 cm de largo y 8 cm de ancho. La tarea consistió en dibujar las vistas de la caja que confeccionaría la niña, calcular el área de cada cara de la caja y luego estimar las dimensiones de una posible tapa. Como apoyo, se presentó una imagen que ilustra el cartón utilizado por la niña en una cuadrícula formada por cuadrados de 1 cm de lado.

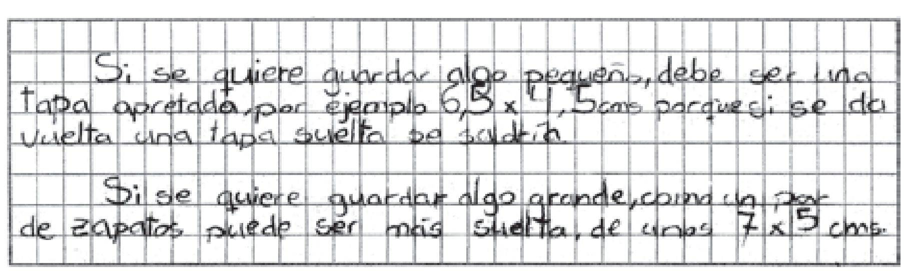
- Ejemplo de trabajo en el nivel »

Una vez confeccionada la caja, ¿cómo se ve de frente, de perfil y desde arriba? Dibuja cada una de esas vistas. Considera que cada uno de los siguientes cuadraditos mide 1 cm de lado.




¿Qué dimensiones podría tener una tapa para la caja?




*__Comentarios:__ El estudiante representa en un cuadriculado las distintas vistas del cuerpo que imaginó, e identifica correctamente aquellas caras que son iguales. Utiliza la cuadrícula de la hoja para representar las medidas de las vistas, respetando la información sobre las medidas de la caja. Resuelve la pregunta respecto a las dimensiones de la tapa, realizando una estimación a partir de la longitud de los lados de la caja.*

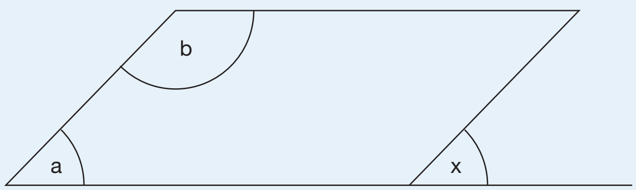
## Nivel 3

Caracteriza la relación entre ángulos que se forman en rectas coplanares que se cortan. Mide ángulos expresando sus resultados en unidades sexagesimales y determina áreas en triángulos y paralelogramos. Formula conjeturas relativas a medidas de ángulos en polígonos y a cambios en el área de paralelogramos al variar uno o más de sus elementos. Resuelve problemas que implican la elaboración de procedimientos para calcular ángulos en polígonos regulares y calcular áreas de triángulos, paralelogramos y formas que puedan descomponerse en estas figuras, y argumenta sobre la validez de sus procedimientos.

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

**Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:**

- Utiliza relaciones entre ángulos en un sistema de rectas paralelas cortadas por una transversal para identificar pares de ángulos congruentes o suplementarios. Por ejemplo: identifica ángulos de igual medida que determina una diagonal trazada en un rectángulo.
- Verifica o refuta proposiciones en casos particulares, relativas a relaciones entre ángulos interiores y exteriores en cuadriláteros. Por ejemplo: Verifica que la proposición “En el siguiente cuadrilátero $x = a + b$”, es falsa.

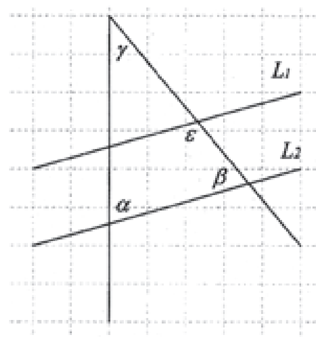



- Verifica conjeturas formuladas acerca de la suma de ángulos interiores y exteriores en pentágonos, utilizando resultados ya conocidos relativos a sumas de ángulos interiores en triángulos y cuadriláteros.
- Calcula ángulos interiores en polígonos regulares a partir de información ya conocida relativa a ángulos exteriores de esos polígonos. Por ejemplo: calcula la medida del ángulo interior de un hexágono regular, utilizando información relativa al ángulo exterior de ese polígono.
- Elabora estrategias para calcular áreas de superficies que pueden ser descompuestas en rectángulos. Por ejemplo: al pintar su pieza elabora estrategias para calcular el área de la superficie que se pinta en la pared, considerando que tiene una ventana.
- Calcula áreas de superficies de polígonos en contextos diversos. Por ejemplo: calcula el área de un terreno con forma de trapecio.
- Verifica proposiciones relativas a cambios en el área de paralelogramos al variar uno o más de sus elementos. Por ejemplo: verifica que en un cuadrado de lado “*a*” el área no se mantiene si el largo aumenta en un tercio y el ancho disminuye en un tercio.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas:

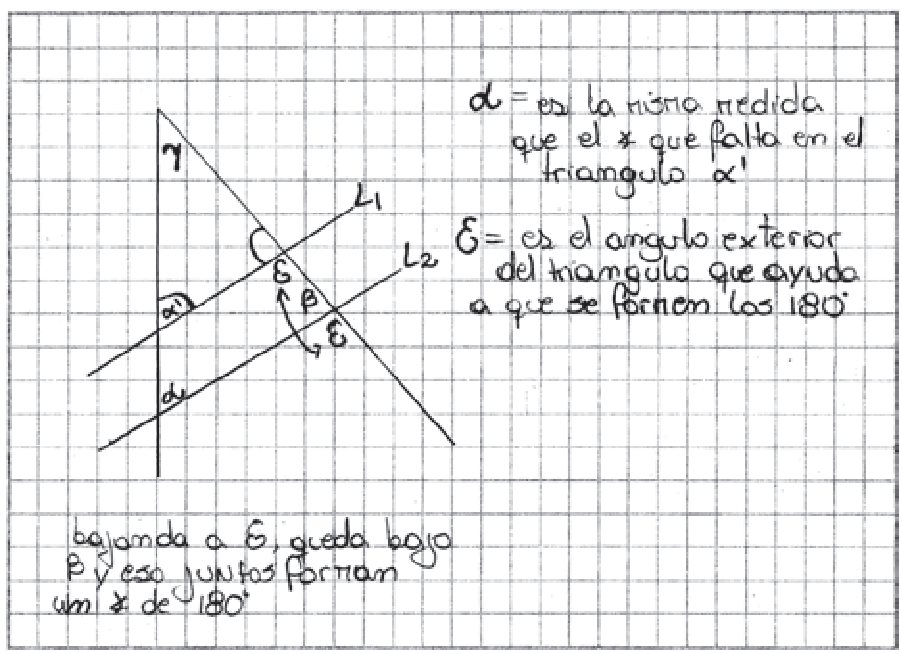
- **La tarea**

A los estudiantes se les mostró la siguiente figura, indicando que las rectas $L_1$ y $L_2$ son paralelas. Se les pidió establecer las relaciones que puedan encontrar entre los ángulos α, β, γ y ε.




- Ejemplo de trabajo en el nivel »

*__Comentario:__ El estudiante identifica relaciones entre los ángulos que se forman en rectas paralelas cortadas por transversales, lo que se observa cuando agrega el ángulo α' y explicita que este tiene la misma medida que α, y cuando traslada el ángulo ε junto al ángulo β, señalando que ambos suman 180º.*



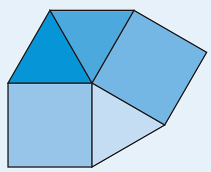
Nivel 4

Reconoce la circunferencia y el círculo como lugares geométricos identificando sus elementos, y caracteriza elementos secundarios de triángulos. Comprende el teorema de Pitágoras y el concepto de volumen. Calcula longitudes de figuras bi y tridimensionales, el área del círculo y obtiene el volumen de distintos cuerpos geométricos. Construye ángulos, triángulos y sus elementos secundarios, y polígonos regulares. Comprende el concepto de transformación isométrica y aplica estas transformaciones a figuras planas. Formula conjeturas relativas a cambios en el perímetro de polígonos y al volumen de cuerpos geométricos al variar elementos lineales y resuelve problemas relacionados con estas variaciones.

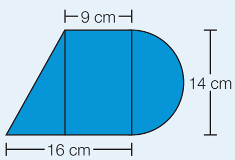
## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Utiliza herramientas tecnológicas para trazar elementos secundarios en triángulos. Por ejemplo: usa un software geométrico para trazar las transversales de gravedad y bisectrices en un triángulo equilátero.
- Aplica transformaciones isométricas a figuras geométricas planas en forma manual o utilizando herramientas tecnológicas. Por ejemplo: rota un cuadrado respecto a uno de sus vértices en 70°, usando regla, compás y transportador.
- Identifica transformaciones isométricas asociadas a teselaciones. Por ejemplo: en la teselación en que participan dos cuadrados y tres triángulos equiláteros con la disposición geométrica 3, 3, 4, 3, 4, identifica las reflexiones que se aplican a la configuración base formada por los tres triángulos y los dos cuadrados.



- Verifica mediante un procesador geométrico el teorema de Pitágoras y el teorema recíproco de Pitágoras.
- Calcula el área de figuras que pueden ser descompuestas en rectángulos, triángulos y círculos, expresando el resultado en las unidades de medida correspondientes. Por ejemplo, calcula el área de la siguiente figura:




- Formula y verifica conjeturas acerca de cambios en el volumen de cuerpos al variar las medidas de sus elementos lineales. Por ejemplo: conjetura respecto al cambio de volumen de un cilindro al variar su altura y el radio de su base, verifica la conjetura formulada, empleando un procesador geométrico.
- Utiliza el teorema de Pitágoras para calcular longitudes en figuras bi y tridimensionales. Por ejemplo: calcula el volumen de un cono, utilizando el teorema de Pitágoras para determinar su altura.

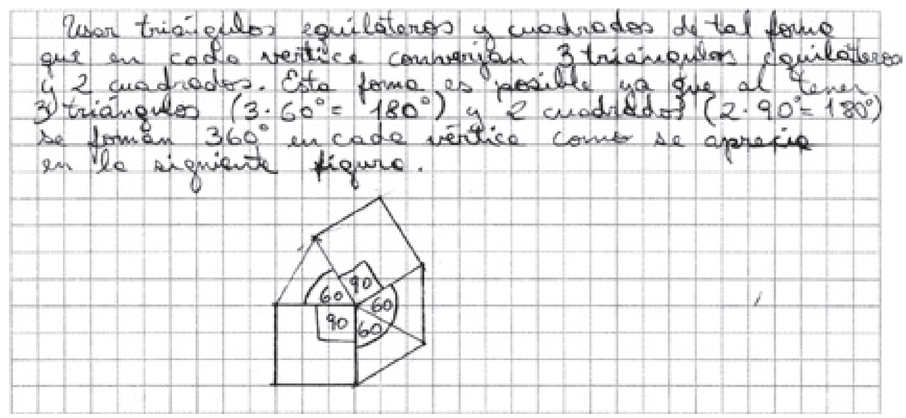
## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

- **La tarea:** Se presentó a los estudiantes el siguiente problema: una persona desea embaldosar el patio de su casa con cerámicas, tanto cuadradas como de otras formas. Se les pidió sugerir qué formas se podían utilizar para teselar (cubrir) el plano y realizar un dibujo de la teselación propuesta.

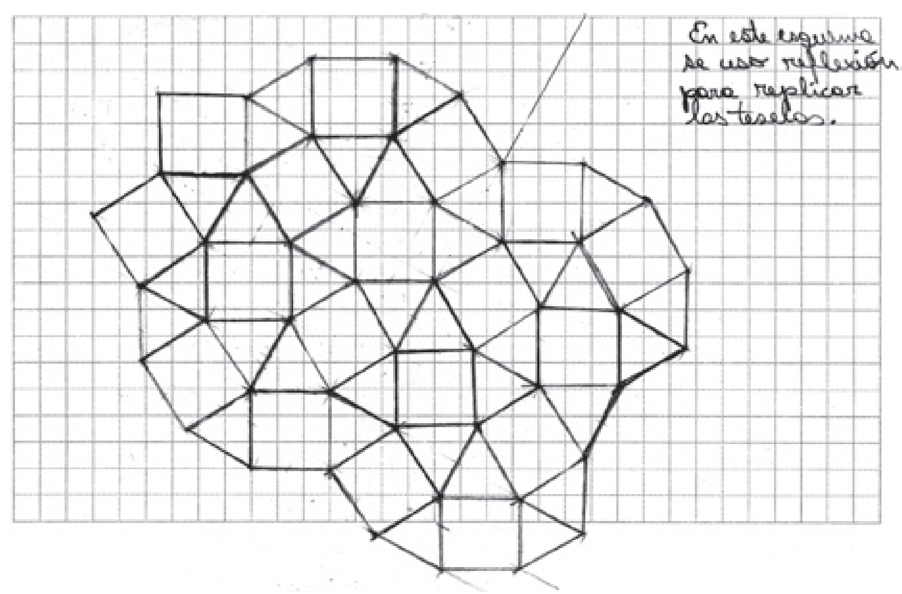
*__Comentario:__ El estudiante sugiere una configuración compuesta por tres triángulos equiláteros y dos cuadrados con lo que evidencia comprender que para realizar la teselación es necesario seleccionar figuras que al compartir un vértice común no se superpongan ni queden espacios entre ellas. Luego justifica su elección, aludiendo a la suma de los ángulos que convergen en cada vértice. Reconoce que en una teselación se puede identificar una reflexión y la utiliza como estrategia para reflejar la configuración sugerida para teselar el plano. Vale destacar que usa regla y compás para construir los polígonos regulares necesarios para realizar la teselación, logrando con esto una representación más exacta del embaldosado.*

- Ejemplo de trabajo en el nivel »

¿Qué formas le sugerirías tú utilizar al papá de Oscar? Justifica tu respuesta.




Haz un dibujo o esquema de cómo quedaría el patio de acuerdo a tu embaldosamiento o teselación.



## Nivel 5

Caracteriza ángulos entre elementos lineales asociados a la circunferencia, comprende los conceptos de congruencia y semejanza, conoce los teoremas respectivos y los aplica como criterios para determinar congruencia y semejanza de figuras planas. Calcula la medida de ángulos en la circunferencia y de segmentos de figuras planas. Comprende el concepto de transformación en el plano cartesiano, y utiliza la representación vectorial para describir traslaciones y homotecias de figuras geométricas en el plano. Formula y verifica conjeturas en relación a los efectos de la aplicación de una transformación a una figura en el plano cartesiano. Demuestra teoremas relativos a relaciones entre trazos en triángulos y en la circunferencia y a trazos y ángulos en ella, y los aplica en la resolución de problemas.

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

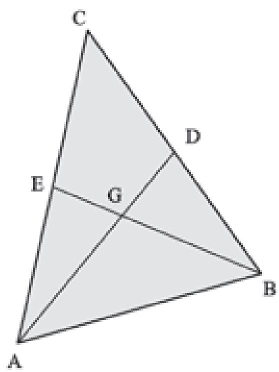
Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Verifica la congruencia entre una figura plana y la resultante de la aplicación en ella de una transformación isométrica. Por ejemplo: rota un triángulo en el plano cartesiano y comprueba que el triángulo inicial y el rotado son congruentes.
- Comprueba que la resultante de la composición de traslaciones respecto a vectores es equivalente a la traslación respecto a la resultante de la suma de esos vectores.
- Aplica transformaciones isométricas para construir teselaciones en el plano cartesiano. Por ejemplo: construye una teselación mediante la aplicación sucesiva de transformaciones isométricas a un triángulo equilátero en el plano cartesiano.
- Establece relaciones que se dan entre segmentos en la circunferencia, utilizando criterios de semejanza. Por ejemplo: establece la relación que se da entre los segmentos resultantes de la intersección entre dos cuerdas en una circunferencia.
- Demuestra teoremas relativos a segmentos en triángulos, usando criterios de semejanza. Por ejemplo: demuestra el teorema del segmento medio de un triángulo.
- Aplica teoremas relativos a segmentos en triángulos en la resolución de problemas en contextos geométricos. Por ejemplo: aplica el teorema del segmento medio de un triángulo para identificar el cuadrilátero que resulta al unir los puntos medios de los lados de un cuadrilátero cualquiera.
- Describe la homotecia de figuras planas mediante el producto de un vector por un escalar. Por ejemplo: describe la homotecia de razón dada que lleva un punto en otro punto del plano de coordenadas conocidas.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas:

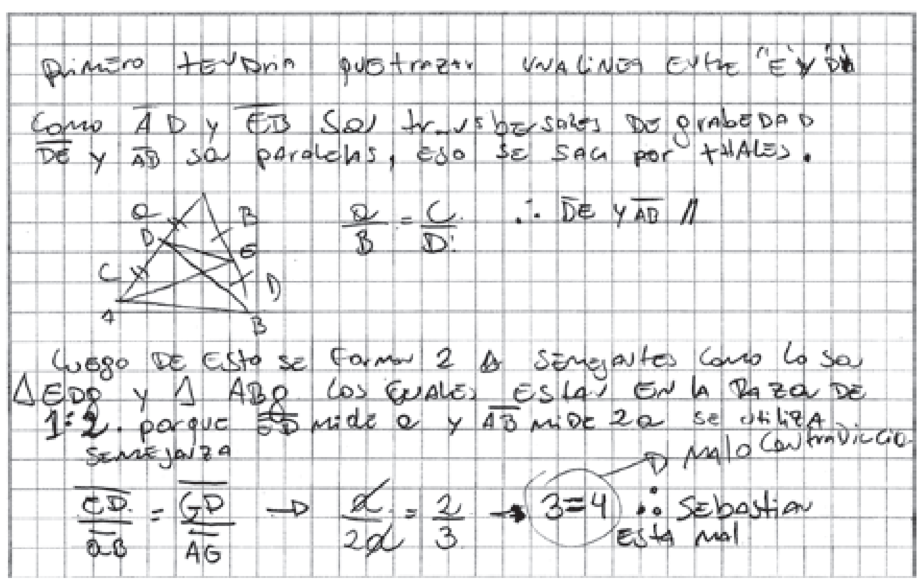
- **La tarea:**

Se presentó a los estudiantes una situación en la que dos amigos, Sebastián y Paula, discuten acerca de un problema de geometría. Sebastián sostiene que las transversales de gravedad *BE* y *AD* del triángulo *ABC* de la figura siguiente se cortan de manera que los segmentos *AG* y *GD* puedan medir 3 y 2 centímetros respectivamente. Se les pide a los alumnos y alumnas explicar qué argumento podría dar Paula a Sebastián para convencerlo de su error.




- Ejemplo de trabajo en el nivel »

¿Qué argumento podría dar Paula a Sebastián para convencerlo de su error?


Primero tendría que trazar una linea entre E y D

Como AD y EB son transversales de grabedad DE y AD son paralelas, eso se saca por thales.

a/b = c/d ∴ DE y AD //

Luego de esto se forman 2 Δ semejantes como lo son ΔEDG y Δ ABG los cuales estan en la razon de 1:2. porque ED mide a y AB mide 2a se utiliza semejanza

malo contradicción

$\frac{ED}{AB} = \frac{GD}{AG} \rightarrow \frac{a}{2a} = \frac{2}{3} \rightarrow 3=4$ ∴ Sebastian está mal

**Comentario:** *El estudiante reconoce el segmento* ***DE*** *como segmento medio paralelo al lado* ***AB****. Reconoce que al trazar dicho segmento se forman dos triángulos,* ***ABC*** *y* ***EDC****, que son semejantes lo que argumenta, utilizando el teorema de Thales. Aplica el Teorema del segmento medio como criterio para plantear una proporcionalidad entre lados de los triángulos semejantes* ***ABC*** *y* ***EDC*** *que le permita comprobar si es posible que la transversal esté dividida en segmentos de 2 y 3 cm. Finalmente, demuestra en base al concepto de semejanza que el supuesto de Sebastián es erróneo al llegar a la contradicción, 3 = 4.*

## Nivel 6

Relaciona la representación gráfica de rectas en el plano cartesiano y los sistemas de ecuaciones a que dan origen. Caracteriza puntos, rectas y planos en el espacio, describe cuerpos generados por traslaciones y rotaciones de figuras planas. Determina el módulo de un vector en dos o tres dimensiones y el área y volumen de cuerpos generados por traslaciones y rotaciones. Describe la homotecia de figuras planas mediante el producto de un vector y un escalar. Formula conjeturas en relación a la forma de los cuerpos generados a partir de rotaciones y traslaciones de figuras planas en el espacio. Resuelve problemas que implican el uso de sistemas de ecuaciones lineales, utilizando métodos analíticos y gráficos.

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Determina las coordenadas de los vértices de figuras tridimensionales sujetas a restricciones. Por ejemplo: determina las coordenadas de los vértices de un cubo de arista dada que tiene el origen de coordenadas como uno de sus vértices y que una de sus aristas está contenida en uno de los ejes coordenados.
- Verifica conjeturas formuladas acerca de figuras tridimensionales que se generan al rotar figuras planas. Por ejemplo: verifica conjeturas formuladas acerca de la figura que se genera al rotar un triángulo rectángulo con vértices en el plano $YZ$ respecto al eje $X = k$, con $k = constante$.
- Determina las coordenadas de puntos que pertenecen a figuras tridimensionales generadas por rotación de figuras planas. Por ejemplo: determina las coordenadas $(x, y, z)$ de ciertos puntos de la figura tridimensional obtenida al rotar un triángulo equilátero de vértices $(0, 0, 0)$, $(0, 3, 0)$, $(0, a, c)$ con $c > 0$, $a > 0$, respecto al eje $z$.
- Determina la distancia entre dos puntos en dos y tres dimensiones en contextos geométricos. Por ejemplo: determina el perímetro de una figura dadas las coordenadas de sus vértices.
- Resuelve problemas relativos a rectas y sistemas de ecuaciones. Por ejemplo: determina los vértices del triángulo que delimitan tres rectas en el plano cartesiano.
- Determina la ecuación vectorial de la recta que pasa por dos puntos dados y a partir de ella la ecuación cartesiana.
- Resuelve problemas relativos a volúmenes de cuerpos generados por rotación de figuras planas. Por ejemplo: calcula el lado del triángulo equilátero dado el volumen del cono que se genera al girar el triángulo en torno a su altura.

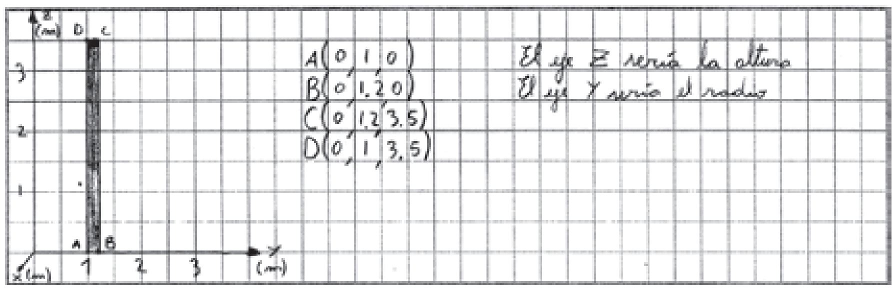
## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas:

- **La tarea:**

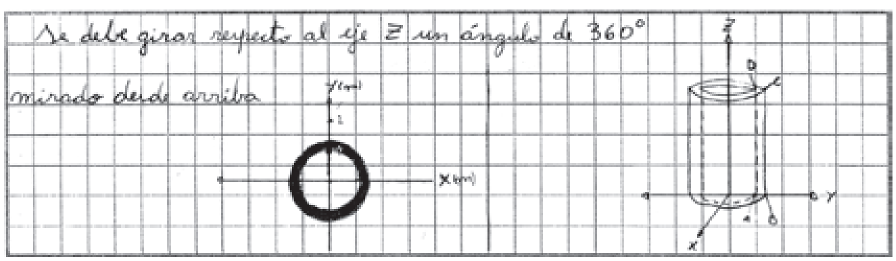
Se presentó a los estudiantes un problema con la siguiente situación: un joven observa un pozo formado por dos circunferencias concéntricas de radio 1 metro y 1,2 metros, respectivamente y profundidad 3,5 metros. Con esta información el joven realiza un modelo del pozo, dibujando un rectángulo *ABCD* en un sistema de coordenadas *XYZ*. Se les pidió determinar las coordenadas de los vértices *ABCD* del rectángulo, luego justificar respecto a qué eje y en qué ángulo se debe girar esta figura para obtener una representación tridimensional del pozo y, finalmente, determinar la capacidad del pozo (en litros) para albergar agua.

**• Ejemplo de trabajo en el nivel »**

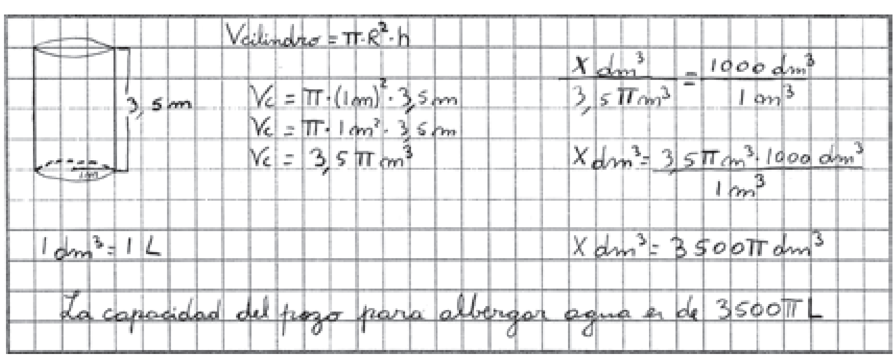
¿Cuáles son las coordenadas de los vértices *A*, *B*, *C* y *D*?




¿Respecto a qué eje *y* en qué ángulo debe girar la figura *ABCD* para obtener una representación tridimensional del pozo? Justifica tu respuesta.




Determina la capacidad del pozo (en litros) para albergar agua.




***Comentario:** El estudiante reconoce que el rectángulo representado en el sistema de coordenadas **XYZ** está situado solo en el plano **YZ** y lo caracteriza a través de sus coordenadas. Mediante la conjetura que realiza, anticipa correctamente el eje de rotación, el ángulo y la forma del cuerpo que se generará. Reconoce que el volumen del cilindro de radio interior 1 m representa la capacidad del pozo, y determina correctamente su capacidad, utilizando la unidad de medida correspondiente.*

**Nivel 7**
Sobresaliente

Resuelve problemas geométricos estableciendo relaciones entre conceptos, técnicas y procedimientos de distintas áreas de la matemática. Selecciona entre varios procedimientos para resolver problemas en diferentes contextos geométricos, acorde a las características del problema. Conjetura sobre la base de exploraciones realizadas con herramientas tecnológicas y verifica proposiciones geométricas mediante axiomas y demostraciones directas e indirectas.

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Calcula el área de la superficie que está contenida entre cuatro circunferencias de radio "*a*" y cuyos centros son los vértices de un cuadrado de lado 2*a*, usando métodos geométricos y métodos analíticos.
- Determina el número de diagonales que admite un polígono de *n* lados, usando técnicas combinatorias.
- Demuestra que una recta tangente a una circunferencia es perpendicular a su radio en el punto de contacto, suponiendo la no perpendicularidad y demostrando que esta negación lleva a una contradicción.
- Utiliza el axioma de congruencia para demostrar que cada ángulo exterior de un triángulo es mayor que cualquier ángulo interior no adyacente.
- Construye el pentágono regular conocido el lado mediante regla y compás o un procesador geométrico y justifica la construcción realizada.
- Deduce la ecuación vectorial de una recta y a partir de ella sus ecuaciones en forma paramétrica y cartesiana.
- Formula y verifica conjeturas acerca de qué figuras construidas sobre los lados de un triángulo rectángulo satisfacen que: la suma de las áreas de estas figuras construidas sobre los catetos es igual al área de la figura construida sobre la hipotenusa.

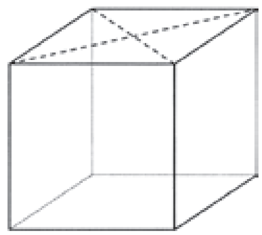
# Anexos

# Tareas Aplicadas por Nivel

## Anexo

### Nivel 1 / Tareas Aplicadas

La siguiente figura representa un cubo con líneas segmentadas en su cara superior.



1. Imagina que el cubo se corta por las líneas segmentadas y dibuja los cuerpos que piensas que se van a formar.

# Anexo

## Nivel 1 / Tareas Aplicadas

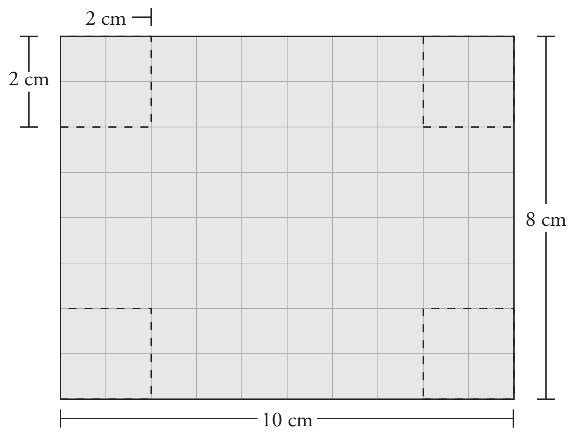
2. Haz un cubo con plasticina y córtalo por las líneas segmentadas, tal como se muestra en la figura. Dibuja cómo te quedaron los trozos.

3. Compara lo que dibujaste en la primera pregunta con los trozos que obtuviste al cortar la plasticina. Explica tu respuesta.

## Anexo

### Nivel 2 / Tareas Aplicadas

Fabiola desea construir una caja a partir de un cartón rectangular de 10 cm de largo y 8 cm de ancho, cortándole las puntas tal como se muestra en la figura.




1. Una vez confeccionada la caja, ¿cómo se verá de frente, de perfil y desde arriba? Dibuja cada una de esas vistas. Considera que cada uno de los siguientes cuadraditos mide 1 cm de lado.

# Anexo

## Nivel 2 / Tareas Aplicadas

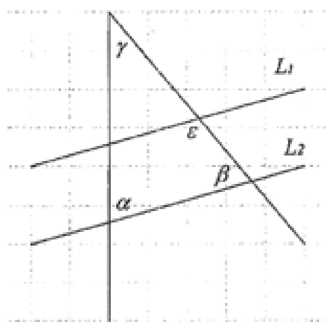
2. ¿Cuál es el área de cada una de las caras de la caja?

3. ¿Qué dimensiones podría tener una tapa para la caja?

# Anexo

## Nivel 3 / Tareas Aplicadas

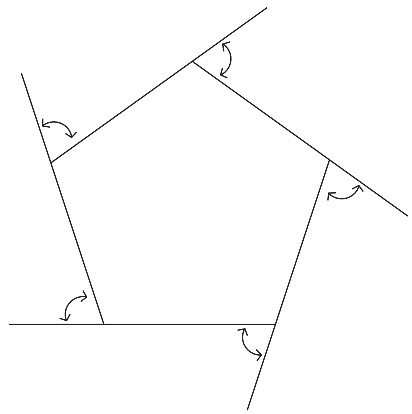
1. Sabiendo que las rectas $L_1$ y $L_2$ son paralelas, establece todas las relaciones que puedas encontrar entre los ángulos α, β, γ y ε, de acuerdo a la figura mostrada.



## Anexo

## Nivel 3 / Tareas Aplicadas

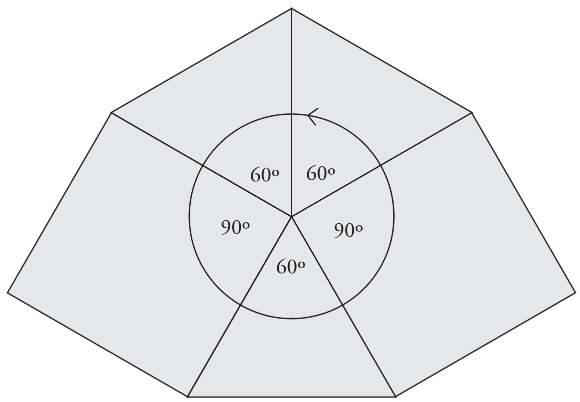
2. ¿Cuál es la medida de cada uno de los ángulos exteriores de un pentágono regular? Explica de qué manera resolviste el problema.



## Anexo

## Nivel 3 / Tareas Aplicadas

3. Observa la siguiente configuración, que está formada por tres triángulos equiláteros y dos cuadrados. Al unir dichas figuras, sin que se superpongan ni hayan espacios entre ellas, puedes verificar que forman un ángulo de 360º.




4. Utilizando polígonos regulares, encuentra otra configuración que cumpla la misma condición. Asegúrate de que al menos debe contener dos tipos diferentes de polígonos regulares.

## Anexo

### Nivel 4 / Tareas Aplicadas

El papá de Oscar desea colocar cerámicas en el patio de su casa. Desea, además, que en el embaldosamiento no solo se ocupen cerámicas de forma cuadrada, sino que también de otras formas.

1. ¿Qué formas le sugerirías tú utilizar al papá de Oscar? Justifica tu respuesta.

2. Haz un dibujo o esquema de cómo quedaría el patio de acuerdo a tu embaldosamiento o teselación.

## Anexo

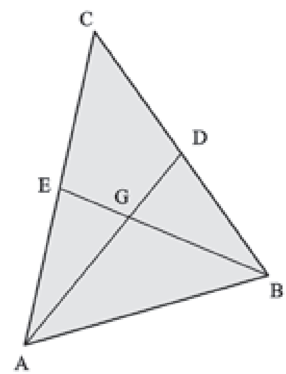
## Nivel 4 / Tareas Aplicadas

3. Al observar el dibujo del embaldosamiento propuesto, ¿puedes visualizar las transformaciones isométricas, aplicadas a dichas figuras, que permiten generar el embaldosamiento completo? Muéstralas y justifica tu respuesta.

## Anexo

# Nivel 5 / Tareas Aplicadas

Sebastián y Paula son dos compañeros de curso que discuten acerca de un problema de geometría. Sebastián sostiene que las transversales de gravedad *BE* y *AD* del triángulo *ABC* de la figura se cortan de manera que los segmentos *AG* y *GD* puedan medir 3 y 2 centímetros respectivamente.




¿Qué argumento podría dar Paula a Sebastián para convencerlo de su error?

## Anexo

# Nivel 6 / Tareas Aplicadas

Javier observa un pozo similar al que aparece en la figura (1). Al mirarlo desde arriba observa que está formado por dos circunferencias concéntricas de radio 1 metro y 1,2 metros respectivamente, además verifica que la estructura es de cemento y su profundidad es de 3,5 metros.

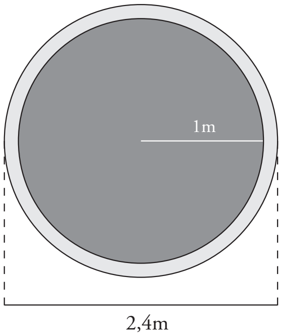



Figura (1)

Javier hace un modelo del pozo. Para eso dibuja el rectángulo *ABCD* en un sistema de coordenadas *XYZ*, tal como se muestra en la figura (2).

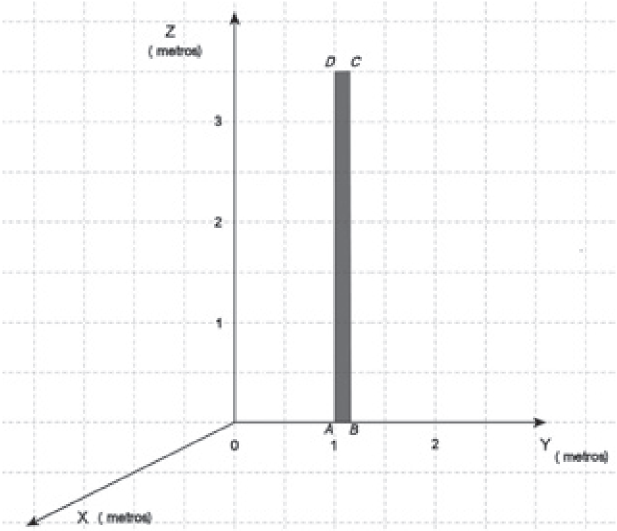



Figura (2)

# Anexo

## Nivel 6 / Tareas Aplicadas

1. ¿Cuáles son las coordenadas de los vértices *A*, *B*, *C* y *D*?

2. ¿Respecto a qué eje y en qué ángulo debe girar la figura ABCD para obtener una representación tridimensional del pozo? Justifica tu respuesta.

# Anexo

## Nivel 6 / Tareas Aplicadas

3. Determina la capacidad del pozo (en litros) para albergar agua.

# Mapas de Progreso del Aprendizaje

GOBIERNO DE CHILE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN




# Mapas de Progreso del Aprendizaje

## Sector Matemática

## Mapa de Progreso de Datos y Azar

GOBIERNO DE CHILE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

# Mapas de Progreso del Aprendizaje

Sector Matemática

Mapa de Progreso de Datos y Azar

GOBIERNO DE CHILE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Mapas de Progreso del Aprendizaje
Datos y Azar
Material elaborado por la Unidad de Currículum, UCE.
www.curriculum-mineduc.cl
ISBN: 978-956-292-200-5
Registro de Propiedad Intelectual Nº 175.760
Alameda 1371, Santiago.
Ministerio de Educación.

Se agradece a los profesores y profesoras de los siguientes establecimientos
que colaboraron en el proceso de recolección de trabajos de alumnos y alumnas:
Alianza Francesa - Vitacura
Alcántara de la Florida - La Florida
Alicante del Rosal - Maipú
Colegio Albert Einstein - La Serena
Colegio Cardenal Raúl Silva Henríquez - Puente Alto
Colegio La Misión - Calera de Tango
Colegio Municipal Juan Pablo Duarte - Providencia
Colegio Nuestra Señora de Andacollo - Santiago
Colegio Notre Dame - Peñalolén
Colegio Oratorio Don Bosco - Santiago
Colegio Pedro de Valdivia - Macul
Colegio Sagrado Corazón - Talagante
Colegio Sagrados Corazones - Santiago
Colegio Saint George - Vitacura
Colegio San Alberto Magno - La Florida
Colegio San Ignacio Alonso Ovalle - Santiago
Colegio Santa Cruz - Santiago
Escuela Antártica Chilena - Vitacura
Escuela Básica N° 10 Miguel de Cruchaga Tocornal - Puente Alto
Escuela Experimental de Música Jorge Peña Hen - La Serena
Instituto Alonso de Ercilla - Santiago
Instituto Nacional José Miguel Carrera - Santiago
La Girouette - Las Condes
Liceo San Alberto Hurtado - Quinta Normal
Liceo Antonio Hermida Fabres - Peñalolén
Liceo Leonardo Murialdo - Recoleta
Liceo Confederación Suiza - Santiago
Liceo Manuel de Salas - Ñuñoa
Liceo Municipal A-73 Santiago Bueras y Avaria - Maipú
Liceo Santa María - Santiago
Liceo Ruiz Tagle - Estación Central

Diseño y diagramación: Designio
Imprenta: Valente
Marzo de 2009

# Mapas de Progreso del Aprendizaje

El documento que se presenta a continuación es parte del conjunto de Mapas de Progreso del Aprendizaje, que describen la secuencia típica en que este se desarrolla, en determinadas áreas o dominios que se consideran fundamentales en la formación de cada estudiante, en los distintos sectores curriculares. Esta descripción está hecha de un modo conciso y sencillo para que todos puedan compartir esta visión sobre cómo progresa el aprendizaje a través de los 12 años de escolaridad. **Se busca aclarar a los profesores y profesoras, a los alumnos y alumnas y a las familias, qué significa mejorar en un determinado dominio del aprendizaje**.

Los Mapas complementan los actuales instrumentos curriculares (Marco Curricular de OF/CMO y Programas de Estudio) y en ningún caso los sustituyen. Establecen una relación entre currículum y evaluación, orientando lo que es importante evaluar y entregando criterios comunes para observar y describir cualitativamente el aprendizaje logrado. No constituyen un nuevo currículum, ya que no promueven otros aprendizajes; por el contrario, pretenden profundizar la implementación del currículum, promoviendo la observación de las competencias clave que se deben desarrollar.

Los Mapas describen el aprendizaje en 7 niveles, desde 1° Básico a 4° Medio, con la excepción de Inglés, que tiene menos niveles por comenzar su enseñanza en 5° Básico.

Cada nivel está asociado a lo que se espera que los estudiantes hayan logrado al término de determinados años escolares. Por ejemplo, el nivel 1 corresponde al logro que se espera para la mayoría de los niños y niñas al término de 2° Básico; el nivel 2 corresponde al término de 4° Básico y así sucesivamente cada dos años. El último nivel (7) describe el aprendizaje de un alumno o alumna que al egresar es "sobresaliente", es decir, va más allá de la expectativa que se espera para la mayoría que es el nivel 6. No obstante lo anterior, la realidad muestra que en un curso coexisten estudiantes con distintos niveles. Por esto, lo que se busca es ayudar a determinar dónde se encuentran en su aprendizaje y hacia dónde deben avanzar, y así orientar las acciones pedagógicas de mejoramiento.

## Matemática

El currículum de Matemática tiene como propósito que los alumnos y alumnas adquieran los conocimientos básicos de la disciplina, a la vez que desarrollen el pensamiento lógico, las habilidades de deducir, formular y resolver problemas, modelar situaciones o fenómenos. La construcción de la Matemática surge de la necesidad de responder y resolver desafíos provenientes de los más variados ámbitos del quehacer humano y de la Matemática misma; su construcción y desarrollo es una creación ligada a la historia y la cultura.

Su aprendizaje enriquece la comprensión de la realidad, facilita la selección de estrategias para resolver problemas y contribuye al desarrollo de un pensamiento propio y autónomo. El modelamiento matemático de la realidad, mediante el uso apropiado de conceptos, relaciones entre ellos y procedimientos matemáticos, ayuda al estudiante a comprender situaciones y fenómenos, y le permite formular explicaciones y hacer predicciones de ellos, aumentando su capacidad para intervenir en esa realidad.

Los aprendizajes de Matemática se han organizado en cuatro Mapas de Progreso:

- **Números y Operaciones,** describe el desarrollo del concepto de cantidad y de número y la competencia en el uso de técnicas mentales y escritas para calcular y resolver problemas que involucran distintos tipos de números.
- **Álgebra,** describe el progreso de la capacidad para utilizar símbolos en la representación de generalidades y el modelamiento de situaciones y fenómenos así como también el desarrollo de la argumentación matemática.
- **Geometría,** describe el progreso de habilidades relacionadas con la comprensión de formas, la posición y transformaciones así como también las relacionadas con medición, estimación y comparación de magnitudes.
- **Datos y Azar,** describe el progreso de las habilidades para organizar y representar información disponible, para describir y analizar situaciones y hacer interpretaciones de sucesos en los que interviene el azar y la incertidumbre.

El **Razonamiento Matemático** constituye una dimensión que es abordada transversalmente en estos cuatro Mapas de Progreso.

## Mapa de Progreso de Datos y Azar

Los aprendizajes descritos en el Mapa de Progreso de **Datos y Azar** se desarrollan considerando cuatro dimensiones que se interrelacionan:

**a. Procesamiento de datos.** Se refiere a las habilidades para clasificar, organizar, resumir y representar datos en distintos formatos, tales como tablas y gráficos.

**b. Interpretación de información.** Se refiere a las habilidades para analizar críticamente y para obtener información a partir de datos organizados en tablas y gráficos.

**c. Comprensión del azar.** Se refiere a la comprensión y uso de un lenguaje de probabilidades, y a la habilidad para determinar la probabilidad de ocurrencia de eventos, en forma experimental y teórica, a partir de fenómenos aleatorios y el análisis de sus resultados.

**d. Razonamiento matemático.** Se refiere a la habilidad para resolver problemas, reconocer patrones, formular preguntas pertinentes y hacer conjeturas a partir de datos o situaciones en las que interviene el azar, así como a la capacidad para argumentar acerca de la validez de respuestas a las preguntas formuladas y acerca de las conjeturas propuestas.

## Elementos claves del Mapa de Progreso de Datos y Azar

La dimensión **procesamiento de datos** se refiere a la progresión de la capacidad de categorizar, organizar y representar datos en formatos cada vez más complejos, en contextos que van desde situaciones familiares cercanas hasta eventos que involucran diversos ámbitos. Al mismo tiempo, implica un reconocimiento progresivo de las ventajas y desventajas que ofrece cada uno de estos formatos y sus posibles usos.

La dimensión **interpretación de información** progresa desde la capacidad de leer y extraer información explícita desde tablas o gráficos simples, hasta la capacidad de realizar lecturas más profundas, extraer tendencias y realizar inferencias, analizando críticamente los procedimientos utilizados para generar información.

La dimensión **comprensión del azar** se inicia en el tercer nivel, enriqueciendo progresivamente la capacidad para interpretar información. Esta dimensión incluye la comprensión de las nociones de variables y modelos aleatorios, así como la comprensión y el uso del lenguaje de probabilidades que da coherencia al pensamiento y la acción en un contexto de incertidumbre.

Por último, la dimensión de **razonamiento matemático**, incluye el reconocimiento de patrones o regularidades en datos presentados en diferentes registros (gráficos, tablas), lo que permite realizar predicciones y levantar conjeturas respecto a ciertos atributos de los fenómenos estudiados. Por otro lado, el conjeturar es una habilidad de razonamiento que aplicada al análisis estadístico y al manejo de situaciones aleatorias, permite avanzar en el conocimiento de los fenómenos en estudio, desarrollar las habilidades de pensamiento estadístico y probabilístico, y el uso de estrategias en la resolución de problemas en condiciones de incertidumbre.

Cabe destacar que el uso de recursos digitales (software, applets, planillas electrónicas, etc.) es clave en el desarrollo de las diferentes dimensiones del Mapa. Por un lado en lo que se refiere al análisis estadístico, por ejemplo, a través de la construcción de tablas y gráficos, o bien la obtención de diferentes medidas que describen los datos. Por otra parte, se encuentra lo referido a la simulación de experimentos aleatorios, cuando se requiere realizar una gran cantidad de iteraciones y que no es factible efectuarlas manualmente.

En las páginas siguientes se encuentra el Mapa de Progreso de Datos y Azar. Comienza con una presentación sintética de todos los niveles. Luego se detalla cada nivel, partiendo por su descripción, algunos ejemplos de desempeño que ilustran cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje, y uno o dos ejemplos de trabajos realizados por alumnos y alumnas de establecimientos subvencionados, con los comentarios del profesor o profesora que justifican por qué juzga que el estudiante se encuentra “en” el nivel. En un anexo, se incluye la versión completa de las tareas a partir de las cuales se recolectaron los trabajos de los alumnos y alumnas.

En la mayor parte de los casos estas tareas fueron diseñadas para ser desarrolladas por los alumnos y alumnas en el aula, durante una hora de clases, y considerando que pudieran ser reproducidas en un documento impreso. Varias tareas demandaron que los alumnos y alumnas desarrollaran diversos pasos, de ellos se ha incorporado en el documento aquel que ilustra un desempeño más expresivo del nivel.

# Mapa de Progreso de Datos y Azar

| | |
|---|---|
| Nivel 7 Sobresaliente | Usa modelos probabilísticos para resolver problemas en contextos de incerteza, relacionando con profundidad y autonomía elementos de estadística y probabilidad. Utiliza con propiedad recursos digitales para realizar análisis de datos, graficar, obtener descriptores de las muestras y hacer inferencias. Evalúa información estadística haciendo uso de criterios aplicados a los procedimientos utilizados y la representatividad de la muestra. Realiza inferencias sobre los parámetros de una población en estudio, a partir del análisis de los estadísticos de una muestra tomada. Comprende las propiedades de probabilidad y las aplica en la resolución de problemas en una amplia gama de situaciones. |
| Nivel 6 | Produce información aplicando la distribución normal y la binomial. Analiza críticamente información estadística, argumentando acerca de la representatividad de las muestras, su tamaño y los niveles de confianza reportados. Estima parámetros poblacionales, utilizando intervalos de confianza. Comprende que al seleccionar muestras de una población la distribución de sus valores medios es aproximadamente normal, con una media igual a la media poblacional, y que esa aproximación mejora a medida que aumenta el tamaño de las muestras. Verifica, haciendo uso de recursos digitales, la proximidad entre la distribución teórica de una variable aleatoria y la correspondiente gráfica de frecuencias en experimentos aleatorios discretos. Realiza inferencias a partir de una muestra aleatoria, considerando el error asociado al tamaño de ella. Resuelve problemas aplicando el cálculo de probabilidad condicional. |
| Nivel 5 | Organiza información a través de histogramas, polígonos de frecuencia y gráficos de frecuencia acumulada. Extrae e interpreta información haciendo uso de medidas de dispersión y de posición. Compara dos o más conjuntos de datos usando medidas de dispersión y posición. Comprende que al tomar mayor cantidad de muestras de igual tamaño, desde una población finita, el promedio de las medias aritméticas muestrales se aproxima a la media de la población. Asigna probabilidades mediante el modelo de Laplace o bien las frecuencias relativas, dependiendo de las condiciones del experimento. Resuelve problemas acerca del cálculo de probabilidades, usando diagramas de árbol, técnicas combinatorias y aplicando propiedades de la suma y producto de las probabilidades. |
| Nivel 4 | Organiza datos en gráficos y tablas, reconociendo las aplicaciones, ventajas y desventajas de distintos tipos de representación. Extrae e interpreta información desde tablas de frecuencias con datos agrupados en intervalos. Comprende los conceptos de representatividad y aleatoriedad de una muestra y sus efectos en conclusiones e inferencias acerca de una población determinada. Comprende que a través del modelo de Laplace es posible predecir el valor de la probabilidad de ocurrencia de un evento simple, sin realizar el experimento aleatorio. Resuelve problemas simples de probabilidades, conjetura y verifica resultados usando el modelo de Laplace y también las frecuencias relativas. |
| Nivel 3 | Reconoce aquellas variables que aportan información relevante para resolver un problema y organiza datos en gráficos de línea, circulares y barras múltiples. Extrae información respecto de situaciones o fenómenos presentados en los gráficos anteriores y calcula medidas de tendencia central. Comprende los conceptos de población y muestra y la conveniencia de seleccionar muestras al realizar estudios para caracterizar poblaciones. Evalúa la posibilidad de ocurrencia de un evento en contextos cotidianos como posible, imposible, probable o seguro, a partir de su experiencia y la observación de regularidades en experimentos aleatorios simples. Conjetura acerca de las tendencias que se desprenden desde un gráfico, desde la lectura de medidas de tendencia central o de los resultados de un experimento aleatorio simple, justificando en base a la información disponible. |
| Nivel 2 | Organiza datos simples relativos a situaciones o fenómenos diversos, en gráficos de barras simples. Extrae información respecto de un fenómeno o situación desde tablas y gráficos de barras simples. Saca conclusiones y verifica afirmaciones que requieren integrar los datos disponibles, o bien realiza algunas operaciones simples. Justifica dando cuenta del procedimiento utilizado. |
| Nivel 1 | Organiza datos simples acerca de objetos, personas o animales en tablas simples, de doble entrada y pictogramas. Extrae información desde tablas y pictogramas referidos a contextos significativos del entorno escolar y familiar. Realiza comparaciones simples con datos extraídos desde tablas y pictogramas y justifica sus conclusiones en base a la información entregada. |

| Nivel 1 | Organiza datos simples acerca de objetos, personas o animales en tablas simples, de doble entrada y pictogramas. Extrae información desde tablas y pictogramas referidos a contextos significativos del entorno escolar y familiar. Realiza comparaciones simples con datos extraídos desde tablas y pictogramas y justifica sus conclusiones en base a la información entregada. |
|---|---|

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Dada una lista de objetos, los clasifica, cuenta y organiza en una tabla de doble entrada. Por ejemplo, una lista de lápices según tipo (mina, tinta, cera) y color (primario, secundario).
- Organiza datos simples sobre sus compañeros de curso en una tabla. Por ejemplo, número de hermanos que tiene cada uno.
- Responde preguntas sobre datos que pueden ser extraídos directamente de tablas simples o de doble entrada. Por ejemplo, ¿cuántos niños o niñas tienen 4 hermanos?
- Extrae información desde un pictograma, donde cada figura representa más de una unidad.
- Construye un pictograma a partir de datos que se encuentran en una tabla y viceversa.
- Responde preguntas que implican comparar datos presentados en pictogramas: Por ejemplo, en una fiesta del colegio dos cursos venden completos, ¿cuál de los dos ha vendido más hasta el momento? ¿Cuál es la diferencia?

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

- **La tarea:** A los estudiantes se les presentó una situación donde un grupo de alumnos y alumnas realiza una prueba de resistencia física que implica trotar alrededor del patio del colegio durante un cierto tiempo. El docente tomó la prueba en dos etapas, registrando con una estrella cada vez que un niño o niña daba una vuelta completa, tal como se ilustra en los siguientes pictogramas:

Primera etapa

| | |
|---|---|
| Ariel | ★★★★★★ |
| Amparo | ★★★★★★★★★★★★ |
| Santiago | ★★★★ |
| Trinidad | ★★★★★★★★ |
| Diego | ★★★★★★★★★★★ |
| Renato | ★★★★★★★★★ |

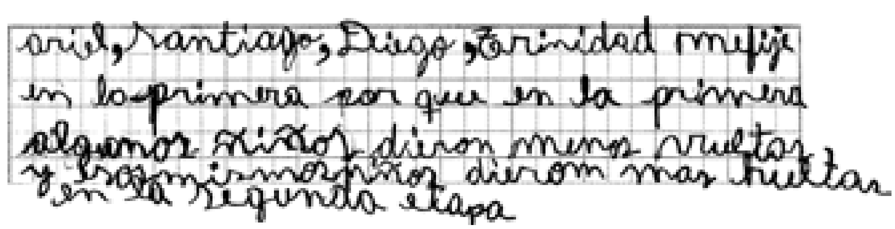
Segunda etapa

| | |
|---|---|
| Ariel | ★★★★★★★★★★ |
| Amparo | ★★★★★★★★★★ |
| Santiago | ★★★★★★★★ |
| Trinidad | ★★★★★★★★★★★ |
| Diego | ★★★★★★★★★★★★ |
| Renato | ★★★★★★★ |

## • Ejemplo de trabajo en el nivel »

A los estudiantes se les pide determinar:

¿Qué niños o niñas superaron en la segunda etapa el número de vueltas que dieron en la primera? Justifica.



*Comentario:* En este ejemplo el estudiante lee y compara ambos pictogramas e identifica a quienes superaron el número de vueltas en la segunda etapa, respecto de la primera. Lo que hace es una comparación uno a uno, verificando que el número de vueltas (estrellas) sea mayor. Implícitamente descarta a los que no superaron su rendimiento. Justifica su respuesta, señalando la forma en que hizo la comparación.

El texto dice:

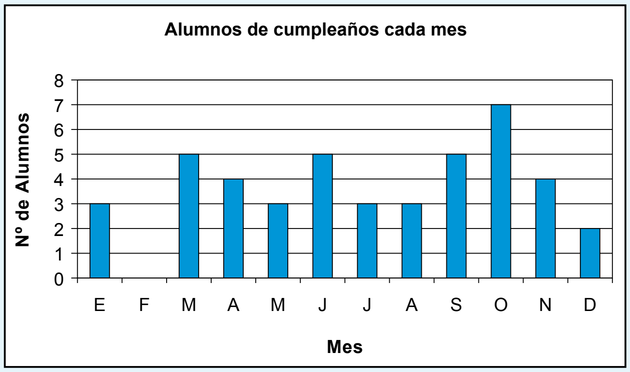
*"Ariel, Santiago, Diego, Trinidad, me fijé en la primera por que en la primera, algunos niños dieron menos vueltas y esos mismos niños dieron más vueltas en la segunda etapa".*

| | |
|---|---|
| Nivel 2 | Organiza datos simples relativos a situaciones o fenómenos diversos, en gráficos de barras simples. Extrae información respecto de un fenómeno o situación desde tablas y gráficos de barras simples. Saca conclusiones y verifica afirmaciones que requieren integrar los datos disponibles, o bien realiza algunas operaciones simples. Justifica dando cuenta del procedimiento utilizado. |

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Dada una lista de objetos, los clasifica, cuenta y organiza en un gráfico de barras simples.
- Extrae información desde un gráfico de barras simple y responde preguntas en forma directa, o bien elaborando nueva información a través de operaciones simples.
- Construye un gráfico de barras simples, a partir de datos recolectados en su curso. Por ejemplo, el número de estudiantes de un curso que están de cumpleaños cada mes.

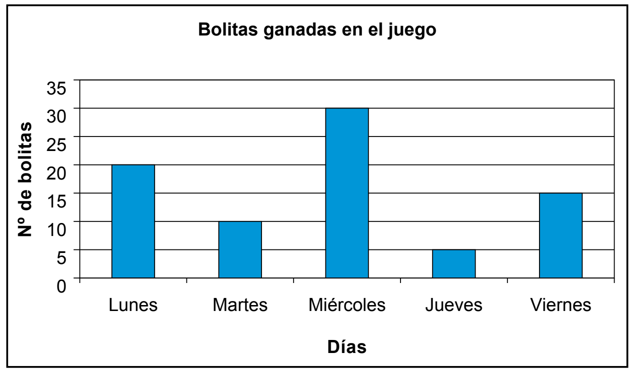



- Extrae información desde una tabla y responde preguntas cuyas respuestas implican la realización de operaciones básicas. Por ejemplo, de una tabla que muestra la asistencia diaria de los estudiantes de un curso, en una semana, obtiene la diferencia entre el día de mayor asistencia y el de menor asistencia.
- Resuelve problemas que implican comparar información desde tablas o gráficos de barra y obtiene conclusiones. Por ejemplo, dado un gráfico de barra donde se muestra el rendimiento de los alumnos y alumnas en una prueba de educación física, responde quién tuvo mejor rendimiento.
- Dada una cierta afirmación, determina si es verdadera o falsa, integrando la información disponible en tablas y gráficos de barra o realizando alguna operación aritmética. Por ejemplo, verifica que: “la mitad de los estudiantes encuestados prefiere el *reggaeton* para bailar”.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

- **La tarea:**

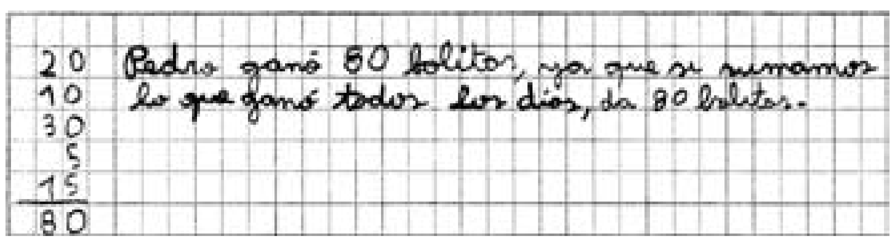
A los alumnos y alumnas se les mostró el siguiente gráfico de barra que exhibe la cantidad de bolitas que ha ganado Pedro en la semana. Luego, se les solicitó determinar cuántas ganó en total durante la semana, así como verificar una afirmación, comparando información presente en el gráfico y, finalmente, construir un gráfico con los datos presentados en una tabla.




### • Ejemplo de trabajo en el nivel »

A los estudiantes se les pide determinar:

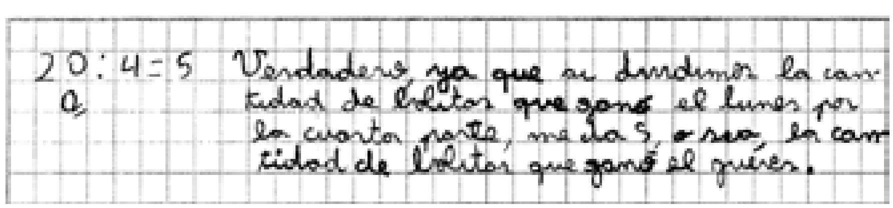
1. ¿Cuántas bolitas ganó Pedro en la semana? Justifica.




*__Comentario:__ Extrae del gráfico de barra la información correspondiente a las bolitas ganadas por Pedro cada día de la semana. Luego elabora nueva información al sumar y obtener la respuesta a la pregunta, justificando su resultado a partir del procedimiento utilizado.*

2. Determina si es cierta o falsa la siguiente afirmación. Justifica tu respuesta.

   "El día jueves, Pedro ganó la cuarta parte de lo que ganó el día lunes".




*__Comentario:__ Verifica la afirmación, extrayendo del gráfico la cantidad de bolitas que Pedro ganó el día lunes y realizando la operación correspondiente para determinar que 5 corresponde a la cuarta parte de lo ganado ese día. Luego compara esa cantidad con lo ganado el día jueves y concluye que la afirmación es verdadera. Justifica su resultado explicando el procedimiento utilizado.*

| Nivel 3 | Reconoce aquellas variables que aportan información relevante para resolver un problema y organiza datos en gráficos de línea, circulares y barras múltiples. Extrae información respecto de situaciones o fenómenos presentados en los gráficos anteriores y calcula medidas de tendencia central. Comprende los conceptos de población y muestra y la conveniencia de seleccionar muestras al realizar estudios para caracterizar poblaciones. Evalúa la posibilidad de ocurrencia de un evento en contextos cotidianos como posible, imposible, probable o seguro, a partir de su experiencia y la observación de regularidades en experimentos aleatorios simples. Conjetura acerca de las tendencias que se desprenden desde un gráfico, desde la lectura de medidas de tendencia central o de los resultados de un experimento aleatorio simple, justificando en base a la información disponible. |
|---|---|

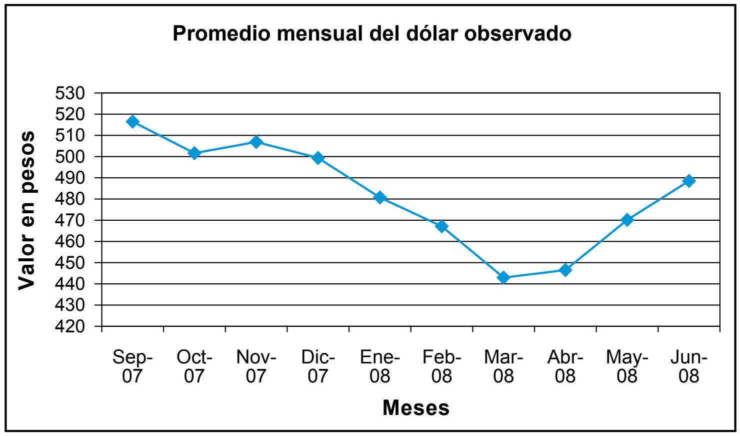
## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Identifica las variables que son necesarias para resolver un problema simple. Por ejemplo, aquellas que son necesarias para averiguar acerca de las diferencias en el tipo de juguetes que prefieren niños y niñas.
- Extrae información desde gráficos circulares. Por ejemplo, en un gráfico que muestra el porcentaje estimado de votos para cinco candidatos en una elección presidencial, señala cuál es el candidato que más posibilidades tiene de ganar la elección.
- Construye un gráfico circular con los resultados de varias ejecuciones de un experimento aleatorio simple. Por ejemplo, lanza 30 veces dos dados y registra el valor de la suma de las caras en una tabla de frecuencias. Luego construye un gráfico circular.
- Obtiene nueva información a partir de los datos presentados en gráficos de líneas. Por ejemplo, en un gráfico que muestra las calificaciones de los estudiantes en una prueba, calcula el promedio del curso.
- Calcula la media o promedio, la moda y la mediana, dado un conjunto de datos numéricos.
- Realiza conjeturas o predicciones acorde a la tendencia mostrada en un gráfico de líneas. Por ejemplo, acerca de las variaciones de población.
- Distingue situaciones en las cuales es necesario seleccionar muestras, de aquellas donde es posible o necesario trabajar con toda la población. Por ejemplo, hace la distinción entre un censo de población y una encuesta de opinión, basado en la diferencia entre población y muestra.
- Hace predicciones sobre la ocurrencia de un evento o situaciones cotidianas en contextos de incerteza, a partir de la información con que cuenta. Por ejemplo, si es probable o poco probable que un candidato gane la elección a partir de los datos de una encuesta; si es posible o imposible que llueva hoy si estamos en octubre y el día amaneció despejado.
- Formula conjeturas acerca de resultados de un experimento aleatorio basado en las regularidades observadas en la ejecución reiterada de éste. Por ejemplo, gira varias veces una ruleta de colores dividida en tres partes, según las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{4}$ registra los resultados y conjetura dónde es más probable que se detenga la ruleta luego de girar.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

- **La tarea:** A los estudiantes se les presentó una situación donde se explica que el dólar ha sufrido variaciones en el último tiempo con bajas históricas. Se exhibió un gráfico de líneas con el promedio mensual del dólar observado entre septiembre del 2007 y junio del 2008.




- Ejemplo de trabajo en el nivel »

A los estudiantes se les pide determinar:

1. De acuerdo a la tendencia mostrada en el gráfico, ¿cuál crees tú que será el valor del dólar observado en julio de 2008?

yo creo que apoximadamente sera de $510.

*Comentario:* ***Comentario:** En este caso el estudiante hace una predicción simple del valor del dólar para el mes de julio. El estudiante asume que el dólar seguirá subiendo, lo cual es su conjetura. Otros estudiantes podrían optar por otras situaciones (no es una respuesta única).*

2. Estima el valor promedio del dólar observado para el período comprendido entre septiembre de 2007 y junio de 2008.

483 Promedio aproximadamente entre septiembre/07 y junio/08

***Comentario:** Estima el promedio de los valores, a partir de la información del gráfico.*

## Nivel 4

Organiza datos en gráficos y tablas, reconociendo las aplicaciones, ventajas y desventajas de distintos tipos de representación. Extrae e interpreta información desde tablas de frecuencias con datos agrupados en intervalos. Comprende los conceptos de representatividad y aleatoriedad de una muestra y sus efectos en conclusiones e inferencias acerca de una población determinada. Comprende que a través del modelo de Laplace es posible predecir el valor de la probabilidad de ocurrencia de un evento simple, sin realizar el experimento aleatorio. Resuelve problemas simples de probabilidades, conjetura y verifica resultados usando el modelo de Laplace y también las frecuencias relativas.

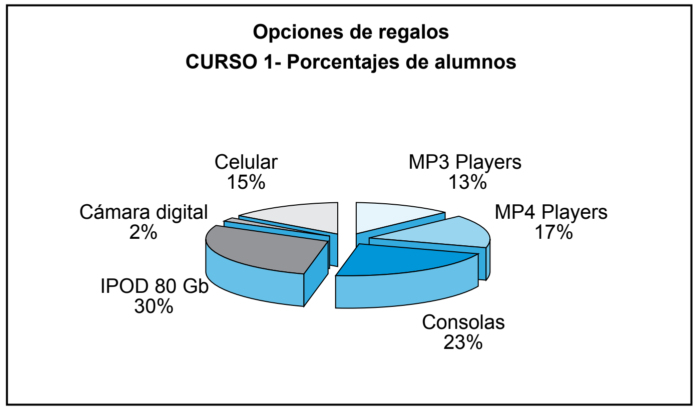
## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

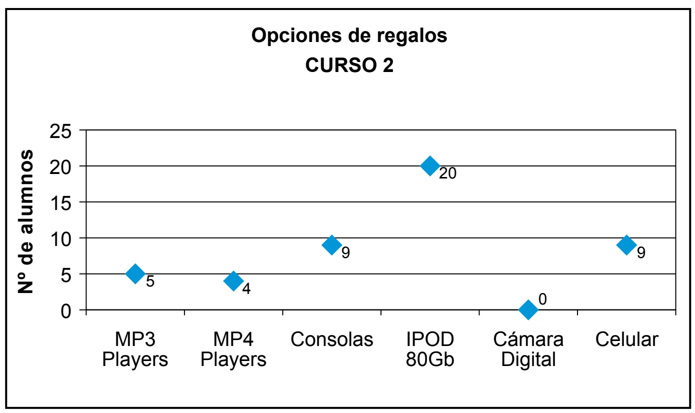
Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

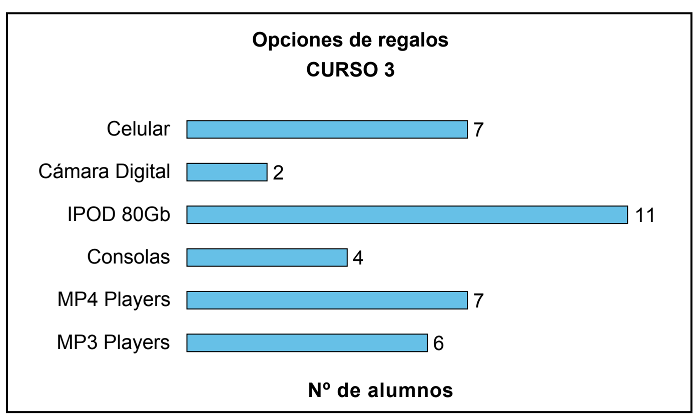
- Argumenta acerca de las ventajas y desventajas del empleo de determinadas tablas o gráficos para representar cierto tipo de información. Por ejemplo, responde a preguntas tales como: ¿por qué un tipo de gráfico es mejor que otro?, ¿por qué cuando se utilizan porcentajes es adecuado usar un gráfico circular?
- Selecciona el tipo de gráfico o tabla, según el tipo de información que se quiere presentar. Por ejemplo, escoge el gráfico circular para mostrar los resultados de una encuesta escolar en cuanto a la pertenencia o no a una “tribu urbana”.
- Responde preguntas a partir de información extraída en diversos contextos, desde tablas de frecuencias con datos agrupados en intervalos.
- Organiza datos obtenidos empíricamente, a través de los medios de comunicación, Internet u otras fuentes, en tablas de frecuencia con datos agrupados.
- Argumenta acerca de si una muestra es representativa o no, considerando las características de una población.
- Distingue ejemplos de situaciones aleatorias en que los resultados posibles son equiprobables, de aquellos que no lo son. Por ejemplo, compara ruletas divididas en sectores de color con igual área, con aquellas que tienen sectores de distinto color con distinta área.
- Asigna la probabilidad “a priori” o teórica de un experimento aleatorio con un número finito de resultados posibles y equiprobables mediante el modelo de Laplace. Por ejemplo, calcula la probabilidad de obtener un número par al lanzar un dado.
- Resuelve problemas aplicando el cálculo de probabilidades en forma teórica y expresa el resultado en distintos formatos numéricos. Por ejemplo, si un evento ocurre la mitad de las veces, expresa este resultado como $\frac{1}{2}$ o bien como 0,5 o bien como el 50%.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

- **La tarea:** A los estudiantes se les mostraron los siguientes gráficos donde se entrega información, generada a partir de datos recolectados mediante una encuesta sobre las preferencias de alumnos y alumnas de tres cursos distintos. El propósito fue indagar acerca de qué regalo prefieren para la Navidad. Cada estudiante votó por una opción.



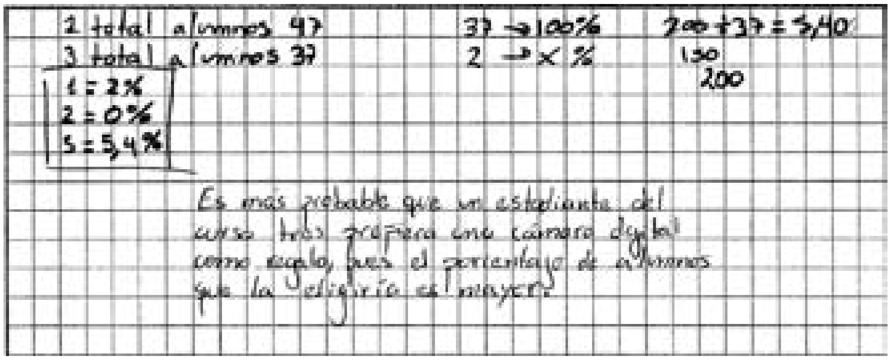



## • Ejemplo de trabajo en el nivel »

A los estudiantes se les pide determinar:

1. ¿En qué curso es más probable que un estudiante prefiera una cámara digital como regalo? Muestra tus cálculos y explica claramente tu respuesta.


2 total alumnos 47
3 total alumnos 37

1 = 2%
2 = 0%
3 = 5,4%

37 → 100%
2 → x %

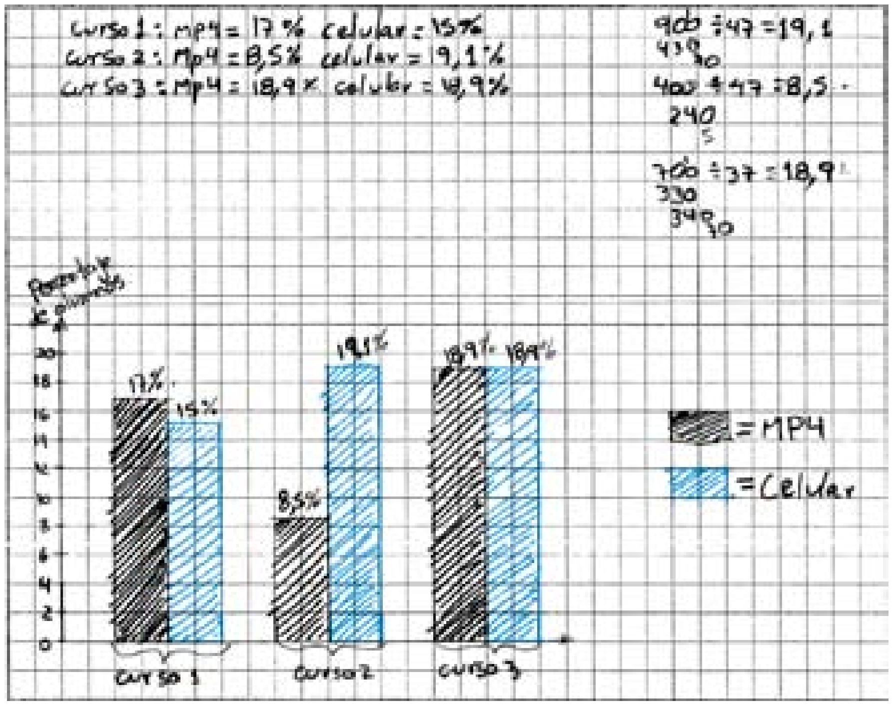
200 ÷ 37 = 5,40
150
200

Es más probable que un estudiante del curso tres prefiera una cámara digital como regalo, pues el porcentaje de alumnos que la eligiría es mayor.

***Comentarios:***

- *Usa la frecuencia relativa porcentual para resolver un problema de probabilidad.*
- *Comprende el problema evidenciando que no se puede responder a simple vista la pregunta, sino que es necesario llevar la información de los gráficos 2 y 3 a porcentajes para realizar la comparación.*
- *Para el curso 1, el porcentaje está dado en el gráfico y corresponde a 2%. Para el curso 2, a partir de la frecuencia dada en el gráfico obtiene el total de alumnos y alumnas del curso (47). Como ningún estudiante prefiere la cámara digital, deduce que el porcentaje corresponde a 0%. Para el curso 3, desde la frecuencia dada en el gráfico obtiene el total de alumnos y alumnas del curso (37) y luego calcula el porcentaje de esa cantidad obteniendo 5,4%.*
- *Finalmente compara los tres resultados y concluye correctamente, utilizando lenguaje probabilístico: "Es más probable que …"*

2. Construye un gráfico donde se registren las preferencias para los regalos: "MP4" y "Celular". Las otras preferencias no se consideran. Ese único gráfico debe contener la información de los tres cursos. Es decir, el gráfico debe mostrar claramente una comparación de las preferencias respecto a las opciones "MP4" y "Celular".




**Comentarios:**

- *Evidencia una comprensión del problema, al decidir la forma de representar la información, considerando el tipo de datos dados y los propósitos. Escoge un tipo de gráfico.*
- *Comprende que no se puede elaborar de inmediato el gráfico, sino que es necesario primero llevar toda la información dada en los gráficos 2 y 3 a porcentajes, para poder realizar la comparación entre los tres cursos.*
- *Organiza los datos en un gráfico de barras dobles, donde muestra las variables en juego y las explicita, buscando una escala conveniente para la construcción del gráfico.*

3. Explica por qué elegiste y construiste ese tipo de gráfico y no otro.

Elegí un gráfico de barras, porque puedo aplicar más de dos variables en él, necesitaba curso, porcentaje y MP4 o celular. Con este gráfico puedo diferenciar las barras de MP4 y celular por color, lo que lo hace más claro a la vista.

***Comentario:*** *Argumenta la elección del gráfico mencionando las ventajas de utilizar un gráfico de barras, ya que se pueden "aplicar más de dos variables en él", lo que no ocurre en otros tipos de gráficos.*

## Nivel 5

Organiza información a través de histogramas, polígonos de frecuencia y gráficos de frecuencia acumulada. Extrae e interpreta información haciendo uso de medidas de dispersión y de posición. Compara dos o más conjuntos de datos usando medidas de dispersión y posición. Comprende que al tomar mayor cantidad de muestras de igual tamaño, desde una población finita, el promedio de las medias aritméticas muestrales se aproxima a la media de la población. Asigna probabilidades mediante el modelo de Laplace o bien las frecuencias relativas, dependiendo de las condiciones del experimento. Resuelve problemas acerca del cálculo de probabilidades, usando diagramas de árbol, técnicas combinatorias y aplicando propiedades de la suma y producto de las probabilidades.

### ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Extrae información desde un histograma. Por ejemplo, con información relativa a las estaturas de 100 estudiantes de 4° Año Medio. Responde preguntas tales como: ¿En qué intervalo se concentran más las estaturas de los estudiantes?
- Compara las características de dos o más conjuntos de datos, haciendo uso de medidas de dispersión y establece diferencias y similitudes. Por ejemplo, compara el comportamiento de dos grupos de estudiantes con igual promedio de notas, tomando como criterio la dispersión.
- Determina el valor de un percentil específico de un conjunto de datos, a través del uso de la frecuencia acumulada en tablas o gráficos. Por ejemplo, obtiene el valor del percentil 50 o mediana.
- Verifica experimentalmente que a mayor cantidad de muestras de igual tamaño, desde una población finita, el promedio de las medias muestrales es más cercano a la media de la población.
- Argumenta sobre la validez de asignar probabilidades a eventos asociados a un experimento aleatorio, ya sea mediante el modelo de Laplace o el uso de las frecuencias relativas, dependiendo de las condiciones del problema. Por ejemplo, si el experimento consiste en lanzar un vaso de cartón o bien un chinche, determina las probabilidades para los eventos “caer parado” o “caer acostado”. Resuelve problemas que involucran el cálculo de probabilidades, aplicando propiedades de la suma y multiplicación de probabilidades.
- Compara el valor de la probabilidad, obtenido teóricamente, con el valor obtenido al realizar una simulación del experimento, usando tecnología, interpreta los resultados a través de la Ley de los Grandes Números. Por ejemplo, predice mediante el modelo de Laplace la probabilidad de que al lanzar dos dados la suma de las caras sea igual a 7. Luego realiza una simulación de 10 mil lanzamientos de dos dados (no cargados) y compara ambos resultados.
- Utiliza diagramas de árbol para resolver situaciones que implican el cálculo de probabilidades y aplica los principios aditivo y multiplicativo.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

- **La tarea:**

A los estudiantes se les presentó una situación donde dos niños, María y Pedro, participan en cierto juego donde se debe extraer dos bolitas de una urna de la siguiente manera: se saca la primera bolita, sin devolverla a la urna, luego se saca la segunda bolita. La urna contiene 4 bolitas azules, 2 bolitas blancas y 3 bolitas rojas.

- Ejemplo de trabajo en el nivel »

A los estudiantes se les pide determinar:

1. Calcula la probabilidad de extraer una bolita azul o una blanca.

A-B: $\frac{\cancel{4}}{9} \cdot \frac{2}{\cancel{8}} = \frac{\cancel{2}}{\cancel{18}} = \frac{1}{9}$

B-A: $\frac{\cancel{2}}{9} \cdot \frac{\cancel{4}}{\cancel{8}} = \frac{1}{9}$

$\frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$

***Comentario:*** *Considerando la cantidad de bolitas blancas y azules, calcula la probabilidad de extraer "una bolita azul y una blanca". El conectivo "y" lo interpreta como un producto de probabilidades y escribe el producto $\frac{4}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{1}{9}$. Dado que la otra posibilidad es extraer "blanca y azul", determina esta probabilidad y del mismo modo obtiene $\frac{1}{9}$. En este caso la probabilidad es sacar "azul y blanca" o "blanca y azul". El conectivo "o" lo interpreta como la suma de probabilidades, luego el resultado es $\frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$.*

2. En el juego María gana si saca dos bolitas de distinto color, mientras que Pedro es ganador si extrae dos bolitas de igual color. Determina quién de los dos jugadores tiene más probabilidad de ganar. Justifica tu respuesta, anotando todos tus cálculos.

María

Azul $\frac{4}{9}\cdot\frac{5}{8}=\frac{5}{18}$

Blanca $\frac{2}{9}\cdot\frac{7}{8}=\frac{7}{36}$

Rojas $\frac{3}{9}\cdot\frac{6}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$

$\frac{5}{18}+\frac{7}{36}+\frac{1}{4}=\frac{10+7+9}{36}=\frac{26}{36}$

Pedro

Azules $\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{8}=\frac{1}{6}$

Blancas $\frac{2}{9}\cdot\frac{1}{8}=\frac{1}{36}$

Rojas $\frac{3}{9}\cdot\frac{2}{8}=\frac{1}{12}$

$\frac{1}{12}+\frac{1}{36}+\frac{1}{6}=\frac{3+1+6}{36}=\frac{10}{36}$

María $\frac{13}{18} > \frac{5}{18}$ Pedro

***Comentarios:***

*Para el caso de María, es interesante analizar la estrategia que emplea, pues organiza las siguientes parejas: "azul y otro color", "blanca y otro color" y, finalmente, "roja y otro color". Esto permite una economía de las combinaciones, llegando al mismo resultado que usando alguna otra estrategia. Esto se refleja en los siguientes productos: "Blanca y otro color" → $\frac{4}{9}\cdot\frac{5}{8}$; "azul y otro color" → $\frac{2}{9}\cdot\frac{7}{8}$ y, por último, "roja y otro color" → $\frac{3}{9}\cdot\frac{6}{8}$.*

*Finalmente como se trata de la probabilidad de "Blanca y otro color" o "azul y otro color" o "roja y otro color", entonces se trata de la suma de las probabilidades obtenidas.*

*Para el caso de Pedro, los cálculos y el razonamiento son similares, solo que ahora considera parejas de bolitas iguales.*

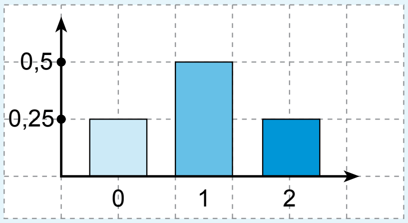
*En los resultados finales, dado que $\frac{13}{18} > \frac{5}{18}$ claramente la ganadora en este juego es María. Es decir, es más probable extraer dos bolitas de distinto color, "sin reposición", que obtener bolitas iguales.*

| Nivel 6 | Produce información aplicando la distribución normal y la binomial. Analiza críticamente información estadística, argumentando acerca de la representatividad de las muestras, su tamaño y los niveles de confianza reportados. Estima parámetros poblacionales, utilizando intervalos de confianza. Comprende que al seleccionar muestras de una población la distribución de sus valores medios es aproximadamente normal, con una media igual a la media poblacional, y que esa aproximación mejora a medida que aumenta el tamaño de las muestras. Verifica, haciendo uso de recursos digitales, la proximidad entre la distribución teórica de una variable aleatoria y la correspondiente gráfica de frecuencias en experimentos aleatorios discretos. Realiza inferencias a partir de una muestra aleatoria, considerando el error asociado al tamaño de ella. Resuelve problemas aplicando el cálculo de probabilidad condicional. |
|---|---|

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Grafica los resultados de un experimento aleatorio que puede ser modelado por una distribución binomial con parámetros *(x, n, p)*. Por ejemplo, si se tiene una urna con bolitas blancas y negras en igual número (p = 0,5). El experimento consiste en extraer 1 bolita desde la urna, reponerla y sacar nuevamente otra bollita (n =2). Se grafican los resultados para los valores de x = 0,1 y 2 como sigue:




- Calcula la probabilidad de un evento asociado a un experimento aleatorio que puede ser modelado con la distribución binomial. Por ejemplo, calcula la probabilidad de obtener exactamente 2 números primos al lanzar 3 veces un dado.
- Determina el número de personas que se encuentran en el intervalo $[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$, considerando que el total de ellas es 1.200 y sus estaturas se distribuyen normalmente según N (164,8; 6,2).
- Extrae información acerca de un proceso, cuya distribución es una normal con media y desviación estándar conocida. Por ejemplo, en un test estandarizado con media igual a 100 y desviación estándar 16, determina el porcentaje de individuos que obtuvieron puntajes entre 88 y 120 puntos.
- Encuentra el intervalo de confianza de una media poblacional, a partir de los valores de la media aritmética, la desviación estándar y el tamaño de una muestra. Por ejemplo, en una muestra de 100 piezas de acero se encontró que la máquina que las fabricaba arrojó una media aritmética de 5,8 cm de diámetro y una desviación estándar de 1,3 cm. ¿Cuál es el intervalo de confianza para la media, usando un nivel de confianza del 95%?
- Determina el tamaño de una muestra, a partir de los límites de confianza y el error asociado. Por ejemplo, en un establecimiento con 800 estudiantes, se quiere realizar un estudio sobre notas. Se conoce que la desviación estándar de la población es 0,8 y el error que se requiere es de 0,2 con un nivel de confianza del 99%. ¿Cuál es el tamaño de la muestra?
- Determina si el tamaño de una muestra es adecuada o no para validar las inferencias realizadas mediante un estudio o encuesta publicado en los medios de comunicación.
- Determina la media de una población, a partir de la distribución de medias muestrales.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

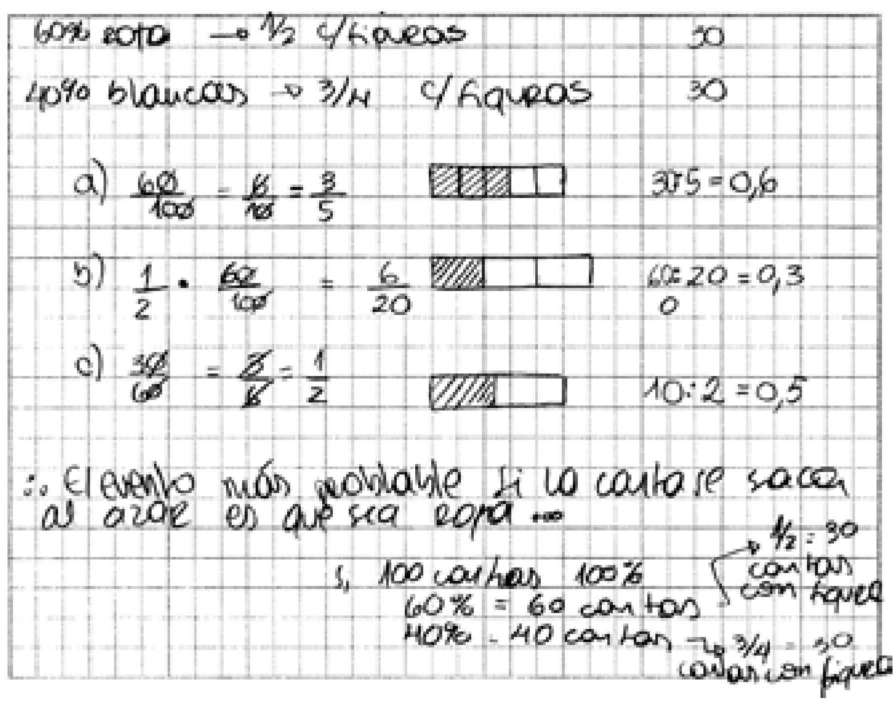
- **La tarea:**

A los estudiantes se les presentó una situación en la que se cuenta con un cierto número de cartas. El 60% de ellas son rojas y de éstas la mitad tienen figuras. El resto de las cartas son blancas y de ellas tres cuartos tienen figuras. El experimento consiste en extraer una carta al azar.

Se les pide a los alumnos y alumnas determinar cuál de los siguientes eventos tienen una mayor probabilidad de ocurrencia:

a. Que la carta extraída sea roja.
b. Que la carta extraída sea roja y tenga figura.
c. Que la carta extraída sea roja, si es que se escoge desde las cartas que tienen figuras.

- Ejemplo de trabajo en el nivel »




***Comentario:***

- *Usa un referente numérico (100 cartas) para realizar los cálculos.*
- *A partir del referente calcula el 60% y el 40%, concluyendo que 60 cartas son rojas y 40 cartas son blancas.*
- *En a) para calcular las probabilidades, usa el referente o espacio muestral de 100 cartas y las 60 cartas rojas. Escribe la fracción $\frac{60}{100} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, y lo expresa como 0,6, usando la división.*
- *En b) calcula correctamente $\frac{1}{2} \cdot \frac{60}{100} = \frac{6}{20}$ y lo expresa en la forma 0,3, usando la división.*
- *En c) usa sus cálculos previos, obteniendo que su espacio muestral de cartas con figuras corresponde a 60 cartas y que las cartas rojas son 30 en total. Por lo tanto, escribe la fracción: $\frac{30}{60} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ y luego transforma a decimal, obteniendo 0,5.*
- *Luego compara los tres resultados, obtiene una conclusión correcta y la comunica.*

## Nivel 7
Sobresaliente

Usa modelos probabilísticos para resolver problemas en contextos de incerteza, relacionando con profundidad y autonomía elementos de estadística y probabilidad. Utiliza con propiedad recursos digitales para realizar análisis de datos, graficar, obtener descriptores de las muestras y hacer inferencias. Evalúa información estadística haciendo uso de criterios aplicados a los procedimientos utilizados y la representatividad de la muestra. Realiza inferencias sobre los parámetros de una población en estudio, a partir del análisis de los estadísticos de una muestra tomada. Comprende las propiedades de probabilidad y las aplica en la resolución de problemas en una amplia gama de situaciones.

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Analiza críticamente las etapas de un estudio estadístico, desde la toma de la muestra hasta el análisis de los datos y las conclusiones e inferencias sobre la población en estudio.
- Utiliza con flexibilidad la planilla electrónica. Por ejemplo, para organizar datos en tablas y gráficos de los tipos estudiados en niveles anteriores.
- Resuelve una amplia variedad de problemas en contexto, usando la distribución normal estándar N (0,1).
- Estima parámetros poblacionales, a partir de estadísticos de una muestra.
- Establece inferencias respecto a la población en estudio, a partir de una muestra representativa.
- Determina la distribución normal que se ajusta a una distribución binomial B *(n,p)* cuando *n* es grande.
- Simula variados experimentos aleatorios a través de la planilla electrónica, usando la función *"aleatorio()"* y grafica los resultados.
- Resuelve problemas que involucran probabilidad condicional y no condicional, utilizando propiedades y una amplia variedad de estrategias y técnicas combinatorias.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas (corresponde a la misma tarea de Nivel 6)

- **La tarea:**

A los alumnos y alumnas se les presenta una situación en la que se cuenta con un cierto número de cartas. El 60% de ellas son rojas y de éstas la mitad tienen figuras. El resto de las cartas son blancas y de ellas tres cuartos tienen figuras. El experimento consiste en extraer una carta al azar.

Se les pide a los estudiantes determinar cuál de los siguientes eventos tienen una mayor probabilidad de ocurrencia:

a. Que la carta extraída sea roja.
b. Que la carta extraída sea roja y tenga figura.
c. Que la carta extraída sea roja, si es que se escoge desde las cartas que tienen figuras.

## • Ejemplo de trabajo en el nivel (sobresaliente) »

**_Comentario:_**

- _Tiene una comprensión profunda del problema que evidencia cuando compara las probabilidades requeridas en a) y b)._
- _Usa un referente general a través del uso de una variable "x", es decir, no necesita un referente numérico (una cierta cantidad de cartas) para poder hacer los cálculos._
- _Comprende claramente la manera de obtener las probabilidades solicitadas, distinguiendo para los casos de probabilidad condicional y no condicional. Por ejemplo, realiza los siguientes cálculos:_
  - _Traduce el problema a fracciones de denominador 100, descomponiendo los datos en dos categorías: cartas rojas:_ $\frac{60}{100}$ _y cartas blancas:_ $\frac{40}{100}$. _Luego establece las fracciones de cartas rojas con figuras:_ $\frac{1}{2} \cdot \frac{60}{100}$ _y la fracción de cartas blancas con figuras:_ $\frac{3}{4} \cdot \frac{40}{100}$.
- _Para hacer la comparación, toma como referente el 50% que corresponde a una de las probabilidades a ser calculada._
- _No necesita transformar la expresión de probabilidad escrita en forma fraccionaria a porcentaje para hacer la comparación. (Muestra habilidades de cálculo mental)._
- _En el caso c) demuestra comprensión de la probabilidad condicional al limitar los casos posibles a las cartas con figuras cuando declara "cartas rojas desde cartas con figuras", asignando correctamente la probabilidad._

$\frac{60}{100} \cdot x =$ cartas rojas $\quad \frac{1}{2} \cdot \frac{60}{100}\ x =$ con figuras (roja)

$\frac{40}{100} \cdot x =$ cartas blancas $\quad \frac{3}{4} \cdot \frac{40}{100} \cdot x =$ con figuras (blanca

a) Probabilidad carta roja: $\frac{6}{10} > 50\%$

b) Probabilidad carta roja con figura: $\frac{6}{20} < 50\%$

c) Carta roja desde las cartas con figuras:

$\frac{30\%}{60\%} = \underline{50\%}$ !

∴ la más probable es la a)

# Anexos

# Tareas Aplicadas por Nivel

## Anexo

## Nivel 1 / Tareas Aplicadas

**Prueba de resistencia física**

En la clase de educación física, un grupo de niños debe trotar alrededor del patio del colegio durante un cierto tiempo.

La profesora toma la prueba en dos etapas y usa una estrella (★) para indicar que un niño o niña dio una vuelta completa.

Primera etapa

| | |
|---|---|
| Ariel | ★★★★★★ |
| Amparo | ★★★★★★★★★★★★ |
| Santiago | ★★★★ |
| Trinidad | ★★★★★★★★ |
| Diego | ★★★★★★★★★★★ |
| Renato | ★★★★★★★★★ |

Segunda etapa

| | |
|---|---|
| Ariel | ★★★★★★★★★★ |
| Amparo | ★★★★★★★★★★ |
| Santiago | ★★★★★★★★ |
| Trinidad | ★★★★★★★★★★★ |
| Diego | ★★★★★★★★★★★★ |
| Renato | ★★★★★★★ |

## Anexo

### Nivel 1 / Tareas Aplicadas

1. ¿Cuántas vueltas dio Trinidad en la primera etapa?

2. ¿Qué niño o niña dio más vueltas en la segunda etapa?

3. ¿Qué niños o niñas superaron en la segunda etapa el número de vueltas que dieron en la primera? Justifica tu respuesta.

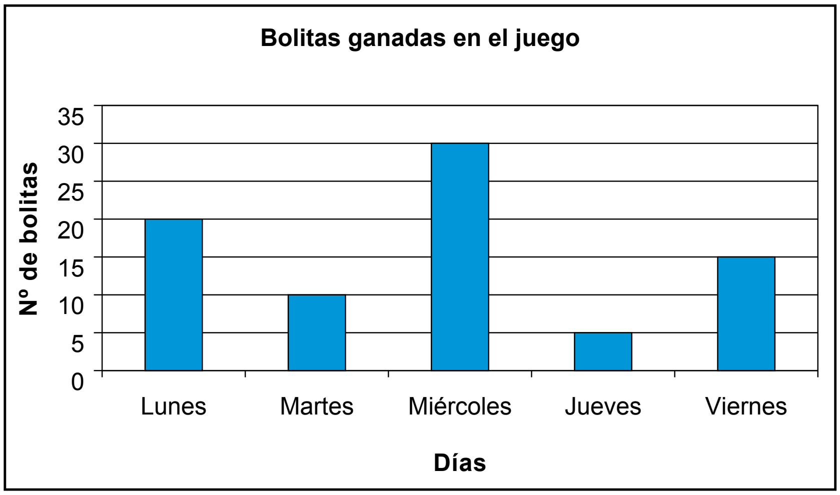
4. En la primera etapa, ¿cuál es la diferencia entre el niño o niña que dio más vueltas y quién dio menos vueltas? Justifica tu respuesta.

5. Si cada estrella representa 100 metros, ¿cuántos metros recorrió el niño o niña que dio más vueltas en la segunda etapa?

## Anexo

### Nivel 2 / Tareas Aplicadas

A Pedro le gusta jugar a las bolitas en su colegio. El siguiente gráfico muestra la cantidad de bolitas que ha ganado en la semana.




Responde a cada una de las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántas bolitas ganó Pedro en la semana? Justifica.

2. Si llevas esta misma información a un pictograma, ¿cómo quedaría?

## Anexo

### Nivel 2 / Tareas Aplicadas

3. Determina si son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones. Justifica tu respuesta.

   a. "El día jueves, Pedro ganó la cuarta parte de lo que ganó el día lunes".

   b. "En promedio, Pedro ha ganado 10 bolitas cada día".

## Anexo

### Nivel 2 / Tareas Aplicadas

4. ¿Entre qué días Pedro ganó la mitad de lo ganado en la semana? ¿Por qué?

5. La siguiente semana Pedro también jugó bolitas y comparó sus resultados con los de su primo Claudio. Los resultados, en cuanto a bolitas ganadas, se muestran en la siguiente tabla:

| | Lunes | Martes | Miércoles | Jueves | Viernes |
|---|---|---|---|---|---|
| Pedro | 10 | 5 | 10 | 4 | 8 |
| Claudio | 2 | 8 | 9 | 11 | 15 |

# Anexo

## Nivel 2 / Tareas Aplicadas

6. Con los datos de la tabla construye un gráfico donde se compare el número de bolitas ganadas por Pedro y Claudio. ¿Quién de los dos ganó más bolitas en total?

7. Compara el juego de Pedro y Claudio hasta el día miércoles. ¿Qué puedes decir al respecto?

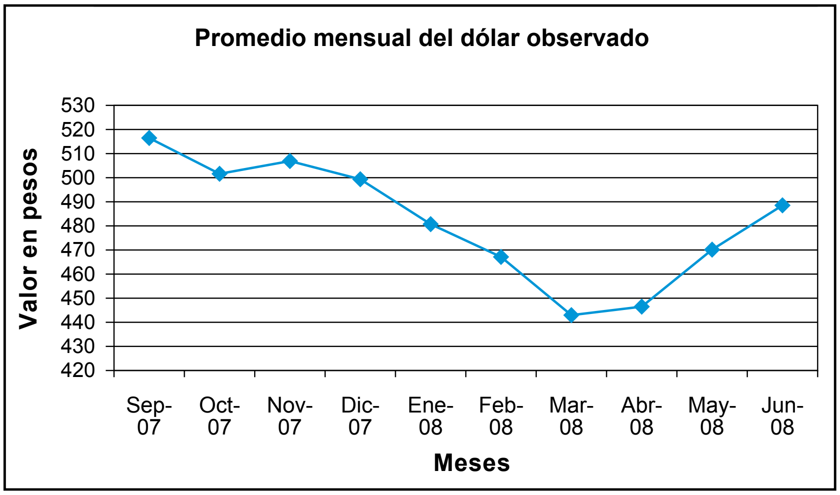
# Anexo

## Nivel 3 / Tareas Aplicadas

**Dólar observado**

El valor del dólar en pesos ha experimentado variaciones en el último tiempo, incluso se han alcanzado bajas históricas. Las variaciones están relacionadas con las complejas tendencias del mercado internacional.

1. Observa el siguiente gráfico[1].




a. Estima el valor más bajo alcanzado por el dólar e indica el mes correspondiente.

1 Datos obtenidos desde http://www.sii.cl/

# Anexo

## Nivel 3 / Tareas Aplicadas

b. Estima el valor más alto alcanzado por el dólar e indica el mes correspondiente.

c. ¿Cuál fue la variación que experimentó el dólar entre octubre de 2007 y mayo de 2008?

d. De acuerdo a la tendencia mostrada en el gráfico, ¿cuál crees tú que será el valor del dólar observado en julio de 2008?

## Anexo

### Nivel 3 / Tareas Aplicadas

e. Estima el valor promedio del dólar observado para el periodo comprendido entre septiembre de 2007 y junio de 2008.

2. En la siguiente tabla se muestran los promedios mensuales respecto al valor del dólar observado en algunos meses correspondientes a los años 2005 y 2006.

| Mes | Dólar (en pesos) |
|---|---|
| Sep-05 | 536,7 |
| Oct-05 | 535,5 |
| Nov-05 | 529,88 |
| Dic-05 | 514,33 |
| Ene-06 | 524,48 |
| Feb-06 | 525,7 |
| Mar-06 | 528,77 |
| Abr-06 | 517,33 |
| May-06 | 520,79 |
| Jun-06 | 542,46 |

## Anexo

### Nivel 3 / Tareas Aplicadas

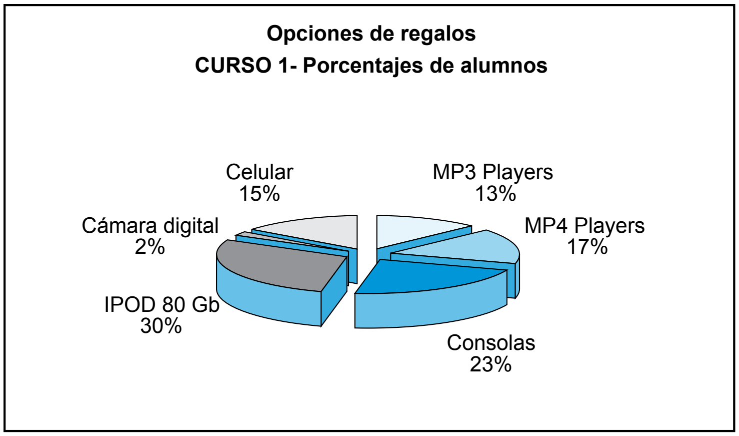
a. Indica cuáles han sido los valores máximo y mínimo respecto al dólar observado durante el periodo indicado en la tabla. Al comparar con los valores del periodo 2007 y 2008, qué conclusiones se pueden sacar.

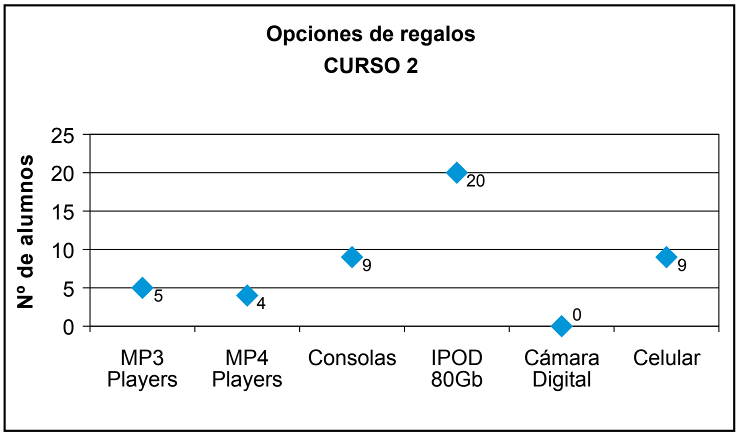
b. Construye un gráfico de líneas para la tabla anterior.

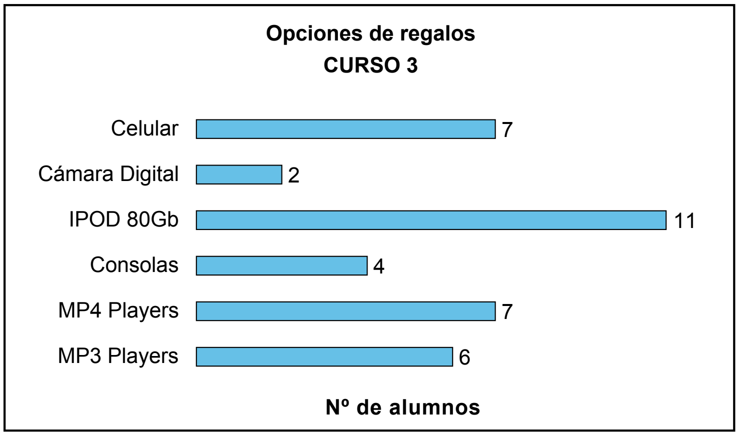
## Anexo

## Nivel 4 / Tareas Aplicadas

En los siguientes gráficos se muestra la información recolectada al aplicar una encuesta a estudiantes de 3 cursos distintos, sobre qué regalo prefieren para esta Navidad. Cada alumno eligió una opción de regalo.



# Anexo

## Nivel 4 / Tareas Aplicadas

1. ¿En qué curso es más probable que un estudiante prefiera una cámara digital como regalo? Muestra tus cálculos y explica claramente tu respuesta.

## Anexo

## Nivel 4 / Tareas Aplicadas

2. Dada la siguiente pregunta: ¿Cuántos alumnos prefieren el iPod como regalo?

   Con la información que entregan los gráficos, ¿para cuál o cuáles cursos puede ser respondida la pregunta anterior? Explica claramente por qué.

## Anexo

### Nivel 4 / Tareas Aplicadas

3. Construye **un gráfico** donde se registren las preferencias para los regalos: "MP4" y "Celular". Las otras preferencias no se consideran. Ese único gráfico debe contener la información de los tres cursos. Es decir, el gráfico debe mostrar claramente una comparación de las preferencias respecto a las opciones "MP4" y "Celular".

4. Explica por qué elegiste y construiste ese tipo de gráfico y **no otro**.

# Anexo

## Nivel 5 / Tareas Aplicadas

**Situación 1**

María y Pedro participan en un juego, donde cada uno debe extraer dos bolitas de la siguiente manera: saca la primera, sin devolverla a la urna, luego saca la segunda.

En la urna hay 4 bolitas azules, 2 blancas y 3 rojas.

1. Calcula la probabilidad de extraer dos bolitas azules. Anota todos tus cálculos.

2. Calcula la probabilidad de extraer una bolita azul y una blanca. Anota todos tus cálculos.

# Anexo

## Nivel 5 / Tareas Aplicadas

3. ¿Es cierto que la probabilidad de extraer dos bolitas rojas es menor que la probabilidad de extraer dos blancas? Justifica tu respuesta, anotando todos tus cálculos.

4. En el juego María gana si saca dos bolitas de distinto color, mientras que Pedro es ganador si extrae dos bolitas de igual color. Determina quién de los dos jugadores tiene más probabilidad de ganar. Justifica tu respuesta, anotando todos los cálculos.

## Anexo

# Nivel 5 / Tareas Aplicadas

**Situación 2**

Consiste en el mismo juego anterior, pero ahora la manera de extraer las dos bolitas es la siguiente: se saca la primera bolita, se devuelve a la urna, luego se saca la segunda.

1. En este nuevo escenario, la probabilidad de extraer dos bolitas azules ¿aumenta o disminuye? Justifica tu respuesta.

2. Acorde al nuevo juego, la probabilidad de extraer una bolita azul y una blanca ¿aumenta o disminuye? Justifica tu respuesta.

# Anexo

## Nivel 5 / Tareas Aplicadas

3. Recordemos que en el juego María gana si saca dos bolitas de distinto color, mientras que Pedro es ganador si extrae dos bolitas de igual color. Determina quién de los dos jugadores tiene más probabilidad de ganar, de acuerdo a la nueva regla del juego. Justifica tu respuesta y compara los resultados con la situación 1.

## Anexo

## Nivel 6 / Tareas Aplicadas

**"Cartas y probabilidades"**[2]

Piensa en el siguiente problema:

Se tiene un cierto número de cartas, donde el 60% de ellas son rojas y de éstas la mitad tienen figuras. El resto de las cartas son blancas y de ellas tres cuartos tienen figuras. El experimento consiste en sacar una carta al azar.

¿Cuál de los siguientes eventos es más probable?

a. Que la carta sea roja.
b. Que la carta sea roja y tenga figura.
c. Que la carta sea roja, si es que se escoge desde las cartas que tienen figuras.

Escribe todos tus cálculos y justifica tu respuesta.

2 Adaptado del texto "Otro paso en el estudio de las probabilidades" 3° Medio. Material del Estudiante. Centro Comenius USACH. Proyecto Enlaces Matemática, 2006.

Mapas de Progreso
del Aprendizaje

GOBIERNO DE CHILE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN