UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento de matemática y ciencias de la Computación

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMATICO: UN REDISEÑO DE SITUACIÓN QUE FORTALECELA HABILIDAD DE REPRESENTAR EN FUNCIONES DE COMPORTAMIENTO CUADRÁTICO

Autor: Maximiliano Andrés Villanueva Vera

Profesor Guía: Héctor Silva- Crocci

Trabajo de graduación presentado a la Facultad de Ciencia en cumplimiento de los requisitos exigidos para optar al título de Magister en Educación Matemática

Santiago – Chile
2018

Resumen

Este proyecto de tesis tiene como objetivo el rediseño de una propuesta de aprendizaje que promueva la habilidad de representar en funciones de comportamiento cuadrático. En este sentido, con base en la construcción social del conocimiento matemático, el rediseño fomenta el uso de la gráfica como una categoría del conocimiento que permite desarrollar la habilidad de representar. Para tal cometido se reconoce que la gráfica toma diferentes estatus en los procesos de Enseñanza/Aprendizaje de las matemáticas. En general, en estos procesos domina un discurso Matemático Escolar que considera a la gráfica como un elemento secundario en el aprendizaje de los estudiantes. En este sentido, si anclamos este planteamiento al concepto de las funciones, la gráfica hereda un estatus de representación que inhibe su uso como un argumento de construcción en dichos procesos de Enseñanza/Aprendizaje. Es decir, en estos procesos domina un discurso dominante que sobrepone a la definición formal que privilegia los conceptos matemáticos por sobre otros tipos de argumentos.

En el proceso de configuración del rediseño en una primera etapa se levantó un estado del arte asociado a las funciones de comportamiento cuadrático. Se presentan aspectos curriculares, estudios históricos y epistemológicos, así como investigaciones que abordan aspectos didácticos del concepto de función cuadrática.

Se tomó como metodología para el rediseño a la ingeniería didáctica, de ahí se desarrolló algunos ejemplos de situaciones de aprendizaje que usan lo gráfico con relación a la periodicidad de las funciones y la linealidad del polinomio. Esta última, específicamente en el aparatado que tiene relación con resignificar la parte lineal de funciones de comportamiento cuadrático, se experimentó con estudiantes de pedagogía en matemáticas con el propósito de recabar información empírica para la toma decisiones en la configuración del rediseño de situación.

A modo de cierre, se presenta un rediseño de situación configurado con baseen los antecedentes que se obtuvieron por medio de la reproducibilidad del diseño de situación antes señalado, así como de los aspectos teóricos que suministra el programa socioepistemológico.

ABSTRACT

Thisthesisprojectaims to redesign a learningproposalthatpromotestheability to representthebehavior of a quadratic. According to this, basedonthe social construction of mathematicalknowledge, theredesignencouragesthe use of graphics as a category of knowledgethatallowsdevelopingtheability to represent.

Forthispurposewerecognizethatthegraphictakesdifferent status in theTeaching / Learningprocesses of mathematics. In general, theseprocessesdominate a discoursethatconsidersgraphics as a secondaryelement in studentlearning. In thissense, ifwe anchor thisapproach to the concept of functions, thegraphicinherits a representation status thatinhibitsits use as a constructionargument in thatTeaching / Learningprocesses. In otherwords, in theseprocessesdominates a dominantdiscoursethatsupersedesthe formal definitionthatprivilegesmathematicalconceptsoverothertypes of arguments.

In theprocess of configuringtheredesign in a firststage a state of the art ontheconstruction of functions of quadraticbehaviorwasraised. Curricular aspects, historical and epistemologicalstudies are presented, as well as investigationsthataddressdidacticaspects of the concept of functionquadratic.

Didacticengineeringwasused as a methodologyfordesign, hencewestudiedsomeexamples of learningsituationsthat use thegraphic in relation to theperiodicity of thefunctions and thelinearity of thepolynomial. Thelatter, specificallythedevicethatisrelated to resignifyingthe linear part of quadraticbehaviorfunctions, whichwasexperimentedwithstudents of pedagogy in mathematicswiththepurpose of gatheringempiricalinformationformakingdecisions in theconfiguration of thesituationdesign.

As a closure, a learningsituationispresentedaccording to theantecedentsthatwereobtainedbymeans of thereproducibility of thesituationdesignindicatedabove, as well as the theoretical aspects that the socioepistemological program provides

Agradecimientos

A mi familia por el apoyo en todo este proceso, en especial a Tania que siempre estuvo acompañándome en los momentos cruciales para terminar este grado académico.

Índice

Introducción

Situados en la construcción social del conocimiento matemático, la noción de discurso Matemático Escolar (dME) expresa que en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar domina la definición de contenidos abstractos y secuenciales, por sobre aspectos que le sean funcionales a los estudiantes en su cotidiano. En estos procesos se desarrolla una matemática escolar en la que el procedimiento algebraico domina por sobre otros tipos de procedimientos como lo numérico y lo gráfico.

En particular, este proyecto de tesis se enfoca a problematizar a las funciones de comportamiento cuadrático. Se discute a lo largo de este documento sobre el uso de la gráfica como un argumento que permite fortalecer el desarrollo del pensamiento matemático mediante la habilidad de representar, atendiendo así exigencias planteadas por el Ministerio de Educación en las bases curriculares.

En este sentido, se busca fomentar el uso de la gráfica como una categoría a desarrollar en los procesos de enseñanza y aprendizaje que contrapese el discurso dominante de lo algebraico y lo conceptual que se caracteriza con la noción de dME.

De este modo la relevancia didáctica de este proyecto de tesis radica en el desarrollo de la habilidad de representar la variación de los coeficientes en funciones de comportamiento cuadrático.

Con el propósito de contar con evidencia empírica de este planteamiento que caracteriza teóricamente un dominio de lo algebraico por sobre lo gráfico, se experimentó la reproducibilidad de un diseño de situación cuyo argumento epistemológico se desarrolla con base en la noción de comportamiento tendencial de las funciones (Cordero et al, 2005). Esto quiere decir que los elementos didácticos consisten en relacionar a través de la variación de los coeficientes dos grandes contextos, esto es, lo algebraico y lo gráfico.

Con base en los aspectos teóricos suministrados por la socioepistemología, así como la evidencia empírica que arrojó la reproducibilidad del diseño de situación antes señalado, este proyecto de tesis propone un rediseño de situación que usa la gráfica para fortalecer la habilidad de representar en la aprensión del concepto de función cuadrática.

Bajo esta perspectiva se plantea como objetivo general y como objetivos específicos a:

Objetivo general

- Rediseñar una situación de aprendizaje que fortalezca el desarrollo del pensamiento matemático mediante la habilidad de representar la variación de los coeficientes de funciones de comportamiento cuadrático.

Objetivos específicos

- Levantar un estado del arte curricular, y didáctico matemático, sobre funciones de comportamientos cuadráticos.
- Experimentar la reproducibilidad de un diseño de situación que fomente el uso de la gráfica.
- Analizar los resultados arrojados por la reproducibilidad del diseño de situación.

De este modo, el proyecto de tesis se estructura en cinco capítulos en los cuales se desarrollan las ideas antes expuestas.

En el capítulo I se presenta un estado del arte sobre la función y comportamientos cuadráticos. Se presentan aspectos curricularesrelacionados al desarrollo de pensamiento matemático, estudios históricos y epistemológicos, así como investigaciones que abordan aspectos didácticos del concepto de función cuadrática.

En el capítulo II se describen los elementos teóricos que permiten la óptica de los análisis que se desarrollan con el proyecto. Se destaca a la noción de discurso Matemático Escolar como la génesis de la problemática asociada a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

En el capítulo III se desarrollan los aspectos metodológicos con relación a la ingeniería didáctica como mecanismo de validación interna de diseños y rediseños de situación. En este sentido, se caracteriza el carácter epistemológico de los diseños de situación a través de dos ejemplos específicos: la periodicidad de las funciones (Buendía, 2004) y la linealidad del polinomio (Cordero et al, 2005).

En el capítulo IV se desarrolla una reproducibilidad de un diseño de situación con el propósito de recabar información empírica respecto a cómo se expresa el dominio de los argumentos algebraicos por sobre los argumentos gráficos. Se presenta el análisis preliminar del diseño atendiendo las dimensiones de lo matemático, lo epistemológico y lo didáctico. Asimismo, se desarrolla el análisis a priori del diseño el que contempla las posibles respuestas y obstáculos epistemológicos que pudiesen enfrentar los entrevistados en la experimentación. Además, se presenta el análisis a posteriori ocurrido en la experimentación y la confrontación de éste con el análisis a priori.

En el capítulo V se presentan los comentarios finales entregando recomendaciones que emergen en el desarrollo del proyecto. Asimismo, considerando los aspectos teóricos y la evidencia empírica descrita en los capítulos anteriores, se propone un rediseño de situación que fortalece el desarrollo del pensamiento matemático mediante la habilidad de representar la variación de los coeficientes de funciones de comportamiento cuadrático.

CAPÍTULO I: Estado del Arte

Introducción alcapítulo I

En este capítulo se presenta un estado del arte sobre funciones de comportamientos cuadráticos, considerando investigaciones basadas en distintos enfoques y miradas sobre la pieza en estudio.

En el comienzo de esta sección se recogen los antecedentes curriculares los cuales nos brindarán lo situacional que se atenderá con el proyecto de tesis. Asimismo, se desarrollarán aspectos históricos, epistemológicos y didácticos asociados a funciones de comportamientos cuadráticos.

1.1 Bases curriculares y el desarrollo del pensamiento matemático

Según la Ley General de Educación N° 20.370, puesta en marcha el año 2009. Establece que la formación escolar *y "tiene por finalidad procurar que cada alumno expanda y profundice su formación general y desarrolle los conocimientos, habilidades y actitudes que le permitan ejercer una ciudadanía activa e integrarse a la sociedad, los cuales son definidos por las Bases Curriculares. Este nivel educativo ofrece una formación general común y formaciones diferenciadas".* (MINEDUC, 2015, pág. 16).

En este sentido, se componen las bases curricularesque cumple la misión de entregar un soporte cultural común a lo largo del país a través de Objetivos de Aprendizaje. Estos objetivos se establecen para cada curso o nivel con la pretensión de favorecer la cohesión y la integración social de todos los estudiantes.

En este sentido con el currículum nacional se pretende potenciar el logro de objetivos de aprendizaje que relacionan el desarrollo de contenidos, habilidades matemáticas y actitudes frente a la asignatura de matemática. Para tal cometido establece que los estudiantes deben:

"(…) mostrar generalmente que son capaces de aplicar conocimientos y habilidades de razonamiento matemático en situaciones directas y en problemas de varios pasos en los que se requiere elección de datos, organizar la información o establecer un procedimiento apropiado" (MINEDUC 2013, pág. 10).

Según lo descrito, entender esta disciplinay ser capaz de aplicar sus conceptos y fundamentos a la resolución de problemas reales es importante para los ciudadanos en el mundo moderno. Ya que se requiere de un cierto nivel de comprensión de las definiciones, desarrollo de razonamiento y aplicación de herramientas, generando una alfabetización matemática, la cual se reconoce como la capacidad de identificar y comprender el rol que cumple la disciplina en el mundo, al usar de manera adecuada los conocimientos matemáticos para resolver problemas cotidianos(MINEDUC, 2015).

En relación a lo matemático, las bases curriculares enfatizan en el desarrollo del pensamiento matemático por medio de cuatro habilidades: resolver problemas, representar, modelar, argumentar y comunicar. Según las bases curriculares desarrollar dichas habilidades contribuirá a la adquisición de saberes matemáticos funcionales para que un ciudadano se desenvuelva de manera eficaz en su entorno haciendo uso de sus conocimientos matemáticos como una herramienta que permite cuantificar relaciones de la vida cotidiana (MINEDUC, 2015).

Para ello es necesario que los estudiantes adquieran una sólida comprensión de los conceptos matemáticos, como los números enteros, las potencias y raíces, porcentaje, las funciones, ecuaciones e inecuaciones, el muestreo y el azar, y su vez, comprendan por medio de la representación, la operatoria, la explicación, la relación y la aplicación de estos. De este modo se deberá aplicar un razonamiento deductivo en el uso de conceptos y procedimientos matemáticos para entender, describir, explicar y pronosticar fenómenos del cotidiano. De esta manera se propone que se reconocerá el papel que juega la disciplina en el mundo, expresando juicios fundados en la toma de decisiones necesarias y constructivas.

Con lo señalado, según las bases curriculares permite reconocer la necesidad de desarrollar el pensamiento matemático en los futuros ciudadanos. Este tendrá un aporte en formar a los estudiantes a percibir la matemática en su entorno y que se valga de los conocimientos adquiridos como una herramienta útil para describir el mundo. El cual debe explorar las aplicaciones de la matemática en diversos ámbitos y la use para comprender situaciones y resolver problemas. (MINEDUC, 2015).

Por consecuencia, el desarrollo del pensamiento matemático es a través de habilidades. La habilidad de resolver problemas establece que los estudiantes asocien la existencia que hay entre las matemáticas y la vida real, y así abrir espacios al vínculo de la matemática con otras asignaturas.

La habilidad de representar consiste que los estudiantes puedan recorrer los distintos niveles de representación (concreto, pictórico y simbólico), convirtiendo situaciones de la vida cotidiana a lenguaje formal o utilizando símbolos matemáticos para resolver problemas o explicar situaciones concretas. De acuerdo a esto, el estudiante comprende las expresiones matemáticas y les da un sentido en los diversos escenarios cotidianos.

La habilidad de modelar tiene como enfoque principal lograr que los estudiantes construyan una versión abreviada y abstracta de un sistema que opera la realidad, donde plasme los patrones clave y los exprese mediante símbolos matemáticos. Al construir modelos los alumnos descubren métodos y patrones que les permiten expresar las características de sus realidades, esto implica que pueden manifestarse con sus propias palabras o con un lenguaje formal; además, aporta al desarrollo de la creatividad y la capacidad de razonamiento y de resolución de problemas y encontrar soluciones que pueden transferir a diversos contextos.

Del mismo modo, la habilidad de argumentar y comunicar es central en este escenario. La primera permite que los estudiantes desarrollen una actitud reflexiva y abierta al debate de sus fundamentos. La segunda se vincula con la capacidad de expresar ideas con claridad y en la adquisición para comprender el razonamiento que hay detrás de cada problema resuelto o concepto comprendido.

De esta manera, se pretende que los estudiantes aprendan a generalizar los conceptos matemáticos, utilizando un amplio abanico de conocimiento para gestar formas de comunicar sus ideas mediante análisis y reflexiones.

En consecuencia, con este proyecto de tesis se consideran estos antecedentes curriculares como lo situacional para promover la habilidad de representar en el rediseño de una situación para fortalecer el desarrollo del pensamiento matemático. A continuación de se presentan aspectos históricos, epistemológicos y didácticos, relacionados al concepto matemático que fortaleceremos en dicho rediseño, esto es, funciones de comportamiento cuadrático.

1.2 Antecedentes históricos del concepto de función

En la visión de la construcción social del conocimiento matemático se debe apelar a la concepción de la función[1] cuadrática, sin embargo, se concibe este saber cómo la composición de conceptos. Los cuales se adquieren mediante una tradición sin

---

[1] Extracto presentado por Luis López (2011)*Etapas de aprendizaje asociadas al concepto función. Un estudio socioepistemológico. Universidad Autónoma de Yucatán.* México.

precedente a lo largo de los tiempos, comprendiéndolo a través de una correspondencia de elemento, con una configuración mediante formulaciones algebraicas y estructuras gráficas. Así, se puede afirmar que en la época de los babilonios y los egipcios se registraban en tablas y papiros relaciones numéricas que datan desde el año 1850 a.C. En sus registros tabulares se podían encontrar desde tablas de cuadrados de números, hasta tablas en las que se especificaban ternas de números que cumplían la relación de Pitágoras. En este sentido, se puede decir que se inició el desarrollo de la noción de función, ya que en un principio no se tiene una idea de lo que significaba la variable por la naturaleza de lo que se estudiaba en tales épocas. Además, Sastre (2005); señaló que "*el conteo implica correspondencia entre un conjunto de objetos y una secuencia de números para contar y las cuatro operaciones aritméticas elementales son funciones de dos variables*". Con lo anterior, puede considerarse a sus inicios, la función apareció implícitamente en forma de relaciones numéricas definidas por las operaciones aritméticas.

Entre las posibles aportaciones griegas respecto a la función, se pueden comentar que Arquímedes realizó relaciones entre figuras geométricas. Por ejemplo, en su obra la cuadratura de la parábola se demuestra que el área de un segmento de parábola es igual a cuatro tercios del área de un triángulo con igual base y altura, recurriéndose a un sistema de coordenadas oblicuo XY y describiéndose que la ecuación de una parábola es de la forma $x = ky^2$. En estas afirmaciones puede notarse un primer acercamiento de la relación entre una curva y la expresión algebraica que describe el comportamiento de las cantidades x e y, dando aproximaciones de la definición a la función cuadrática.

Para el siglo XVIII ya se había iniciado el estudio de la función como protagonista de la matemática. En 1748 se publica la obra Introduction in analysisinfinitorum, por quien se considera figura predominante de la matemática de esa época, Euler. Él rechazó de manera rotunda los argumentos geométricos para justificar la ciencia de los infinitesimales, para desarrollar una teoría formal de funciones. En su obra definió la función de la siguiente manera:

“Una función de una cantidad variable es una expresión analítica formada arbitrariamente a partir de la cantidad variable y de números o cantidades constantes” (Cantoral y Farfán, 2004, pág. 102).

Cauchy en 1821 da a conocer una definición que hace de la dependencia entre variables, el centro del concepto función. En su Coursd'analyse escribió: “*Si cantidades variables son unidas entre ellas de tal modo que el valor de una de ellas está dado, se puede llegar a los valores de todas las otras; uno ordinariamente concibe estas distintas cantidades como expresadas mediante una de ellas, la cual entonces toma el nombre de variable independiente; las otras cantidades expresadas mediante la variable independiente son aquellas a las que se llaman funciones de esta variable”.* (Cipriano A.2011, pág. 120).

Durante el período de la revolución industrial y gracias a la invención de la máquina de vapor, se desarrolló la teoría del calor, de la cual Fourier fue el principal referente. Fourier llegó a determinar el comportamiento del flujo de calor en los cuerpos sólidos al estudiar la propagación de calor de un prisma rectangular inmerso por largo tiempo en un medio con temperatura constante, como producto de estos estudios se tiene la siguiente definición de función en su trabajo Théorieanalytique de la Chaleur en 1822:

“En general, la función representa una sucesión de valores u ordenadas cada uno de los cuales es arbitrario. Dados una infinidad de valores de la abscisa, hay un número igual de ordenadas. Todas tienen valores numéricos, ya sean positivos, negativos o cero. No suponemos que estas ordenadas estén sujetas a una ley común; se siguen unas a otras de una forma cualquiera y cada una de ellas está dada como si fuera una cantidad sola.”(Cipriano A.2011, pág.122).

El estudio de la función inició cuando Euler aportó la primera definición matemática de ésta, limitándose a definirla como una expresión analítica arbitraria, hasta refinarla en 1755, describiendo entonces la dependencia entre variables como característica importante. Hasta antes de Fourier, las definiciones de función no se habían alejado de la perspectiva analítica, por lo que su trabajo en la teoría de calor fue muy importante pues gracias a los debates de su trabajo se pudo discutir propiedades como la continuidad y discontinuidad de las funciones.

De acuerdo a los antecedentes sobre la epistemología del concepto de función, es importante darle un enfoque que aluda a la socioepistemología, es por ello que se tomara un extracto que corresponde a Cantoral y Farfán (1998, pág. 854 - 856), el cual daimportancia al concepto y las dificultades que puede acarrear en la enseñanza aprendizaje: *…el desarrollo del concepto función se ha hecho casi a la par que el ser humano, es decir, encontramos vestigios del uso de correspondencias en la antigüedad, y actualmente se debate sobre la vigencia en el ámbito de las matemáticas del paradigma de la función como un objeto analítico, empero, el concepto función devino protagónico hasta que se le concibe como una fórmula, es decir, hasta que se logró la integración entre dos dominios de representación: el álgebra y la geometría. La complejidad del concepto función se refleja en las diversas concepciones y diversas representaciones con las que se enfrentan los estudiantes y profesores…*Se señala que el concepto de función es muy antiguo, y que a diferencia a este siglo estaba disociado, en cuanto a la parte algebraica con la geométrica, que hasta el día de hoy se tratan de unificar estas dos ramas de la matemática para darle consistencia a la significación de función.

Continuando con los orígenes del concepto de función, se profundizahacia la epistemología de la función cuadrática, la que se describe y se contrapone con lascaracterísticas que señala el dME mediante el currículo de matemática, que se enfoca a los estudiantes de 3° año medio y en la actualidad por el ajuste curricular que se extiende para 2° de enseñanza media.

1.3 Aspectos históricos y epistemológicos de la función cuadrática

El concepto de cuadratura ha estado presente a través de la historia en diversas culturas. Por ejemplo, se manifestaba mediante la parábola hace muchos años por medio del gran matemático griego Arquímedes (287 a.C. - 212 a.C.), sin embargo, hubo otras civilizaciones que trabajaban de manera implícita con este saber matemático.

Otra de las culturas era babilónica, la cual tenían “nociones cuadráticas” que se asociaban a situaciones en donde el concepto de cuadrado tenía una concepción aritmética con ciertos niveles básicos dellenguaje tal como se observa en la siguiente situación: “Hallar un número al cuadrado tal que restado con el mismo número nos resulte este mismo número” el enunciado conduce a una ecuación cuadrática. Sin embargo, la geometría no tuvo un lugar importante en el desarrollo de la matemática babilónica, pero esto no implico que se recurriera a las representaciones geométricas(Mesa Y. 2008).

En tanto, la antigua Grecia marca un hito, ya que esta civilización recurría a la construcción de las nociones cuadráticas. Donde se incorporan dos aspectos matemáticos; uno de carácter aritmético y el otro geométrico. Con respecto a lo aritmético, la escuela pitagórica establece razonamientos numéricos para sucesiones y progresiones, haciendo una articulación con la geometría en relación con los números figurados. Se observa también en sus trabajos cierta captación de algunas variaciones y predicciones a través de pequeños incrementos. En cuanto a lo geométrico, tiene como representante a Euclides quien en los Elementos ofrece una noción más estructurada del concepto de cuadrado desde una perspectiva geométrica. Se observan en los Elementos de Euclides situaciones como: "Si se corta una línea recta en segmentos iguales y desiguales, el rectángulo comprendido por los segmentos desiguales de la recta entera, junto con el cuadrado de la (recta que está) los puntos de sección, es igual al cuadrado de la mitad". Proposición 5 Libro II, Los elementos de Euclides. Manifestando una situación similar a la figura 1.

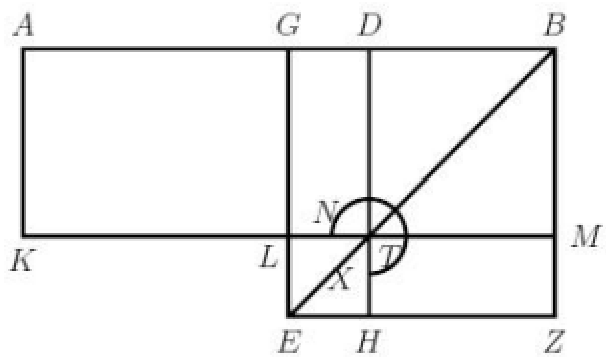


Figura 1. Representación de los Elementos Euclides[2].

[2] Imagen mencionada por investigación Jhony Villa Ochoa
Elementos históricos, epistemológicos y didácticos para la construcción del concepto de función cuadrática. Universidad de Antioquia. Colombia

La demostración de esta situación lleva al cálculo de áreas y permite comprender una notación general, la cual concluye con elementos elevados a dos. Incorporando la funcionalidad de una cuadratura mediante un segmento.

Otra de las civilizaciones que dio énfasis a este tipo de función fue la árabe. Como señala (Boyer, 1969, pág.112) "…*había que construir un álgebra geométrica que generalizase y ocupase el lugar de la vieja álgebra aritmética*", aunque su proposición hacía referencia a los griegos, está también aplica para los árabes, estos se valieron de los trabajos de Euclides para el desarrollo del álgebra, por ello la concepción cuadrática remite a su representación geométrica, como la propuesta en los Elementos. En este sentido los árabes logran darles generalidad a sus procedimientos aritméticos recurriendo a la geometría para demostrar la validez de sus razonamientos. Esto supone un avance en tanto el paso a la generalidad, y permite evidenciar un obstáculo en la concepción de las raíces de una ecuación, ya que éstas eran referidas a segmentos y las cantidades negativas carecen de representación, aunque conocían por influencias hindúes el trabajo con los negativos. Es necesario precisar que las ecuaciones para esta época se presentaban de manera retórica.

Llevando esto último a un contexto contemporáneo, y a nivel escolar, es fundamental que el estudiante relacione los procesos aritméticos y algebraicos mediante representaciones geométricas, así genera una correspondencia entre las imágenes y la definición formal del objeto de estudio.

Por otro lado, algunos autores como Duval (1993), hacen referencia a la relación que existe entre el objeto y el sujeto, mencionando a las representaciones mentales, las que son entendidas como todo conjunto de imágenes y concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto. En cambio, su teoría de representaciones semiótica, las caracteriza como las producciones construidas por el individuo haciendo uso de signos, estos son un medio por el que un individuo exterioriza sus representaciones mentales con el fin de ser comunicadas a otros.

Sin embargo, Duval (1993) define dos términos esenciales en su teoría, la semiosis y la noesis. El primero lo define como la aprehensión o producción de una representación semiótica y el segundo como los actos cognitivos ligados a la aprehensión conceptual de un objeto. Señala también que, para la adquisición de un concepto, necesariamente debe adquirirse la habilidad de transitar de una a varias representaciones semióticas de un mismo objeto, con esto establece una relación entre la semiosis y noesis de manera que no puede haber noesis sin semiosis (D' Amore, 2004).

1.4 Algunas investigaciones sobre la Función Cuadrática

En esta sección se consideran algunos estudios sobre la función y comportamientos cuadráticos, donde la intención es retribuir a este saber con una línea de investigaciones que puedan aportar información al proyecto. En un comienzo se toma a la didáctica de la función cuadrática mediante la propuesta de Aranzazu (2013),dondemenciona a las secuencias de representaciones que generanun aprendizaje significativo, basado en la teoría de Ausubel. Por otro lado, se describen las representaciones semióticas, propuestas por Duval, que las reconocepor medio de registros que contribuyen a lagráfica, lonumérico, lo algebraico y un lenguaje natural. Continuando con esta selección,se describen investigaciones fundadas en la socioepistemología, donde la discusión apela hacia la construcción social del conocimiento. Las que se especificaran en el apartado 1.4.3.

1.4.1 Didáctica de la función cuadrática

De acuerdo a los distintos estudios que se han empleado para la disciplina, con relación a la función cuadrática, se presenta una tesis de grado de magister que corresponde a Carlos Aranzazu (2013), se pondrá el foco en la función cuadrática. Lo atrayente de esta investigación, tiene relación con la propuesta de un modelo metodológico diseñado por el autor, la que designa como unidad de enseñanza potencialmente significativa (UEPS)[3], sustentado por la teoría de aprendizaje significativo que propone D. Ausubel, donde señala que La mente del individuo existe una estructura cognoscitiva a la que se van incorporando los nuevos conocimientos. Dicha estructura se halla formada por un grupo de esquemas de conocimientos anteriormente adquiridos, organizados como conceptos genéricos.

[3]"Son secuencias de enseñanza fundamentadas teóricamente, orientadas al aprendizaje significativo, no mecánico, que pueden estimular la investigación aplicada en enseñanza, es decir la investigación dedicada directamente a la práctica de la enseñanza en el día a día de las clases" (Moreira, 1993, pág. 2)

También el autor hace una referencia entre la diferencia el aprendizaje significativo y el aprendizaje memorístico. Las relevancias de estas son tomadas para generar una optimización del aprendizaje hacia los estudiantes, todo esto enmarcado en la función cuadrática. Donde las designa como unidades, estas las divide en tres, considerando como primera unidad a la definición de la función cuadrática y sus componentes relevantes de manera algebraica, la segunda unidad toma la gráfica de la función cuadrática y sus representaciones, por último, como tercera unidad afronta la función cuadrática en la resolución de problemas de la vida cotidiana.

La propuesta del autor en su investigación es confeccionar un instrumento la cual llama "Secuencia para enseñar el concepto de función cuadrática y sus diferentes representaciones algebraicas". (C. Aranzazu, 2013). Con la destinación enfocada a un curso completo, y la asesoría de un docente en el aula. Dentro de sus objetivos principales de este capítulo son los siguientes aspectos:

Declarativo: Plantea qué es una función cuadrática y las formas algebraicas equivalentes de representarla.

Procedimentales: Transformar una expresión algebraica de una función cuadrática, y asimilar otras expresiones que sean equivalentes.

Para profundizar, el autor considera la fundamentación de conocimientos previos para llegar a su objetivo final. Donde las preguntas van enfocadas a objetos matemáticos que tienen relación con la función cuadrática, tales como: el significado de función, polinomios de segundo grado, expresiones algebraicas y sus equivalentes.

Dentro de esta etapa, el autor supone que es pertinente proyectar algunas expresiones del tipo $x^2 - 16$, $x^2 + 2x$, $x^2 + 4x + 5$…. Para asimilarlas con términos equivalentes.

Posteriormente, se adentra al concepto de función ligándolo con lo anterior, de tal suerte de obtener una función cuadrática la cual la define como: Una función cuadrática es aquella que puede escribirse como una forma polinómica de segundo grado, es decir como: $f(x) = ax^2 + bx + c$. Donde a, b y c, son constantes reales, pero *a* debe ser distinto de cero; *b* y *c* no tienen restricciones. El término ax^2se denomina término cuadrático, El término *b* se denomina término lineal y el término *c*, se denomina término independiente.

Para aquello se dispondrá de la colaboración del docente, el cual entregara la instrucción que los estudiantes deben conformar grupos de 3 personas como máximo, y se les entrega una cantidad de ejercicios contemplados por un tiempo específico. Con la relevancia de que los estudiantes especifiquen los coeficientes de cada enunciado. Luego el autor genera otro tipo de ejercicios mediante funciones cuadráticas, pero la finalidad de esta actividad es descomponer, a través de las raíces que posee la expresión, estableciendo un producto de binomios, para así, llevar de una forma general el concepto de raíces, cuadrados de binomios, y las soluciones que otorga una función cuadrática. Por consiguiente, ejercita esta parte de manera inversa, y también agregando coeficientes independientes a las expresiones, para luego finalizar con una breve evaluación.

Según la tesis de magister del autor, expresa el siguiente capítulo que tiene por nombre “secuencia para enseñar la representación gráfica de la función cuadrática a partir de sus puntos característicos.” (C. Aranzazu 2013, pág. 21).

El autor considera la relevancia de profundizar en la parte gráfica de una función cuadrática, pero realiza en una primera instancia, la retroalimentación de la actividad anterior, dándole importancia a lo algebraico. Tanto en su parte de definición, como procedimental, considerando expresiones algebraicas, productos notables, similitudes entre otros términos, etc.

En la actividad, se consideran los aspectos declarativo y procedimental, pero la finalidad será distinta, ya que ambos abarcan la parte gráfica de la función. Estas tienen como propósito, trazar puntos característicos en el plano cartesiano de una función cuadrática, y construir curvas en el plano cartesiano estableciendo una relación con la parábola.

A partir de lo anterior, se muestra la primera actividad que expresa el autor en su tesis de magister, considerando la parábola con sus atribuciones y la gráfica, estas investigaciones pueden aportar en la experimentación que se obtengan en las posibles respuestas de los estudiantes cuando se ejecuta el diseño de situación, a continuación, se exhibe la actividad.

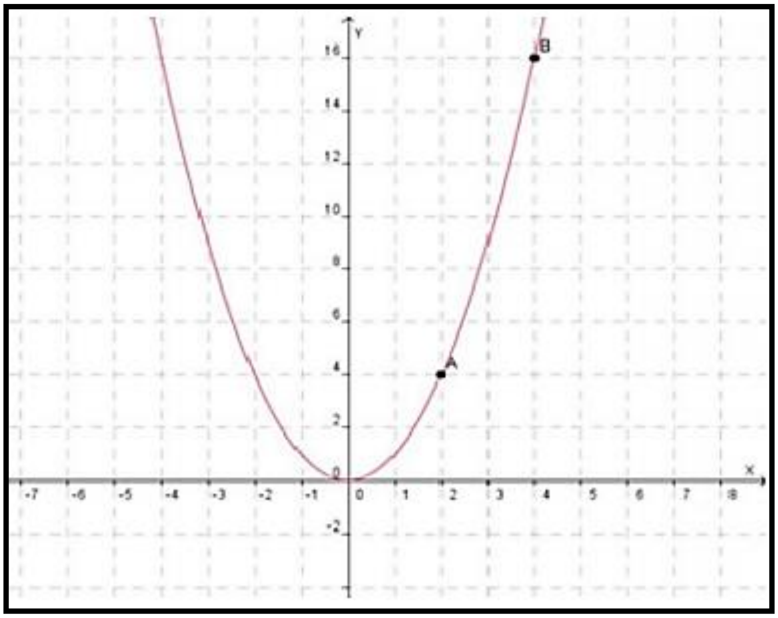


Figura2: Actividad II. (C. Aranzazu (2013), pág. 22)

De la figura 2, el autor pretende que el estudiante asimile las coordenadas de los puntos A y B, para así, determinar los puntos simétricos a estos dos, luego les pregunta por los puntos máximos y mínimos. El estudiante debe asociar esta dinámica con la definición de parábola, vista como un lugar geométrico, y a su vez establecer los puntos del intercepto con el eje de las ordenadas (*y).*

Las actividades que continúan, tienen relación con las expresiones algebraicas de la función cuadrática, se determina un rango de datos numéricos, de esta forma el estudiante comprueba la definición de una parábola asimilándola con una función cuadrática.

Por otro lado, el autor genera ciertas restricciones con respecto a esta situación, asociando el coeficiente *a* y el discriminante (que lo simboliza como Δ), este se genera a partir de la función cuadrática, estipulando las siguientes gráficas, como lo señala la figura 5:

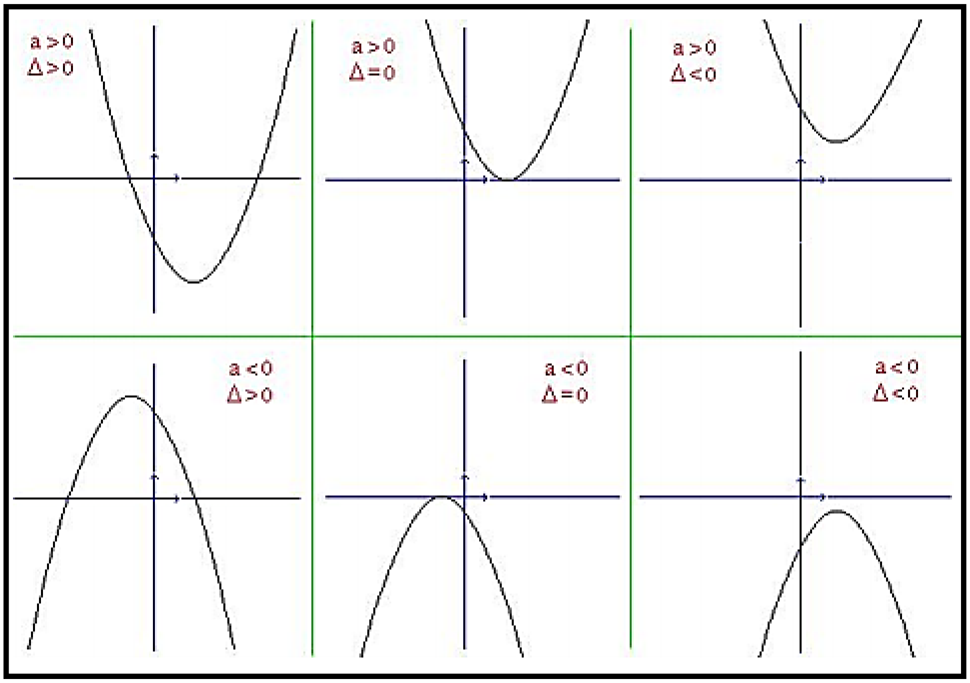


Figura3:Actividad III. (Aranzazu (2013) pág. 32)

Para finaliza la actividad, lo realiza con la significación de concavidad generada por el coeficiente a. Para así, determinar el vértice a partir de su formulación *(-b/2a, f(-b/2a))*. El autor hace referencia a las actividades de la sesión anterior, haciendo una retroalimentación de ellas.

Posteriormente, acaba con la unidad la cual llama "Secuencia para enseñar a resolver problemas de optimización mediante la función cuadrática" (C. Aranzazu (2013), pág.40).

Luego presenta situaciones de la vida cotidiana en las que se puede observar lo comportamientos cuadráticos, utilizando fotografías que muestra imágenes de un cuadrado, así se pretende comenzar con áreas de figuras planas para lograr el objetivo final de lo cuadrático, a través de ejemplos: "*Un granjero desea proteger un campo rectangular con una cerca y dividirlo en dos campos rectangulares más pequeños mediante otra cerca paralela a uno de los costados del campo. Tiene disponible 3000 yardas de cerca. Determinar las dimensiones si se desea obtener la mayor área protegida."* (Aranzazu C. (2013), pág. 46).

A modo de conclusiones el autor señala: "*Las bondades del modelo resultan evidentes si se observa que tiene en cuenta las situaciones problemáticas que se* *podrían presentar en el aprendizaje de las funciones cuadráticas, permitiendo además realizar un control en cada una de las fases el cual está orientado a verificar que el aprendizaje de los estudiantes sea significativo. Es de resaltar que el modelo tal y como está planteado, permite espacios dedicados a la motivación de los estudiantes, pues este factor es de suma importancia para alcanzar el éxito en el proceso de enseñanza de las funciones cuadráticas."*(C. Aranzazu (2013), pág. 58).

Se incorpora esta realidad didáctica para enmarcar lo mencionado por el autor cuando se refiere aaprendizaje significativo, donde lo define como aquel que se dispondrá para la realización de actividades en el quehacer cotidiano del individuo, utilizando este contenido matemático en sus acciones diarias sin olvidarse de este por el intensivo uso.

Permaneciendo en este enfoque, se describen las representaciones semióticas propuestas por Duval.

1.4.2 Representaciones semióticas

A diferencia del autor anterior, Duval (1999), centra su atención en el individuo, señalando que aprende en la medida que se abstrae de un objeto mediante sus representaciones, (estas pueden ser signos, símbolos, iconos, etc.). A su vez, señala que este tipo de representaciones semiótica permiten diversificar la mirada de un mismo objeto, y así ampliar las capacidades cognitivas del sujeto, mediante sus representaciones mentales. En los procesos de construcción y transformación de representaciones, se relacionan distintos tipos de actividades que hacen referencia a la *formación*, son aquellas representaciones que nacen a partir de un conjunto de caracteres e intencionalidades. También se encuentran los *tratamientos*, estos son la existencia de una transformación dentro de un mismo registro. Y las de *conversión* es muy similar al proceso anterior pero la diferencia es que este reproduce otro tipo de registros con representaciones iniciales.

Dentro de la teoría de Duval (1999) surge aquella inquietud donde se involucran todos los procesos de una representación mental interna hacia la externa, es ahí donde plantea el término de *neosis,* las que se definen como los actos cognitivos, tales como la aprehensión conceptual de un objeto, la discriminación y la comprensión de una inferencia. Para la vinculación de este proceso define la *semiosis* como el proceso de producción de representaciones externas que hace posible comprender las representaciones mentales internas.

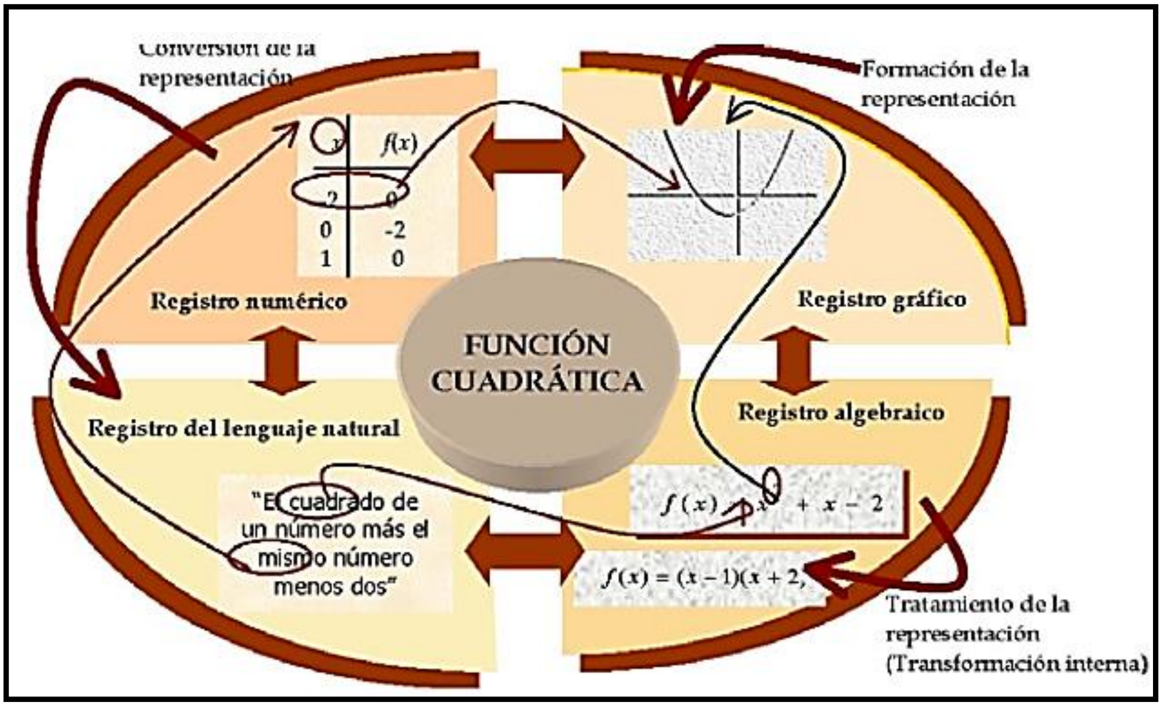


Figura 4: Esquema de la articulación de registros semióticos para el caso de la función cuadrática. Ferrari(2008)

De acuerdo a la Figura4, muestra un esquema en el quese puede notar las interacciones que mencionael autor, en relación a las representaciones semióticas, lasqueexpresan los tipos de registrosvinculados a la función cuadrática. Dando un énfasis a los procesos que se observan en esta pieza matemáticapor medio de: la formación, el tratamiento y la conversión.

La formación que plantea el autor, trata sobre los registros propios que conlleva esta función, tales como: el registro numérico, el registro algebraico y el registro gráfico. En otras palabras, seria todo lo que se origina en la enseñanza – aprendizaje en las escuelas sobre este saber matemático. Otro de los procesos relevantes para esta teoría cognitiva, se produce en el tratamiento, la queorigina un registro algebraico, ya que se considera una expresión algebraica para la función cuadrática, y a su vez, esta se puede desglosar a través de productos de binomios.

Finalmente se puede observar el proceso de conversión,la que se articula mediante la influencia de los registros, que existencon un cambio del lenguaje natural a uno algebraico.

A continuación, se expresan algunas visiones socioepistemológicas que atienden a la función y comportamientos cuadráticos.

1.4.3 Algunas Visiones de la Socioepistemología de la función cuadrática

Dentro de la argumentación que se promueven en el estado del arte, se concibe la mirada socioepistemológica,que reportadiversas nociones de la construcción social del conocimiento, mediante 3 enfoques, donde cada uno de los autores tiene como finalidad resignificar el concepto a través de diferentes miradas de lafunción cuadrática, considerando así, aspectos geométricos, algebraicos o numéricos. Dentro de los autores se consideran a; Ferrari (2008) y Arrieta (2003). De esta manera, se pretende robustecer el estudio con diversas epistemologías que mencionan a la función y comportamientoscuadráticos.

1.4.3 a) Mirada de la función cuadrática según Marcela Ferrari (2008)

Profundizando en las variadas investigaciones de la socioepistemología, se reporta una de ellas, la cual tiene como finalidad abordar a la función logarítmica. Sin embargo, considera la construcción de otracurva para establecer la dicha gráfica de la función, considerando a la función cuadrática como medio de construcción geométrica, la que desarrolla a través de un software geométrico dinámico (SGD). La epistemología desplegada por el autor consiste en una variación constante entre dos progresiones que se conforman a partir de los ejes del plano cartesiano (ordenadas y abscisas), y se definen como una covariación,a las que especifica como progresión geométrica, estas se constituyen por una razón entre dos valores, uno de ellos es elmayor y otro su antecesor, generando así una razón de constante. Así, sucesivamente realiza este procedimiento, con los siguientes datos numéricos, estableciendo unasecuencia numérica, de valores progresivos para la gráfica de estas curvas.

Por otro lado, define la progresión aritmética, al igual que el proceso anterior considerando los datos numéricos consecutivos comprendidos en un eje, pero esta vez, lo desarrolla con la diferencia de datos, así mismo realiza este proceso con los valores que continúan, por consecuencia se genera otro tipo de constante. Cabe señalar que el autor considera herramientas fundamentadas en la construcción de Agnesi (1748) que contempla tres elementos: geometría plana, continuidad y covariación. A continuación, se muestra la tabla que establece el autor de estas dos progresiones, consignando en la primera columna la progresión geométrica, mediante una formulación, regido por sus valores definidos por X e Y, ya que se encuentra en el plano cartesiano, y por últimola columna del proceso de la progresión aritmética.

Xn+1 / Xn	X	Y	Yn+1 - Yn
2	1	0	
2	2	1	1
2	4	2	1
2	8	3	1
2	16	4	1
2	32	5	1
2	64	6	1
2	128	7	1
2	256	8	1

Figura5: Tabla de covariación.(Ferrari (2005). Pág. 48)

En la figura5, muestra un ejemplo de ambas progresiones, mediante una tabla, la cual describe en la primera columna a la progresión geométrica, donde se establece una razón entre dos cantidades, dando un procedimiento como el siguiente: 2/1, 4/2, 8/4…. Obteniendo una constante de razón dos, en cambio en la última columna se considera la progresión aritmética, utilizando el siguiente argumento: 2 – 1, 3 – 2, 4 – 3…. Como la diferencia entre ambos valores consecutivos, obteniendo una constante devalor de uno.

Por su lado, Agnesi propone utilizar la semejanza de triángulos, las diferenciales y las progresiones simultáneas como herramientas de construcción, ya que mediante progresiones y semejanza de triángulos construye la gráfica para luego, con semejanza de triángulos y diferenciales obtener la expresión algebraica de la curva.

Por otro lado, el estudio de Ferrari tiene como objetivo la construcción gráfica de la función logarítmica, debido a esto es que establece el uso de la semejanza de triángulos como la coordinación de dos patrones de crecimiento, regidos por progresiones aritméticas y geométricas.

Sin embargo, el autor señala que, si se considera la covariación entre dos progresiones aritméticas, donde la variación entre los datos numéricos está regida por la diferencia, se habla de las definiciones de*funciones polinomiales,* las *lineales* en primera instancia y al extender el argumento a la diferencia de ordenadas (primera, segunda, etc.) eso implica que serán*funciones cuadráticas, cúbicas,* etc.

Es por ello, que se extiende a el rol que juegan los argumentos geométricos como detonadores de una red de modelos, donde la covariación sea el eje principal en la exploración de algunas funciones estudiadas en matemática, respecto a la construcción social del conocimiento, sin considerar ciertas situaciones que se generan en las prácticas escolares. También alude a la construcción de una red de modelos, donde lo geométrico, lo numérico y lo algebraico, establece una relación entre ellos, de tal forma que genere una plataforma que les permita, a los estudiantes y profesores, hablar del objeto matemático.

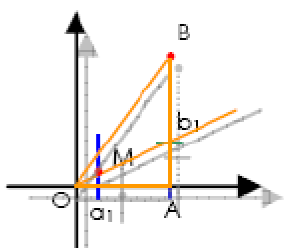
Ferrari (2008), realiza un diseño de situación, con herramientas tecnológicas (SGD), con esto intenta replicar un modelo geométrico para la función cuadrática, así se presume que el análisis de la covariación se puede verificar, mediante este proceso gráfico. Con esto el autor pretende llegar a una red de modelos a partir de lo geométrico, para así establecer una relación entre lo gráfico, lo numérico y lo algebraico, para que la interacción de los estudiantes y la función cuadrática se exprese en la tecnología, notando el comportamiento de dicha función. El diseño de situación que genera Ferrari en su tesis doctoral es el siguiente:

Una curva cuadrática

Para construir una curva cuadrática tenemos que seguir los siguientes pasos:

1.- Construir el triángulo OAB siendo O y B puntos de la curva.

2.- Dividir OA y AB, en la misma cantidad de partes iguales. Colocar las letras a_1, a_2, a_3,... , hasta llegar a A, y las letras b_1, b_2, b_3,... , hasta llegar a B, en cada una de las divisiones que se determinaron.



Esquema A

3.- Trazar el segmento Ob_1 y hallar el punto M trazando una paralela a AB (una recta vertical) por a_1 hasta que corte Ob_1 (ver Esquema A).

4.- Repetir este proceso tantas veces como se haya dividido OA. Es decir, trazar Ob_2 y hallar el punto N trazando una paralela a AB (una recta vertical) por a_2 hasta que corte Ob_2 y así siguiendo hasta trazar OB que determina el punto B.

Figura6: Construcción de una curva cuadrática. (Ferrari (2008)pág. 336).

Según la figura6, presenta un instructivo, donde el comportamiento a partir de intersecciones, generando puntos que a posterior tendrán una relevancia matemática, para la creación de la curva que representa a la función cuadrática, modelada por una parábola. Se demuestra el tipo de construcción alternativa para la construcción de la función cuadrática, mediante una progresión aritmética, como se menciona en la figura 8, Ferrari (2005).

Considera una doble progresión aritmética para la construcción gráfica de la función cuadrática, notando esta repetición como un proceso continuo para el eje de las abscisas, esto lo realiza a través de puntos definidos y acotados en la construcción de un triángulo rectángulo que establecen una relación entre los puntos para formar dicha función, este de define en un cuadrante positivo, sin embargo, el proceso es análogo para valores negativos.No define el vértice, ni la ecuación canónica de la función cuadrática, ya que no posee una relevancia en la construcción de esta curva.

A continuación, se muestra una tabla en la que el autor consigue los objetivos de esta sesión, realizando una búsqueda en el análisis de los argumentos que emergen en la actividad, y así observa la red de modelos, específicamente lo hace utilizando un software matemático “Cabri”, considerando lo geométrico, lo numérico y lo algebraico.

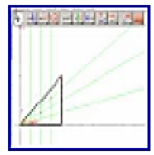
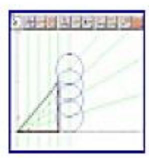
	Curva Cuadrática
Construcción geométrica de la curva	Se requiere un triángulo inicial para que mediante la herramienta “puntos medios” en el lado horizontal (abscisas de la curva) como del lado vertical se puede construir los puntos al trazar una recta vertical y una semirrecta inclinada que siempre inicie en el origen del plano cartesiano. 
Determinación de una tabla de valores	Cabri puede determinar los puntos construidos geométricamente, o se los puede determinar por semejanza de triángulos. Se puede extender los patrones de abscisas y ordenadas (en su primera diferencia) sumando ciertas constantes.
Construir más puntos de la curva	Se puede repetir el argumento de los puntos medios dentro del triángulo inicial. Pero para construir más puntos fuera de él hacia la derecha, se puede por ejemplo utilizar la herramienta de “simetría central” para determinar un punto en la recta vertical trazada al continuar la partición de las abscisas.  
Determinar la expresión algebraica	De reconocer una parábola visualmente, se puede recurrir a la herramienta “cónica” y una vez unido al menos cinco puntos, gestionar “coordenadas y expresiones” para hallar la expresión algebraica. 

Figura7: Construcción de la curva pasos, (Ferrari (2008). Pág.331)

De acuerdo a la figura7, expresa la covariación que existe en la función cuadrática, enriquecida por su gráfica y concretada con la red de modelos, para así establecer una relación entre las curvas, que posteriormente lo concreta la curva de la función logarítmica, a través de semejanza de triángulos.

1.4.3 b) Una mirada desde la modelación de Jaime Arrieta (2003)

Este autor crea su propio diseño de situación considerando las prácticas sociales como fundamento de la modelación. Haciendo una fijación en las producciones que ejercen los participantes en sus acciones de la realizaciónde situaciones durante un contexto social, de esta forma deja de lado los contenidos matemáticos. La modelación como lo llama el autor las vincula con las prácticas que se desarrollan en interacción con fenómenos, ya sean físicas, químicas o sociales, esto sugiere una predicción de los modelos que se ejecutan acorde a la realidad.

De acuerdo a lo señalado, tiene estrecha relación con la epistemología que reconocea la actividad humana como una organización social y una fuente donde se construye conocimiento (Cordero, 2001).

Para ello, realiza secuencias bajo esta perspectiva teórica, de las que se pueden destacar tres aspectos, la selección del lenguaje de las herramientas sobre el lenguaje de los objetos, el carácter discursivo de la construcción social del conocimiento y las interacciones en el aula. Uno de los ejes expresado es el ejercicio de ciertas prácticas sociales, usando herramientas, las que se estructuran y se movilizan, como argumento de ciertas nociones matemáticas; como por ejemplo los modelos gráficos distancia–tiempo y velocidad-tiempo. (Arrieta, (2003), pág. 17).

El autor trata de buscar un sustento sólido, de acuerdo a esto, es que coincide con la postura que plantea (Cordero, 1998; Confrey y Costa, 1996) cuando afirman que seleccionar el lenguaje de las herramientas sobre el lenguaje de los objetos viene a señalar una clara relación entre la actividad matemática y la actividad humana. Sin embargo, el autor trastocaría esta afirmación, aludiendo a la selección del lenguaje de las herramientas complementarias, como base epistemológica para entender las diversas construcciones de los humanos, entre ellas, la ciencia.

Este estudio a su vez, ha rescatado la composición de prácticas en la intervención de la naturaleza, donde relaciona el trabajo y la experimentación como la especulación matemática. A esta estructuración discursiva de estas prácticas en el aula el autor lo ha llamado modelación como proceso de matematización en el aula.

Para clarificar esta noción el autor considera dar a conocer un ejemplo, a las que ha llamado Las prácticas sociales de modelación alrededor de modelos gráficos: "la figuración del devenir de las cualidades". Donde supone una puesta en escena con dos secuencias "*Las prácticas de modelación en la comunicación del movimiento de un móvil*" y "*Las matemáticas del movimiento*".

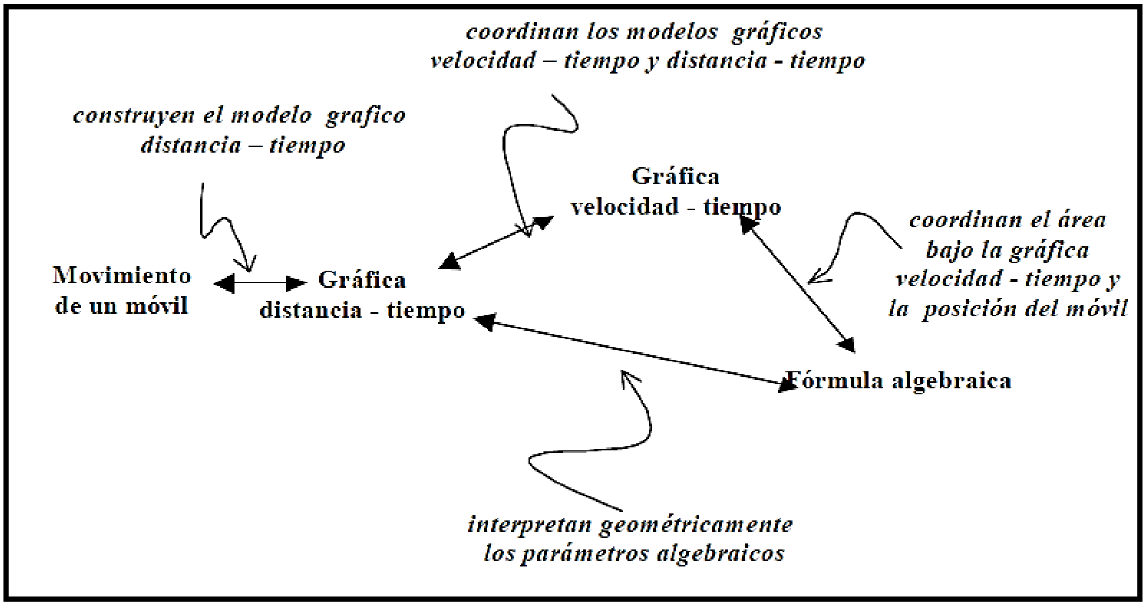


Figura 8: Esquema de las prácticas del devenir de las cualidades (Arrieta, (2003), pág.126)

En la figura 8, se muestra el esquema de las actividades que desarrollan las secuencias. A las prácticas las escribe en itálicas, mientras que los modelos y el fenómeno en negritas. Se intenta establecer una relación entre el movimiento de un móvil, el modelo gráfica distancia – tiempo, el modelo gráfica velocidad – tiempo y fórmulas algebraicas.

De este modo, busca mediante la investigación en escenarios adecuados, que la clase de matemáticas sirva como espacio natural para el ejercicio de prácticas sociales de matematización, donde los estudiantes y su profesor participen en actividades compartidas en las construcciones ligadas al saber matemático desempeñe un papel fundamental. Para nosotros en esta aproximación, los conocimientos matemáticos son vistos como construcciones sociales surgidas de prácticas ejercidas por grupos sociales en contextos sociales específicos y reproducidos por comunidades. (Arrieta, 2003).

Por consecuencia, se estiman estas miradas para la categorización de elementos que aporten ala función y comportamientos cuadráticos. Donde se establezca la construcción social del conocimiento matemático, a través de epistemologías que contribuyan a un saberen específico. Por otro lado, se recurre a lo curricular que, por medio de las bases curriculares, se apela al desarrollo del pensamientomatemático. En particular, se considera la habilidad representar, la que busca fortalecer el uso de la gráfica para la enseñanza – aprendizaje.

Es así, como nace la importancia de tener una visión, en la que considere al ser humano en la construcción de su propio conocimiento para la disciplina, estableciendo un marco teórico que considereestas necesidades (curricular, didáctico y epistemológico) hacia la función cuadrática.

CAPITULO II: Marco Teórico

Introducción alcapítulo II

En este capítulo se describen los elementos teóricos que permiten el desarrollo del proyecto de tesis bajo la referencia de los análisis. Se destaca a la noción de discurso Matemática Escolar como la génesis de la problemática asociada a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

2.1 Matemática Educativa

Definiendo la postura teórica, se recurre ala Matemática educativa[4](ME),la quese expresapor lanecesidaddelcontexto enla enseñanza – aprendizaje de la matemática, dándole una preponderancia al plano de las ciencias sociales.Es asícomo las categorizaciones políticas en la educación de acuerdo a los sectores,seestipulan por lasociedad, definidasy conformadas hacia las distintas instituciones culturales y socialesentre los ciudadanos, con el propósito de conjugar a la población y al mundo una visión científica.

Dentro de esta organización y difusión de la cultura científicano han estado aislados de problemas. En el caso particular de la culturización de la matemática escolar, las sociedades a través de sus distintas instituciones han implementado modificaciones educativas en torno a la organización y la difusión de este conocimiento (Cantoral, R., Farfán, R.M. (2003)), específicamente en la propagación de estos conocimientos, es donde surge la necesidad de implementar programas nuevos y dóciles a la contingencia, los cuales sean fáciles de asimilara la realidad de la sociedad, en un contexto científico.

En cambio, las instituciones conformadas por la sociedad,han modificadoy destinado las teorías o conceptos en el campo de la educación las cuales atienden el aprendizaje del conocimiento, en general, desde una problemática que centra su mirada en la organización secuencial del conocimiento que se quiere enseñar. "*Sin embargo, la organización y la difusión de la matemática escolar no se trata tan solode un problema de secuenciar y temporalizar los contenidos del currículo, como*

---

[4]El nombre de Matemática Educativa da a nuestra disciplina una ubicación geográfica y conceptual: en elmundo anglosajón, el nombre que le han dado a las prácticas sociales asociadas es el de *MathematicsEducation,* mientras que en la Europa continental le han llamado *Didáctica de las Matemáticas, DidactiquedesMathématiques, didaktik der Mathematik***,** por citar algunas de las escuelas más dinámicas (Cantoral; Farfán, 2003).

tradicionalmente se le había confiado a la pedagogía y a la psicología, sino de problemas propios de la construcción del conocimiento matemático" (Cordero,2001, pág. 120).

Distintos autores como Cantoral y Farfán, (2003); Cordero, Gómez y Viramontes (2009), nos revelan que los años 70´s, se generan movimientos universales independientes en las comunidades educativas, implicadas en la matemática y su enseñanza, los que realizan una reflexión profunda y resuelven crear una nueva disciplina que estudie la construcción del conocimiento matemático y su incorporación a las instituciones educativas para dar respuesta a la problemática de la enseñanza y aprendizaje de estos saberes.

Al comienzo de la disciplina nacen diferentes formas de pensar de acuerdo a su ubicación geográfica y su historia, las cuales con el tiempo realizaron sus propios constructos e ideologías del pensamiento recibiendo cada una de ellas su propio nombre. Entre las escuelas más influyentes, podemos señalar la escuela francesa, la escuela anglosajona y la escuela latinoamericana, que en cuyo quehacer como grupos de investigación, han caracterizado elementos teóricos propios de acuerdo a las problemáticas que buscan atender a sus necesidades territoriales. Elementos que, a través del tiempo, se han consolidado como marcos teóricos (Cordero, Gómez y Viramontes, 2009). En este sentido ciertas visiones teóricas se preguntan por la construcción del individuo de cierto conocimiento específico que sucede en el aula y otras se preguntan por la constitución social de tal construcción que sucede en las instituciones (Cordero, 2006).

Para tal fin, existen investigaciones quese someten a distintas situaciones, las cuales consideran el saber, quien aprende, y quien enseña. Donde el enfoque está centrado en la parte del conocimiento y en los fenómenos que se presenta junto con la actividad. "*En cambio la Matemática Educativa, como disciplina académica construyó una identidad que favoreció al desarrollo regional, permitiendo integrar a comunidades organizadas en la vida académica y en la acción social que se vincularon con la cultura, y apostó por el cambio y la crítica a un orden establecido, ya que planteó el reto de democratizar el aprendizaje de las matemáticas entre la población*" (Cantoral, 2009, pág.146).

Es por ello, que se debe comprender que existen diferencias políticas, históricas y culturales entre las regiones donde se mezcla el conocimiento y el quehacer disciplinar que lo compone, considerando las problemáticas fundamentales que declaran o que subyacen en los marcos teóricos para efectos de entender, predecir o estudiar fenómenos vinculados a la problemática, por ejemplo,de la enseñanza y aprendizaje de la matemática en nuestra región. *“En las teorías de ME, nacen en una región específica, para responder necesidades propias de dicha región”* (Cordero et al, 2009, pág. 37).

2.2 Socioepistemología

Es un programa de investigación que subyace de la disciplina (ME), cuyo foco principal está basado en la construcción social del conocimiento.

Varios autores caracterizan la teoría de la socioepistemología, uno de ellos es Cantoral (1990) que plantea que la gran problemática de la disciplina es el saber, ya que éste se concibe como aquel que se genera a partir de las prácticas sociales mediante su categorización de la construcción social del conocimiento matemático de acuerdo al lugar geográfico. Donde la problemática está centrada en la enseñanza – aprendizaje de la matemática, en este sentido, se apunta al discurso Matemático Escolar (dME), el cual genera diversos fenómenos, como lo señalan algunas investigaciones de Soto (2010), donde lo describe como un sistema de razón.A partir de estas premisas, el estudio pretendedejar de manifiesto esta adherencia a los constructos generados por el dME. Para refrendar este fenómeno, se efectuará una reproducibilidad de un diseño de situación, el cual darán luces de estosfenómenosque son provocado por el discurso.

Es así como el dME genera entre otras cosas un nivel utilitario, donde se manifiestan comportamientos repetitivos por parte de los actores del sistema educativo, en élse presenta una demanda y exigencia por contenidos estructurados de la disciplina, soslayando los saberes culturales. Es por ello que se debe encontrar los indicadores para que el sistema educativo pueda adquirir un carácter funcional en la matemática, dicho nivel debe ser integrador en la vida cotidiana con la finalidad de transformarla. El sistema educativo debe lograr la funcionalidad de este saber. (Cordero 2006b).

La trascendencia de lograr que la matemática tome un carácter funcional, y que predomine por sobre lo utilitario, desde un punto de vista socioepistemológico, es presenciar la idea de que los grupos humanos construyen conocimiento a través de las prácticas sociales que comparten, con todos los factores que se involucran (Buendía, 2004). Esta mirada nos lleva a analizar el dME, y a realizar un rediseño (RdME) en la estructuración de este discurso considerando las prácticas sociales.

Sobre la dimensión epistemológica Cordero (2001) señala que el estudio de la epistemologíatradicionalmente se ha formado a partir de la actividad matemática, es decir al ser la epistemología el estudio de la construcción del conocimiento, la fijación se ha puesto sobre el examen de los conceptos y procedimientos matemáticos, su coherencia, génesis y evolución. Por otro lado, la Socioepistemología propone considerar los elementos relevantes presentes en la *Construcción Social del Conocimiento Matemático*, los cuales son normados por el momento social, político y cultural y por la situación en la que se ponen en juego y se resignifican. Con esto decimos que el conocimiento es situado y que debemos tomar en cuenta la organización de los grupos humanos que los llevan a construir conocimiento matemático de una forma y no de otra. Así se generan epistemologías de prácticas.

Según Soto (2010) señala que esta disciplina nace bajo la construcción social del conocimiento, la cual se manifiesta en las categorías de prácticas sociales que motivan el desarrollo del conocimiento matemático. Cuando se habla de la construcción social del conocimiento matemático que se refiere a la mirada basada en el conocimiento matemático del que se está expuesto a nivel escolar. Es la interacciónhumana, la que estima acuerdos para institucionalizar un conocimiento y la funcionalidad de este para llevarlo a contextos y situaciones específicas. Sinembargo, se toma este saber y resignificarla construcción social del conocimiento matemático, las cuales no se encuentran presentes en dME.

2.2.1 Descripción del discurso Matemático Escolar (dME)

Es un argumento que se basa en el objeto matemático dejando de lado la intervención social del conocimiento, esto conlleva a que el conocimiento que se enseña en las escuelas sea estático y con una única significación, donde el discurso

Matemático Escolar(dME) es excluyente en la construcción social del conocimiento matemático.

En cuanto al contexto de enseñanza aprendizaje se cuestiona este discurso. Una de las descripciones de acuerdo aSoto (2010)que señala, es un fenómeno que genera exclusión hacia los actores del sistema educativo, ya que impone el conocimiento matemático y no es susceptible a la construcción por parte del individuo, con esto los representantes de la comunidad educativa, tanto el profesor como el estudiante aparecen como un comunicador y receptor de un conocimiento certificado por la sociedad, sin contar con la posibilidad de aportar o modificarlo.

Dentro de la discusión el autor define el dME como un sistema de razón, ya que sus característicasestán fundamentadas en la organización de la matemática escolar, ya que,discrimina dejando adentro lo "normal" en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.También existe una legitimidad social de la cual goza y no existe ningún cuestionamiento, imponiendo significaciones, procedimientos y argumentaciones. Más aun la comunidad educativa las reconoce y las asume, reconociendo en ellas un predominio y supremacía.

También el autor Soto (2010). señala unacaracterizacióndel dME,según las evidencias obtenidas por estudios anteriores, manifestando lo siguiente:

La atomización en los conceptos: no se consideran los contextos sociales y culturales que permiten la constitución del conocimiento. Nos dan a conocer un significado acotado de la matemática, dejando de lado la epistemología de los conocimientos matemáticos.

El carácter hegemónico: existe una supremacía de argumentaciones, significados y procedimientos, frente a otras.

La concepción de que la Matemática es un conocimiento acabado y continúo: los objetos matemáticos son presentados como si hubiesen existido siempre y con un orden.

El carácter utilitario y no funcional del conocimiento: la organización de la matemática escolar ha antepuesto la utilidad del conocimiento a cualquiera de sus restantes cualidades. Se busca que el conocimiento tenga un carácter funcional, en el sentido que logre integrar tal conocimiento a la vida para transformarla.

La falta de marcos de referencia para resignificar la matemática escolar: se ha soslayado el hecho de que la Matemática responde a otras disciplinas y, por tanto, es ahí donde encuentra una base de significados naturales.

En cuanto al programa de investigación, intenta buscar y evidenciar el cambio de enfoque de las epistemologías en las investigaciones para ofrecer un rediseño de *Discurso Matemático Escolar* (*dME)* de los objetos matemáticos a las prácticas sociales que han hecho emerger dichos saberes. (Soto, (2010). El discurso matemático escolar y la exclusión, una visión socioepistemológica).

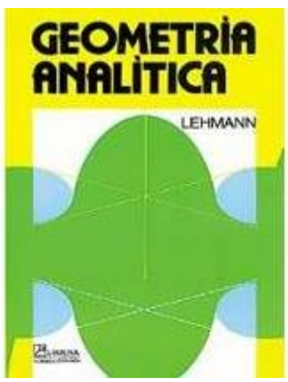
A grandes rasgos, la socioepistemología, señala que el gran causante de la exclusión social del conocimiento matemático, es el dME, el cual posee una fijación centralizada en el objeto matemático, a partir de una visión preexistente y acabada de la matemática, la que provoca una hegemonía de los significados, procedimientos y argumentaciones con la construcción del conocimiento matemático, así se expresa con unpredominioen el saber cómo único y valido para el sistema educativo.

De esta forma, permite evidenciar como este discursoevita la construcción del conocimiento que se tiene en el cotidiano, provocando la construcción del conocimiento desde una justificación de tipo racional generada por una matemática utilitaria en contra parte a una de tipo funcional; es decir: uno que se incorpore de manera orgánica al humano (Cordero 2008)

De acuerdo a Cordero (2008), se concibe que en la matemática escolar surja un d*ME* vertical, el cual presenta un conocimiento acabado, legitimado por una justificación razonada que difícilmente muestra una construcción del conocimiento matemático. La justificación razonada va atender la construcción del conocimiento matemático instalada desde la misma estructura matemática. Esto refleja para el estudiante que la matemática es perfecta, sin errores, que todo está hecho, y se sabe hacer bien, es decir, no hay nada que se ensaye, ni hay manera de trastocar esa matemática. En este contexto, un estudiante podrá repetir proposiciones o definiciones y sacar buenas notas sin entender lo que está haciendo, algo así como generar una matemática utilitaria, pero no funcional (Cordero, 2008). Esto significa que realmente se habla de la construcción de los conceptos de cierto dominio de conocimiento. Es decir, se soslaya la justificación funcional para reconstruir el conocimiento matemático. Por ello, Cordero precisó al respecto: *“La justificación funcional va atender ese hacer del humano para construir conocimiento matemático”* (Cordero, 2008, pág.37). De ahí que la socioepistemología busca ofrecer un rediseño al*dME*.

Es por ello que uno de los intereses de este estudio se centra en un objeto matemático, en particular en la funcióny en el comportamiento cuadrático que se modela como una parábola utilizando definiciones y gráficas. Se considera la asociación de este saber matemático con la estructuración algebraica, preponderándolo por sobre lo gráfico, para tal cometido se toma un texto en específico que es utilizado en la enseñanza aprendizaje de la matemática, tanto en colegios como nivel universitario.

Ejemplificando lo señalado con anterioridad, se considera un extracto de un libro que nos da la definición de una parábola, y sus componentes. (Geometría Analítica, Lehmann, 1989).



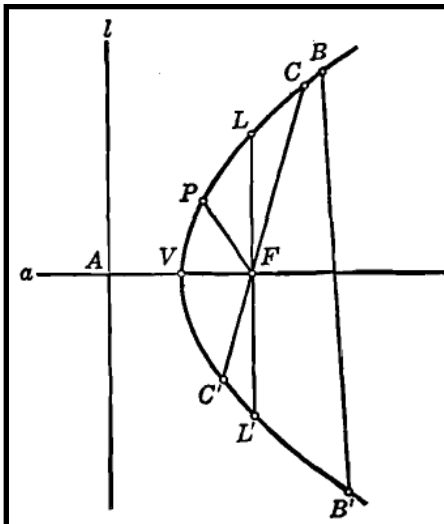


Fig. 74

DEFINICIÓN. Una parábola es un lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que su distancia de una recta fija, situada en el plano, es siempre igual a su distancia de un punto fijo del plano y que no pertenece a la recta. El punto fijo se llama ***foco*** *y la recta fija* ***directriz*** *de la parábola.La definición excluye el caso en que el foco esta sobre la directriz.Designemos por F y l (fig. 74), el foco y la directriz de una parábola, respectivamente. La recta a que pasa por F y es perpendicular a l se llama eje de la parábola. Sea A el punto de intersección del eje y la directriz. El punto V, punto medio del segmento AF, esta, por definición, sobre la parábola; este punto se* *llama* ***vértice.*** *El segmento de la recta, tal como BB´, que une dos puntos cualesquiera diferentes de la parábola se llama* ***cuerda****; en particular, una cuerda que pasa por el foco como CC´, se llama* ***cuerda focal.*** *La cuerda focal LL´ perpendicular al eje se llama* ***recto****. Si P es un punto cualquiera de la parábola, la recta FP que une el foco F con el punto P se llama* ***radio focal*** *de P****, radio vector****.*

Figura9: Definición de parábola.(Lehmann, 1989, pág. 149 – 150).

Según la figura9, desglosa lo que señala Soto (2010),el *dME* se centraen la definición, como se refleja en el enunciado anterior, donde se demuestra la caracterización de los*significados* de la parábola y sus rasgos. En este sentido, se da cuenta que el *dME* ajusta su atención en el objeto matemático. Estos significados provienen de conocimientos enseñados y adquiridos con anterioridad, sin considerar argumentaciones, significaciones y procedimientos, sino que impone conceptos y legitimidad hacia el objeto, como lo señalaSoto (2010). Los*procedimientos* son los que se encuentranasociados a la definición de los procesos matemáticos del concepto de la parábola.Sin embargo, ciertas visiones teóricas se preguntan por la construcción del individuo de suconocimiento específico que se manifiestan en el aula,por otro lado, existe un cuestionamiento permanente por la constitución social de la construcción que se generan en las instituciones (Cordero, 2006).

En la asignación de un contexto situacional al proyecto, se toma la realidad de la educación chilena, en particulara nivel de enseñanza media. Se aprecian los planes y programas desegundo medio y tercero medio, losque se enfocan a la función cuadrática, donde son considerados en el eje temático de algebra.

A continuación, se emplearán algunos extractos de estos documentos, los cuales se desglosan por unidades (Nombres de las unidades: Número, Algebra, Geometría, Datos y Azar) donde cada uno de ellos presentan una cantidad determinada de aprendizajes esperados.Se debe mencionar que cada unidad provee un propósito (ver Figura 10).De los que cada texto escolar tiene su símil enfocado a los docentes, facilitando la labor del profesional para el desarrollo de la planificación.

PROPÓSITO

Las y los estudiantes han estudiado en años anteriores el concepto de funciones, en particular, la función exponencial y logarítmica. Esta unidad tiene por objetivo retomar los conceptos y aplicarlos en el estudio de la función cuadrática y de los números complejos.

El énfasis de esta unidad está en modelar situaciones de cambio cuadrático y resolver ecuaciones de segundo grado, tanto en el conjunto de los números reales como en el de los números complejos.

Figura 10: los planes y programas de tercero medio (MINEDUC, (2015), pág. 72)

En cuanto a la figura 10, se sugieren Indicadores de Evaluación, los quecorresponden a la función cuadrática según el MINEDUC, donde sebrinda un aprendizaje esperado para ejercer un dominio particular a los estudiantes en el aula, de esta maneraplantea una modelación de la función cuadrática a través de la resolución de problemas, esto se ejecuta conlos docentes mediante Aprendizajes Esperados e Indicadores de Evaluación, como lo muestra la figura 11.

APRENDIZAJES ESPERADOS	INDICADORES DE EVALUACIÓN SUGERIDOS
Se espera que los y las estudiantes sean capaces de:	*Las y los estudiantes que han logrado este aprendizaje:*
AE 08 Representar la función cuadrática mediante tablas y gráficos, y algebraicamente.	› Representan valores (x,y) de la función cuadrática en tablas y en el plano cartesiano. › Varían los valores de a, b y c, conjeturando sobre los efectos que tiene en la representación gráfica de la función. › Determinan las intersecciones de la gráfica de la función con el eje X (ceros de la función).

Figura 11: Aprendizajes esperados. (MINEDUC, (2015), pág. 74).

APRENDIZAJES ESPERADOS E INDICADORES DE EVALUACIÓN DE LA UNIDAD	
APRENDIZAJES ESPERADOS	**INDICADORES DE EVALUACIÓN SUGERIDOS**
Se espera que los y las estudiantes sean capaces de:	*Las y los estudiantes que han logrado este aprendizaje:*
AE 07 Reconocer el tipo de situaciones que modelan las funciones cuadráticas.	› Determinan qué situaciones pueden ser modeladas con la función cuadrática. › Dan ejemplos cotidianos de cambios no lineales. › Dan ejemplos cotidianos de cambios cuadráticos.
AE 08 Representar la función cuadrática mediante tablas y gráficos, y algebraicamente.	› Representan valores (x,y) de la función cuadrática en tablas y en el plano cartesiano. › Varían los valores de a, b y c, conjeturando sobre los efectos que tiene en la representación gráfica de la función. › Determinan las intersecciones de la gráfica de la función con el eje X (ceros de la función).
AE 09 Modelar situaciones reales por medio de la función cuadrática para resolver problemas relativos a situaciones de cambio cuadrático.	› Utilizan modelos dados de función cuadrática para resolver problemas relativos a situaciones de cambio cuadrático. › Elaboran modelos para resolver problemas relativos a situaciones de cambio cuadrático.

Figura 12:Aprendizajes esperados en indicadores de evaluación de la unidad(MINEDUC (2015), pág. 74)

En la figura 12, muestra un esquema que incurre en la caracterización de objetivos fundamentados en la imposición de argumentación y contenidos proporcionado por el plan de estudio, estructurado y secuenciado arbitrariamente, enfocado en el objeto matemático y soslayando la construcción social del conocimiento.

OFT	APRENDIZAJES ESPERADOS EN RELACIÓN CON LOS OFT
› Interesarse por conocer la realidad y utilizar el conocimiento. › Comprender y valorar la perseverancia, el rigor, el cumplimiento, la flexibilidad y la originalidad. › Buscar y acceder a información de diversas fuentes virtuales.	

Figura 13: Aprendizajes esperados con los objetivos fundamentales transversales.(MINEDUC (2015), pág. 74)

Dada la figura 13, permite dar cuenta de la parte transversal y valórica que debe desempeñar el estudiante, para esta unidad, donde a su vez, proporciona una relación entrela curiosidad del estudiante y su propio conocimiento por medio de diversas fuentes virtuales.De acuerdo a este documento, se propone una orientación didáctica, la quese presenta a través de un extracto.

Orientación didáctica para la unidad

"*En esta unidad se trabaja la función cuadrática en situaciones reales que representan un cambio cuadrático, por ejemplo, movimientos rectilíneos constantemente acelerados, lanzamientos en algún deporte, construcciones que tienen una forma parabólica, entre otras. En este sentido se hace relevante destacar que la función cuadrática permite modelar situaciones dinámicas, tales como el lanzamiento de una pelota, la trayectoria de agua en fuentes, entre otros. En las actividades, la función cuadrática se puede apreciar de forma dinámica en dos situaciones: la primera corresponde a una trayectoria parabólica, y la segunda, a situaciones de tiempo versus desplazamiento". (*MINEDUC, 2015, pág. 75).

Debido al ajuste curricular, los planes y programas de matemática del nivel de 2° año medio, transitan por modificaciones, según lo establecido por la ley de educación, en particular, este nivel deja de lado muchos contenidos para el eje de algebra y funciones, dando una relevancia al concepto de función y sus conceptos emanados como lo son la función cuadrática, y la función inversa.

Álgebra y funciones

3. Mostrar que comprenden la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$: $(a=0)$
   - Reconociendo la función cuadrática $f(x) = ax^2$ en situaciones de la vida diaria y otras asignaturas.
   - Representándola en tablas y gráficos de manera manual y/o con *software* educativo.
   - Determinando puntos especiales de su gráfica.
   - Seleccionándola como modelo de situaciones de cambio cuadrático de otras asignaturas, en particular de la oferta y demanda.

Figura 14: Extracto de bases curriculares de 7°basico a 2° medio (2015, pág.123)

De acuerdo a la figura 14, se muestra los objetivos de aprendizajes, para la unidad de álgebra y funciones que señalan a la función cuadrática como un medio de representación, a través de datos numéricos y software educativos especializados para la gráfica de la curva.

4. Resolver, de manera concreta, pictórica y simbólica o usando herramientas tecnológicas, ecuaciones cuadráticas de la forma:
   - $ax2 = b$
   - $(ax + b)2 = c$
   - $ax2 + bx = 0$
   - $ax2 + bx = c$ (*a, b, c son números racionales, $a = 0$*).

Figura 15: Extracto de bases curriculares de 7°basico a 2° medio (2015, pág.124)

En este objetivo, se intenta plasmar la habilidad de representar, sin dejar de lado la interrelación, revelandola modelación y la resolución de problemas por medio de ecuaciones de segundo grado.

Sin embargo, No se puede dejar de lado la variación paramétrica que se establece en las condiciones propuestas, por medio de los coeficientes que denotan las ecuaciones.

2.3 Visión Socioepistemológica

Para reconocer y evidenciar los usos del conocimiento matemático, se realiza una experimentación a estudiantes en formación de profesores de matemática, los que se someten a una reproducibilidad de situación que permita recaudar datos para la resignificación de una epistemología por medio de la habilidad de representar.

De acuerdo al procedimiento que se emplea está dado por un esquema metodológico, que se funda por una estructura y un orden de la información epistemológica, considerando la construcción social del conocimiento para otorgar validez a la resignificación de un nuevo saber matemático.

Es por ellos, que el esquema metodológico prevalece la mirada de la socioepistemología, donde la validación se establece por medio de este esquema, considera las circunstancias y escenarios socioculturales, dando preponderancia a la interacción entre la epistemología y los factores sociales (Cantoral, 2002).

Así el programa estudia y expresa un interés por identificar aquello que norma la actividad humana en cuanto a la relación del conocimiento matemático. La consideración de una epistemología de orden social da al enfoque su nombre de socioepistemología (Cantoral & López-Flores, 2010). Teniendo en consideración lo anterior, se genera este esquema, con la finalidad de darle un orden y estructura al estudio.

Buendía y Montiel (2012) plantea la caracterización mediante un esquema, que se describe por tres momentos y sus correspondientes acciones relacionadas; Cada anunciado se tiene con su descripción general, se ilustra por medio de la figura 16.

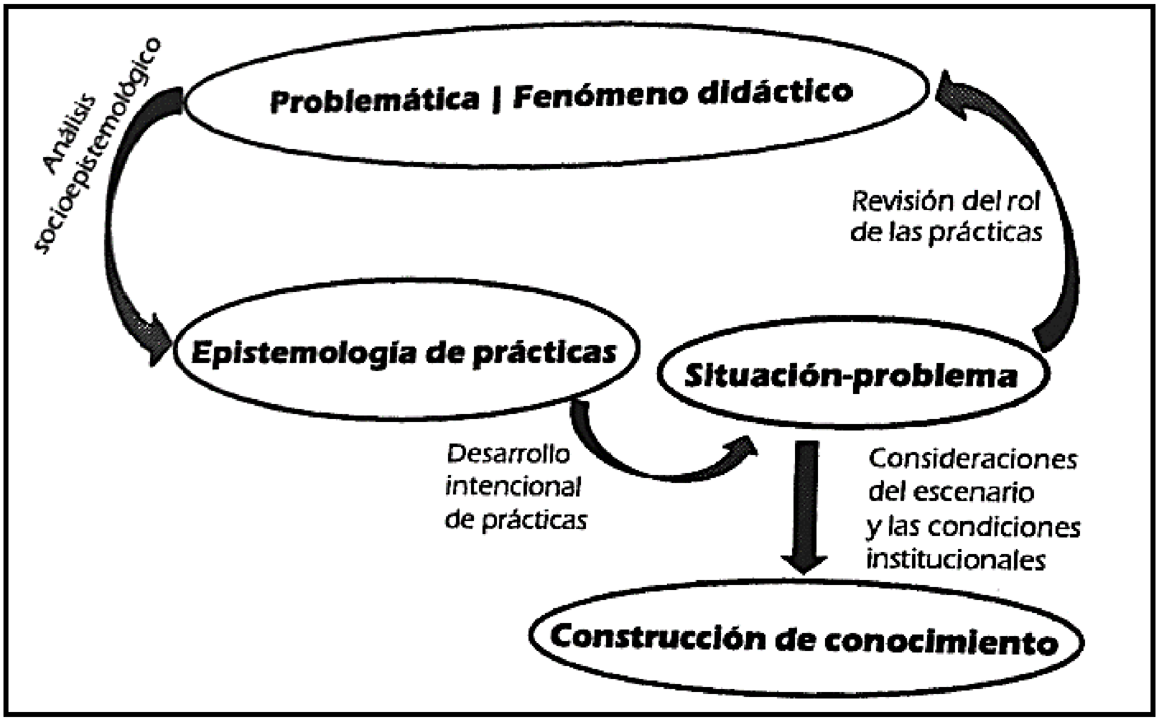


Figura 16: Esquema metodológico.(Buendía y Montiel (2012), pág.446)

Segúnel esquema metodológico, las autoras señalan la importancia de seguir esta propuesta metodológica, ya que caracteriza la relación entre las problemáticas y los fenómenos que se generan. Donde el fundamento está entregado porlas prácticas sociales, las que se generan a partir de la construcción social del conocimiento matemático.

Según la organización y coherencia de este esquema, se considera la relación entre los procesos de transmisión para la resignificación del conocimiento matemático que se definen bajo los siguientes conceptos:

1. *El Planteamiento de una problemática o un fenómeno didáctico*

Es el punto inicial de la investigación, haciendo explícita la problematización del conocimiento, de acuerdo al cuestionamiento del saber institucional, dando paso a lo que se debe aprender. De esta forma se pretende identificar aquellos significados y procesos de significación que son propios del saber y que se disuelven, se transforman o se pierden al considerar un discurso escolar.

Ahora bien, una vez enmarcada la problemática o el fenómeno, se plantean la o las preguntas de investigación como unaforma de acercarse a éstos, con el propósito de conocer, comprender y explicar procesos de construcción y transmisión de conocimientos matemáticos.

2. *Acción Relacionante: Análisis Socioepistemológicos*

Una vez planteada la problemática o fenómeno didáctico a investigar, así como las preguntas de investigación y sus objetivos, en una segunda instancia se realizan análisis basados en los usos del saber, en cuanto a sus características y esencia que nos proporciona al saber matemático (su naturaleza), de cómo se logra la aprehensión de estos saberes a través de sus significaciones contextualizadas y, finalmente, de sus procesos de transmisión. Una de las preguntas trascendentales de este tipo de revisión es: *¿por qué se hace lo que se hace?*, o *¿por qué se sabe lo que se sabe* con relación al saber matemático involucrado? Es aquí donde son fundamentales los aportes de otras investigaciones que evidencien sus resultados.

3. *Epistemología de Prácticas*

Es el resultado de un análisis socioepistemológico, que algunas investigaciones concluyen proponiendo una epistemología de prácticas para contraponer una explicación acerca de la problemática educativa en cuestión o para dar una visión alternativa con relación al fenómeno didáctico que se estudia; además, se conforma como una primera base para la intervención didáctica. Con base en los principios de esta epistemología de prácticas, ahora sí, se tienen elementos para identificar y estudiar fenómenos didácticos muy particulares. Es un momento medular ya que nos da cuenta de la construcción social del conocimiento matemático, donde lo social será entendido como la relación epistemológica entre las prácticas en las que se involucra el hombre al hacer matemáticas y el saber matemático que genera. En nuestro caso, estas epistemologías serán brindadas por otros autores, bajo el saber matemático de la función cuadrática, de tal manera de generar una nueva epistemología con este objeto matemático.

4. *Intencionalidad en las prácticas como acción relacionante hacia situaciones-problema*

La relación entre las prácticas y la generación de conocimiento matemático reconoce el carácter social de las matemáticas y ello da una base de significación distinta a la matemática escolar. De esta forma las prácticas que se identifican y que forman una epistemología tienen que re-interpretarse para incidir en el contexto escolar. Esto resulta especialmente relevante cuando dichas prácticas son producto de una revisión histórica, pues la propuesta socioepistemológica referida a la historia no es reproducirla en el aula de hoy, no es tampoco retomar problemas y situaciones históricas como reto o como parte de la cultura general. Es retomar aquellos elementos propios del quehacer de las comunidades que en su momento resultaron significativos para que tengan un sentido y den significación al saber matemático a implementar. Las prácticas previamente identificadas deben ser, intencionalmente desarrolladas con el objetivo de favorecer la resignificación del saber matemático.

La referencia de este esquema, tiene relación con lo que refleja la visión socioepistemológica, la queconsidera la naturaleza social de la construcción de conocimiento matemático, por lo que problematiza el saber en tres aspectos: su naturaleza epistemológica, su resignificación y sus procesos de transmisión (Del Valle, 2015).

En particular, este esquema es el producto de una problemática y el planteamiento a una pregunta, utilizando sustentos teóricos en el ámbito de la disciplina, de esta forma permite desarrollar y experimentar estos constructos, así se puede dar validez a los resultados obtenidos en el estudio. Con respecto al enfoque socioepistemológico estará plasmado en las acciones relacionantes, dando lugar a problematizar el saber matemático, con la finalidad de resignificar dicho saber desvinculándolo del dME. Es por esto, que el proyecto considera esta premisa para proponer un diseño de aprendizaje que atienda a la problemática de desarrollar un pensamiento matemático donde se reconozcan estas interacciones.

Se genera una postura socioepistemológica que permite fomentar las habilidades que cultivan al desarrollo del pensamiento matemático.

Sin embargo, la validez se entrega a través de un análisis secuencial de aprendizajes que otorga la ingeniería didáctica por medio de una confrontación de estos mismos,basado en un contexto situacional que considera un análisis preliminar.

Bajo estas circunstanciasse propone un rediseño de situación que fomentela habilidad de representar.

CAPÍTULO III: Esquema Metodológico

Introducción alcapítulo III

En este capítulo se desarrollan los aspectos metodológicos con relación a la ingeniería didáctica como mecanismo de validación interna del diseño de situación. En este sentido, se caracteriza el propósito epistemológico de los diseños de situación a través de dos ejemplos específicos: la periodicidad de las funciones (Buendía, 2004) y la linealidad del polinomio (Cordero et al, 2005).

3.1 La Ingeniería Didáctica

La noción de ingeniería didáctica surgió en la didáctica de las matemáticas a comienzos de los años ochenta. Se denominó con este término a una forma de trabajo didáctico comparable al ejercicio de un ingeniero que, por su trabajo de ejecutar proyectos, se fundamenta en los conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un métodocientífico. (Artigue, M. 1995).

Al entender la ingeniería didáctica, como una metodología de investigación que favorezca la relación entre la enseñanza – aprendizaje, donde considera el registro de los estudios de caso y cuya validación es en esencia interna, basada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori. (Artigue, M. 1995)

Como lo señala Lizama (2005, pág. 434) "*Un aspecto relevante de la ingeniería didáctica es su esquema experimental basado en las realizaciones didácticas en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza. Además, se caracteriza por ubicarse en el registro de los estudios de caso cuya validación es en esencia interna, ya que se sustenta en la confrontación entre el análisis a priori y el a posteriori.*"

Para dicha validación esta debe ser sometida a cuatro fases. La primera de ellas es el análisis preliminar de la situación,la que recurre a los conocimientos didácticos que se contemplan en la investigación.

En la segunda faseconsiste enun análisis a priori, la que se extrae de acuerdo a las predicciones sobre los posibles resultados y dificultades que puedan tener los estudiantes al enfrentarse al diseño de situación,este análisis comprende una parte descriptiva y una predictiva,donde se centran las características de una situación didáctica que se ha querido diseñar y que se va a tratar con los estudiantes. (Artigue, M. (1998)).La tercera fase correspondiente al análisis a posteriores, "*la quese basa en el conjunto de datos recogidos a lo largo de la experimentación, a* *saber, las observaciones realizadas de las secuencias de enseñanza, al igual que las producciones de los estudiantes en clase o fuera de ella".* (Artigue, M. (1998), pág. 48), y finalmente la cuarta fase donde se analizan los resultados entregados por el análisis a posteriori y la confrontación que se obtiene con los del análisis a priori realizado en la segunda fase. Esta última fase se deben realizar observaciones al diseño de situación de aprendizaje las que permitirán un rediseño de la situación de aprendizaje para futuras experimentaciones. En el caso particular de este proyecto no se experimentará la situación debido a los antecedentes que entregará la reproducibilidad de diseño de situación.

3.2 Ejemplos de diseño de situación

En esta sección se acude a ejemplos de una situación y los argumentos que respaldan al programa para la experimentación del proyecto de tesis. El propósito teórico basado en el programa de la socioepistemología establece un discurso dominante que lo denominan discurso Matemático Escolar (dME), anclando la discusión en la vinculación del ser humano con el conocimiento a través de la construcción social del conocimiento.

En este sentido, se caracteriza los diseños de situaciones con fundamentos Socioepistemológicos por medio de la siguiente definición: como instrumentos que permiten tener una visión del conocimiento intrínseco que posee el sujeto, de acuerdo a su desarrollo cultural – académico.

Por otro lado, se genera la necesidad de conformar investigaciones y recabar referencias al estudio, para que existan antecedentes que respalden estas teorías, así se beneficia con este tipo de herramientas al trastocar el dME, utilizando la conformación de la construcción social del conocimiento matemático.

Sin embargo, es necesario considerar los marcos de referencia, ya que estospermiten extraer información del contexto que se requiere estudiar, y a su vez tener una noción del grupo humano que se interviene.

Desde el programa de la socioepistemología, un diseño situación tiene como intención resignificar el dME a través de argumentos epistemológicos que consideran a las prácticas sociales como generadoras de conocimiento matemático. Donde se observa la ocurrencia con la que el participante le da una funcionalidad al objeto matemático en su quehacer cotidiano.

Para concebir un diseño de situación, es convenienteejemplificar esta situación, es por esto que se escogen dos de ellos uno propuesto por Buendía (2004) considera a la periodicidad de las funciones, en relación al conocimiento y las prácticas sociales y la predicción[5]. Los elementos se consideran de la actividad en la que el individuo se involucra al generar conocimiento y del conjunto de argumentos y herramientas del que se vale.

A partir de esto, se favorece una reconstrucción de los significados asociados a la regularidad de un comportamiento y, en consecuencia, un reconocimiento funcional – no utilitario- del objeto matemático en cuestión. El diseño tiene la intencionalidad de proporcionar un contexto en el que la modelación y la predicción consideradas como prácticas sociales permiten emerger herramientas, procedimientos y nociones matemáticas, que se evidencian cuando los participantes describen el comportamiento de un fenómeno utilizando el conocimiento que tienen previamente y construyen argumentos a través de conjeturas, utilizando conocimientos matemáticos. (Arrieta, 2003).

Por otro lado, se considera el diseño de situación Cordero, et. al. (2005) que apunta a la linealidad del polinomio por medio del comportamiento tendencial de una función.

El objetivo de crear un diseño de situación es permitir la exploración en distintos registros (ya sea, escrito, oral, de forma gráfica, etc.). La idea de proponer un diseño de situación es promover el desarrollo del pensamiento matemático.

A partir de lo anterior, se dispone de ejemplos que permitirán caracterizarun diseño de situación, que tienen un propósito epistemológico, para el primer caso se presenta a Buendía (2004), con lo periódico de las funciones en un marco de las prácticas sociales, para luego exponer a otro autor Cordero, et. al. (2005) con el comportamiento tendencial de las funciones.

[5] Definición descrita por el autor como las acciones intencionales en la búsqueda de patrones de un comportamiento.

3.2.1 Ejemplo 1:Una epistemología del aspecto periódico de las funciones en un marco de las prácticas sociales. (Buendía (2004).

Dando un propósito analítico de un diseño de situación, se mencionan algunos esquemas basados en tesis doctorales como ejemplo de este.

Buendía (2004), propone un diseño de situaciónque considera una puesta en escena, que busca resignificaruna definición que se limita a un saber matemático que tiene vinculación con las funciones trigonométricas.Sin embargo, el autor define la periodicidad de una función como una descripción que se puede otorgar a cualquier tipo de función. Llevando estos acontecimientos a un plano metodológico, que le permita establecer un análisis de las reacciones a priori y posteriori, demostrando una evidente predicción de las prácticas sociales hacia la argumentación del diseño de situación.

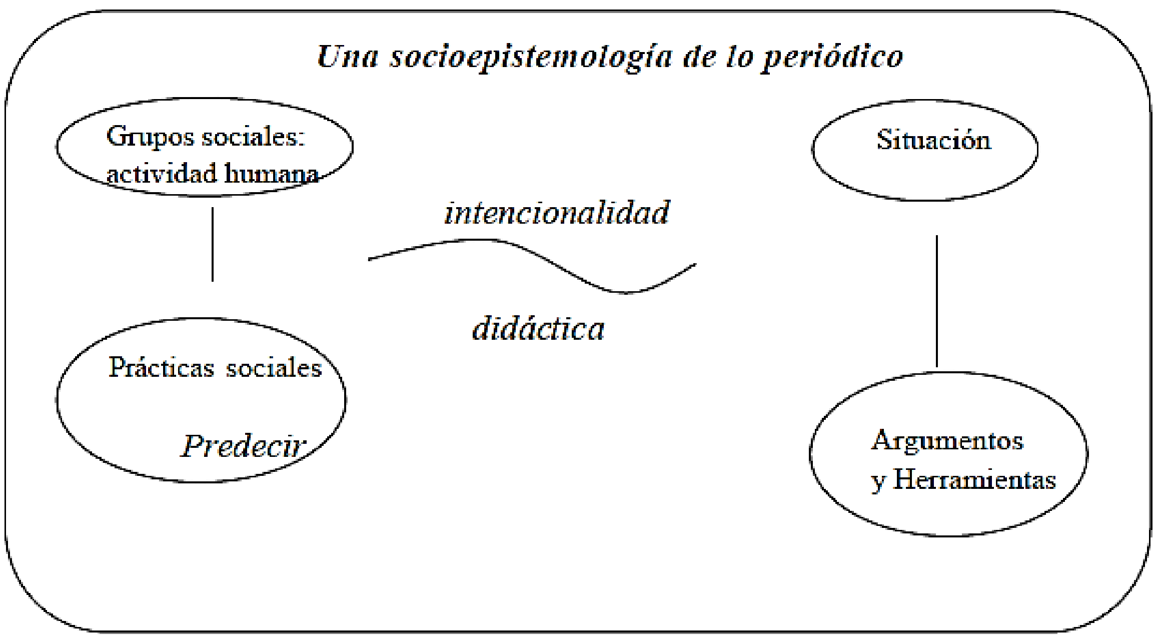


Figura 17: Esquema socioepistemológico de lo periódico, (Buendía (2004), pág. 82)

En el esquema se muestra en la figura 17 reconoce a las prácticas sociales como el origen de la construcción de significados, específicamente, la relación entre la predicción y lo periódico. Definiéndose así la didáctica como una intervención según Arrieta (2003), manifiesta que estas intervenciones deben ser guiadas por las prácticas sociales, otorgada por la historia y la cultura.

Este ejemplo de diseño tiene como base la relación de lo periódico y el movimiento que ocurre en un tiempo determinado, de esta forma se debe encontrar los patrones de comportamientos en una unidad específica del análisis. Así la importancia de la predicción como una práctica que retribuye los componentes. Por lo tanto, el autor se refiere a la predicción como el argumento de lo periódico.

Según Campo (2003) señala que un diseño tiene un sustento socioepistemológico, cuando posee una funcionalidad de acuerdo a las bases, así la estructuración matemática será coherente y pertinente con los fenómenos didácticos a través de relaciones complejas que abarcan dimensiones epistemológicas, cognitivas, didácticas y sociales. En sí el diseño de situación determina una perspectiva distinta pues está seleccionando el lenguaje de las herramientas por encima del lenguaje de los objetos y según (Confrey, 1994) el hacer esta selección, genera una clara relación entre la actividad matemática y la actividad humana.

A continuación, se mostrarán ejemplos de actividades, basado en Buendía (2004), donde se muestran 8 gráficas de movimientos repetitivos (figura 18) y solicita describirlos.

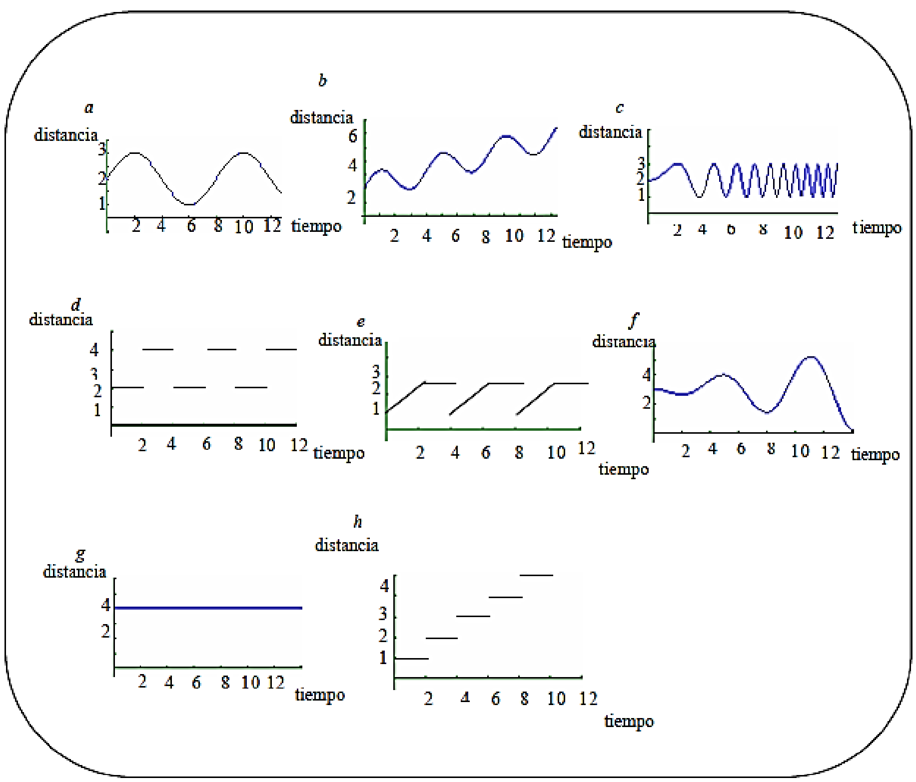


Figura 18:Actividad I, Tipos de curvas(Buendía (2004), pág.90)

Esta actividad pretende evidenciar una problemática acerca de lo periódico; Estableciendo la asociación de este concepto con las funciones trigonométricas, de esta forma, asume una repetición constante, soslayando otro tipo de funciones, que cumplen con esta condición de periocidad. El autor rescata esta idea, y luego confecciona un diseño, basado en gráfica de funciones, simulando un movimiento de objetos, para esto realiza un gráfico de doble entrada con un eje (x) que lo designa como el tiempo, y un eje (y) considerado como la distancia. De acuerdo al análisis se establece una categorización, realizando la diferencia de comportamiento de repetición con respecto al tiempo y otro a la distancia, como también a sus dos ejes, resultando lo siguiente:

a) Se observan estas gráficas, se puede dilucidar un comportamiento prolongado mediante el tiempo (Eje de las x), se podría interpretar que un objeto recorre siempre un mismo lugar a una velocidad constante pero no recorre mucha distancia.

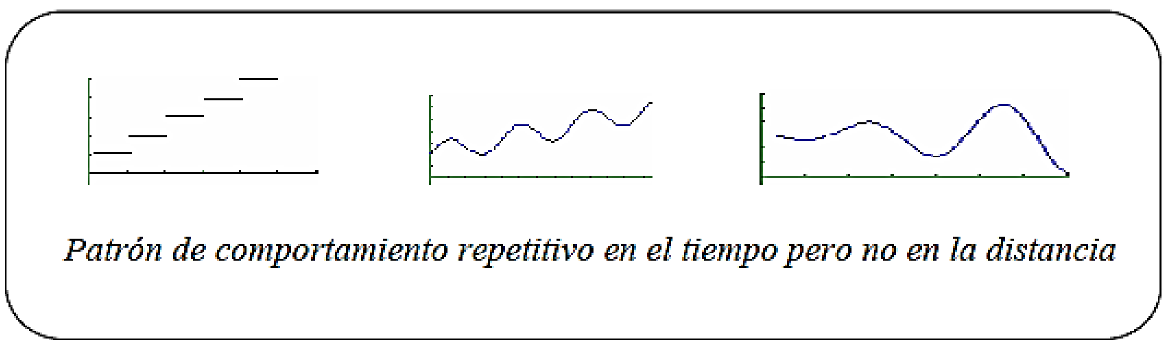


Figura 19:Curvas con un patrón de comportamiento repetitivo en el tiempo, pero no en la distancia,(Buendía (2004), pág.91)

b) Los gráficos que se observan muestran una repetición que se mantienen través de la distancia, pero no en el tiempo. Interpretativamente es un objeto que cumple con un movimiento mediante su distancia prolongada, pero en un tiempo ínfimo.

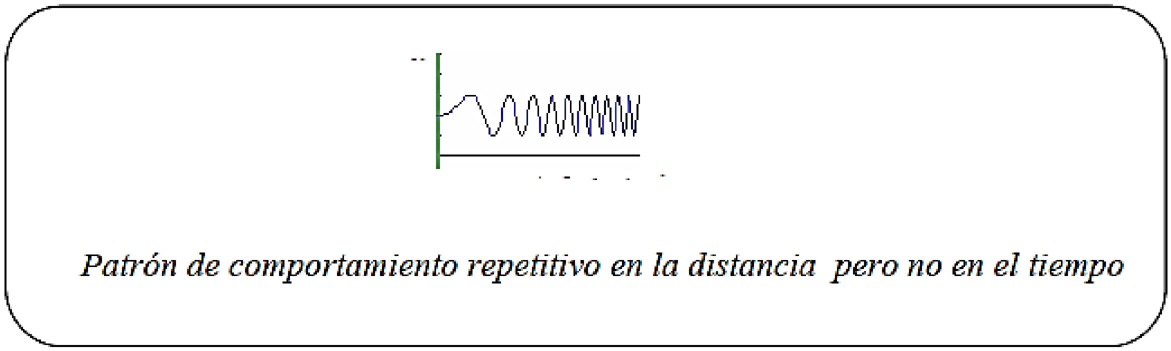


Figura 20: Curva con un patrón de comportamiento repetitivo en la distancia, pero no en el tiempo. (Buendía (2004), pág. 92)

c) Si se detallan en estas gráficas que muestra la figura 20, se podría dar respuesta a una repetición, tanto en su distancia como en el tiempo, un objeto que se mueve a una velocidad constante recorre la misma distancia.

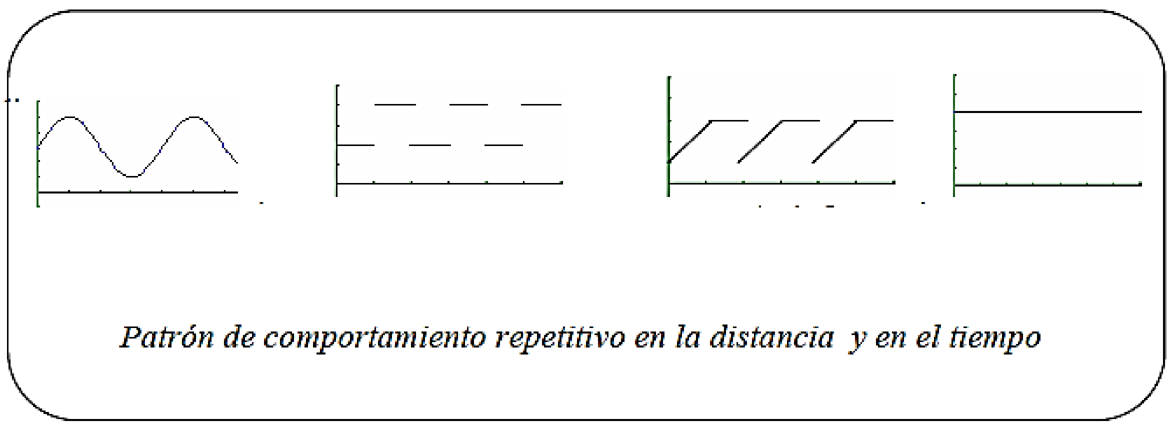


Figura 21:Curvas con un comportamiento repetitivo en la distancia y en el tiempo. (Buendía, (2004), pág. 92)

Este ejemplo que señala la figura 21, muestra un diseño de situación que otorga una epistemología que se ha soslayado en el transcurso del tiempo. No se consideran curvas con un comportamiento periódico queson atribuible a las trigonométricas, sino que a curvas basadas distancia tiempo.

Por otro lado, algunos autores que establecen una noción de diseño de situación, como Cantoral, Cordero y Farfán (2005), querelacionan a la situación como una herramienta matemática que permite modelar. Proponiendo un contexto situacional cotidiano, sin definir un objeto matemático especifico y observando la existencia de confrontación del individuo a su realidad, para establecer unaprendizaje por medio de la modelación, en relación a su quehacer cotidiano.

Bajo esta perspectiva, la acción se llevaría a ver con las similitudes y la estructuración de los diferentes contextos, los cuales podrían ser una base de la abstracción que posee el individuo en todas sus formas, en los siguientes capítulos se detallarán.

3.2.2 Ejemplo 2. La linealidad del polinomio según Cordero y et al. (2005).

La necesidad de promover un diseño de situación, tiende a recurrir a una epistemología,fundamentada en la construcción social de la función cuadrática, mediante un autor en particular, por este motivo se considera el trabajo de Cordero et, al. (2005). Sin embargo, este proyecto se limita al polinomio de grado 2, ya que el estudio de investigación apunta a linealidad del polinomio de grado n.

Esto implica la relación entre la experimentación de la función cuadrática y los niveles que contemplan a esta pieza matemática que son 2° y 3° de enseñanza media.

De acuerdo a las situaciones que plantean los textos escolares y libros especializados en el cálculo, donde su problemática atiende a los tópicos que se generan a partir de esta rama matemática. Dejan de manifiesto una manipulación en los objetos de este saber mediante la validación de lo algebraico, y más aún, en la enseñanza – aprendizaje del cálculo, está influencia por este contexto simbólico deja de lado lo gráfico.

Es por esto, que se ha estimado la epistemología para el proyecto de tesis,presentando un énfasis hacia el comportamiento gráfico de la curva sin priorizar lo algebraico. Así, se le da interés a la variación de parámetros de los elementos numéricos (coeficientes), distinguiendo la conducta gráfica que ejerce cada uno de ellos, dando paso a la resignificación de la linealidad del polinomio. De esta manera, se asigna una categoría a los cambios que se generan, a través de la gráfica.

Si bien es cierto, el estudio pone en juego la relación que existe entre dos contextos, el algebraico y el gráfico, los cuales se vinculan para generar la noción del comportamiento tendencial de las funciones (CTF). Esta última se basa de argumentos cualitativos que emerger mediante las acciones del individuo, en un registro que se interpreta por lo gráfico y las ecuaciones, tales como:

- Identificar los coeficientes de la función.
- Reconocer los patrones del comportamiento gráfico y algebraico.
- Buscar las tendencias en los comportamientos.
- Establecer relaciones entre funciones.

Como se señala con anterioridad, este es un estudio que contempla el comportamiento tendencial de la función, por consiguiente, se enfoca en la parte gráfica de las funciones, específicamente en la variación paramétrica del coeficiente lineal, distinguiendo el comportamiento gráfico resultante de esta operación.

Los autores dan a conocer expresiones algebraicas que representan funciones cuadráticas, como por ejemplo $y(x) = (x - c)^2 + d$, o bien, $y(x) = x^2 + ax + b$. Ambas expresiones representan cualquier función cuadrática. Sin embargo, señalan que cada una de ellas, pueden explicarse mediante una transformación lineal. O bien existiría otra vía, considerando la suma de funciones, bajo una función cuadrática que se encuentra en el origen, sumándola con una función lineal, ambos caminos representan gráficamente a una parábola que pasa por el origen.

De este último procedimiento es donde se aferra el autor para anclar su discusión en la linealidad del polinomio. Estableciendo un diseño de situación basado en la gráfica de ambas funciones, estipulando el comportamiento de esta, dando una generalización de las situaciones que suscitan en los polinomios de grado *n*, para hacer la diferencia del comportamiento de cado uno de ellos mediante su grado (par o impar), donde la tendencia para las expresiones de grado par, y otro comportamiento para los de grado impar, son completamente opuestas en cuanto a sus gráficas.

A continuación, la figura 22contempla el diseño de situación reproducido en este proyecto de tesis, donde el autor lleva a cabo, la linealidad del polinomio mediante la suma de una función cuadrática y una función lineal, dándole importancia a la variación paramétrica del coeficiente lineal, que implica la influencia entre lo algebraico con respecto a las curvas polinómicas de distinto grado.

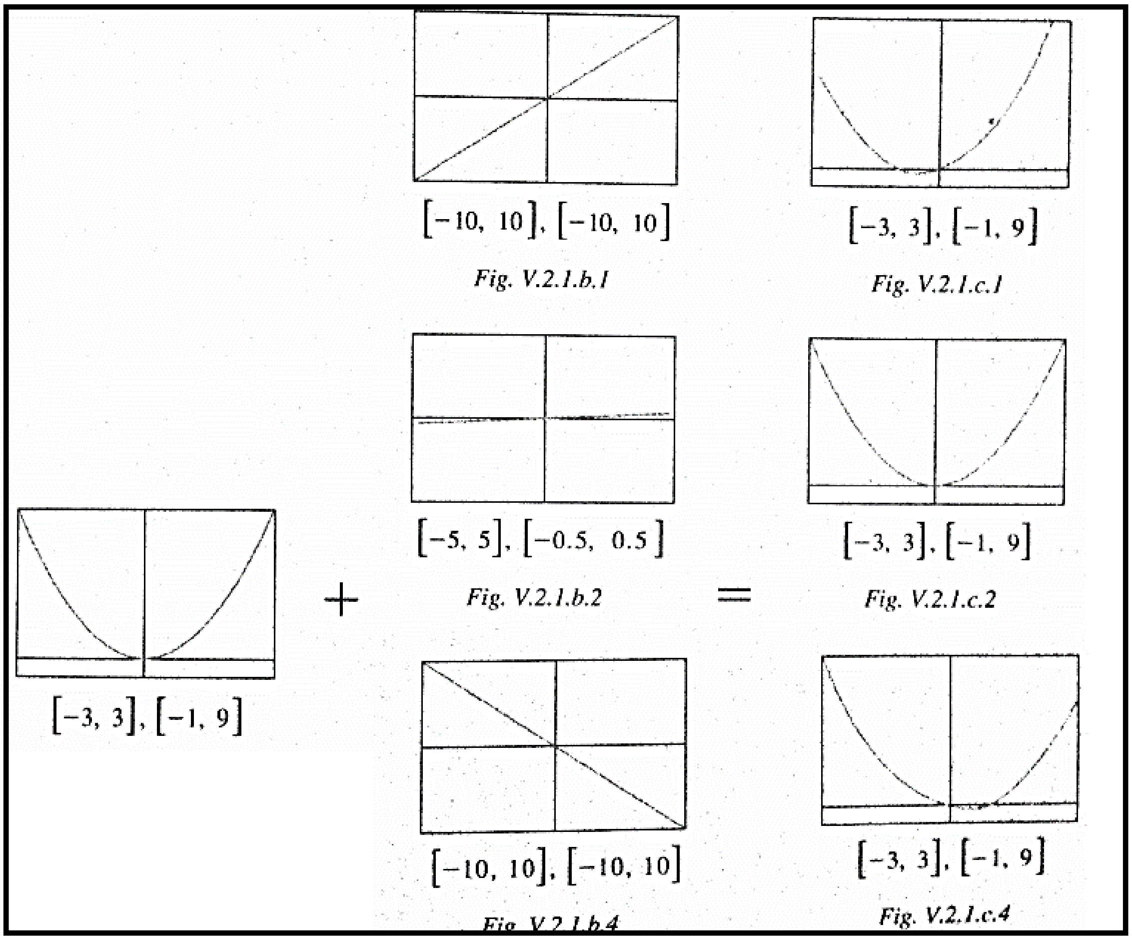


Figura 22: El desarrollo del pensamiento matemático. (Cordero, et al. (2005), pág. 67)

Lo señalado por la figura 22, es la prevalencia de las prácticas sociales y la resignificación de la linealidad del polinomio, y el comportamiento que esta tenga mediante la variación obtenida entre una curva sumada con una recta.

Esta interacción la realiza con imágenes acotadas por intervalos, las que se observa la influencia del comportamiento gráfico de la recta con la curva, de esta manera se puede confrontar la gráfica con la variación de los coeficientes.

Enunciado de la Actividad

¿Qué le pasa a una función cuando le sumas una recta?

Nuestro objetivo es explorar las gráficas que surgen cuando a una función conocida *f(x)* se le suma una recta arbitraria:

$$y(x) = f(x) + recta$$

En esta sesión haremos con detalle la suma de la función $y_1(x) = x^2$ y una recta y la suma de la función $y_1(x) = x^3$ y una recta, para después hacer unas generalizaciones.

INSTRUCCIONES

1. $y(x) = x^2 + recta$

Analiza esta situación graficando en un mismo sistema de ejes coordenados, la recta que sumes y la función resultante. Hazlo en varios casos.

Figura 23: Reproducibilidad del diseño de Cordero et, al. (2005)

Como muestra la figura 23, la actividad propone una intencionalidad en la relación de dos funciones, que se deben sumar, considerando una función con una recta, para luego proseguir con funciones de grados superiores, de esta manera lo relevante es la preponderancia de lo grafico por sobre lo algebraico.

Por otro lado, se les solicita a los participantes que realicen la actividad, pero con otro tipo de curva (grados superiores a los ya mencionados), de esta manera se puede notar la variación gráfica, mediante el comportamiento visual de una función a partir de los coeficientes.

Asimismo, estos antecedentes toman aspectos metodológicos que serán útiles para el desarrollo de la experimentación del diseño de situación. De esta manera, permitirán replicar la situación expresada con un carácter epistemológico.

Por otro lado, los resultados que arroje la experimentación mediante las respuestas que elaboran los estudiantes de pedagogía en matemática son fundamento de la argumentación epistemológica del rediseño de situación.

CAPITULO IV: Reproducibilidad de un diseño de situación para la toma de datos

Introducción al capítulo IV

En este capítulo se desarrollarán los análisis y la experimentación de la reproducibilidad del diseño de situación en relación a los comportamientos cuadráticos, los que estipulan comentarios de análisis preliminar y a priori, considerando a su vez la línea del esquema metodológico propuesto por Buendía y Montiel (2012). El propósito de esta reproducibilidad es confrontar el análisis a priori y el a posteriori para levantar datos empíricos que serán usados en los argumentos de configuración del rediseño de situación que se propone en el capítulo V.

4.1 Análisis preliminar

Se presenta, usando como metodología a la ingeniería didáctica, la reproducibilidad de un diseño de situación (Cordero et. al, 2005). La cual se experimentó con estudiantes de pedagogía en matemáticas con el propósito de recabar información sobre cómo se manifiestan los fenómenos asociados al dME. Se espera que estos antecedentes manifiesten información sobre los conocimientos adquiridos al finalizar la escolaridad de una persona.

Por otro lado, es importante señalar que el diseño de situación que se ejecuta es una reproducibilidad del diseño titulado el comportamiento tendencial de las funciones: la linealidad del polinomio, con la finalidad de realzar una propuesta de diseño de situación que este en sintonía con la contingencia del currículum nacional.

Este diseño que se experimentó propone resignificar la parte lineal de la función cuadrática por medio de la variación paramétrica, entendiendo el comportamiento gráfico de dicha función. En este análisis preliminar se consideran aspectos matemáticos, curriculares y epistemológicos.

En cuanto a lo matemático, se considera la forma general de la función cuadrática como:

$$\boxed{f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ con } a \neq 0\, ; a, b, c \in \mathbb{R}}$$

Figura 24. Definición función cuadrática,(MINEDUC (2017), pág.122)

Las letras a, b y c se llaman coeficientes de la función; la letra $x$representa la variable independiente, y la expresión $f(x)$ representa el valor obtenido al reemplazar x por algún valor en el lado derecho de la igualdad, es decir, $f(x)$ es la imagen de x. La expresión $f(x)$puede reemplazarse por la letra y que representa a la variable dependiente de la función. Así la expresión del recuadro anterior, también se puede escribir: $y = ax^2 + bx + c$

La forma algebraica de una función cuadrática tiene las siguientes características:

• Siempre hay un término que contiene la variable elevada al cuadrado. La mayoría de las veces esta variable se designa por la letra x, pero también se pueden usar otras, según sea el caso.

• La expresión de la función cuadrática tiene por lo general 3 términos, sin embargo, se puede extraer, dejando solo dos o también uno. Por otro lado, una función cuadrática no está dada en su forma general como sucede en algunos casos, por lo que es necesario aplicar algún procedimiento algebraico para transformarla. (MINEDUC (2017), pág. 127).

En relación a lo curricular, se pretende potenciar el logro de objetivos de aprendizaje que vincula el desarrollo de contenidos, habilidades matemáticas y actitudes frente a la asignatura. Para tal cometido establece que los estudiantes deben aplicar conocimientos y habilidades de razonamiento matemático en situaciones cotidianas.

En este sentido, el programa de estudio de segundo medio (2016), en el eje curricular de álgebra, específicamente en los indicadores de evaluación, se señala que un estudiante alcanza la comprensión del concepto de función cuadrática si analizan las variaciones de la gráfica mediante diferentes medios de representación. Así mismo, Elaboran gráficos de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, considerando $a > 0$ o $a < 0$ (variando respectivamente b y c). Estos indicadores de evaluación son considerados en el diseño de situación, donde el objetivo de esta, sea potenciar el aprendizaje adquirido por los estudiantes y desarrollar la pieza matemática mediante la habilidad de representación.

Otro de los aprendizajes esperado empleado por el programa de estudio, es mostrar que comprenden la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ con a distinto de cero, donde se establece por medio de indicadores de evaluación que requieren comprobar a través de la gráfica donde se asignan valores numéricos recurriendo al reemplazo para permitir una gráfica de la curva.

Dicho esto, se busca desarrollar un pensamiento matemático mediante cuatro habilidades, las cuales están comprendidas por la resolución de problemas, la argumentación y comunicación, la representación y la modelación. Por medio de estas habilidades se intenta formarun estudiante que perciba la matemática en su entorno y que se valga de los conocimientos adquiridos como una herramienta útil para describir suceso o hechos de su cotidianidad.

Sin dejar de lado lo didáctico, esta propuesta considera la epistemología, de la linealidad de los polinomios que propone cordero et al. (2005), mediante el comportamiento tendencial de una función, revelando un aprendizaje por medio de las habilidades que plantea el MINEDUC. Se abordará en la enseñanza – aprendizaje la función cuadrática a través de la resignificación de la parte lineal de la función cuadrática para estudiantes que cursen el nivel de enseñanza media.

En relación a la formación de profesores se limitará a presagiar situaciones futuras, las que juegan un rol en la función del profesor de matemática, y una de estas es la sobrecarga social que posee el docente en cuanto a los resultados académicos obtenidos en las pruebas estandarizadas. Dicho esto, en Chile existen diferentes universidades que imparten la carrera de pedagogía en matemática, las cuales dan formación a los futuros profesores de enseñanza media, técnica y superior. Tomando el programa académico que posee cada universidad se lleva a cabo la formación de los futuros profesores, sin embargo, en su mayoría, las carreras universitarias ofrecen tres disciplinas distintas: La matemática, la educación y la didáctica. En cada una de estas disciplinas lleva a pensar que existen *sistemas de razón* dominantes, ya que establecen una imposición, reproducción y la sistematización por parte de sus asignaturas, generado por el *discurso Matemático Escolar* en la formación de profesores en la mayoría de las universidades del país. Soto (2013).

Uno de los autores que discute esta problemática es Reyes (2014), designando algunos enfoques clásicos que se cuestionan en cuánto y cuál es el tipo de conocimiento necesario del profesor para la enseñanza, cuáles son las mejores estrategias didácticas para llevar al aula y hacer más accesible un saber matemático, tomando estas proposiciones el autor las contrapone, para generar un fenómeno que considera pertinente. Uno de los cuestionamientos que el autor cita en su artículo son: *¿cuál es el proceso que debe vivir el saber matemático para que la visión del aprendizaje esté centrada en prácticas sociales y no en objetos* *abstractos ajenos a la realidad?, ¿qué proceso debe vivir el docente para que logre la apropiación del saber matemático escolar y logre hacerse dueño de su práctica?*(Reyes, D. 2014, pág. 362). Fundamentado en la teoría Socioepistemológica, el autor nos señala que es indispensable el *empoderamiento docente* para *ser dueño de su propia práctica* a través de la problematización del saber matemático escolar y, así, promover un cambio significativo en su práctica docente y una mejora en la educación y la didáctica de la matemática.

Sin embargo, autores como Soto (2014) señala que la resignificación de un conocimiento matemático es un proceso que debe vivir el profesor constantemente que busca enriquecer los conocimientos y habilidades y formas de pensamiento matemático del docente. Si bien es cierto, lo que sugiere el autor es sobre el profesor y sus capacidades de reinventarse a sus conocimientos, el docente es el que influencia al estudiante para la construcción de su propio conocimiento. es por esto, la relevancia que el educador debe adquirir una sensibilidad hacia la disciplina.

Así mismo se bosqueja la reproducibilidad de una situación que se realiza a estudiantes de pregrado, donde está permitirá observar ciertas acciones que denotan una tendencia hacia lo algebraico, asignándole una validez rotunda. Sin embargo, esta servirá como una muestra que reconozca como un aporte a los estudiantes en la interacción de una función por medio de la gráfica, fomentando a la habilidad de representar y de paso genera una propuesta de diseño de situación que conlleve al comportamiento tendencial de la función.

De esta manera se proyecta una armonía en lo matemático, que asegura a desarrollar el pensamiento matemático en los estudiantes, en la aplicación de la propuesta de situación para el aprendizaje.

4.2 Análisis A priori

De acuerdo lo que propuesto por Cordero et al. (2005), y ligado a la estructuración del estudio, se identifican ciertos elementos mediante la resignificación del diseño de situación, concibiendo distintos procesos que pueden surgir en el tratamiento del instrumento, de acuerdo a esto se conjetura la existencia de dos momentos.

El primero, se llama*análisis a priori*, el cual contempla las situaciones que se puedan generar y predecir de acuerdo a las respuestas de los estudiantes. Donde la evidencia estará enmarcada por el predominio del dME que manifestarán los estudiantes, esta parte del proyecto tendrá un apoyo de Soto (2010). Desglosando estos momentos se encontrará una transición, la cual esta descrita por la vinculación de dos momentos, esta transformación se ha definido como la resignificación del saber matemático. A partir de esta transición se puede dejar de manifiesto la adherencia del dME, para luego hacer una conversión de este fenómeno, que se encuentra fundamentado por las prácticas asociadas al aula. Donde la secuenciación en la ejecución de esta reproducibilidad, se debe generar por fase que estarán ligada a contrarrestar este análisis a priori de la experimentación, y a su vez será la culminación de este proceso, el cual se denominará por análisis a *posteriori*.

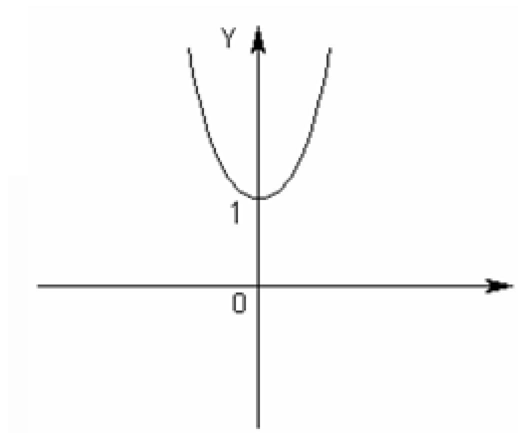
De aquí se introduce las pretensiones deCordero (2005) en su diseño de situación, dejando en evidencia la epistemología y su resignificación hacia el saber matemático, contraponiéndose con que señalada el dME, apuntando en larelación de la función cuadrática y la variación paramétrica de sus coeficientes, los que se soslayan por medio de este discurso, específicamente en la parte lineal. Promulgando una propuesta de diseño de situación que considere estos antecedentes y los complemente con las habilidades de representar.

Posteriormente se dará algunas características de la propuesta de estudio, reflejando la intencionalidad que se pretende en el diseño de situación.Revelando la culminación de este proceso el análisis a priori como una fase que el estudiante resignifique la linealidad de la función cuadrática a partir de la gráfica como un modelo de construcción de conocimiento, la interacción está dada en la visualización de la imagen, a través de los patrones de análisis utilizando la habilidad de representar.

Para generar una vinculación con lo señalado, se dispondrá de un análisis con la reproducibilidad de diseño de situaciónexperimentada con los estudiantes de pregrado.

Comenzando por la primera actividad, de la que se atribuye una pregunta sobre la función cuadrática, **I.1)** Analice y grafique la función $f(x) = x^2 - 6x + 5$. Esta pregunta es capciosa ya que se demuestran las posibles respuestas para esta, donde la fijación por parte del estudiante estará centrada por el desarrollo algebraico de la función cuadrática, encontrando las posibles raíces que serán los interceptos con el eje de las abscisas, que en definitiva estará dado por formulaciones. Esta dinámica continua, estableciendo la formulación para determinar el vértice de la parábola que por consecuencia tendrá los elementos para la gráfica de esta función cuadrática.

I.2) La parábola dibujada es la representación gráfica de una función real “f”.



a) Se afirma que f no es una biyección. Explique por qué.
b) Marque una parte de la parábola que represente una biyección
c) Escriba una fórmula para “f”.

Figura 25: Actividad 1. (Guzmán. I (1998), pág. 15)

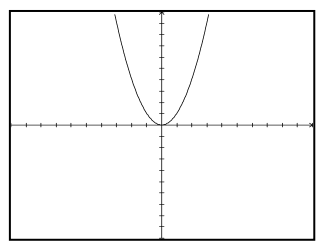
La siguiente actividad se enmarca en la captura de una definición, que los estudiantes debiesen tener adquirido, esto denota la concepción del concepto de biyección en una función compuesta por la gráfica de la función cuadrática. El análisis de esta pregunta no tiene mayores dificultades, ya que, los estudiantestrazaran líneas paralelas al eje de las abscisas para visualizar si la función es inyectiva.

Según el enunciado c de la misma actividad, donde se señala que: *Escriba una fórmula para “f”.* Esto hace una suposición que los estudiantes tiene una noción gráfica que se puede relacionar con su parte algebraica, induciendo los conocimientos que están internalizados por los estudiantes en relación al comportamiento de cada coeficiente correspondiente a la función cuadrática.

La siguiente actividad que hace mención a :"***I.3)*** *Dada la función* $f(x) = ax^2 + bx + c$, *con a, b, c Є R, donde a ≠ 0. Describa los comportamientos de la curva al variar los coeficientes a, b, c".* Esta tiene relación con la vinculación que puedan establecer los estudiantes por medio de los comportamientos de la función cuadrática, identificando a cada, tal como: el coeficiente cuadrático, el coeficiente lineal y el coeficiente independiente. Una de las fundamentaciones para esta actividad tiene el acercamiento hacia la resignificación del comportamiento lineal, sin embargo, la intuición del estudiante estará radicada en los coeficientes cuadrático e independiente.

Luego se procede a la **Actividad II** que tiene por título ¿Qué le pasa a una función cuadrática cuando se le suma una recta?

La función cuadrática $f(x) = x^2$, tiene como gráfica la curva que aparece en la figura siguiente y se llama parábola.



Se trata que identifiquen la propiedad que tiene la función cuadrática $f(x) = x^2$ cuando se le suma una recta.

Figura 26: Correspondiente a pregunta de actividad II.

Según la figura 26, establece una curva que se modela por una parábola, la cual tiene como intención sumarle una recta, de esta manera se pretende observar el comportamiento de la curva y las interacciones que se generan entre ambas. La idea de esta actividad, es que el estudiante implícitamente vaya incorporando un conocimiento a través de la gráfica de la función cuadrática, asociando la recta con la parte lineal de dicha función.

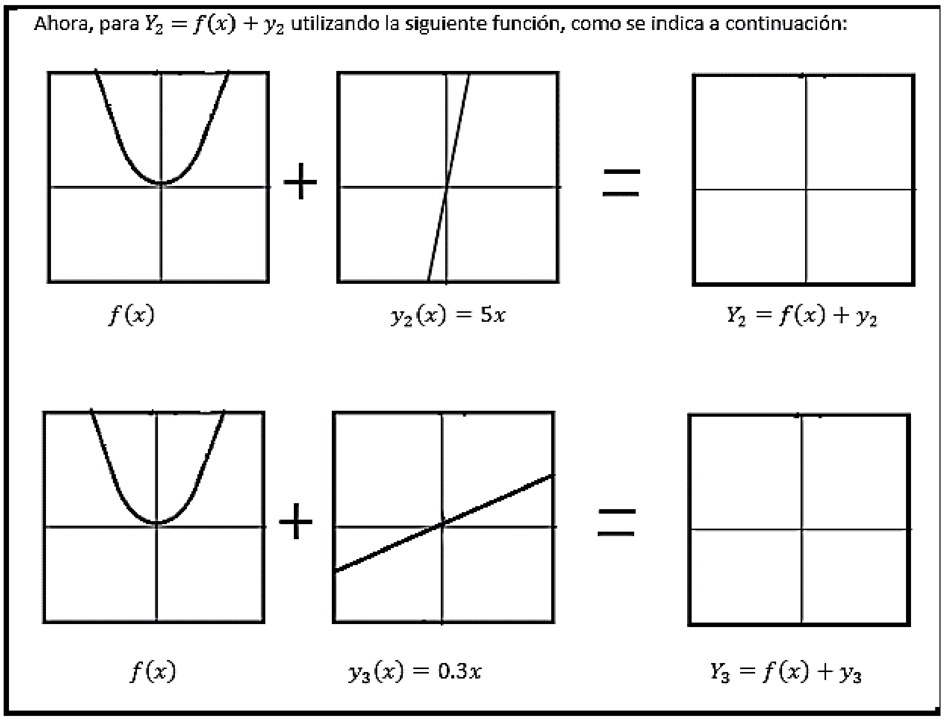


Figura 27: Correspondiente a la actividad II

Según la figura 27, el extracto muestra la suma de las curvas que el estudiante debe asociar, para establecer la relación que existe entre la recta el coeficiente lineal de la función cuadrática. Esta actividad rescata la epistemología del comportamiento tendencial de una función que se funda en la variación paramétrica de la función, la idea de este enunciado es la resignificación de la parte lineal, que la gráfica permita un conocimiento de aprendizaje para el estudiante, por medio de la representación.

II.3 Considere ahora, la función cuadrática $f(x) = x^2 - 7x - 5$ y su gráfica. Identifique la parte lineal de la función en la gráfica.

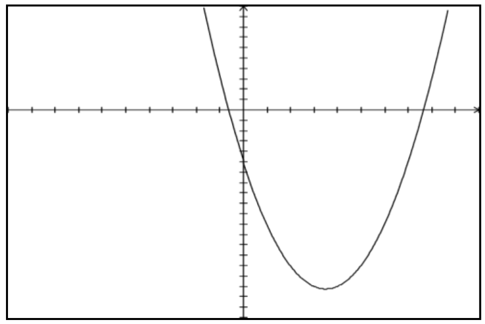


Figura 28: Correspondiente a la actividad II.3

De acuerdo a la figura 28, genera una vinculación con las actividades propuestas anteriormente, ya que las pretensiones de esta reproducibilidad se centran en la resignificación de la parte lineal, y que los estudiantes logren descifrar el comportamiento que proviene del coeficiente lineal de la función cuadrática. Es así como se concibe esta actividad, dándole una intencionalidad a una curva en particular $f(x) = x^2 - 7x - 5$, de tal manera que se puede lograr reconocer la incidencia gráfica de los coeficiente involucrados a la ejecución de su gráfica.

Finalmente se promueve la conjetura sobre el comportamiento de los coeficientes de la función cuadrática, a partir de las actividades propuestas. De esta forma se recurre a la resignificación de la linealidad de la función cuadrática, que tiene relación a la variación paramétrica del coeficiente lineal.

Para asignar una estructura a la reproducibilidad, se efectuará un esquema con los antecedentes recaudados por el análisis a priori de la función cuadrática, que se generan a partir de las argumentaciones por parte de los estudiantes que han heredado a través de su escolaridad, sobre este saber matemático.

PROPUESTA DE ESQUEMA DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA

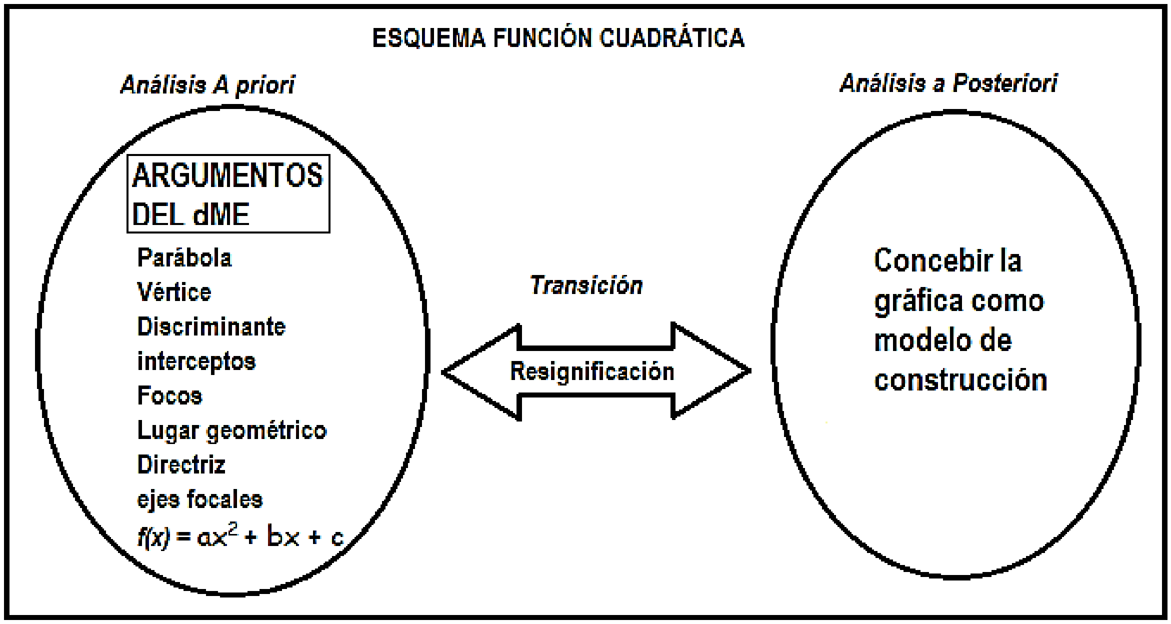


Figura29: Correspondiente a protocolo de la función cuadrática.

***Esquema de la función Cuadrática (Análisisa priori)*:**

Este primer análisis estará centrado en los aspectos que pueda vincular el estudiante con la argumentación conceptualde la función cuadrática, para esto se apoya bajo el modelo que propone Soto (2010) en relación al dME.De aquí se describen lascaracterísticas que se plantea,con el desarrollo de un análisis a las investigaciones que han intentado caracterizar al *dME,* evidenciando una serie de atribuciones a los fenómenos que lo hacen ser excluyente, sin embargo, se analizan otro tipo de escenario que incitena este discurso, con la manifestación de generar el fenómeno de adherencia.

Atomización del conocimiento. De acuerdo que se entiende por atomización del conocimiento, es la recolección de contenidos acotados que impone el dME, de aquí es donde seaferra a conceptos matemático y se asocian a definiciones que admiten a la parábola como un conocimiento estático. Además,se aceptan estos constructos, sin cuestionar la epistemología que hay detrás. Por ejemplo, en el estudio que está enfocado en la función cuadrática, de acuerdo algunas definiciones que se pueden encontrar en algunos textos señalan que: "*Una función cuadrática es aquella que puede escribirse como una ecuación de la forma:* $f(x) = ax^2 + bx + c$**,** *donde a, b y c (llamados coeficientes) son números reales cualesquiera y a es distinto de cero (puede ser mayor o menor que cero, pero no igual que cero). El valor de b y de c sí puede ser cero.En la ecuación cuadrática cada uno de sus términos tiene un nombre. Así,*ax^2 *es el término cuadrático, bx es el término lineal y c es el término independiente".*(Baldor. A, (1941), pág. 298)

Estas definiciones están determinadas por una definición algebraica, siendo lo grafico un conocimiento invalidado.

*Carácter hegemónico*se define esta caracterización como la supremacía de argumentaciones y significados frente a otras.Estableciendo exigencia en la carga de contenidos a los que debemos estar sometidos, si esto lo plasmamos en un profesor que transmite el conocimiento, imaginemos al estudiante el cual se vincula con lo que manifiesta el profesor. Específicamente, esta característica, si la llevamos a nuestra investigación de la función cuadrática esta se ve reflejado en la imposición que nos plantea el dME. Vinculando a la función cuadrática con una parábola, en cuanto a su parte gráfica, aludiendo al vértice, la cual se establece por $(-b/2a,\ f(-b/2a))$,y su comportamiento de concavidad atribuido al coeficiente *a* que se encuentra en el término cuadrático, siendo estos únicos elementos como alternativa de distinguir la gráfica de la parábola.

Carácter utilitario se antepone la utilidad del conocimiento a cualquiera de sus restantes cualidades. Donde se busca que el conocimiento tenga un carácter funcional, para que se logre integrar este conocimiento a la vida para cambiarla. Asumiendo esta caracterización en nuestra investigación es fácil de ver, ya que se soslaya la modelación como un conocimiento de construcción social, en particular, nos deja claro que no se reflexiona sobre la variación sobre los coeficientes genera cambios gráficos como parte de esta atribución.

La matemática acabada y no continua, esta atribución del dME se encuentra tangible en la entrega de la matemática mediante una mecanización de procesos o memorización de los conceptos.En el estudio es fácil de ver, ya que cuando se habla de función cuadrática lo más probable es que entregue definiciones del tipo$f(x) = ax^2 + bx + c$, precisando a cada término como coeficientes y sus respectivas restricciones para la ilustración, sin embargo, no se cuestiona sobre la gráfica del coeficiente lineal, el cual se puede deducir mediante la suma de funciones, donde el dME no las acepta en su expresión gráfica, más bien, solo la admite de manera algebraica.

*Falta de marco de referencia,*es donde se ha soslayado el hecho de que la matemática responde a otras prácticas de referencia y por tanto es ahí donde encuentra una base de significados naturales.Considera solo lo algebraico como un procedimiento valido para estructuración de nuevos conocimientos, ejemplos consistentes que demuestran esta situación es cuando completamos cuadrados de binomios para determinar la ecuación canónica de la parábola, en cambio, lo grafico no trascendencia para la ejecución de sustentos teóricos en la disciplina.

A continuación, se propone una semejanza a las características del dME, de acuerdo a los establecido por Soto (2010), asociando el fenómeno de adherencia que se experimenta por el dME, con respecto a la función cuadrática.

Características del dME según Soto	**Adherencia en la linealidad del polinomio**
Atomización del conocimiento	Constructos acotados, forjándonos a utilizar conceptos como, vértice, parábola, ejes focales, interceptos, etc.
Carácter hegemónico	Es el enfoque hacia el objeto matemático, basado en el vértice, interceptos y componentes que definen a una parábola. Acotando la ilustración de una función cuadrática.
Carácter utilitario	Se consideran los coeficientes de la función cuadrática, como procesos algebraicos, sin considerar la resignificación del coeficiente b para la modelación y representación.
	Se soslaya el comportamiento tendencial de la función cuadrática, sin

Matemática acabada y no continua	considerar la gráfica como un modelo de construcción, básicamente existe un predominio por lo algebraico.
Falta de marco de referencia	A lo único que se le da cabida es la propuesta del dME, dejando de lado lo grafico como un complemento de la importancia de lo algebraico. Como lo analítico en este caso la ecuación canónica de la parábola $(y - k) = 4p(x - h)^2$

Figura 30:Tabla de especificación de las características del dME en la función cuadrática.

Transición:

Este proceso es crucial, debido a que permite visualizar la resignificación de la linealidad de la función cuadrática, concretando una nueva epistemología, mediante el comportamiento tendencial que considera la variación del coeficiente lineal de grado uno de una función, apuntando a la construcción del conocimiento.

Básicamente se pretende romper con el paradigma que se enseña en estatemática, lo cual atribuye a lo algebraico,por sobre lo gráfico, es por eso, quese intenta darle un estatus a lo gráfico, a través de la habilidad de representación.

4.3Experimentación

En este apartado, se dispone de la sistematización en la ejecución delareproducibilidad del diseño de situación, esta etapa será primordial para el proyecto y en la obtención de datos. Seexperimenta la situación, permitiendo un análisis de los comportamientos gráficos que establecen los estudiantes mediante la reproducción de este diseño de situación.

Al comienzo de la sesión, se estimará un tiempo limitado para presentacionespara los estudiantes de pregrado. De esta manera se generaráun ambiente ameno y de confianza, el cual dispondrá a los estudiantes para la experimentación del diseño de situación, siendo atractivo para ellos y que el desarrollodel diseño de situación se haga con libertad de expresión.

En tanto, para la ejecución de la actividad se dispone de una cantidad limitada de 8 estudiantes, ellos son estudiantes de licenciatura en educación, correspondientes a segundo año de la carrera, actualmente, en su mayoría cursa la asignatura de cálculo tres.

4.3.1 El perfil de los estudiantes

De acuerdo a los antecedentes anteriores, para hacer más claro el nivel de conocimiento de los estudiantes que participaron de la situación, se podría decir que la gran mayoría de ellos, son estudiantes exitosos y destacados a nivel matemático, ya que se encuentran con sus asignaturas completas de acuerdo a la malla curricular, aprobando materias complejas, sin embargo, existía uno de ellos que no se encontraba con las asignaturas de cálculos que le corresponden al nivel en el cual pertenece, calculo III.

Cabe señalar que el grupo de estudiantes que fue seleccionado, tienen un nivel de experticia avanzada hacia la matemática, ya que manejan contenidos de índole conceptual, algebraicos y gráficos, los cuales son relevantes para la noción de la función cuadrática. Una de las finalidades de esta actividad, es que el estudiante problematice su conocimiento, cuestionando un saber matemático, en particular la función cuadrática, y así, establezca una mirada en donde se enriquezca la gráfica como argumento de aprendizaje por medio de la habilidad de representación.

El espacio físico para la realización de esta situación fue desarrollado en la sala de computación de la facultad de Matemática y Computación la Universidad de Santiago de Chile, donde el principal objetivo en la utilización de esta sala, es apoyarse de un software (Geogebra), para corroborar la gráfica que se efectúa en los incisos de la actividad.

De esta manera, se manifiesta que la reproducibilidad no tiene un carácter en una gráfica precisa, más bien, en el patrón de comportamiento de la curva mediante la variación del coeficiente lineal, específicamente cuando se suma una función cuadrática con una recta cualquiera.

4.3.2 Desarrollo de la actividad

Esta se desarrolla en un contexto en donde participan dos investigadores, el profesor Guía de la investigación y el tesista, en una primera instancia se les agradece a los estudiantes de pregrado por la participación, la idea que se quiere captar durante el transcurso de la situación, dando algunos comentarios sobre la disciplina que predomina en esta actividad.

Posteriormente se le entregan un instrumento a cada uno de ellos, estipulando las instrucciones de la primera actividad, se les invita a responder con toda sinceridad y severidad matemática a los cuestionamientos solicitados, en caso de alguna duda se les recomendó que levantaran la mano para ser atendidos a la brevedad. Se considera este diseño de manera individualizada, sin embargo, no hubo restricciones para apoyarse entre ellos o con el computador si creían pertinente para el desarrollo de algunos problemas que surgieran de la actividad.

El grupo se compone de 8 integrantes que participaron de esta actividad, pero se han desechado 2 de ellos por la poca información en el desarrollo del diseño de situación.

Para reservar la identidad de los estudiantes se tabularán por medio de: Alumno 1 (A1), Alumno 2 (A2) ………, Alumno 6 (A6), así, se representará lo relevante y tendencial, que manifiestenpara las preguntas del diseño de situación.

4.3.3 Fases descriptivas

Las fases descriptivas, son importantepara este estudio, debido a que relatan los detalles que conlleva el consenso entre el entrevistador y los estudiantes que serán fundamentales en la experimentación del diseño de situación.Y además brinda la intencionalidad del modelo que pretende describir el investigador, mediante el diseño.

4.3.3 a) Entrevista: Es donde se enmarca la interacción que existe entre los estudiantes de pregrado y el investigador, así el diálogo permanente debe existir un nexo concreto y claro por parte de ambos, ya que se debe establecer una concisa plática. En particular, esta se realizó en una sala de computación, para facilitar el acceso a internet y poder corroborar algunas curvas que se presentaban en el diseño de situación, permitiendo la suma de gráficas, las cuales los estudiantes no están preparados a trabajar con este tipo de conocimiento.

4.3.3 b) Gráfica de la función cuadrática: lo que se intenta mencionar en este enunciado,es explicar la iniciativa de esta investigación, con respecto a la gráfica implementada en esta situación, dando referencia a importancia de la gráfica de las funciones, para esto se ha considerado el comportamiento tendencial de una función, provocando un cambio de paradigma dela gráfica dándole una jerarquía, y preponderancia como un argumento de construcción de un saber, específicamente, este diseño apunta a la resignificación dela parte lineal deuna función cuadrática.

4.4Análisis A posteriori

En esta sección se detallan los argumentos y decisiones tomadas por los estudiantes de pregrado, en la ejecución de las preguntas que tenía el diseño de situación.

Para dar robustez alproyecto de tesis se decide categorizar cada una de las preguntas de la actividad con su respectivo criterio, aludiendo a sus cualidades matemáticas según el enunciado.

La primera actividad pretende un análisis exhaustivo de lo matemático en cuanto a la función cuadrática, de esta forma, se evidencia que los estudiantes de pedagogía en matemática dominan el objeto matemático en cuestión, sacando todos los conocimientos que poseen con respecto a este.

Actividad I.1

En los apartados de la actividad I, no hubo mayor dificultad en su elaboración, en la mayoría de los estudiantes existió un predominio por lo algebraico, estableciendo procedimientos y relacionándolos con fundamentos propios de la matemática, en este caso con los interceptos, que se ubican con el eje de las abscisas. Así generaron la gráfica de la función. Recordemos el primer enunciado de la actividad. “Analice y grafique la función $f(x) = x^2 - 6x + 5$”

Surgieron respuestas como, sea $f(x) = 0$, desarrollando esta actividad en un ámbito algebraico, llevándola a una ecuación de segundo dos, la gran mayoría de los estudiantes utilizaron este método, se presume que esta expresión es lo que más acomoda a la totalidad del alumnado, haciendo el siguiente proceso.

Entonces $0 = x^2 - 6x + 5$

$0 = (x - 1)(x - 5)$

Por lo tanto, de terminaron que $x - 1 = 0 \vee x - 5 = 0$, entonces las soluciones para este polinomio de grado dos son $x = 1 \vee x = 5$, gráficamentepermite determinar la intersección de la curva con el eje de las abscisas.

Sin embargo, hubo otro considerable número de alumnos que establecieron un método numérico a través de una tabla de valores para x, de esta manera obtenían la imagen, así descifraban la gráfica de esta función cuadrática.

Lo extraño de esta actividad, es que una cantidad mínima de estudiantes se basó en el vértice de la parábola mediante la formulación que conocemos $(\frac{-b}{2a}, f(\frac{-b}{2a}))$, mientras se realizaba la actividad hubo un momento de interacción con el entrevistador, donde se les pregunto por esta fórmula, pero la gran mayoría respondió: *“se me olvido profesor*”

En cuanto a la clasificación de la pregunta I.1 de la actividad I, se encuentra con lo siguiente: Esta se compone de la expresión $f(x) = x^2 - 6x + 5$, donde puede existir un dominio basado en lo algebraicoy numérico. Sin embargo, se genera un supremacía exhaustiva en lo algebraico dándole una relevancia establecida por lo que se considera correcto matemáticamente, donde 7 estudiantes respondieron de esta forma, sin embargo, existió un estudiante que no respondió, y otra persona coincide con lo algebraico, pero aun así, establece una relación de la función con lo numérico, asignando una tabla de valores para demostrar los pares ordenados que se forman entre los valores arbitrarios con respecto a la función cuadrática.

Considerando a su vez las raíces de la función cuadrática a través de un proceso de asignación de valores y estipulando una coincidencia con lo algebraico, Como lo señala el alumno 1, el cual propone candidatos de las raíces mediante este procedimiento de lo algebraico complementado con lo numérico.Como lo muestra la figura 31.

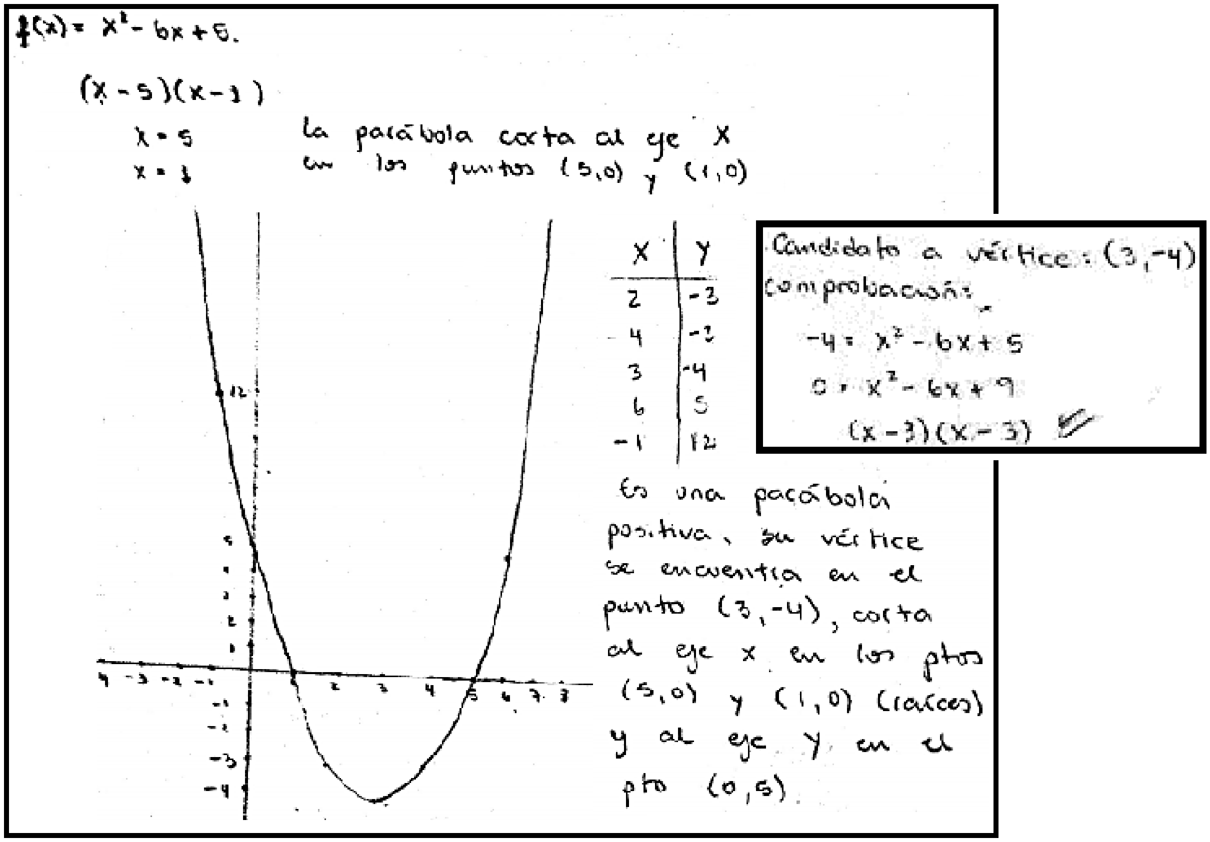


Figura 31:Actividad I.I, correspondiente Alumno 1

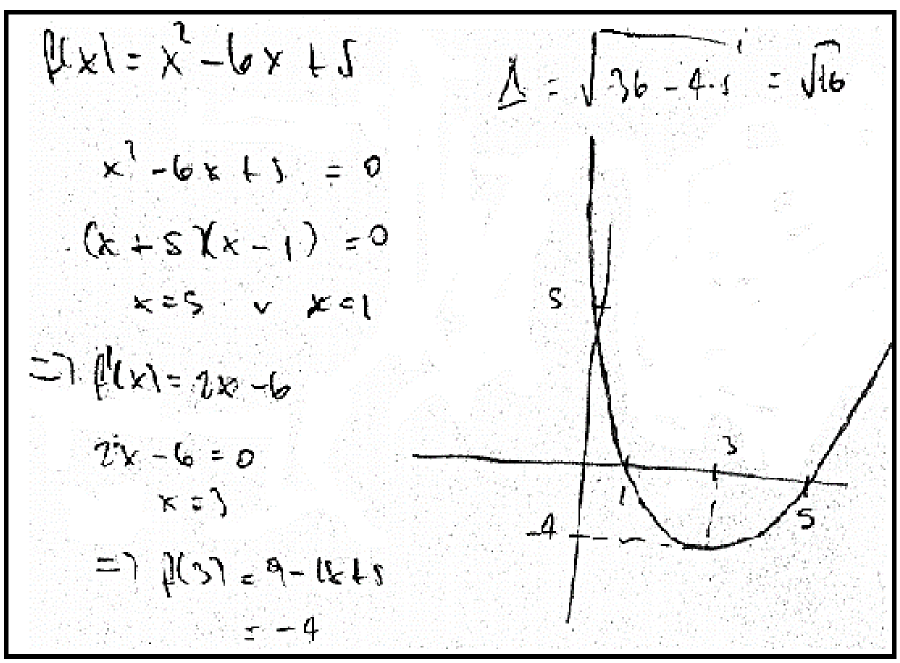


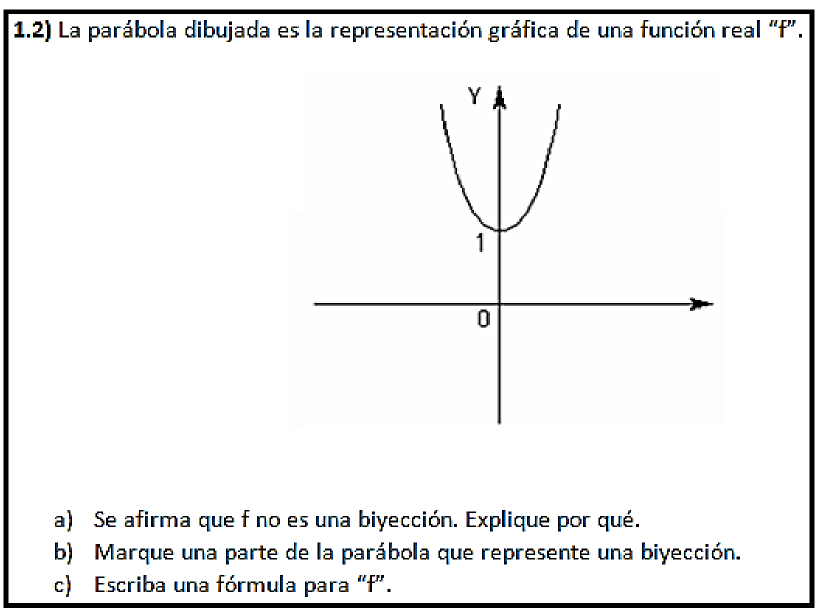
Figura 32:Actividad I.I, correspondiente Alumno 4

Se consideraron las figuras 31 y 32, debido a que se reporta una fuerte influencia en lo algebraico, donde relacionan lo numérico, a través de una tabla de valores. En la figura 31se da cuenta sobre las raíces del polinomio de grado dos, determinando los interceptos con el eje de las abscisas, en cambio el Alumno 4 que se muestra en la figura 32, desarrolla un procedimiento complejo para determinar el vértice, maximizando la función, mediante la derivada, de esta manera establece un vínculo con la gráfica de este valor, para generar las coordenadas del vértice.

En este análisis de la primera pregunta demuestra que existe una fuerte tendencia a lo algebraica, así se puede identificar la adherencia por parte del estudiante con respecto al dME. Uno de los ejemplos que consolidan esta adhesión, se encuentra en buscar las raíces del polinomio de grado dos, discriminante, derivadas, vértice.

Actividad I.2

En esta actividad al igual que la anterior, tuvo la intencionalidad en la manifestación de los constructos de la disciplina matemática por parte de los estudiantes, que tiene relación con la función cuadrática, con la finalidad de comprobar si manejan este contenido, así se procede a corroborarla existencia del fenómeno de adherencia hacia el dME. Para los enunciados I.2 a, b, c. No hubo mayor dificultad por la pre

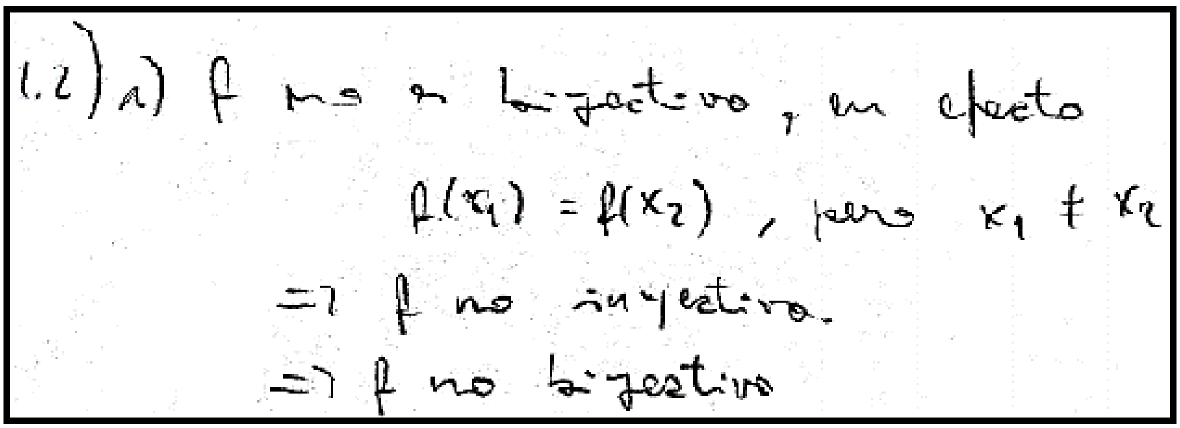

1.2) La parábola dibujada es la representación gráfica de una función real "f".

a) Se afirma que f no es una biyección. Explique por qué.
b) Marque una parte de la parábola que represente una biyección.
c) Escriba una fórmula para "f".

Figura 33: correspondiente a extracto del diseño de situación aplicado (Guzman I. 1998)

Como se observa en la figura 34 que revela la **Actividad I.2 a)**, se pueden organizar categorías de lo algebraico, gráfico y con un lenguaje natural. En el análisis a estas categorías, existe una preponderancia por lo algebraico nuevamente, pero muy cercano al lenguaje natural que puedan interpretar los estudiantes, no obstante, hubo una persona que grafico esta situación, argumentando su explicación.

Para que una función sea biyectiva esta debe cumplir dos condiciones, por un lado debe ser inyectiva y por otro debe ser sobreyectiva, uno de los procedimientos que realizaron los estudiantes, considerando la definición formal, pero con sus palabras; sea $f: X \to Y$ se dice que es inyectiva, si y solo si, a, b son elementos de X, tales que $f(a) = f(b)$, entonces $a = b$, como lo demuestra la figura 34.



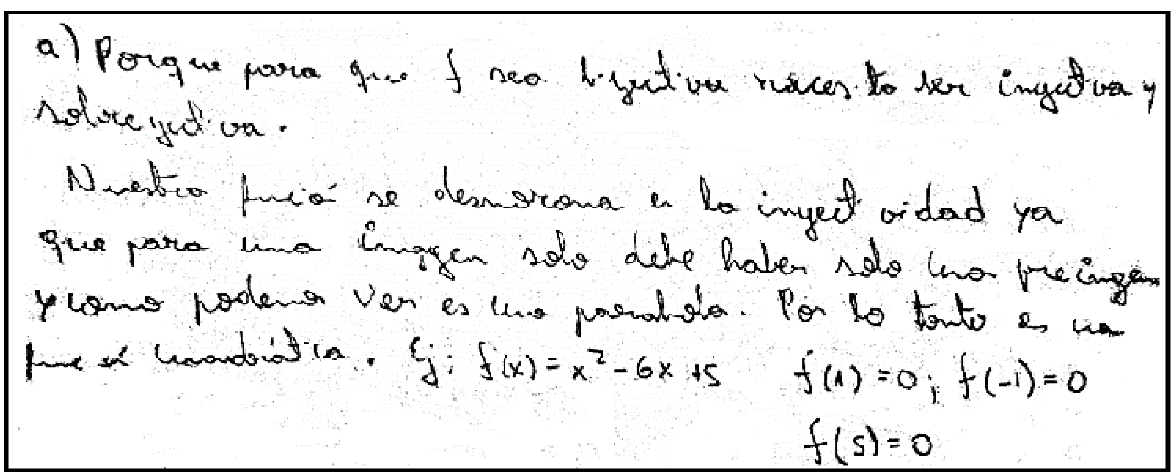
I.2) a) f no es biyectivo, en efecto

$f(x_1) = f(x_2)$, pero $x_1 \neq x_2$

$\Rightarrow$ f no inyectivo.

$\Rightarrow$ f no biyectivo

Figura 34:Actividad I.2, correspondiente al Alumno 4



a) Porque para que f sea biyectiva necesita ser inyectiva y sobreyectiva.

Nuestra función se desmorona en la inyectividad ya que para una imagen solo debe haber solo una preimagen y como podemos ver es una parabola. Por lo tanto es una func. cuadrática. Ej: $f(x) = x^2 - 6x + 5$ $f(1) = 0$; $f(-1) = 0$ $f(5) = 0$

Figura 35:Actividad I.2, correspondiente al Alumno 6

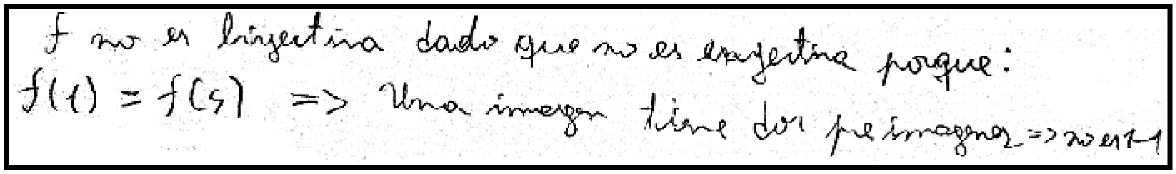


Figura 36:Actividad I.2,correspondiente al Alumno 3

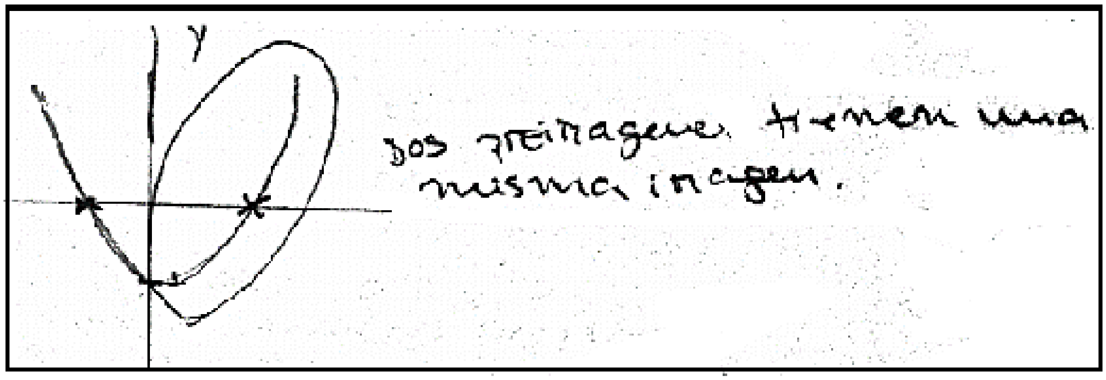


Figura 37:Actividad I.2, correspondiente a Alumno 5

Este análisis es comprobable, ya que se observa la tendencia por una definición que viene arraigado con la biyectividad, con la que se incorpora la inyectividad, la que en su gran mayoría de los estudiantes acertó, pero con un lenguaje natural o tratando de dar una definición de manera coloquial, aludiendo a la figura de un dato numérico, o sea, podríaestablecer que extremaron recursos informales de la matemática, para determinar que la función que se encuentra en el enunciado no es biyectiva.

Sin embargo, lafigura 37 no deja de sorprender y a la vez puede ser interesante, pues la concepción gráfica que hubo para dar respuesta a esta pregunta, da origen al concepto de preimagen, donde fomenta ala gráfica para la definición de función biyectiva.

Actividad I.2 b), No existió problema con respecto a esta actividad, la gran mayoría de los estudiantes utilizo el mismo enunciado para encerrar la imagen, estableciendo la biyección de la función de una manera gráfica, sin embargo, no deja de sorprender que en este caso hubo una dejo de lo algebraico, reprimiendo las condiciones de una función cuando es biyectiva, al no restringir la inyectividad de una función cumpliendo la siguiente condición: $sea\ f: A \rightarrow B\ tal\ que\ \forall\ x, y \in$

$A\ entonces\ f(x) = f(y)$, y consignando la condición cuando una función es epiyectiva, $\forall\ y \in B, \exists\ x \in A/f(x) = y$, Se establece una igualdad entre recorrido con el codominio, $Rec(f) = B$, en este enunciado en particular existe una predominancia por lo gráfico, como lo demuestra la figura 38del Alumno 1 y la gran mayoría del grupo de estudiantes que se encuesto, tuvo la tendencia de marcar la misma imagen para reportar la biyección de la función.

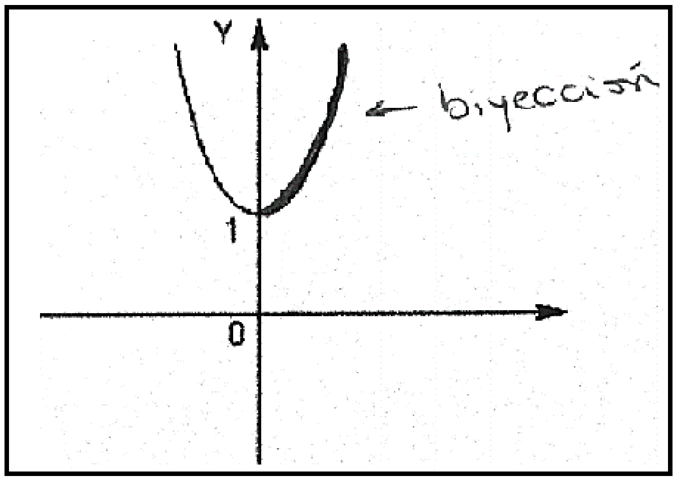


Figura 38:Actividad I.2, correspondiente a Alumno 1

La generalidad de los estudiantes opto por esta opción, quizás esta decisión pasa por el tiempo que se les consigno en un principio, y posiblemente trataron de apresurar esta eventualidad.

Actividad I.2 c), fue una versión gráfica de una parábola en el cual los estudiantes debían determinar la función que modelaba esa gráfica, en un recuento general, no ocurrió mayor trascendencia por esta pregunta, ya que pudieron descifrar la configuración de esta, estableciendo un $f(x) = x^2 + 1$, sin embargo no deja de sorprender un estudiante que manifestó su función como $f(x) = x^2 + 5$

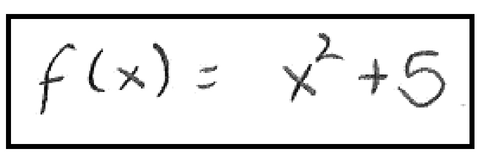


Figura 39: Actividad I.2,correspondiente a Alumno 2

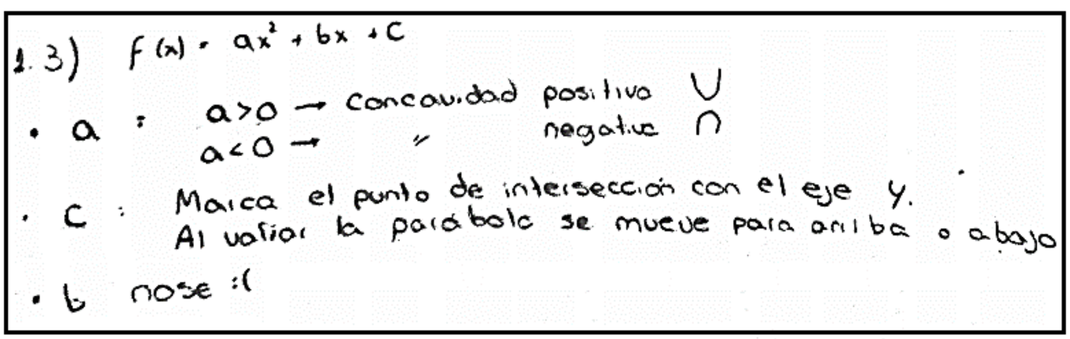
Lo que evidencia esta figura 39, es confuso, ya que en ningún momento de la gráfica se puede contemplar un valor numérico 5 en el plano cartesiano, tanto en los ejes de las ordenadas ni de las abscisas, presumiblemente hubo un desconcierto por parte de este alumno, debido a la presión impuesta por sí mismo.

Actividad I.3.

Esta actividad es muy trascendental y esencial para nuestras pretensiones de estudio, ya que reporta el dominio de un conocimiento soslayado por el dME, el cual se presume que no se encuentra incorporado en los estudiantes. Y se revalida cuando se menciona la parte lineal del polinomio de grado dos, y más aún, si se solicita de manera gráfica, haciendo una variación a este coeficiente lineal.

Con respecto a la **actividad I.3** cuando solicitamos que “Dada la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, con a, b, c Є R, donde a ≠ 0. Describa los comportamientos de la curva al variar los coeficientes a, b, c”, no hubo problemas para los coeficientes a y c, sin embargo, para la variación de comportamiento del termino lineal, no hubo respuestas certeras, un alumno insinúo un movimiento horizontal, diciendo *“la curva se mueve, izquierda o derecha”*, sin dar un fundamento matemático a su respuesta, este señalo que alguna vez en su colegio se lo había comentado un profesor.

Hubo respuestas espontaneas y sinceras con respecto al coeficiente b, tales como se muestra en la figura 40 que pertenece al Alumno 2.



I.3) $f(x) = ax^2 + bx + C$

• a : $a > 0 \rightarrow$ Concavidad positivo ∪
$a < 0 \rightarrow$ " negativo ∩

• C : Marca el punto de intersección con el eje y.
Al variar la parábola se mueve para arriba o abajo

• b nose :(

Figura 40:Actividad I.3, correspondiente a Alumno 2

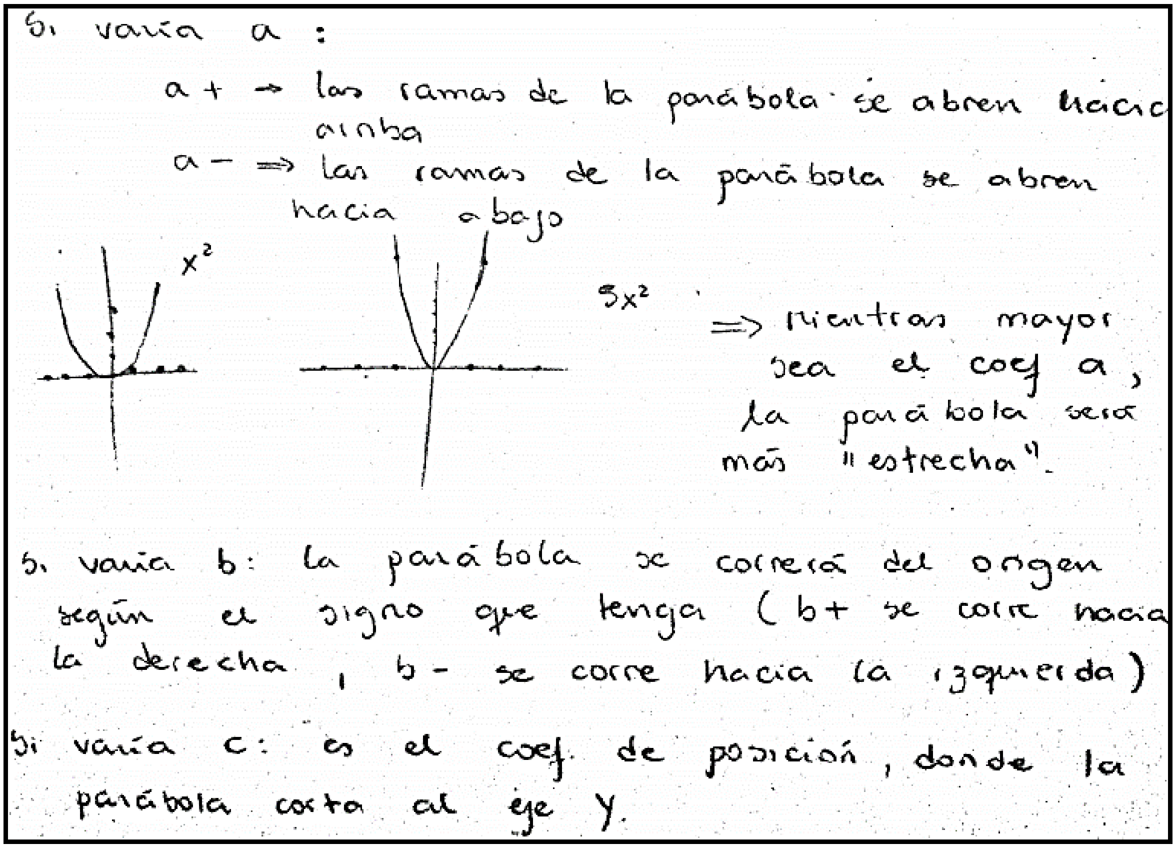
Mucho de los participantes, respondieron sin mayores problemas los coeficientes numéricos a y c, esto demuestra evidenciar el fenómeno de adherencia con respecto a este dominio estático, fundamentado por lo algebraico, el cual se encuentra legitimado por el dME.

Particularmente con el coeficiente a, que es importante señalar que se definió como un número real distinto de cero, (si llega a ser cero, no sería una función cuadrática, ya que anula al factor literal cuadrado), se definían patrones de comportamiento según fuera positivo o negativo.

Si $a > 0$ la curva iba a ser cóncava hacia arriba, y según el tamaño del valor de este coeficiente, esta se contraía o dilataba.

Si $a < 0$ entonces la curva será convexa y al igual que la reflexión anterior según el valor del coeficiente, este se contrae o dilata.

Con respecto al coeficiente c, varios de los estudiantes coincidieron, que este será un punto de la gráfica que pasara por el eje de las ordenadas, desplazándola hacia arriba si es positivo, o hacia abajo si es negativo. Sin embargo, para el coeficiente b no hubo respuestas que expresaracon claridad, sobre el comportamiento de esta variable, la cual el dME no le da la importancia que corresponde en la gráfica de la función cuadrática, enmarcando como más trascendentales los coeficientes a y c.



Si varía a:

a + → las ramas de la parábola se abren hacia arriba

a − ⇒ las ramas de la parábola se abren hacia abajo

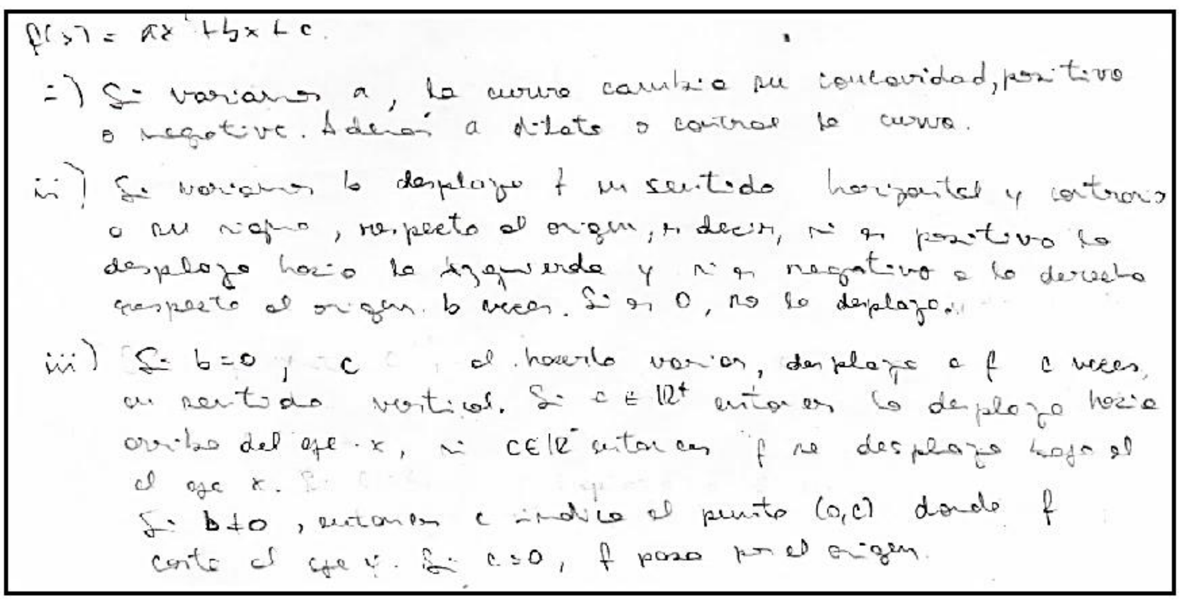
x^2

$3x^2$ ⇒ mientras mayor sea el coef a, la parábola será más "estrecha".

Si varía b: la parábola se correrá del origen según el signo que tenga (b+ se corre hacia la derecha, b − se corre hacia la izquierda)

Si varía c: es el coef. de posición, donde la parábola corta al eje y.

Figura 41: Actividad I.3, correspondiente a Alumno 1



$f(x) = ax^2 + bx + c$.

i) Si variamos a, la curva cambia su concavidad, positivo o negativo. Además a dilata o contrae la curva.

ii) Si variamos b desplaza f en sentido horizontal y contrario a su signo, respecto al origen, es decir, si es positivo la desplaza hacia la izquierda y si es negativo a la derecha respecto al origen. b veces. Si es 0, no la desplaza.

iii) Si b=0, c al hacerlo variar, desplaza a f c veces, en sentido vertical. Si $c \in \mathbb{R}^+$ entonces la desplaza hacia arriba del eje x, si $c \in \mathbb{R}^-$ entonces f se desplaza bajo el el eje x.
Si b≠0, entonces c indica el punto (0,c) donde f corta el eje y. Si c=0, f pasa por el origen.

Figura 42:Actividad I.3, correspondiente a Alumno 4

Dentro del análisis, se espera que este sea el punto de inflexión, ya que deja de manifiesto la adherencia de los estudiantes al dME, donde se demuestran las circunstancias que sostienen la verticalidad de este y la falta de existencia en la coherencia en la variación del coeficiente lineal. En cuanto a lo que presentaron los estudiantes, existe poca claridad en relación a la funcionalidad gráfica que ejerce el coeficiente lineal de la función cuadrática, ya que hablan de conceptos como desplazar, correr, trasladar la gráfica de manera horizontal, soslayando la parte lineal como tangente de la curva.

En un breve recuento para en la primera actividad, se sostiene que los estudiantes que se sometieron a la reproducibilidad del diseño de situación, presentan un adecuado nivel matemático que sustenta de mejor manera el proyecto de tesis, ya que manifiestan un dominio en la disciplina con respecto a estas actividades, sin embargo, no deja de asombrar la confusión que existe en cuanto a la gráfica del coeficiente lineal de la función cuadrática, en este sentido es importantepotenciar a la gráfica como un argumento de construcción del conocimiento, por medio de la habilidad de representar. Es por ello que se enmarca la reproducibilidad del diseño de situación que se presenta por medio de la Actividad 2 para resignificar la parte lineal del polinomio de grado 2.

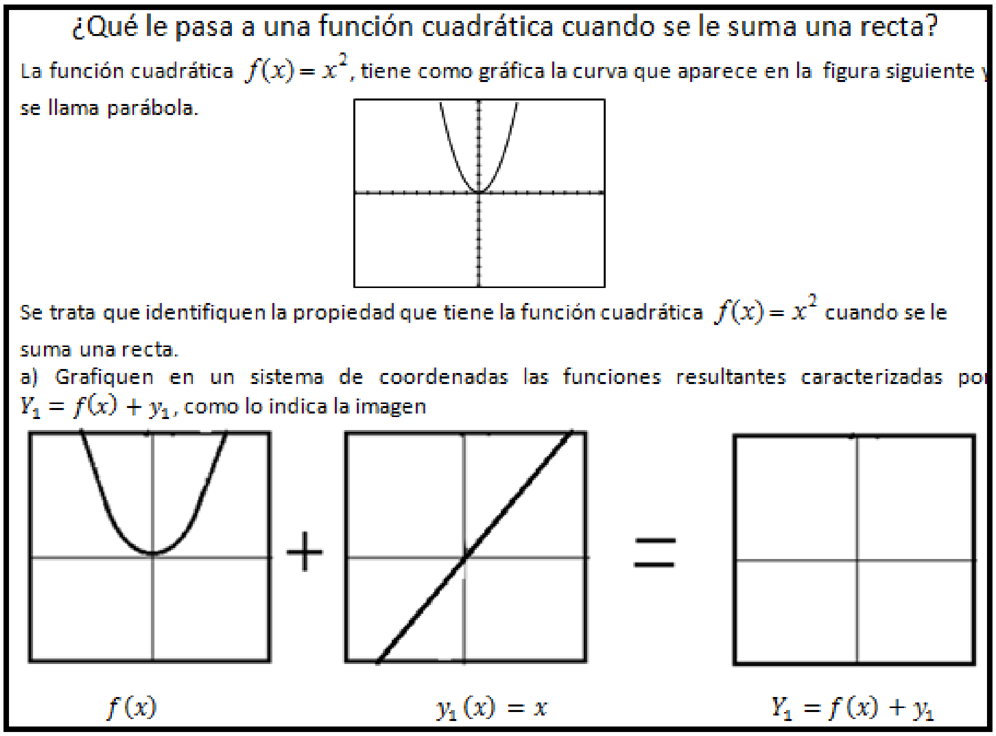
Actividad II

Para evidenciar la importancia de esta segunda actividad y lo que se pretende plasmar en este instrumento, se considera la actividad II.4 como la culminación del diseño de situación, apuntando hacia la resignificación de la parte lineal de la función cuadrática. Cada pregunta tiene la intencionalidad de obedecer a una tendencia que se genera a partir del estatus que se propone para la gráfica de una función.

Esta actividad intenta generar un cambio de paradigma para los estudiantes, dado que en el dME soslaya a la gráfica como generadora de conocimiento. En cuanto a las pretensiones de esta situación, se espera que un porcentaje superior de alumnos haya alcanzado el nivel de logro con respecto a este saber matemático, básicamente esta actividad, intenta romper el modelo de lo algebraica, promoviendo a la gráfica de funciones.

De acuerdo a la actividad, cabe señalar que se desecharon dos alumnos, debido a que no proporcionan ningún tipo de respuestas en la actividad II.4, por lo tanto, no se puede contrastar sus respuestas iniciales, así no existe evidencia de la resignificación por parte de los estudiantes sobre la linealidad de la función cuadrática.

Actividad II.1


¿Qué le pasa a una función cuadrática cuando se le suma una recta?

La función cuadrática $f(x)=x^2$, tiene como gráfica la curva que aparece en la figura siguiente y se llama parábola.

Se trata que identifiquen la propiedad que tiene la función cuadrática $f(x)=x^2$ cuando se le suma una recta.

a) Grafiquen en un sistema de coordenadas las funciones resultantes caracterizadas por $Y_1 = f(x) + y_1$, como lo indica la imagen

$f(x)$ + $y_1(x) = x$ = $Y_1 = f(x) + y_1$

Figura 43: correspondiente al primer enunciado de la actividad II Reproducibilidad de (Cordero et. al. (2005), pág. 67)

La mayoría de los entrevistados obtuvo una aceptable respuesta a este enunciado, ya que se sostuvieron de un software (GEOGEBRA), para corroborar la gráfica de las sumas de funciones.

Si bien es cierto, es importante la resignificación de la parte lineal en cuanto a su gráfica, se deposita una ayuda a través de un software matemático, que aporte en la comprobación de resultados, ya que este ejercicio no es común para los estudiantes.

Con este tipo de actividad se pretende fomentar el uso de herramientas para que los estudiantes logren visualizar otro tipo de aplicación en las gráficas de funciones, y tengan la noción que estas representaciones también son generadora de conocimiento, inicialmente se puede llevar a la linealidad de la función cuadrática, estableciendo patrones de comportamientos entre una parábola y una función lineal. Así, se comienza a cimentar la resignificación de la parte lineal de una función cuadrática en relación a su gráfica.

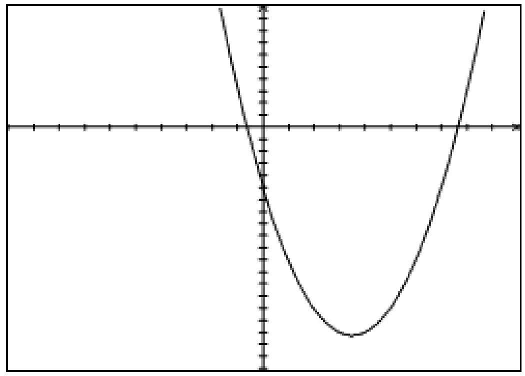
Volviendo al análisis, al observar los diseños de los estudiantes se puede notar que hubo 2 de ellos que no respondieron con respecto al enunciado II.4, esto da cuenta que no existió un impacto en ellos en cuanto a la resignificación de la linealidad, es por este motivo que se procedió a desechar estos diseños, ya que no nos aportan ninguna información a nuestras pretensiones, los cuales no establecieron otro tipo de conjetura distinta de la inicial. Podemos atenernos que estos estudiantes son reproductores y se aferran al dME, con poca sensibilidad a la disciplina, la cual no dista de nuestra cultura de reproducción de un saber en las aulas, ya que fuimos enseñados con ese estilo.

Actividad II.3

En consecuencia, la secuenciación de actividades que apunta a la resignificación de la parte lineal, se tiene la siguiente actividad, como se muestra en la figura 44.

II.3

Considere ahora, la función cuadrática $f(x) = x^2 - 7x - 5$ y su gráfica. Identifique la parte lineal de la función en la gráfica.



$$f(x) = x^2 - 7x - 5$$

Figura 44: Correspondiente a la actividad II.3

Esta actividad evidencia la relación que existe entre la gráfica y lo algebraico, entendiendo el comportamiento que se genera a partir de sus coeficientes, la idea es que los estudiantes capten la incidencia de la parte lineal en cuanto al comportamiento de la curva.

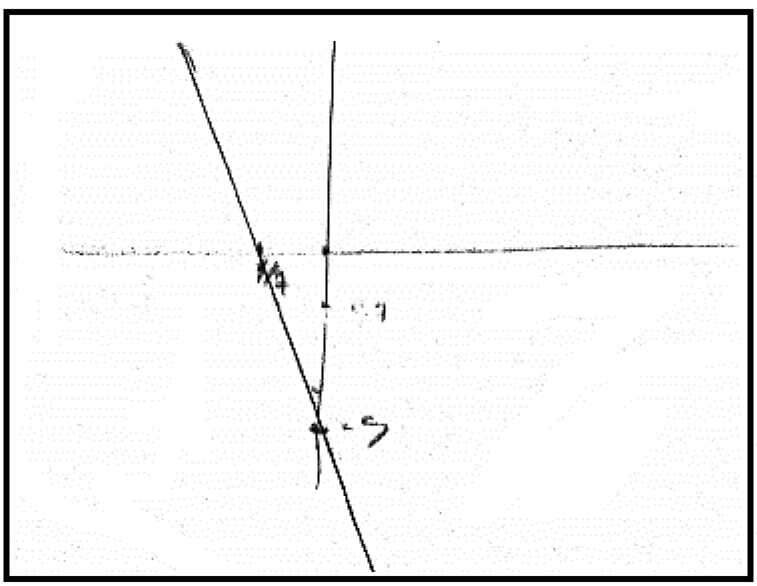


Figura 45: Actividad II. 3,correspondiente Alumno 3

De acuerdo a la actividad, el estudiante expresa el comportamiento mediante una recta afín que considera a la pendiente negativa – 7 y su coeficiente de posición que intersecta al eje de las ordenadas como – 5, esto da cuenta que si entendió la parte lineal que compone a la función cuadrática, como se muestra en la figura 45, que se atribuye a la gráfica de la recta afín.

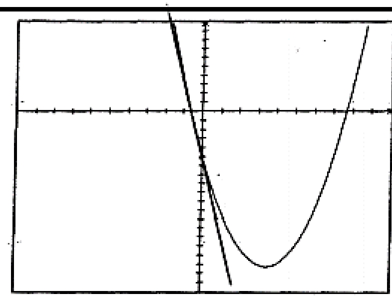
Actividad II.4

Esta actividad plantea lo siguiente: “Conjeture acerca de lo que le pasa a una función cuadrática cuando se le suma una recta”. Esta corresponde a la última actividad entregada por la reproducibilidad del diseño de situación, y alude a la resignificación sobre la linealidad de la función cuadrática, dando una intencionalidad mediante las actividades anteriores.

Según esta actividad, intenta darle un estatus a la gráfica como un argumento de conocimiento matemático, considera la suma de curvas y rectas para entender el comportamiento que se genera entre ellas, y así establecer una relación con la parte lineal de la función cuadrática.

Donde la función cuadrática es de la forma: $f(x) = ax^2$ con $a \neq 0$, y para la función lineal tenemos: $y_n(x) = mx$ con $n \in \mathbb{N}_{-\{0\}}$, $m \in \mathbb{R}$

Fue así como se generó esta actividad, con la intencionalidad de cambiar la manera de poner el foco a lo algebraica, dándole una importancia a la gráfica, y estimulando al estudiante para que comience a conjeturar a través de la gráfica.



$f(x) = x^2 \underbrace{- 7x - 5}$

La parte lineal es: $-7x-5$

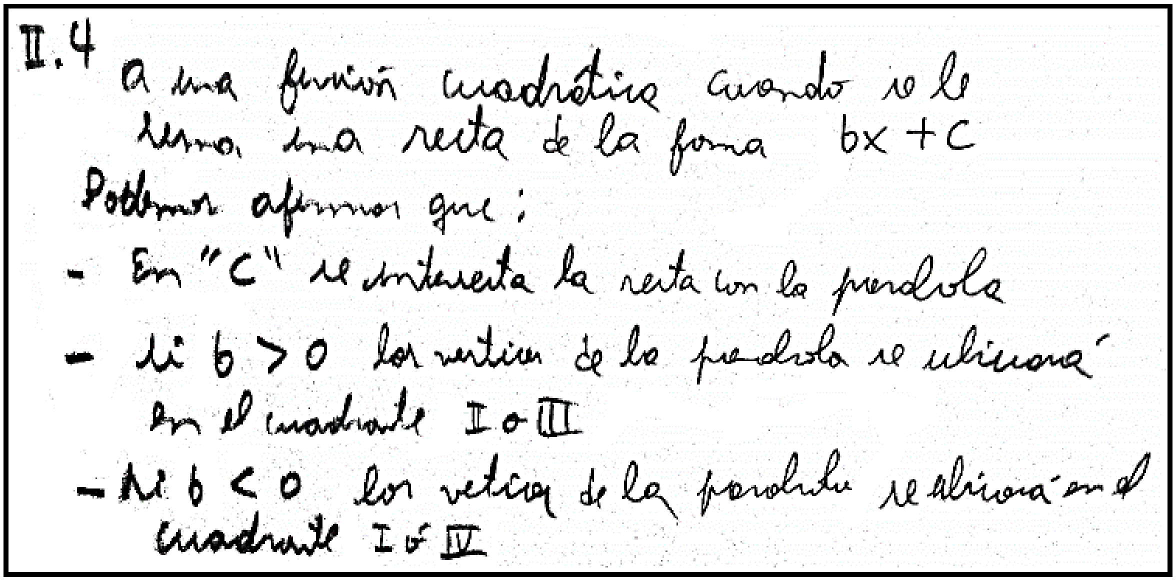
II.4

Conjeture acerca de lo que le pasa a una función cuadrática cuando se le suma una recta.

Cuando a una función cuadrática se le suma una recta esta será tángente en un punto de la parábola, si la recta sumada no tiene coef. de posición, ésta será tangente a la parábola en su intersección con el eje Y, sin embargo si la recta sumada posee coef. de posición, esta se asimilará a una rama de la parábola

Figura 46: Actividad II. 4 correspondiente Alumno 1

Sin embargo, se puede rescatar algunos matices de resignificación por parte de este alumno 1, como lo muestra la figura 46, donde se expresa la interacción de lo lineal en la gráfica de la función cuadrática, notando la tangencia de esta y marcándola a través de una recta sobre la misma gráfica de la función.Así se establece la parte lineal que la representa por $g(x) = -7x - 5$ y la transpone sobre la función $f(x) = x^2 - 7x - 5$, de esta forma aprecia la tangencia y los comportamientos que existe entre estas dos funciones.



II.4 a una función cuadrática cuando se le suma una recta de la forma bx + C
Podemos afirmar que:
- En "C" se intersecta la recta con la parábola
- si b > 0 los vértices de la parábola se ubicará en el cuadrante I o III
- si b < 0 los vértices de la parábola se ubicará en el cuadrante I ó IV

Figura 47: Actividad II.4, correspondiente Alumno 3

Lo que se aprecia en la Figura 47, no deja de ser interesante el análisis de este alumno, ya que estipula el desplazamiento de la curva mediante cuadrantes, esto es una solución emergente al estudio, ya que no se había visto como una posibilidad de conjetura a través de los cuadrantes en el plano cartesiano, da para un análisis exhaustivo. Sin embargo, la finalidad del proyecto es proporcionar la resignificación de la linealidad de la función cuadrática en el ámbito gráfico, dejando de lado el prototipo del plano cartesiano.

4.5Confrontación del Análisis a priori y a posteriori

Esta sección tiene como propósito revelar algunos matices predictivos que se proponen en contraparte del análisis A priori, donde existen algunospronósticos deciertas conductas y respuesta por parte de los estudiantes en cuanto a la formulación matemática, de esta forma se evidencia una adherencia por el alumnadohacia el dME.

Para la primera actividad, se puede sostener que los estudiantes que ejecutaron la reproducibilidad de diseño de situación, presentan un adecuado nivel matemático que respaldael análisis a priori de mejor manera, ya que manifiestan un dominio adecuado y pertinente en la disciplina matemática en relación a estas actividades, concordando con lo que se había declarado en el análisis anterior, sin embargo, la confusión que existe en cuanto a la gráfica de la parte lineal de la función cuadrática, se abstrae de lo esencial de los coeficientes en cuanto a su gráfica, debidoque el dME no brinda significado al comportamiento grafico para el coeficiente lineal.

Se evidencia la adherencia particularmente en la primera actividad, ya que los estudiantes proporcionan todo su conocimiento matemático en cuanto a esta pieza de estudio, mediante lo algebraico, desplegando el análisis matemático en cuanto lo aritmético y procedimental, dejando de lado la gráfica como una construcción de conocimiento, ya que para el dME la validez está dada por lo algebraico-aritmético.

Se demuestra a travésde lacaracterizaciónde Soto (2010) con la descripción del dME, donde se observa una atomización del conocimiento con los estudiantes queno expanden su visión de este saber matemático, limitándose a las definiciones propuestas por los textos escolares y universitarios, dejando de lado el foco de la discusión, que tiene relación con la gráfica de los coeficientes que componen a la función cuadrática.

Se puede notar el carácter hegemónico, con la atribución algebraica como válida para la gráfica de la función cuadrática, determinando las raíces del polinomio de grado dos, por medio de formulación que establece la intersección con el eje de las abscisas, e incluso recurren a la formulación del vértice, para caracterizar el comportamiento de la función, y estableciendo la relación entre el coeficiente cuadrático y la significación del comportamiento en cuanto al signo.

Esta situación no llega a todos por igual, no obstante, hubo una reflexión de parte de los estudiantes en relación a la forma de razonar esta pieza matemática. Se exhibe un cuestionamiento en la experimentación del diseño de situación, con respecto a la gráfica, considerando los comportamientos de estas por medio de la variación paramétrica, y así vincular el coeficiente lineal con la curva. Se puede señalar que la gran mayoría de los estudiantes se llevaron un conocimiento nuevo, o por lo menos una mirada distinta en la culminación de la experimentación en relación a la manera de ver la matemática, donde la construcción del conocimiento matemático es intrínseca y variada, que se puede generar a partir de una nueva epistemología.

Dentro de los elementos que se establecen en la experimentación para la consideración del rediseño, es el requerimiento de la asociación visual con las operaciones numéricas que vinculen la manipulación de símbolos algebraicos.

Por otro lado, la reproducibilidad considera un comportamiento tendencial de la función que se genera a partir de operaciones de gráficas, donde sus argumentosadmiten bosquejar la gráfica que se obtienen como resultado.

Sin embargo, el rediseño toma esta epistemología y se abastece de la habilidad de representar, considerando la variación paramétrica como un fundamento de la función cuadrática para relacionar la tecnología y la visualización del comportamiento al coeficiente lineal.

CAPITULO V: Conclusiones

Introducción al capítulo V

En este capítulo se presentan los comentarios finales producto del desarrollo del proyecto. Asimismo, considerando los aspectos teóricos y la evidencia empírica descrita en los capítulos anteriores, se propone un rediseño de situación que pretende fortalece el desarrollo del pensamiento matemático mediante la habilidad de representar la variación de los coeficientes de funciones de comportamiento cuadrático

5.1 Conclusiones

El objetivo general de este proyecto de tesis ha sido proponer un rediseño de situación que permita mejorar la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas. En particular, con dicho rediseño se pretende promover la habilidad de representar con la variación de coeficientes de funciones de comportamiento cuadrático, por medio del uso de la gráfica como un argumento que permite el desarrollo del pensamiento matemático.

Para el desarrollo de este planteamiento se experimentó la reproducibilidad de un diseño de situación con estudiantes de pedagogía en matemáticas con el objetivo de levantar datos empíricos que evidencien fenómenos asociados hacia el dME.

En este sentido, parte de la evidencia permitió recoger datos que abastecen la configuración del rediseño que se propone en la sección 5.2, donde la experimentación reportó una adherencia hacia la hegemonía del dME la cual se expresa por una supremacía de la argumentación algebraica por sobre otros tipos de argumentos.

Para llevar a cabo estos análisis se usaron aspectos teóricos de la socioepistemología, apoyados metodológicamente por la ingeniería didáctica, en la que establecen momentos en la construcción de conocimiento transitando entre lo conocido, y la resignificación de éste, por medio del uso de la gráfica como un argumento que cultiva la habilidad de representar, desarrollando así el pensamiento matemático que establecen las Bases Curriculares (MINEDUC, 2016).

En cuanto a la experimentación, la mayoría de las actividades de la situación se centran en la gráfica, donde el estudiante debe manipular para luego asociar la variación de parámetros del comportamiento de la curva. De esta manera se potencia la habilidad de representar. De acuerdo al planteamiento de las bases curriculares promover esta habilidad tiene como propósito desarrollar el pensamiento matemático que permita acercar el conocimiento matemático a la cotidianidad de los estudiantes.

Esta perspectiva de elementos teóricos basada en argumentos cualitativos que se determinan por acciones, mediante una relación entre lo algebraico y gráfico, son usados en la configuración del rediseño de situación que expresa la habilidad de representar.

Por otro lado, el aporte que puede entregar estade rediseño de situación es promover a los estudiantes de enseñanza mediala continuidad de esta temática para experiencias universitarias, ya que existe una relación de loscontenidos que se originan en el análisis de funciones concebidos por la rama matemática del cálculo. Estevínculo se gesta a partir dela variación de parámetros de las funciones, y la tangencia que permite visualizar la parte lineal de la gráfica, así seestableceun vínculo entre la matemática de la escuela y la matemática de nivel universitario.

Este rediseñoy la relación en laimplementaciónenla educación actual posee como propósito el desarrollar un pensamiento matemático a través de las habilidades.

Sin embargo, se estima un rediseño de situación que conlleve todas estas demandas, facilitando una categorización a la gráfica por medio de la habilidad de representar, laqueexpresauna vinculación entre las prácticas y un saber matemático.

Dicho desarrollo no estuvo exento de dificultades asociados a laexperimentación de la reproducibilidad del diseño de situación.

De acuerdo a lo señalado, algunas actividadesno cumplieron el objetivo en ellos, ya que,al presentar la suma de funciones mediante la gráfica, no existió respuesta.Esto infiere al tipo de conocimiento del estudiantado en la falta de conexiónentre lo gráfico y la argumentación algebraica,por este motivo se debe fortalecerdicho ítem, considerando un ejemplo previo, ya que tiende a existir ambigüedad hacia la respuesta.

Otra de las sugerencias, tiene relación con la experimentación de la propuesta del rediseño de situación, la que debe ser aplicada paraestudiantes de los niveles de segundo medio y tercero medio. Donde el propósito radique en las posibles respuestas que emerjan y los tiempos destinados a cada pregunta, para desglosarsus análisis y reflexiones.

5.2 Propuesta de Rediseño de situación

Como producto final de este proyecto de tesis se presenta este rediseño de situación, cuya configuración emerge a partir de los antecedentes que se obtuvieron por medio de la reproducibilidad del diseño de situación de la linealidad del polinomio, así como los aspectos teóricos que suministra la socioepistemología. Se usa a la ingeniería didáctica como metodología, cuyas fases permiten a este rediseño establecer el análisis preliminar y el análisis a priori.

Dicho análisis preliminar tiene su fundamento en la reproducibilidad del comportamiento tendencial de una función. En efecto, el contexto de enseñanza – aprendizaje es el mismo, ya que tiene por propósito atender los aspectos curriculares, epistemológicos y matemáticos.

Cabe destacar que este rediseño no será experimentado, sin embargo, es consecuencia de la reproducibilidad reportada en el capítulo 4. El propósito es realizar un aporte a la enseñanza de las funciones y comportamientos cuadráticos que fortalezca el desarrollo del pensamiento matemático cultivando la habilidad de representar.

A continuación, se presenta el objetivo general, así como los objetivos específicos, el análisis preliminar y el análisis a priori del rediseño de situación.

5.2.1 Objetivos

Fortalecer la habilidad de representar en la variación del coeficiente lineal de funciones de comportamientos cuadráticos.

Objetivos Específicos

- Identificar los tipos de comportamientos gráficos al variar los coeficientes de funciones cuadráticas.
- Relacionar entre lo gráfico y lo algebraico, mediante la variación paramétrica del coeficiente lineal.
- Resignificar la parte lineal de la función cuadrática a través de la habilidad de representar.

5.2.2 Análisis a priori

En esta fase se presenta el rediseño de situación, el que se propone a partir de los datos y reflexiones que entrega la experimentación de la reproducibilidad del diseño de situación de Cordero et. al. (2005). La intención de este rediseño es promover que los estudiantes logren identificar los coeficientes numéricos que componen a la función cuadrática. Para luego, establecer una relación en la variación paramétrica de cada coeficiente con su comportamiento gráfico, de esta manera se atiende a la habilidad de representar.

En particular, se pretende fortalecer esta habilidad mediante el comportamiento gráfico de la parte lineal de la función cuadrática, a través de actividades donde las gráficas tengan un rol protagónico que, a su vez, se vinculen con lo algebraico. De esta manera se proyecta una interacción entre un saber internalizado por el estudiante hacia un nuevo conocimiento.

En consecuencia, se diseña una situación en la que se debe reconocer a los coeficientes de la función cuadrática, donde el estudiante transite desde una posición algebraica hacia lo gráfico, identificando a cada uno de ellos con susrespectivos comportamientos gráficos.

De acuerdo a los antecedentes, la secuenciación de cada pregunta tiene la intención de interpretar a los coeficientes consus respectivos comportamientos gráficos.

Por otro lado, estas actividades comprenden la variación de parámetros encoeficientes que se componen de la función cuadrática, así se busca laresignificación de la parte lineal por medio de la habilidad de representación.

El objetivo del rediseño es fortalecer la habilidad de representar. Cultivar esta habilidad nos hace asumir que con esta propuesta se está desarrollando el pensamiento matemático en los estudiantes.

Este diseño consta de procesos secuenciales quese describen a continuación, los que se expresan con sus respectivos análisis, posibles obstáculos y respuestas. En consecuencia, se han diseñado diversas actividades para cada momento, donde la intencionalidad está dada por lamanipulación de lo conocido para incentivar una resignificación, a través de la habilidad de representación.

Se detallan los tres momentos, donde el primero es *identificar los tipos de coeficiente mediante su gráfica*, que apunta hacia los conocimientos previos de los estudiantes en cuanto a la función cuadrática, donde las pretensiones de este momento es considerar los conocimientos previos del estudiante, la idea del diseño es evaluar aprendizajes intrínsecos en ellosen relación a lafunción cuadrática**.** Un segundo momento, se obtiene por medio de la*selección entre lo gráfico y lo algebraico, mediante la variación paramétrica*, visualizando el comportamiento de los coeficientes de la función cuadrática mediante la gráfica, el estudiante debe transitar de lo algebraico hacia lo gráfico, relacionando el comportamiento de los coeficientes de dicha función. Finalmente, un tercer momento que pretende estimar una *resignificar la parte lineal por medio de la representación.* En este momento se recurre a un software el que aportara a dilucidar el comportamiento de cada coeficiente que conforma a la función cuadrática, dándole una resignificación a la parte lineal de una función cuadrática por medio del comportamiento tendencial de una función, al variar los parámetros de los coeficientes se proyecta la habilidad de representar.

Esta propuesta de diseño de situación, siguiere a su vez que se complemente con la tecnología como una herramienta favorable para el aprendizaje, al concebir el software matemático GEOGEBRA, así se podrá visualizar la variación paramétrica del coeficiente lineal de la función cuadrática, por medio de un cursor que determine el comportamiento de la curva.

En la figura 47 se muestra el diagrama que mantiene la estructura general del rediseño de la situación a través de sus respectivos momentos que son secuenciados por las actividades que se ejecutan:

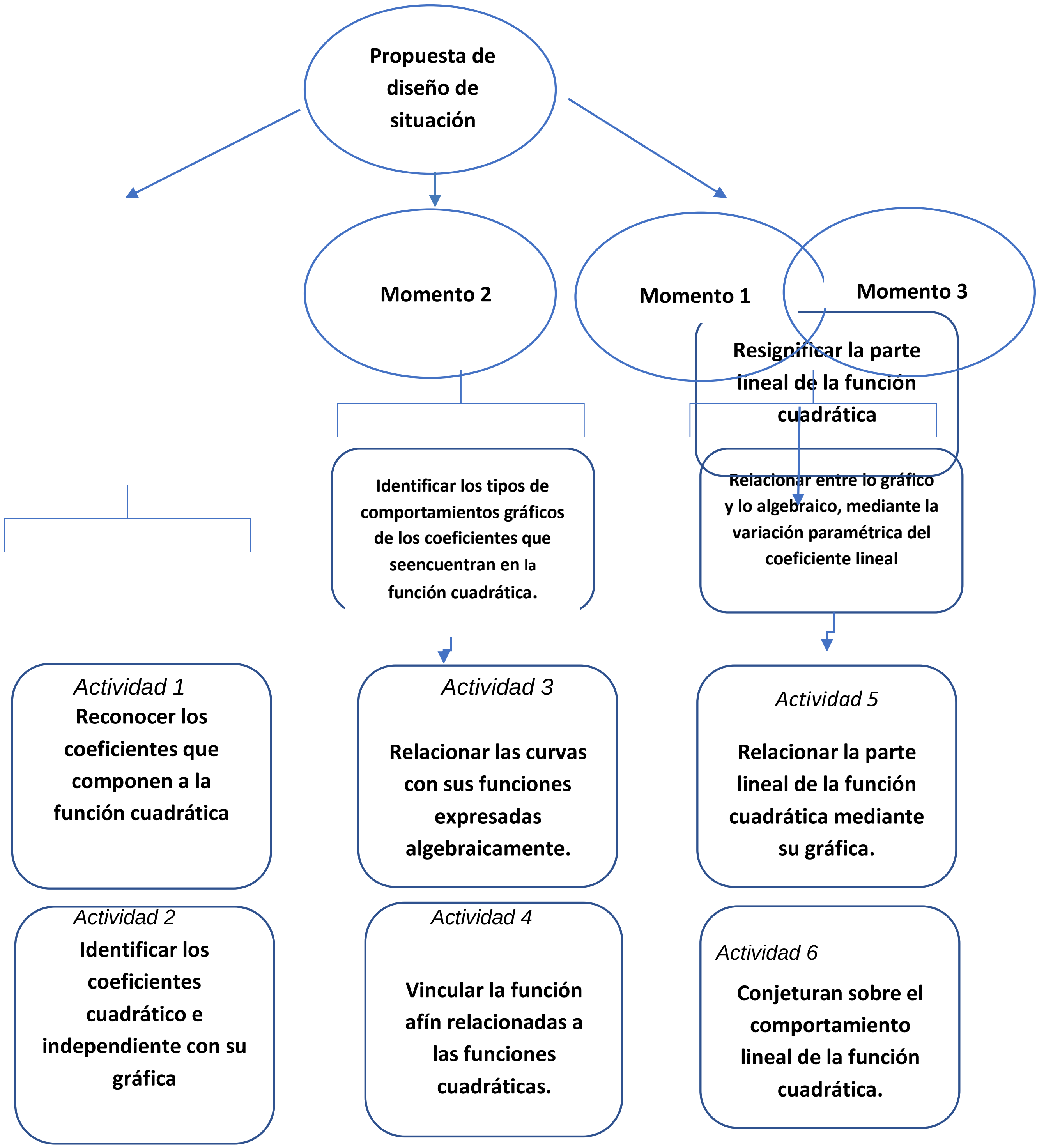


Figura 48: Esquema de momentos de la propuesta de situación

5.2.3Momento 1: Identificar los tipos de comportamientos gráficos de los coeficientes que se encuentran en la función cuadrática.

Esta etapa logra expresar los conocimientos que posee el estudiante en relación a la función cuadrática, por medio de la variación de parámetros. Este debe reconoceralguno de sus componentes, tales como los coeficientes, la concavidad y convexidad de dicha función.

Actividad 1. Identifique los coeficientes a, b y c de las siguientes funciones cuadráticas.

a) $f(x) = x^2 + 4x + 3$ $a = \square$ $b = \square$ $c = \square$	b) $f(p) = 2p^2 - 7$ $a = \square$ $b = \square$ $c = \square$
c) $f(q) = 3q - q^2 + 1$ $a = \square$ $b = \square$ $c = \square$	d) $f(x) = 6 - x^2$ $a = \square$ $b = \square$ $c = \square$

Figura 49: Momento 1, Actividad 1.

En esta primera actividad, se espera que los estudiantes reconozcan los coeficientes numéricos. Se pretende que logren identificar los tipos de funciones cuadráticas con sus respectivos coeficientes, para luego proyectar una asociación de estos con lo gráfico.

Las posibles dificultades que se pueden presentar en esta actividad serian el ordenamiento de las variables con sus respectivos coeficientes. Por otro lado, se presume que el estudiante podría tener dificultades con el cambio de variable, dadas por p y q, ya que son variables distintas a lo que habitualmente se enfrenta el estudiante.

Actividad 2. Sabemos que $f(x) = ax^2 + bx + c$, es una función cuadrática que determina las siguientes curvas, según esto responda las preguntas:

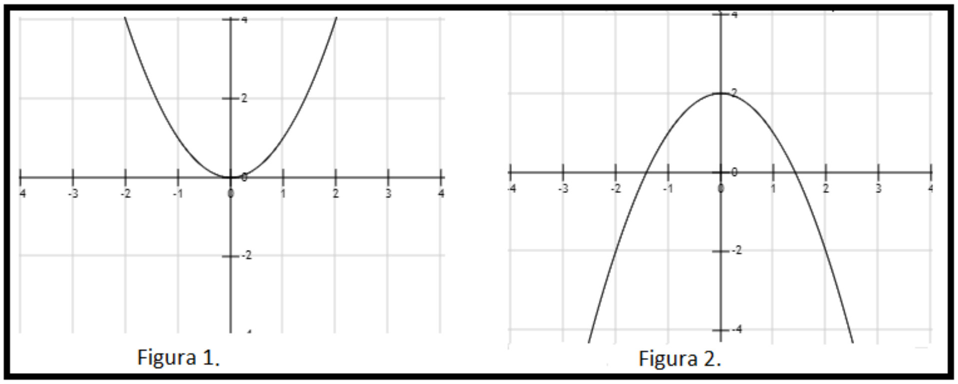


Figura 50: Momento 1, Actividad 2

a) ¿Cómo es el valor del coeficiente cuadrático a de la figura 1? Señale el tipo de concavidad o convexidad.

b) ¿Cómo es el valor del coeficiente cuadrático a en la figura 2? Señale el tipo de concavidad o convexidad.

c) En relación al coeficiente independiente c. ¿En cuál de los gráficos no se encuentra? Describa la situación del grafico que posee el coeficiente independiente.

En la actividad como lo muestra figura 49, intenta activar los conocimientos previos del estudiante, que contemplan la variación de los coeficientes conocidos (cuadrático e independiente).

Donde reconozcan las curvas por medio de imágenes estableciendo una relación entre lo algebraico y lo gráfico, así se comprenderá la relación entre la variación paramétrica de dichos coeficientes y la gráfica.

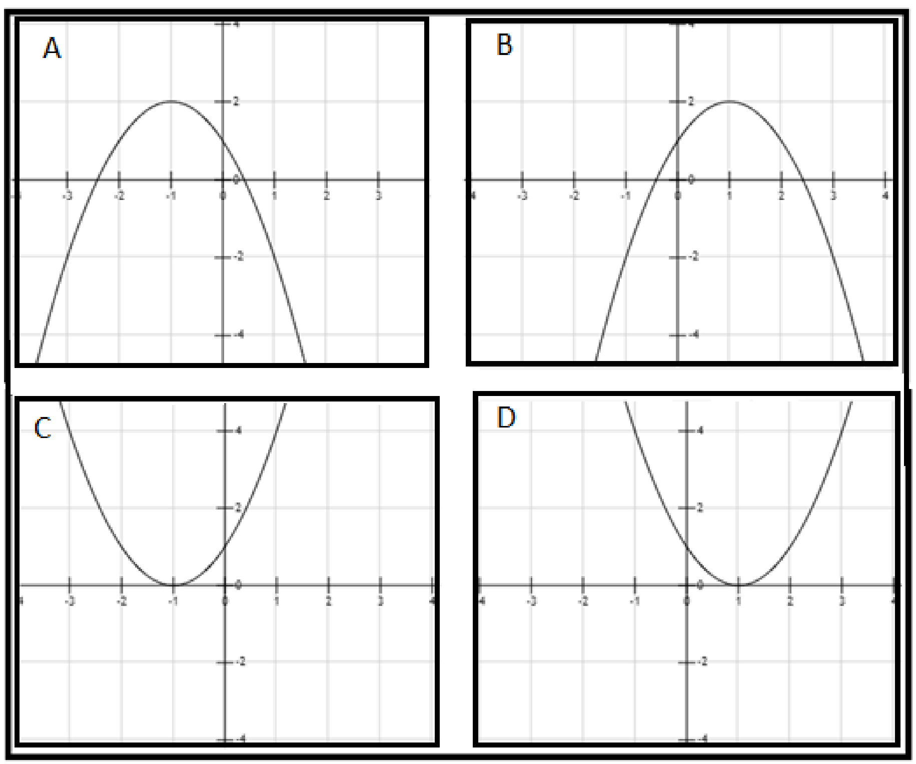
Dentro de esta actividad se desea impulsar el concepto de concavidad y convexidad de la curva, a través de las preguntas que tienen relación con el comportamiento gráfico. Una de las dificultades que podría presentar esta actividad, es que el estudiante no comprenda el concepto de concavidad, y la tendencia que se genera a partir del coeficiente cuadrático.

5.2.4 Momento 2:Relacionar entre lo gráfico y lo algebraico, mediante la variación paramétrica del coeficiente lineal.

Una de las características de este momento, es que el estudiante transite de lo grafico hacia lo algebraico, y viceversa. Estableciendo la asociación del coeficiente lineal y su gráfica, comprendiendo el movimiento de traslación de la curva, que se genera en la variación de dicho coeficiente.

Otra de las pretensiones de estas actividades, es que comprendan la relevancia que posee el coeficiente lineal a partir de los otros coeficientes, mediante su gráfica.

Actividad 3. Según las gráficas, relacione las curvas con sus respectivas funciones cuadráticas que se entregan debajo de ellas, estableciendo la correspondencia entre la letra y el número del ejercicio.



1) $f(x) = -x^2 - 2x + 1$ 2) $f(x) = x^2 - 2x + 1$

3) $f(x) = x^2 + 2x + 1$4) $f(x) = -x^2 + 2x + 1$

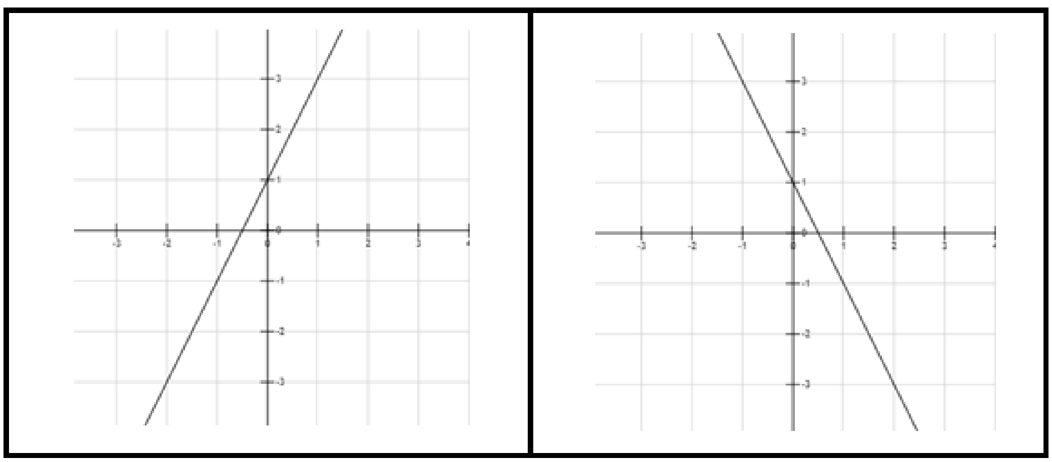
a) Argumente su respuesta de la asociación de cada gráfica con su respectiva expresión algebraica.

Figura 51: Momento 2, Actividad 3

En esta actividad se proyecta la continuidad de los elementos conocidos, tales como el coeficiente cuadrático e independiente, con el propósito de incorporar la relación intuitiva del comportamiento de las curvas, a través de su parte lineal.

Es importante que el estudiante logre relacionar y visualizar que sólo una de las curvas permite representar las expresiones algebraicas que se enuncian en la parte inferior, a su vez es relevante que el estudiante logre argumentar con sus palabras el motivo de su elección.Los posibles obstáculos que pueda presentar esta actividad, es que el estudiante no reconozca cada una de las expresiones algebraicas que representan a las gráficas de las funciones, sin embargo, existirá una noción intuitiva de cada imagen con su respectiva curva, ya que se manifiesta na evasión de algunas gráficas mediante su concavidad y su término independiente.

Actividad 4. Dada las siguientes rectas, con sus respectivas funciones algebraicas, responda:



$f(x) = 2x + 1$ $\qquad\qquad$ $f(x) = -2x + 1$

a) ¿Tienen alguna relación estas rectas con algunas de las curvas anteriores?

Figura 52: Momento 2, Actividad 4

Esta actividad tiene relación con la anterior, vinculando los gráficos que se muestran en la actividad 3, considerando la parte lineal de cada función cuadrática. La idea es que el estudiante relacione las rectas con la parte lineal de la función cuadrática, y comprenda la traslación que genera esta en la gráfica.Una de las dificultades que puede presentar este enunciado, es que el estudiante no logre identificar la estructura de la parte lineal que se genera en la función cuadrática con la actividad anterior. De esta manera no comprenderá el comportamiento gráfico del coeficiente lineal en la curva.

5.2.5 Momento 3: Resignificación de la parte lineal de la función cuadrática por medio de la representación.

Actividad 5.Si juntamos ambas expresiones en la gráfica, nos resulta lo siguiente:

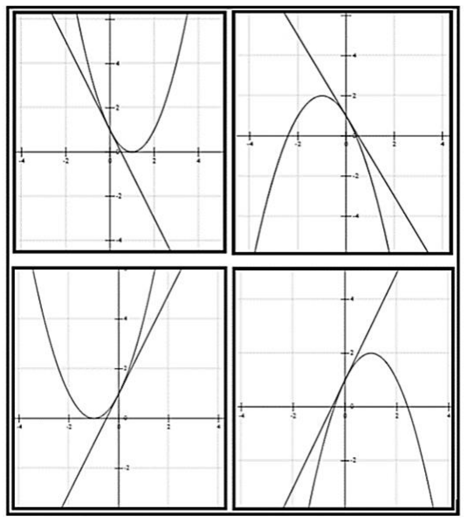


Figura 53: Momento 3, Actividad 5.

Esta actividad intenta facilitar al estudiante el comportamiento de la parte lineal de la función cuadrática, de manera que se represente la situación señalada en la actividad anterior, esto proporciona una intuición del comportamiento de la curva. Para luego preguntar sobre situaciones asociadas a la gráfica,de esta manera se pretende generar un cambio de paradigma hacia este saber.

a) ¿Qué relación tienen las rectas con la curva?

Dicha pregunta esclarecer la relación que tiene la función lineal asociada a la curva. Con el propósito de que el estudiante se dé cuenta del comportamiento que está genera en la representación de la función cuadrática.

De acuerdo a las posibles dificultades que pueda presentar, quizás el estudiante no relacione la recta con su estructura algebraica vinculada con la curva, dado que no comprende las gráficas y no observa que la recta lineal se asocia la parte lineal de la función cuadrática.

b) ¿Las rectas generan algún comportamiento en las funciones cuadráticas?

Aquí se recurre a la información que entrega la gráfica de ambas curvas, las que manifiestan un comportamiento propio de la función cuadrática en relación a su parte lineal, esta pregunta tiene incidencia en la conjetura de la resignificación de la parte lineal de la función cuadrática, en cuanto a s comportamiento tendencial por medio de sus coeficientes.

Una de los posibles obstáculos que entrega la actividad demarcada por la pregunta y su gráfica, es que no asocie las situaciones generadas en la representación de ambas expresiones.

Actividad 6. De acuerdo a lo anterior, y como caso general. ¿Qué se podría conjeturar con la parte lineal de la función cuadrática en relación a su gráfica? Ayúdate con el software matemático GEOGEBRA, construyendo un cursor para variar los parámetros de los coeficientes.

Se espera en esta actividad que el estudiante, a través de esta última pregunta logre resignificar la parte lineal de la función cuadrática por medio de la habilidad de representación. Estableciendo una generalidad del comportamiento tendencial de la función cuadrática, en cuanto a su parte lineal. Los posibles obstáculos que podría presentar el estudiante, están dados por no comprender la pregunta hecha en este ítem, sin embargo, podría considerar la parte gráfica por sobre lo algebraica, eso es algo positivo, ya que se logra el objetivo general.

Una de las innovaciones de esta propuesta de diseño es la ayuda que brinda la tecnología en la confección de la curva cuadrática y la variación paramétrica que esta herramienta entrega, en la visualización del comportamiento de la curva por medio de la habilidad de representar dicha función.

PROPUESTA DE DISEÑO DE SITUACIÓN

Actividad 1. Identifique los coeficientes a, b y c de las siguientes funciones cuadráticas.

a) $f(x) = x^2 + 4x + 3$	b) $f(p) = 2p^2 - 7$
$a = \square$ $b = \square$ $c = \square$	$a = \square$ $b = \square$ $c = \square$
c) $f(q) = 3q - q^2 + 1$	d) $f(x) = 6 - x^2$
$a = \square$ $b = \square$ $c = \square$	$a = \square$ $b = \square$ $c = \square$

Actividad 2. Sabemos que $f(x) = ax^2 + bx + c$, es una función cuadrática que determina las siguientes curvas, según esto responda las preguntas:

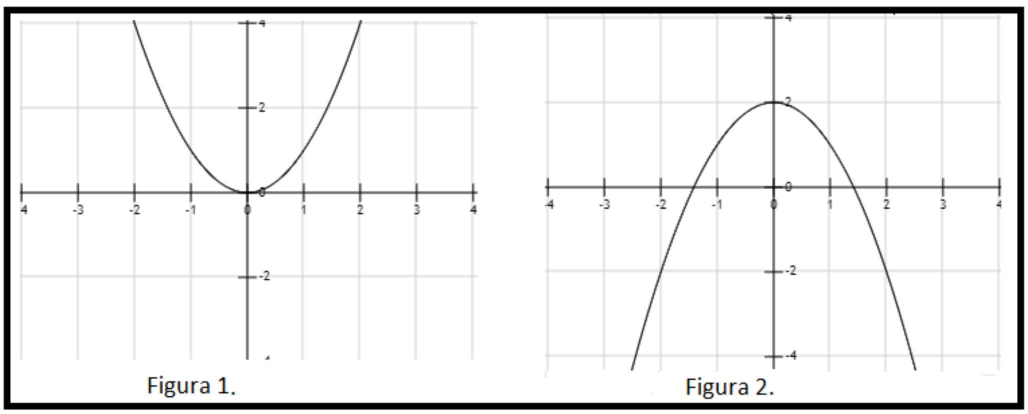


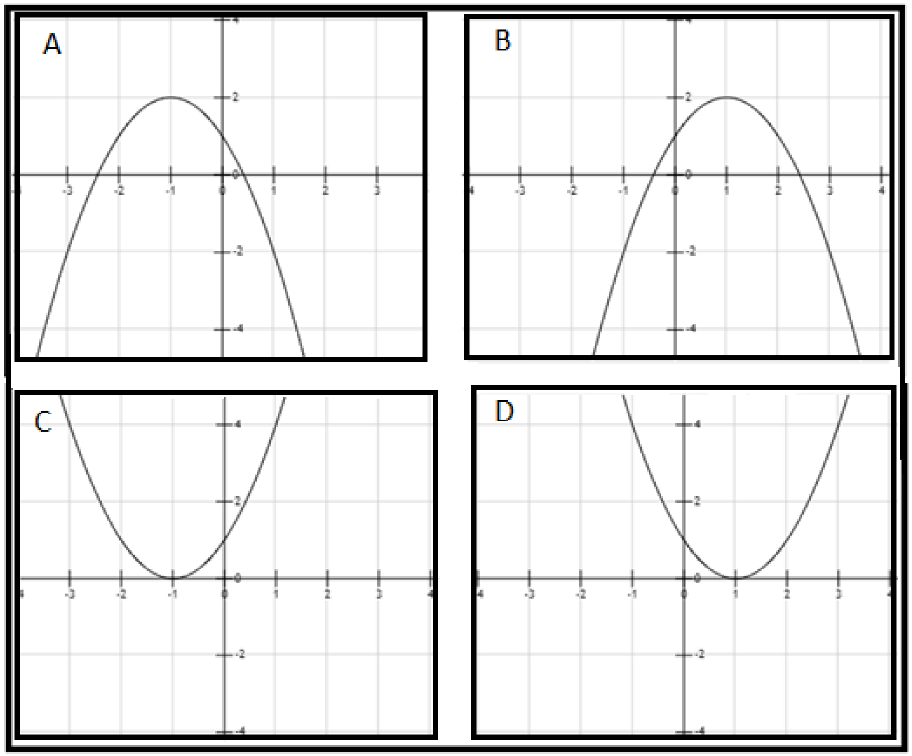
Figura 1. Figura 2.

a) ¿Cómo es el valor del coeficiente cuadrático a de la figura 1? Señale el tipo de concavidad o convexidad.

b) ¿Cómo es el valor del coeficiente cuadrático a en la figura 2? Señale el tipo de concavidad o convexidad.

c) En relación al coeficiente independiente c. ¿En cuál de los gráficos no se encuentra? Describa la situación del grafico que posee el coeficiente independiente.

Actividad 3. Según las gráficas, relacione las curvas con sus respectivas funciones cuadráticas que se entregan debajo de ellas, estableciendo la correspondencia entre la letra y el número del ejercicio.

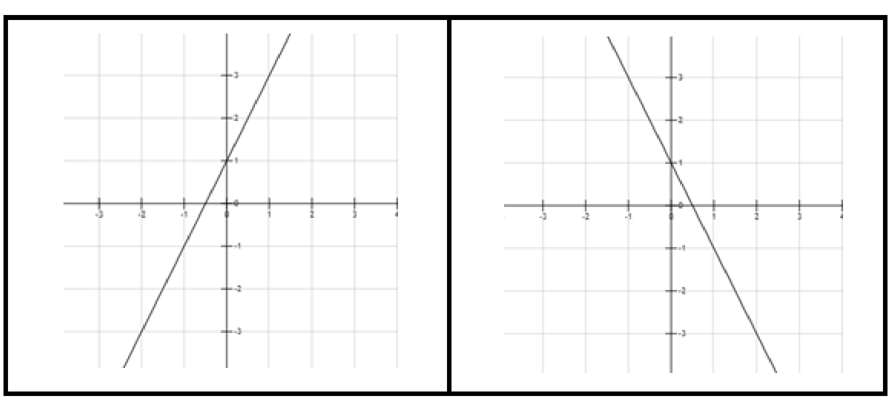


1) $f(x) = -x^2 - 2x + 1$ 2) $f(x) = x^2 - 2x + 1$

3) $f(x) = x^2 + 2x + 1$ 4) $f(x) = -x^2 + 2x + 1$

a) Argumente su respuesta de la asociación de cada gráfica con su respectiva expresión algebraica.

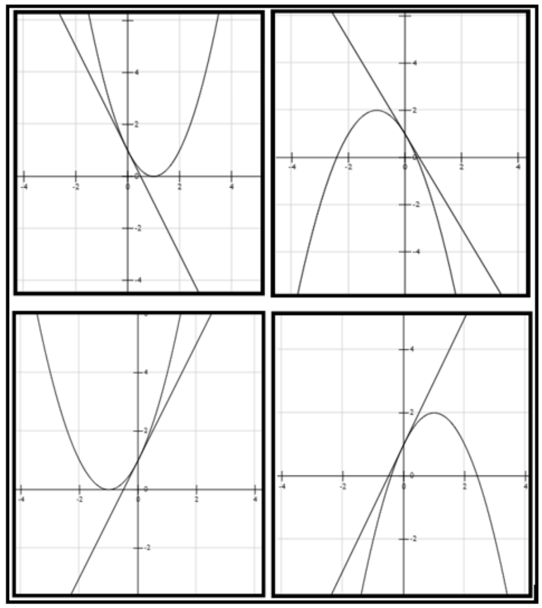
***Actividad 4*.** Dada las siguientes rectas, con sus respectivas funciones algebraicas, responda:



$f(x) = 2x + 1$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $f(x) = -2x + 1$

a) ¿Tienen alguna relación estas rectas con algunas de las curvas anteriores?

Actividad 5**.** Si juntamos ambas expresiones en la gráfica, nos resulta lo siguiente:



a) ¿Qué relación tienen las rectas con la curva?

b) ¿Las rectas generan algún comportamiento en las funciones cuadráticas?

Actividad 6**.** De acuerdo a lo anterior, y como caso general. ¿Qué se podría conjeturar con la parte lineal de la función cuadrática en relación a su gráfica? Ayúdate con el software matemático GEOGEBRA, construyendo un cursor para variar los parámetros de los coeficientes.

Bibliografía

Agnesi, M. (1748). *Instituzionianalitiche ad uso dellagioventu italiana.* Milán, Italia: Regia Ducal Corte.

Aranzazu, C (2013). Secuencia didáctica para la enseñanza de la función cuadrática, Universidad Nacional de Colombia, pág. 22 – 35. Tesis de Magister. Colombia.

Artigue, M (1998). Ingeniería didáctica en educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Grupo editorial Iberoamericano, Bogotá.

Arrieta, J. (2003). Las prácticas de modelación como procesos de matematización en el aula. Tesis de Doctorado no publicada, pág. 126.Cinvestav-IPN, México.

Arrieta J., Buendía G., Ferrari M., Martínez G y Suárez L. (2003). *"Las prácticas sociales como generadoras del conocimiento matemático"*, Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Santiago de Chile, Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, vol. 17. Tomo I.

Baldor, A. (1941) Algebra, pág. 298. Publicaciones culturales.

Boyer, C., 1969, Historia de las Matemáticas. Madrid: Alianza editorial.

Bourdieu, J.; Passeron (2005), J.C. La reproducción: elementos para una teoría del sistema de enseñanza. Ed. Traducción de Melendres J., Subirat M. Ciudad de México.

Buendía, G. (2004) *Una epistemología del aspecto periódico de las funciones en un marco de las prácticas sociales (un estudio socioepistemológico)*. Pág. 82 – 92.

Buendía y Montiel (2012) Propuesta metodológica para la investigación socioepistemológica. Centro de investigación en ciencia aplicada y tecnología avanzada del IPN. México

Campos, C. (2003) *La argumentación gráfica en la transformación de funciones cuadráticas. Una aproximación socioepistemológica*. Tesis de maestría, México.

Cantoral, R. (1990) *Categorías relativas a la apropiación de una base de significaciones propia del pensamiento físico para conceptos y procesos matemáticos de la teoría elemental de las funciones analítica.*México

Cantoral, R., Farfán, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción del análisis. Epsilon, Vol. 42. Num. 14 (3), 854 – 856.

Cantoral, R. (2002). La sensibilidad a la contradicción: Un estudio sobre la noción de logaritmo de números negativos y el origen de la variable compleja. En C. Crespo (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 15* (1), 35-42. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Cantoral, R., Farfán, R.M. (2003) Matemática Educativa: Una visión de su evolución. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Ciudad de México, v. 6, n. 1, p. 27-40.

Cantoral, R., Farfán, R. (2004). Desarrollo conceptual del cálculo. México: Thomson

Cantoral, R. (2009). Identidad y desarrollo: Matemática Educativa y Relime. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 12(2), 145 - 150.

Cantoral, R. y López-Flores, J. (2010). La Socioepistemología: un estudio de su racionalidad. *Paradigma 31*(1).

Cipriano A. (2011). Resumen Matemática I, con notas históricas, pág. 120 – 122

Confrey, J. (1994). Six Approaches to Transformation of Functions Using Multi_Representational Software. *Proceedings of the Eighteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education II*, 217-224.

Confrey, J. and Costa, S. (1996). A critique of the selection of “mathematical objects” as a central metaphor for advance mathematical thinking. En*International journal of computers for mathematical learning*. Vol. 1.

Cordero, F. (1998). El entendimiento de algunas categorías del conocimiento del cálculo y el análisis: el caso de comportamiento tendencial de las funciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Relime* Vol. 1. Núm. 1, pp. 56-74.

Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 4*(2), pp. 103-128.

Cordero, F., Muñoz, G., Ruiz, B., Suarez L. (2005) Comportamiento tendencial de las funciones: La linealidad de los polinomios. pág. 67. Editorial Trillas. México.

Cordero, F. (2006).La institucionalización del conocimiento matemático y el rediseño del Discurso Matemático Escolar. En G. Martínez Sierra (Ed), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 19, 824-830. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Cordero, F. (2006b). La modellizone e la reppresentazione gráfica nell´insegnamento – apprendimentodella matemática. La matemática e la suaDidattica, 20, 1, 59 – 79.

Cordero, F. (2008) El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. (Orgs.), Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: un reporte iberoamericanoMéxico.

Cordero, F. Gómez, K. y Viramontes, I. (2009). *Elementos de algunas teorías en Matemática Educativa. Una experiencia de análisis: ¿adherencia o u vas visiones?Acta latinoamericana de Matemática Educativa 22* (p. 37 – 38). México: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

D’Amore B. (2004). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. Uno. Barcelona, España. 35, 90-106.

Del Valle, T. (2015). Los usos de la optimización: Un marco de referencia y la teoría socioepistemológica. Valparaíso, Chile.

Duval R. (1993). Registres de représentations sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, ULP, IREM Strasbourg. 5, 37-65.

Duval, R. (1999). Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. (M. Vega, Trad.). “Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels (1995).

Ferrari, M (2005) La covariación como elemento de resignificación de la función logaritmo.Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. México.

Ferrari, M (2008) Un acercamiento socioepistemológico a lo logarítmico: de multiplicar-sumando a una primitiva, pág. 331 – 343.Tesis de doctorado, México.

Guzman I (1998) Construcción del concepto de función cuadrática para estudiantes, Revista Latinoamericana de Investigación Educativa, 1(1), 5-21

Lehman, C (1989) Geometría analítica, Limusa,pag. 149 – 150.

Lezama, (2005) Una mirada socioepistemológica al fenómeno de reproducibilidad. Relime, pág. 343. México.

Mesa Y. (2008). Reflexión histórica, epistemológica y didáctica del concepto de función cuadrática

MINEDUC (2009) Programa de estudios matemática, tercero medio. Chile

MINEDUC (2012) Guías Didácticas para la Articulación de los Ejes Curriculares de Números, Álgebra, Geometría. Material Elaborado por el Nivel de Educación Media División de Educación General Ministerio de Educación. Pág. 33.

MINEDUC (2013) Estándares de Aprendizaje Matemática.

MINEDUC (2013) Las funciones cuadráticas:Una herramienta de la modelación. Segundo Nivel o Ciclo de Educación Media Educación para Personas Jóvenes y Adultas, pág. 14

MINEDUC (2015) Bases curriculares 7° Básico a 2° Medio

MINEDUC (2015) Programa de estudios matemática, tercero medio, pág. 72 – 75

MINEDUC (2017) Texto de matemática para el estudiante de 2° medio. Pág. 122.

Moreira, M. A. (1993). Unidades de Enseñanza Potencialmente-UEPS. Porto Alegre: Instituto de Física UFRGS.

Montiel, G. (2005). *Estudio socioepistemológico de la función trigonométrica*. Tesis de Doctorado no publicada. México: CICATA-IPN.

Reyes, D. (2014) Socioepistemología y Empoderamiento: la profesionalización docente desde la problematización del saber matemático, pág. 362 – 367. *Bolema, Rio Claro (SP).*

Sastre, P., Boubée, C., Rey, G., Maldonado, S., Villacampa, Y. (2005). Evolución histórica de las metáforas en el concepto de función. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Vol. 19, 22-27.

Soto, D. (2010) El Discurso Matemático Escolar y la Exclusión. Una Visión Socioepistemológica. Tesis (Maestría en Ciencias) - Departamento de Matemática Educativa Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México.

Soto, D. (2013) El campo de la formación del profesor de matemática y la exclusión de la construcción social del conocimiento matemático. El caso de un programa específico.Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.

Soto, D (2014) La Dialéctica Exclusión - Inclusión entre el discurso Matemático Escolar y la Construcción Social del Conocimiento Matemático.Tesis doctoral. México, D.F.

Anexos

Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
Departamento de Matemática y C. de la Computación

Programa de Magister en Educación Matemática MEM-USACH

Jueves 07 enero del 2016

NOMBRE:

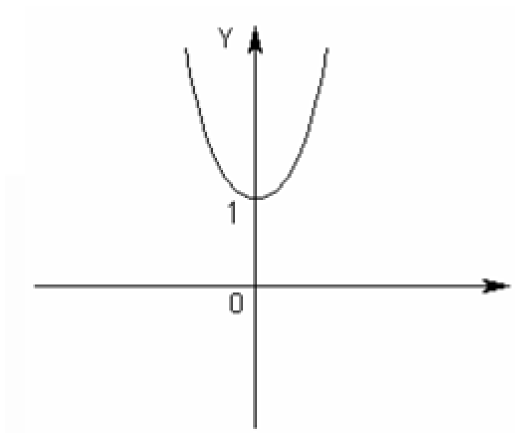
¿Qué sabemos de la función cuadrática?

IMPORTANTE: Escriba sus respuestas con todos los detalles posibles.

ACTIVIDAD I

I.1) Analice y grafique la función $f(x) = x^2 - 6x + 5$

I.2) La parábola dibujada es la representación gráfica de una función real "f".



a) Se afirma que f no es una biyección. Explique por qué.

b) Marque una parte de la parábola que represente una biyección.

c) Escriba una fórmula para "f".

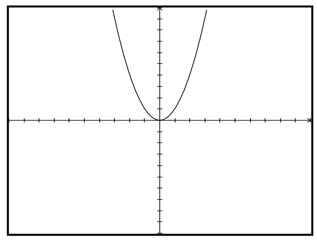
I.3) Dada la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, con a, b, c ∈ R, donde a ≠ 0.

Describa los comportamientos de la curva al variar los coeficientes a, b, c

ACTIVIDAD II

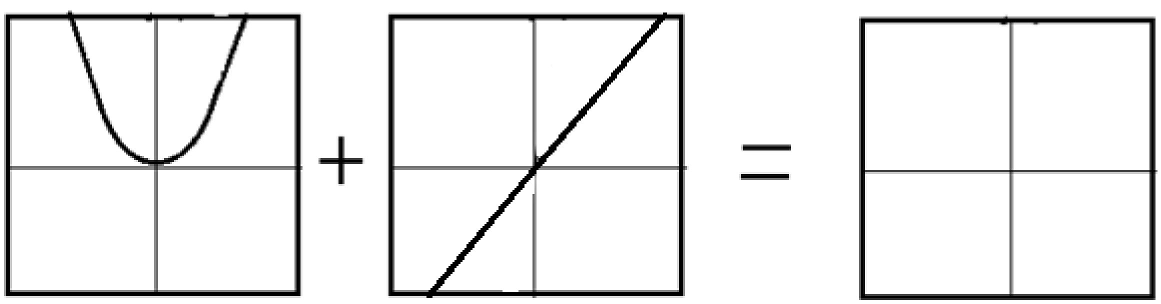
¿Qué le pasa a una función cuadrática cuando se le suma una recta?

La función cuadrática $f(x) = x^2$, tiene como gráfica la curva que aparece en la figura siguiente y se llama parábola.



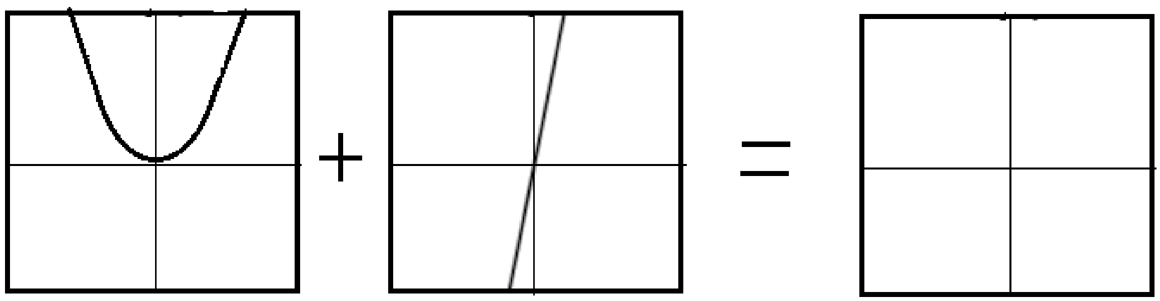
Se trata que identifiquen la propiedad que tiene la función cuadrática $f(x) = x^2$ cuando se le suma una recta.

a) Grafiquen en un sistema de coordenadas las funciones resultantes caracterizadas por $Y_1 = f(x) + y_1$, como lo indica la imagen

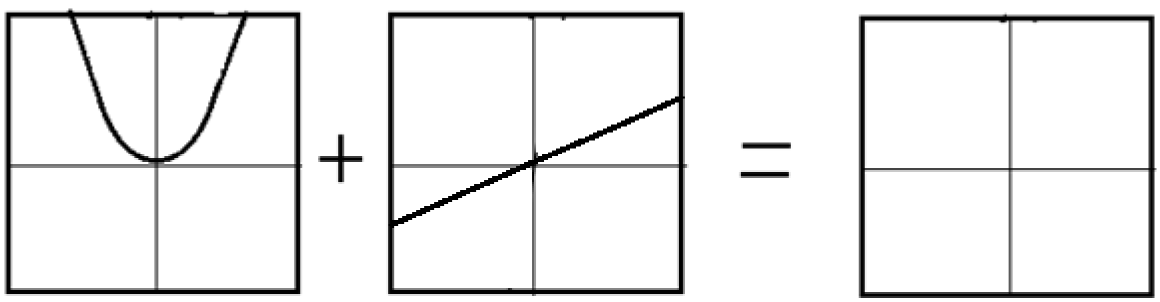


$f(x)$ $\quad$ $y_1(x) = x$ $\quad$ $Y_1 = f(x) + y_1$

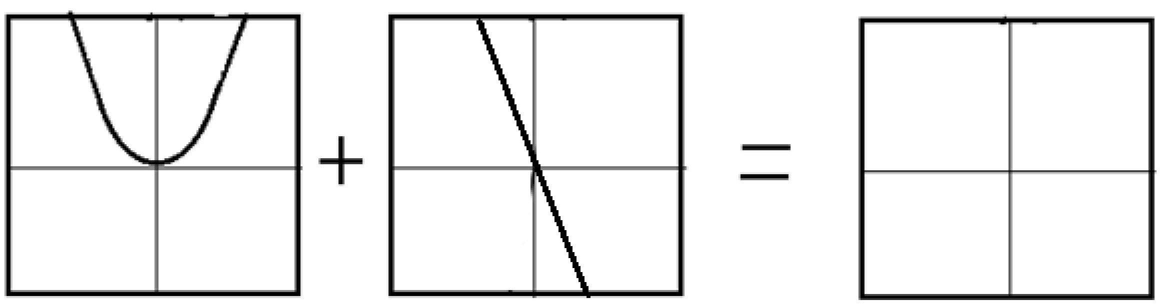
Ahora, para $Y_2 = f(x) + y_2$ utilizando la siguiente función, como se indica a continuación:



$f(x)$ $y_2(x) = 5x$ $Y_2 = f(x) + y_2$



$f(x)$ $y_3(x) = 0.3x$ $Y_3 = f(x) + y_3$



$f(x)$ $y_4(x) = -3x$ $Y_4 = f(x) + y_4$

b) Organice sus resultados. Registre las características de la recta y de la función resultante.

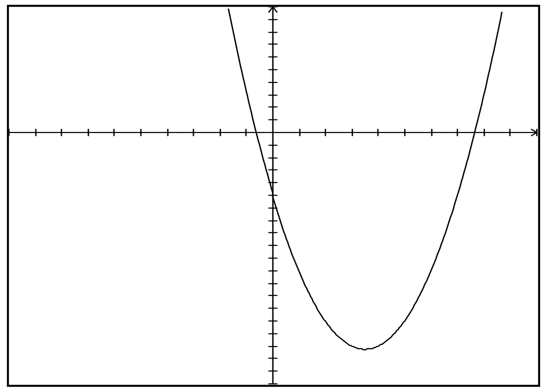
II.2

a) Describa lo que le pasa a la parábola $f(x) = x^2$ cuando se le suma una recta.

b) Ilustre la descripción anterior con varios casos. Grafique en los mismos ejes coordenados la función resultante y la recta.

II.3

Considere ahora, la función cuadrática $f(x) = x^2 - 7x - 5$ y su gráfica. Identifique la parte lineal de la función en la gráfica.



$f(x) = x^2 - 7x - 5$

II.4

Conjeture acerca de lo que le pasa a una función cuadrática cuando se le suma una recta.

Nota: la actividad II es un documento de la *Reproducibilidad de diseño de situación del cálculo en la aproximación socioepistemología*. Irving Alcocer- Carolina Carrillo- Claudia Cen- Olga Covián- Blanca Cutz- Mario García- Iván López- Emilio Trujillo. Bajo la Dirección del Dr. Francisco Cordero Osorio Cinvestav IPN, México. D.F. Julio 2004.