



UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIA

**Departamento de Matemática y Ciencia de la
Computación**



**UNIVERSIDAD
DE SANTIAGO
DE CHILE**

**TÍTULO: PROPUESTA METODOLÓGICA DE TRABAJO DOCENTE PARA
PROMOVER EL MODELAMIENTO MATEMÁTICO EN EL AULA, PARA LOS
ESTUDIANTES DE LOS COLEGIOS COREDUC**

CLAUDIO RENÉ RAVANAL GONZÁLEZ

Profesor guía: RODOLFO BARRÍA RAMÍREZ

Tesis para optar al grado de Magíster en Educación Matemática

**SANTIAGO DE CHILE
2016**

“© Claudio René Ravanal González, 2016

Todos los derechos reservados. Queda prohibida la reproducción total o parcial sin autorización previa y por escrito.”

RESUMEN DEL PROYECTO

El presente proyecto tiene como finalidad diseñar e implementar la unidad didáctica de funciones para los colegios que son administrados por la Corporación Educacional de la Construcción (COREDUC). El objetivo de esta unidad es lograr que nuestros estudiantes logren desarrollar la habilidad de Modelamiento Matemático en la Resolución de Problemas, y así alcancen la comprensión de la gran utilidad que tiene esta habilidad en el desarrollo científico de nuestra sociedad.

Para ello a través de mi trabajo de entrenador¹ de Matemática en Educación Media de esta Corporación, se desarrollaron talleres en donde los profesores se apropiaron de las habilidades fundamentales que deben trabajar con nuestros estudiantes para alcanzar el Modelamiento Matemático, usando como marco referencial el modelo de análisis didáctico de "Representaciones Semióticas". Para evidenciar los resultados, se realizó una síntesis histórica de desarrollo de habilidades en las pruebas corporativas de matemática en primeros medios que aplica COREDUC, a los profesores que participaron en este experimento, luego se aplicó un instrumento de evaluación estandarizado de funciones para validar sus ítems, y al finalizar la unidad didáctica se aplicó un post test construido a partir del instrumento anterior. Finalmente se registraron y tabularon cuadernos a partir de una rúbrica y se entrevistó a profesores y alumnos para medir de manera cualitativa el grado efectivo de esta intervención.

Lo más destacable de los resultados de esta investigación, es que los alumnos intervenidos con esta metodología, alcanzaron niveles de desarrollo cognitivo más altos que los del grupo control para modelar y adquirieron una mayor cantidad de recursos y herramientas para sortear de buena manera el post test de funciones.

ABSTRACT

The present project aims to design and implement the didactic unit of functions, for the schools that are administered by the Corporation of Education of the Construction (COREDUC). The objective of this unit, is to enable our students to develop the ability of Mathematical Modeling in Problem Solving, and thus achieve an understanding of the great utility of this ability in the scientific development of our society.

For this, through my work as a Mathematics coach in Middle Education of this Corporation, workshops were developed where the teachers appropriated the fundamental skills that must work with our students, to achieve Mathematical Modeling, using as referential framework the model of didactic analysis of "Semiotic Representations". To demonstrate the results, a historical synthesis of skills development was carried out, in the corporate math tests applied for COREDUC for

¹ En la Corporación, mi función o labor es realizar coaching a todos los profesores de matemática y así coordinarlos y alinearlos tanto en las propuestas metodológicas como didácticas.

“Primero medio”. To the teachers who participated in this experiment, then a standardized function evaluation instrument was applied to validate their items, and at the end of the didactic unit, a post test was carried out based on the previous instrument. Finally, notebooks were recorded and tabulated from a rubric and teachers and students were interviewed to qualitatively measure the effective grade of this intervention.

The most notable of the results of this research, is that the students intervened with this methodology, reached higher levels of cognitive development than the control group to model and acquired a greater amount of resources and tools, to successfully pass the post test of functions.

PALABRAS CLAVES

Coeficiente de Posición; Función; Función Lineal y Afín; Habilidades Matemáticas; Instrumentos de Evaluación Estandarizados; Modelo Clásico del Test; Modelamiento Matemático; Obstáculos Cognitivos; Pendiente; Representaciones Semióticas; Resolución de Problemas; Unidades Significantes.

DEDICATORIA

A mis padres

Por haberme apoyado en todo momento, por sus consejos, sus valores, por la motivación constante a concretar mis sueños y desafíos.

A mis familiares

A mi hija Claudia, mis primas Luz Ximena y Rosa, por siempre creer en mí. De alguna u otra manera siempre han estado presentes, en fin, por todos sus buenos deseos.

A mis amigos

A Francisco y Sergio, por tenerme siempre presente en sus pensamientos. Por la admiración mutua que nos tenemos, por la amistad que perdura por sobre todas las cosas.

A mis maestros

A los Doctores Rodolfo Barría, Patricio Montero, Gladys Bobadilla y Enrique Reyes, por el apoyo técnico, la metodología y calidad humana al momento de educarme y guiarme a concretar una de las mejores etapas que me ha tocado vivir.

A mi ex – alumnos

Por creer que tanto los cambios sociales, así como la movilidad social, se logra desde la educación, a pesar de todas la limitaciones que presenta nuestro sistema educativo.

A mis colegas

Por enriquecer mi visión pedagógica a través de las discusiones técnicas e informales. Y la empatía para lograr apoyarnos y seguir creyendo en la educación. A Silvana Gómez por siempre creer en mis capacidades pedagógicas y metodológicas al momento de poner en marcha alguna idea en pos de mejorar los aprendizajes de nuestros estudiantes.

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a la Corporación Educacional de la Construcción, personalizada en su Directora Académica, la Sra. Silvana Gómez Mansilla, por todo el apoyo logístico y de recursos materiales e inmateriales para poner en marcha este proyecto. Debo destacar, además, su expertise al momento de corregir y aportar con ideas en el diseño tanto de la propuesta metodológica como del instrumento de evaluación estandarizado para medir los avances del grupo experimental.

Agradecer a los profesores de los colegios que participaron en este proyecto, que con mucho entusiasmo llevaron a cabo esta intervención: la profesora Carolina Muñoz del Liceo Sergio Silva Bascuñán de la comuna de La Pintana, el profesor Alejandro Rifo del Liceo Rafael Donoso Carrasco de la Comuna de Recoleta y los profesores Gonzalo Díaz, Héctor Rojas y Marcelo Castillo, todos del Liceo Ernesto Pinto Lagarrigue de la comuna de Rancagua. Sin su colaboración, vocación y profesionalismo hubiese sido imposible poner en marcha este proyecto. Finalmente agradecer a mis compañeros del Magíster en Educación Matemática, Ivonne Godoy y Víctor Pérez por toda su amistad, colaboración y ayuda prestada durante toda esta etapa en que cursé este Magíster.

TABLA DE CONTENIDOS

RESUMEN DEL PROYECTO	iii
ABSTRACT	iii
PALABRAS CLAVES	iv
DEDICATORIA	v
AGRADECIMIENTOS	vi
ÍNDICE DE TABLAS	ix
ÍNDICE DE ILUSTRACIONES	xi
INTRODUCCIÓN	1
I. CONTEXTO, PROBLEMA/NECESIDAD Y ALCANCES DEL ESTUDIO	3
1.1 Antecedentes y contexto del problema o necesidad	3
1.2 El problema, preguntas del estudio o la necesidad de satisfacer	7
1.3 Objetivos del estudio	11
1.4 Alcances del estudio	12
II. MARCO TEÓRICO O REFERENCIAL (ESTADO DEL ARTE)	15
2.1 Origen y antecedentes teóricos del Problema	15
2.2 Hipótesis/Criterios de solución del Problema y alternativas de satisfacción de la necesidad	25
2.3 Fundamentos de las Hipótesis, resultados de los alcances de posibles alternativas de solución	26
III. ANÁLISIS A PRIORI DE LA SOLUCIÓN	27
3.1 Descripción de la solución	28
3.2 Resultados esperados	49
3.3 Fortalezas y debilidades de la solución	50
3.4 Recomendaciones para su puesta en marcha	51
IV. APLICACIÓN EXPERIMENTAL	52
4.1 Diseño básico o esquema experimental	52
Análisis Descriptivo	52
4.2 Sujetos	54
4.3 La solución y sus condiciones de aplicación	55
4.4 Instrumentos	55

4.5 Diseño de análisis de datos	55
V. RESULTADOS	60
5.1 Descriptivos	60
5.2 Resultados de las rúbricas	63
5.4 Resultados por hipótesis o efectos esperados	67
5.5 Inferenciales	70
5.6 Análisis Cualitativo de las entrevistas a profesores y alumnos	78
VI. DISCUSIÓN, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	83
VII. BIBLIOGRAFÍA	85
VIII. ANEXOS	87

ÍNDICE DE TABLAS

Tablas del Capítulo 1.

Tabla 1.1. Colegios que pertenecen a la Corporación	5
Tabla 1.2 Índice de vulnerabilidad escolar y cantidad de alumnos de Educación Media por prioridad – año 2014	6
Tabla 1.3. Caracterización social de los estudiantes de los colegios COREDUC a partir de la clasificación SIMCE 2013	7
Tabla 1.4. Promedios PISA para Chile y OCDE.....	8
Tabla 1.5. Estándares de Aprendizaje para las comunas a las que pertenecen los colegios	9

Tablas del Capítulo 4.

Tabla 4.1. Sujetos de la investigación	54
Tabla 4.2. Cantidad de profesores y cursos en la investigación	54
Tabla 4.3: Diseño de análisis del grupo experimental	56
Tabla 4.4: Diseño de análisis del grupo control	57
Tabla 4.5. Rúbrica del registro de cuadernos	58

Tablas del Capítulo 5.

Tabla 5.1. Síntesis de pruebas históricas	60
Tabla 5.2. Síntesis Post Test.....	61
Tabla 5.3. Diferencia por habilidad entre Post Test y resultados históricos para el grupo experimental	67
Tabla 5.4. Diferencia por habilidad entre Post Test y resultados históricos del grupo control.....	68
Cuadro 5.5. Diferencias entre habilidades.....	70
Cuadro 5.6. Pruebas multivariantes.....	70
Cuadro 5.7. Comparaciones por pareja.....	71
Cuadro 5.8. Diferencias entre grupos (estimaciones)	71

Cuadro 5.9. Pruebas de efecto inter – sujetos	72
Cuadro 5.10. Comparaciones por pareja	72
Cuadro 5.11. Diferencias entre grupos para cada habilidad	73
Cuadro 5.12. ANOVA	73
Cuadro 5.13. Habilidad: Conocimiento (estimaciones)	74
Cuadro 5.14: Pruebas de efectos inter-sujetos	74
Cuadro 5.15: Comparaciones por parejas	75
Cuadro 5.16. Habilidad: Resolución de Problemas (estimaciones)	75
Cuadro 5.17: Pruebas de efectos inter-sujetos	75
Cuadro 5.18: Comparaciones por parejas	76
Cuadro 5.19. Habilidad: Razonamiento (estimaciones)	76
Cuadro 5.20: Pruebas de efectos inter-sujetos	76
Cuadro 5.21: Comparaciones por parejas	77
Cuadro 5.22. Estimaciones	77
Cuadro 5.23. Pruebas multivariante	77

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Figuras del Capítulo 1.

Figura 1.1. Niveles de desempeño en la prueba PISA	8
Figura 1.2. Estándares de Aprendizaje en Matemática	10
Figura 1.3. Alcances del estudio	12
Figura 1.4. Rúbrica de desempeño	12

Figuras del Capítulo 5.

Figura 5.1. Gráfico comparativo de habilidades	60
Figura 5.2. Diferencia por habilidades entre grupos	61
Figura 5.3. Gráfico comparativo de habilidades Post Test	62
Figura 5.4. Diferencia por habilidad entre grupos	62
Figura 5.5. Resultados de las rúbricas para la primera etapa de la intervención	63
Figura 5.6. Resultados de las rúbricas para el registro Tabla Tabular	64
Figura 5.7. Resultado de las rúbricas para el registro por Extensión	64
Figura 5.8. Resultados de las rúbricas para el registro Gráfico	65
Figura 5.9. Resultado de las rúbricas para el registro Pictórico	65
Figura 5.10. Resultado de las rúbricas para el registro de Abstracto	66
Figura 5.11. Diferencia por habilidad del grupo experimental	67
Figura 5.12. Diferencia por habilidad del grupo control	68
Figura 5.13. Gráfico comparativo de habilidades según hipótesis	69
Figura 5.14. Diferencia por habilidades entre grupo experimental y control según hipótesis	69

INTRODUCCIÓN

El modelamiento matemático en la resolución de problemas, se ha transformado en una de las principales habilidades exigidas tanto por el currículum nacional como las pruebas estandarizadas internacionales. Nuestros estudiantes a nivel nacional, con estas mediciones, han ido mostrando de manera sistemática una gran debilidad a la hora de enfrentar este tipo de desafíos.

Los colegios que participan en esta investigación, que pertenecen a la Corporación Educacional de la Construcción (COREDUC), han evidenciado a lo largo de estos años, una clara deficiencia en esta habilidad, específicamente en los alumnos de primeros medios. Para los profesores que son parte de la Corporación, es fundamental que desarrollen esta habilidad, debido a la importancia y aplicación del modelamiento matemático, tanto para el primer año de educación media como el resto de los niveles de este ciclo.

Como solución a este problema, se diseñó una intervención tanto metodológica como didáctica, para enfrentar de buena manera esta habilidad en los estudiantes de primero medio. Dentro de las propuestas metodológicas, se utilizaron como antecedentes, las prácticas metodológicas anteriores que tuvieron mayor éxito por parte de los profesores participantes y complementados con las herramientas de análisis didáctica utilizadas para esta investigación.

Se midió el desempeño de los estudiantes, clase a clase, a partir de objetivos o aprendizajes esperados, mediante rúbricas a una muestra representativa de estudiantes de cada curso, que nos aclaraban los niveles de aprendizajes alcanzados por estos, para finalmente aplicar una evaluación estandarizada, al término de la unidad (unidad de función lineal y afín), tanto al grupo experimental como al grupo control. Las limitaciones que se nos presentaron, fueron principalmente, el tiempo de implementación de esta intervención, las habilidades blandas que posee cada profesor para transmitir los conocimientos y las aptitudes académicas de los mismos estudiantes que fueron parte de esta intervención. También resultó problemático, los distintos protocolos de aplicación del instrumento final en cada institución, lo cual se nos hizo complejo de estandarizar y controlar.

La hipótesis de esta investigación, plantea que, al realizar esta intervención metodológica en la unidad de funciones para primero medio, nuestro grupo experimental desarrollará en mayor medida las habilidades requeridas para el modelamiento matemático. El marco referencial utilizado para esta intervención, corresponde, a los modelos de análisis didáctico de las "Representaciones Semióticas" y los "Obstáculos Cognitivos".

La metodología, consiste en una primera instancia, la capacitación a los profesores que fueron parte del grupo experimental, acerca de los modelos de análisis didáctico, anteriormente mencionados; análisis y reflexión de la experiencia de ellos con este tema; diseño de la intervención; puesta en marcha y aplicación de esta; para finalizar con una pos prueba tanto para el grupo experimental como el grupo control.

Paralelamente, se hizo registro fotográfico de los cuadernos para una muestra de estudiantes, tabularlos mediante una rúbrica y finalmente una entrevista grabada con los profesores y estudiantes que participaron de esta intervención.

El trabajo en su primer capítulo, plantea el contexto en donde se realiza el experimento, que corresponde a colegios Técnicos Profesionales, particular subvencionados, que se encuentran en sectores vulnerables. En este capítulo, se evidencia las pocas habilidades de abstracción que traen desde la educación básica y que se transforma en un gran obstáculo para desarrollar el modelamiento matemático.

El segundo capítulo, revisa la literatura de los modelos de análisis didáctico y que son más pertinentes para comprender y tomar decisiones acerca del diseño e implementación de esta intervención metodológica y didáctica. Además, proporciona información acerca del marco teórico de análisis de los resultados de la pos prueba, que en este caso, corresponde a la Teoría Clásica del Test.

En el tercer capítulo, se describe de manera detallada la metodología diseñada e implementada en el aula, paso a paso, para alcanzar las habilidades del modelamiento matemático, utilizando todos los registros o representaciones a utilizar, para que los estudiantes logren tanto un vocabulario común en funciones, como las herramientas y recursos para alcanzar estas habilidades.

En el cuarto capítulo, se plantean las variables a utilizar en el análisis de los resultados, para el análisis cuantitativo (descriptivo e inferencial), el análisis cualitativo, los instrumentos a utilizar y el diseño del análisis.

Finalmente, el quinto capítulo, se muestran los resultados de la intervención contrastándolos con la hipótesis y las principales conclusiones obtenidas.

I. CONTEXTO, PROBLEMA/NECESIDAD Y ALCANCES DEL ESTUDIO

1.1 Antecedentes y contexto del problema o necesidad

Antecedentes

La formación matemática y la alfabetización matemática de todos los ciudadanos, se considera un elemento esencial a tener en cuenta para el desarrollo de cualquier país. Se conoce como alfabetización matemática a la capacidad de identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios bien fundados y usar en forma adecuada tanto los conocimientos como las herramientas matemáticas para resolver problemas cotidianos (PISA, 2012).

La matemática es una herramienta fundamental que explica la mayoría de los avances de nuestra sociedad y les sirve de soporte científico. Los aportes de la matemática están en la base de la innovación en tecnología, ciencias, transporte, comunicaciones y se aplican en otras áreas, como las artes, la geografía y la economía (UCE, 2011).

En esta perspectiva, es indispensable que los alumnos adquieran una sólida comprensión de los conceptos matemáticos fundamentales como las funciones y muestren su comprensión por medio de la representación, la operatoria, la explicación, la relación y la aplicación de éstas. La asignatura de matemática se focaliza en la Resolución de Problemas que implica no solo poner en juego un amplio conjunto de habilidades, sino también la creatividad para buscar y probar diversas soluciones. En este contexto, muchas veces lo que más aporta al aprendizaje de los estudiantes no es la solución a un problema matemático, sino el proceso de búsqueda creativa de soluciones.

Uno de los mayores énfasis del currículum de matemática consiste en que los estudiantes sean capaces de transitar entre los distintos modos de representación (concreto, pictórico y simbólico), traduciendo situaciones de la vida cotidiana a lenguaje formal o utilizando símbolos matemáticos para resolver problemas o explicar situaciones concretas. Las bases curriculares dan relevancia al Modelamiento Matemático, cuyo objetivo de desarrollar esta habilidad es lograr que el estudiante construya una versión simplificada y abstracta de un sistema que opera en la realidad, que capture patrones claves y los exprese mediante símbolos matemáticos (Agencia de Calidad de la Educación, 2013).

Las metáforas, las representaciones y las analogías juegan un rol clave en este proceso de aprendizaje, y dan al alumno la posibilidad de construir sus propios conceptos matemáticos. Representar tiene grandes ventajas para el aprendizaje, entre ellas, permite relacionar el

conocimiento intuitivo con una explicación formal de las situaciones, ligando diferentes niveles de representación; potenciar la comprensión, memorización y explicación de las operaciones, relaciones y conceptos matemáticos; y brindarles a las expresiones matemáticas un significado cercano.

Por otra parte, modelar es construir un prototipo físico o abstracto que capture parte de las características de una realidad para poder estudiarla, modificarla y/o evaluarla; asimismo, ese modelo permite buscar soluciones, aplicarlas a otras realidades (objetos, fenómenos, situaciones, etc.), estimar, comparar impactos y representar relaciones. El currículum de este ciclo espera que los estudiantes:

- Usen modelos y entiendan y apliquen correctamente las reglas que los definen.
- Seleccionen modelos, comparándolos según su capacidad de capturar fenómenos de la realidad.
- Ajusten modelos, cambiando sus parámetros o considerando buenos parámetros de un modelo dado.

El concepto matemático de función se concibe como una herramienta eficaz para modelar situaciones de cambio, y es la noción de dependencia entre variables la que involucra la existencia de una relación entre magnitudes, la cual implica la idea de que un cambio en una de las variables tendrá efectos sobre las otras. Es indispensable que el estudiante reconozca la diferencia entre el concepto de función, en este caso la función lineal y sus representaciones en los diferentes registros, por ello se hace necesario que el estudiante identifique sus unidades significantes, encuentre la correspondencia de las unidades de una representación con respecto a las unidades estructurales de la otra representación y haga conversiones de una representación semiótica a otra en diferentes registros.

Esta investigación es una propuesta de aprendizaje del concepto de función, partiendo por el dominio del vocabulario que se utiliza en funciones como, por ejemplo: conjunto de partida y llegada, dominio y recorrido. Y como segunda parte, el reconocimiento de las representaciones semióticas que hacen aprehensible este concepto matemático, de su utilización en diferentes escenarios y también de la conversión que el sujeto hace de una representación semiótica a otra, en diferentes registros.

Contexto

La Cámara Chilena de la Construcción a través de su área de Responsabilidad Social Empresarial (RSE), administra ocho liceos técnicos profesionales del área de la construcción a través la

Corporación de Educación de la Construcción (COREDUC), liceos que se encuentran en sectores de alta vulnerabilidad.

A continuación, en la tabla 1.1 se presentan los colegios, las comunas a los que pertenecen y el tipo de administración que ejecuta la Corporación en estos.

Tabla 1.1. Colegios que pertenecen a la Corporación

COLEGIO	SIGLAS	COMUNA	ADMINISTRACIÓN
Oscar Corona Barahona	OCB	La Calera	Delegada
Rafael Donoso Carrasco	RDC	Recoleta	Delegada
Víctor Bezanilla Salinas	VBS	Santiago	Delegada
Sergio Silva Bascañán	SSB	La Pintana	Delegada
Colegio Elisa Valdés	CEV	Puente Alto	Sostenedor
Ernesto Pinto Lagarrigue	EPL	Rancagua	Delegada
Hernán Valenzuela Leyton	HVL	Hualpén	Delegada
Jorge Sánchez Ugarte	JSU	Concepción	Sostenedor

Los alumnos de los Liceos de la Corporación vienen de familias de estratos socioeconómicos bajos. Viven principalmente en las comunas de La Calera, Petorca, Quillota, Recoleta, Independencia, Huechuraba, Santiago, La Pintana, Puente Alto, San Bernardo, Rancagua, Concepción, Hualpén y Talcahuano. También existen alumnos de sectores rurales. Sus grupos familiares son de escasos recursos cuya principal preocupación es lograr ingresos económicos que les permitan satisfacer sus necesidades básicas. Esta situación se puede inferir a partir del Índice de Vulnerabilidad Escolar (IVE), que cada año calcula la Junta de Auxilio Escolar y Becas (JUNAEB). Indicador que está validado por MIDEPLAN, y que se diseñó para focalizar el Programa de Alimentación Escolar y otros programas asistenciales públicos.

A continuación, en la tabla 2 se presentan los IVE de los liceos que son parte de esta Corporación, comparándolo con el promedio actual de sus respectivas comunas:

Tabla 1.2 Índice de vulnerabilidad escolar y cantidad de alumnos de Educación Media por prioridad – año 2014

LICEO	COMUNA	1ª PRIORIDAD	2ª PRIORIDAD	3ª PRIORIDAD	NO APLICABLE	SIN INFORMACION	TOTAL MATRICULADA MEDIA 2013	IVE- E. MEDIA 2014	IVE- Comunal
OCB	La Calera	509	54	171	173	3	910	80,66%	74,37%
RDC	Recoleta	268	80	99	169	0	616	72,56%	63,49%
VBS	Santiago	365	117	83	145	5	715	79,02%	55,03%
SSB	La Pintana	416	65	136	175	0	792	77,90%	77,95%
CEV	Puente Alto	197	24	66	56	3	346	82,95%	64,93%
EPL	Rancagua	465	110	232	420	2	1.229	65,66%	60,72%
HVL	Hualpén	369	33	128	174	2	706	75,07%	71,66%
JSU	Concepción	166	19	102	161	1	449	63,92%	59,11%
TOTAL MEDIA		2.755	502	1.017	1.473	16	5.763	74,72%	65,91%
Porcentaje		47,80%	8,71%	17,65%	25,56%	0,28%	100%		

(Fuente: http://www.junaeb.cl/prontus_junaeb/wp.../2014/02/IVE-SINAE_2014-OFICIAL-14022014)

En la Tabla anterior, se aprecia que los Liceos COREDUC tienen mayor vulnerabilidad que el promedio de establecimientos de la comuna a la que pertenecen. Alcanzando 8,8% en promedio, por sobre el promedio de las 8 comunas. En la tabla siguiente (tabla 3) se presentan los valores promedios por variable de clasificación para cada uno de los grupos socioeconómicos y el GSE donde están ubicados los Liceos de la Corporación.

Tabla 1.3. Caracterización social de los estudiantes de los colegios COREDUC a partir de la clasificación SIMCE 2013

Grupo Socio-Económico	Promedio de Años de Escolaridad	Ingreso promedio del Hogar	Promedio de IVE-SINAE	Liceos Coreduc
BAJO	8 años	Hasta \$ 255.000	67,01% a 100%	OCB, SSB y CEV
MEDIO BAJO	9 a 10 años	\$255.001-\$380.000	47,01% a 67%	RDC, VBS, EPL y HVL
MEDIO	11 a 12 años	\$ 380.001-\$680.000	29,01% a 47%	JSU
MEDIO ALTO	13 a 15 años	\$ 680.001-\$1.300.000	5,01% a 29%	
ALTO	>16 años	Mayor a \$ 1.300.000	< 5,01%	

Fuente: http://www.simce.cl/fileadmin/Documentos_y_archivos_SIMCE/Documentos_tecnicos_investigadores/Metodologia_de_Construccion_de_Grupos_Socioeconomicos_SIMCE_2013.pdf

En la tabla 1.3 se muestra la categoría donde quedan clasificadas las familias de los estudiantes de segundo medio de los liceos Coreduc. En síntesis, en los antecedentes presentados, se muestra que los estudiantes de los liceos Coreduc provienen de familias vulnerables socialmente, con padres que mayoritariamente no han completado su enseñanza media y con bajos ingresos familiares.

1.2 El problema, preguntas del estudio o la necesidad de satisfacer

¿Qué niveles de desempeño en Matemática exhiben los estudiantes chilenos?

La última prueba PISA² aplicada el 2013, cuyo foco de evaluación fue el área de Matemática, sigue considerando la evaluación de competencias lectoras y matemáticas que muestran los estudiantes de los distintos países que participaron en dicha prueba.

² "Resultados PISA 2012 Chile: Programme for International Student Assessment". Agencia de Calidad de la Educación. Ministerio de Educación de Chile.

Los resultados revelaron que el nivel de competencia matemática de los estudiantes chilenos también se encuentra **por debajo de la media** conseguida por los países de la OCDE, tal como se puede observar en el siguiente cuadro o tabla:

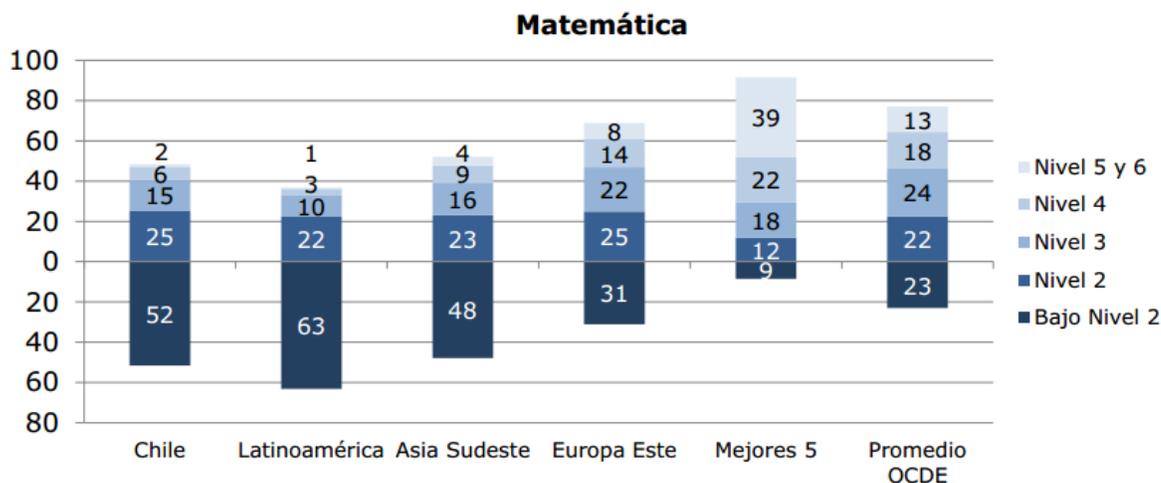
Tabla 1.4. Promedios PISA para Chile y OCDE

	Promedios PISA	
	Chile	Países OCDE
2006	411	498
2009	421	496
2012	423	494

Los puntajes exhibidos indican que el promedio de logro nacional alcanzó 423 puntos, situándolo a 71 puntos del promedio de los países de la OCDE y a 131 puntos de Corea; mejor promedio dentro de los países pertenecientes a la OCDE, con 554 puntos. Y a 90 puntos del mejor resultado de la prueba, obtenido por Shanghai-China (613 puntos).

En el caso de Matemática, la prueba PISA definió siete niveles de desempeño de competencia matemática. Cuyos resultados se pueden observar en el siguiente gráfico.

Figura 1.1. Niveles de desempeño en la prueba PISA



Fuente: Base de datos PISA 2012, OCDE

En este caso la situación de Matemática en nuestro país es deficiente, puesto que 77% de los estudiantes chilenos se ubican en los tres niveles inferiores, de los cuales, 52% ni siquiera alcanzó el nivel mínimo aceptable. El 6% de ellos se ubica en el nivel 5, y 2% en el nivel 6.

Los resultados obtenidos en Matemática, confirman que los niveles de competencias de los estudiantes chilenos en estas áreas definidas como claves para insertarse exitosa y productivamente en el mundo moderno, son claramente deficitarias. Nuestros estudiantes al situarse en los tres primeros niveles, evidencia que son capaces de responder las preguntas que involucran contextos familiares donde toda la información relevante está presente y las preguntas están claramente definidas, pueden interpretar y reconocer situaciones en contextos que requieren una inferencia directa, pueden extraer información relevante de una sola fuente y usar un solo modelo de representación, pueden ejecutar procedimientos claramente descritos, incluyendo aquellos que requieren decisiones secuenciales, sus interpretaciones son suficientemente sólidas como para servir de base para construir un modelo simple o para seleccionar y aplicar estrategias de resolución de problemas sencillos³.

Como este proyecto se implementará en el colegio de la comuna de Rancagua (grupo experimental), y los grupos control pertenecen a las comunas de Hualpén, Concepción y La Calera, se hizo una recogida de datos para tabular los Estándares de Aprendizaje⁴ de los estudiantes de octavo básico de colegios municipales y particular subvencionados que rindieron la prueba SIMCE en el año 2014 en estas comunas y cuyo grupo socioeconómico es medio, medio bajo y bajo. Los porcentajes de logro según los estándares fueron los siguientes:

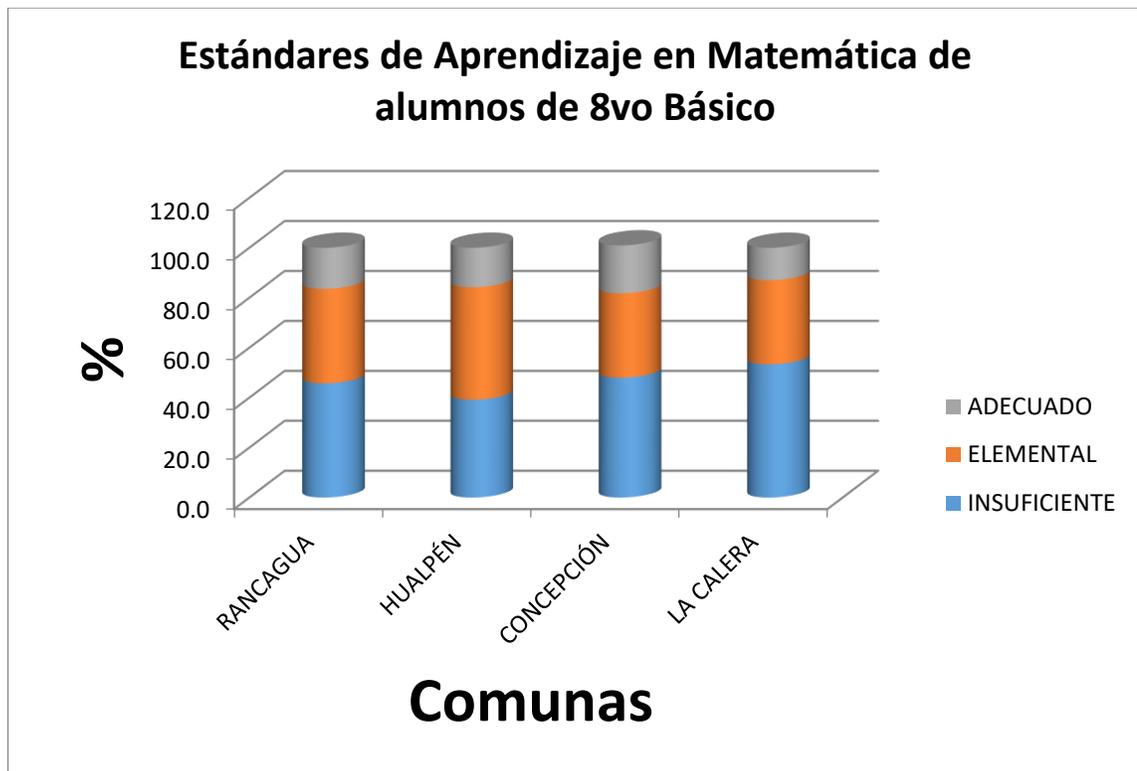
Tabla 1.5. Estándares de Aprendizaje para las comunas a las que pertenecen los colegios

Estándares de Aprendizaje	Comuna			
	Rancagua	Hualpén	Concepción	La Calera
Insuficiente	45,7%	39,1%	48,0%	53,3%
Elemental	37,9%	45,1%	33,8%	33,7%
Adecuado	16,4%	15,8%	19,2%	13,0%

³ "PISA Competencias Matemáticas: un requisito para la sociedad de la información. Marco de evaluación, preguntas y ejemplos de respuestas de la prueba". Agencia de Calidad de la Educación División de Estudios, Departamento de Estudios Internacionales. Santiago, diciembre 2013.

⁴ Los Estándares de Aprendizaje son referentes que describen lo que los estudiantes deben saber y poder hacer para demostrar, en las evaluaciones SIMCE, determinados niveles de cumplimiento de los objetivos de aprendizaje estipulados en el currículum vigente. Comprenden tres niveles de aprendizaje: Adecuado, Elemental e Insuficiente.

Figura 1.2. Estándares de Aprendizaje en Matemática



Fuente: Informe Resultados de Aprendizaje 2014, Agencia de Calidad de la Educación.

Estos resultados nos indican que un altísimo porcentaje de estudiantes, no alcanzan un nivel adecuado de pensamiento lógico-reflexivo y, por tanto, no cuentan con esa base indispensable para aprender cualquier otro conocimiento o destreza a un nivel medianamente complejo. Estos estudiantes muestran escasa evidencia de que comprenden y aplican los conceptos y procedimientos más elementales de números, álgebra, geometría, y datos y azar propios de su escolaridad; así como un escaso dominio de las habilidades de razonamiento matemático. Por lo general, solo logran aplicar algunos conocimientos y habilidades en situaciones directas y en problemas que se han practicado extensivamente y que presentan algún tipo de mediación y apoyo.

Causas

Generalmente en el entorno escolar el concepto de función lineal y afín se concibe como una fórmula estática ya establecida, como un producto acabado que requiere ser memorizada. Es esta concepción la que le ha restado importancia como herramienta matemática potente que permite modelar fenómenos de la vida cotidiana del sujeto. Aunque las Matemáticas son una gran construcción del hombre, es importante generar en el estudiante ese deseo de construir las matemáticas y no enseñarla como un producto acabado.

Además, los estudiantes no reconocen la diferencia entre el concepto de función, en este caso la función lineal y sus representaciones en los diferentes registros, no identifican sus unidades significantes, no encuentran la correspondencia de las unidades de una representación con respecto a las unidades estructurales de la otra representación y no hacen conversiones de una representación a otra en diferentes registros.

Efectos

Al finalizar la implementación de esta metodología se espera que los alumnos modelen situaciones o fenómenos en diferentes contextos utilizando funciones lineales y afines, realicen diferentes representaciones de funciones lineales y afines, argumenten respecto de las variaciones que se producen en la representación gráfica de funciones lineales y afines al modificar los parámetros y resolver problemas que involucren funciones lineales y afines. Y finalmente que esta práctica se haga sistemática en todos los niveles donde se desarrollan funciones en los colegios de la Corporación.

1.3 Objetivos del estudio

Objetivo General

- Diseñar, implementar y evaluar una metodología de trabajo docente en torno al Modelamiento Matemático en Álgebra, en los estudiantes de Primeros Medios de los colegios administrados por COREDUC y así alcancen los conocimientos y las habilidades de razonamiento matemático en situaciones directas y en problemas de varios pasos en los que se requiere seleccionar datos, organizar la información o establecer un procedimiento apropiado para las funciones lineales y afines.

Objetivos Específicos

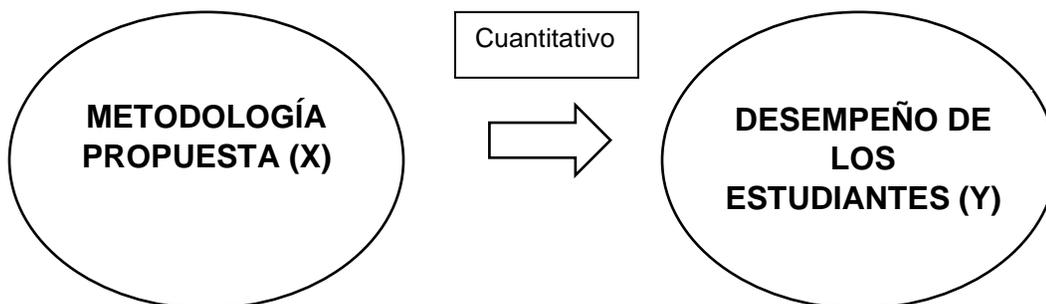
- Diseñar e implementar la unidad didáctica de Funciones, para que los estudiantes de primeros medios de los colegios COREDUC desarrollen y se apropien de las habilidades básicas que se requieren para el modelamiento matemático.
- Identificar los elementos reflexivos que permiten caracterizar la comprensión del modelamiento matemático en los estudiantes de matemática de primero medio de la Corporación.
- Evaluar la metodología del trabajo docente mediante el nivel de desempeño del modelamiento matemático, a través del análisis del trabajo hecho por los estudiantes en sus actividades pedagógicas.

- Evaluar los resultados en los estudiantes de primeros medios de los colegios COREDUC en el Modelamiento Matemático, comparándolos a partir de un registro histórico de habilidades evaluadas en las pruebas corporativas de primeros medios y un Post-Test al finalizar la unidad, de los profesores que participan en esta investigación.

1.4 Alcances del estudio

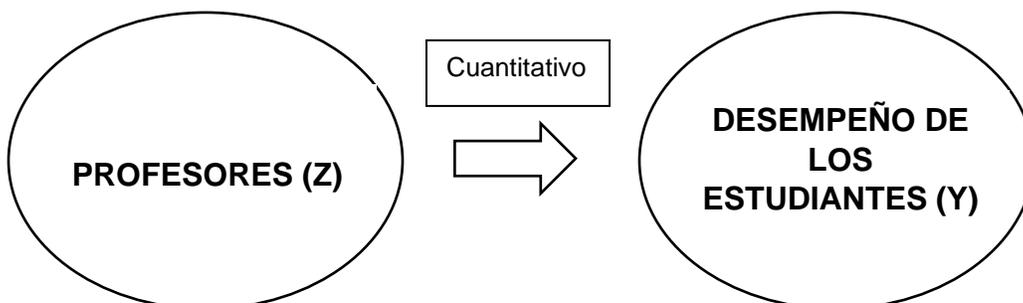
El alcance de la investigación es con Pos prueba únicamente y Grupo Control, ya que a partir de la Intervención Metodológica (X) fundamentada en el modelo de “Representaciones Semióticas” se espera influenciar en el desempeño de los estudiantes de primero medio de la Corporación con respecto al Modelamiento Matemático (Y). Para medir esta correlación el enfoque a utilizar es cuantitativo ya que se tratará de un análisis inferencial primero y paramétrico posteriormente.

Figura 1.3. Alcances del estudio
Pos prueba únicamente y Grupo Control



Por otra parte, se medirá la correlación entre los profesores (Z) y el desempeño de los estudiantes en Modelamiento Matemático (Y) mediante rúbricas, medida de manera cuantitativa (de manera inferencial).

Figura 1.4. Rúbrica de desempeño
Rúbrica de desempeño de los estudiantes en sus cuadernos



Finalmente, tanto a los profesores como a los estudiantes del grupo experimental, se los entrevistará para evaluar y medir de manera cualitativa (mediante entrevistas y focus group), esta metodología de trabajo en el aula.

Contribuciones

Este estudio intentará desarrollar en los estudiantes la habilidad de modelamiento matemático para situaciones de la realidad que involucren la proporcionalidad directa. Para ello se abordará primero herramientas básicas de la Teoría de Conjuntos y un lenguaje propio de las funciones.

El objetivo que se busca tanto con las herramientas como el lenguaje de funciones, es que los estudiantes comprendan y apliquen la correspondencia entre colecciones y así extenderlo a las relaciones biunívocas entre variables. Ya que uno de los problemas que experimentan los estudiantes es que no comprenden que las relaciones entre variables generan o se pueden representar como pares ordenados, puntos en el plano cartesiano, tablas tabulares.

Luego los estudiantes deberán ser capaces de reconocer situaciones de la realidad que involucren dependencia entre variables, para posteriormente reconocer situaciones que involucren proporcionalidad y específicamente proporcionalidad directa. Cuando logren esto último, con actividades dirigidas los estudiantes deberán modelar estas situaciones mediante funciones lineales, las cuales deberán ser representadas en modelos matemáticos, tablas tabulares, pares ordenados, en el plano cartesiano, de forma pictórica y finalmente en su modelo abstracto.

Finalmente, cuando los estudiantes dominen todas sus representaciones se les pedirá que realicen tratamiento de cada una de las representaciones y así logren obtener las unidades significantes de la función lineal que son: la pendiente y el intercepto (que en este caso es el origen); y así logren realizar la conversión de manera natural entre representaciones, que es el objetivo final del modelo didáctico de representaciones semióticas, para alcanzar el aprendizaje de modelamiento matemático.

Limitaciones

Dentro de las limitaciones de esta intervención está el tiempo en que se pretende implementar este modelo didáctico, debido a que existen muchas familias de ejercicios que involucran proporcionalidad directa y que se podrían trabajar en el aula, pero se transformaría en un semestre de funciones y los profesores deben cumplir con el programa.

Y la otra gran limitante para alumnos con muy poca práctica o experticia en representar situaciones matemáticas, es la cantidad de representaciones que queremos que logren formar

por sí mismo, con su debido tratamiento en cada una de ellas y conversión entre ellas, no perdiendo el horizonte que finalmente los alumnos desarrollen la habilidad de Modelamiento Matemático.

II. MARCO TEÓRICO O REFERENCIAL (ESTADO DEL ARTE)

2.1 Origen y antecedentes teóricos del Problema

Obstáculos Cognitivos

Los obstáculos cognitivos definidos por Bachelard (1938) y Brousseau (1983) son identificados como conocimientos que han sido satisfactorios para la resolución de ciertos problemas durante un tiempo, se fijan en la mente y, sin embargo, resultan inadecuados y de difícil adaptación al tenerse que enfrentar el alumno a otros problemas.

Según Brousseau «El error no es solamente el efecto de la ignorancia, de la incertidumbre, del azar, según se creía en las teorías empiristas o conductistas del aprendizaje; sino el efecto de un conocimiento anterior, que tuvo su interés, su éxito, y que ahora se revela falso o simplemente inadaptado. Los errores de este tipo no son fortuitos e imprevisibles, su origen se constituye en un obstáculo»⁵

Es cierto que se ha investigado sobre las razones por las que un alumno se expresa o reacciona de una u otra manera, pero también es cierto que no se ha diferenciado profundamente la distinta naturaleza causal. No aparece realmente diferenciada la idea de obstáculo cognitivo y la de error, ya que se llega a expresar que los obstáculos se manifiestan por los errores, cuando éstos no se deben al azar, sino que son persistentes y reproductibles, y afloran cuando los estudiantes se enfrentan de nuevo a situaciones similares a aquellas en que se observan por primera vez y que se producen según una “lógica” de los alumnos.

Existe poca diferenciación respecto a los obstáculos cognitivos encontrados por los estudiantes y los errores que ellos cometen. Esta correspondencia no debe tomarse demasiado literal refiriéndonos al lenguaje algebraico, ya que se podrían identificar dificultades de aprendizaje que no son estrictamente, de la misma naturaleza.

Tipos de Obstáculos Cognitivos

- Ontológicos: Son debidos a las características del desarrollo del niño.
- Didácticos: Resultan de las elecciones didácticas hechas para establecer la situación de enseñanza o que estas, “son debidos a las decisiones que toma el profesor o el propio sistema educativo en relación con algunos conocimientos matemáticos.”⁶

⁵ Brousseau, G.: Ibidem, 1998, p. 120.

⁶ Chamorro, María del Carmen.: Pearson Educación, 2005, p. 36.

- Epistemológicos: Surgen de dificultades intrínsecas al concepto. «La construcción del conocimiento matemático se enfrenta con ellos y se apoya en ellos.»⁷ Por ejemplo, la visión de las raíces como potencias de exponente fraccionario es complejo entenderlo a partir de la definición que siempre se ha entregado.

Con respecto al concepto de magnitud, tampoco se aprecia en cursos superiores que los estudiantes dominen o sean capaces de imaginarse y por lo mismo representar algún problema que relacione magnitudes.

“La enseñanza de las magnitudes y su medida siempre ha estado presente en los currículos de Matemáticas en la educación elemental. Pero por lo que respecta a la Educación Infantil bien es verdad que las propuestas de las autoridades educativas han sido tradicionalmente pobres y en muchos casos desacertadas. A pesar de tratarse de uno de los conocimientos matemáticos de más presencia social, da la impresión de que se reserva casi en su totalidad a etapas educativas posteriores. Sin embargo, la construcción de las nociones de magnitud y medida deben arrancar en esta etapa, aunque el niño vaya a medir poco o nada. No tiene sentido iniciar a la medida si no se sabe qué se puede y qué no se puede medir. Parece necesario que los niños entren en contacto con situaciones que les provoquen el descubrimiento de las magnitudes, a partir de sus percepciones de determinadas propiedades en los objetos.”⁸

Representaciones Semióticas

Hacen referencia a todas aquellas construcciones (en nuestros estudiantes) de sistemas de expresión y representación que pueden incluir diferentes sistemas de escritura, como números, notaciones simbólicas, representaciones tridimensionales, gráficas, redes, diagramas, esquemas. Cumplen funciones de comunicación, expresión, objetivación y tratamiento y al momento de crear estos registros la acción según esta teoría se denomina **Formación** del registro.

Hoy en día se considera que no es posible estudiar los fenómenos relacionados con el conocimiento sin recurrir a la noción de representación. Se admite, además, que la pluralidad de sistemas semióticos permite diversificar las representaciones de un mismo objeto, y, de esta forma, amplía las capacidades cognitivas de los sujetos y, por tanto, sus representaciones mentales. Otro aspecto importante hace referencia al cambio de las formas de representación (**Conversión** de registros), como consecuencia de la selección de procesos cognitivos más económicos en la transformación de las representaciones (**Tratamiento** del registro).

⁷ Chamorro, María del Carmen.: Pearson Educación, 2005, p. 34.

⁸ Chamorro, María del Carmen.: Pearson Educación, 2005, p. 317.

La creciente atención que en los últimos años ha captado la producción e interpretación de representaciones externas ha llegado al ámbito de la educación en ciencias. En la actualidad, se reconoce la importancia para el logro de aprendizajes en profundidad, de la construcción de múltiples representaciones externas de los conceptos estudiados. Esto ha permitido, en el ámbito de la enseñanza de las ciencias, tomar cierta distancia de los procesos más convencionales, en cuanto al uso e interpretación de textos y gráficas, y pasar a darle preponderancia a los procesos de producción y transformación de las representaciones. En otras palabras, en la actualidad cobran mayor atención todos aquellos procesos encaminados a comprender en detalle los mecanismos que facilitan u obstaculizan la construcción de sistemas externos de representación, y la manera como estudiantes y profesores interactúan con ellos en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

En el conocimiento de los procesos de construcción y transformación de representaciones intervienen diferentes tipo de actividades, dentro de las que se destacan las de Formación, como aquellas representaciones de algo a partir de un conjunto de caracteres e intencionalidades; las de Tratamiento, cuando una transformación produce otra dentro de un mismo registro; y las de Conversión, cuando la transformación produce otra representación en un registro distinto al de la representación original (Duval, 1999).

Para esta proyecto se referencian los siguientes resultados investigativos sobre el concepto de función: Duval (1992), que en su trabajo titulado “Gráficas y ecuaciones”, plantea que la articulación de dos registros pone en evidencia cómo la vía del punteo (hacer la lectura de las coordenadas de un punto sobre la gráfica) es inadecuada para hacer una interpretación global de la gráfica cartesiana, ya que esta requiere de la articulación de la variable visual de la representación gráfica con la unidad significativa de la representación algebraica, ya que el tratamiento centra su atención en leer puntos aislados , y no permite establecer la relación entre la pendiente (m) y la dirección de la recta por ejemplo, convirtiéndose en un obstáculo didáctico que frena el proceso de conversión de hallar la expresión algebraica que representa.

También expresa que la articulación entre los registros gráfico y algebraico no queda establecida luego del estudio de las funciones afines. A esto atribuye directamente al desconocimiento de las reglas de correspondencia semiótica que existen entre el registro de representación gráfico y el registro algebraico, de la misma forma al desconocimiento de los fenómenos de no congruencia entre registros de representación. Por **congruencia** se entiende que las **unidades significantes**⁹

⁹ Son las unidades constitutivas de todas las representaciones posibles en un registro. Se refieren esencialmente a:

- La determinación de unidades elementales.
- Las combinaciones admisibles de las unidades elementales para formar unidades de nivel superior.

de cada registro para una función en particular, deben ser las mismas, que en la función afín corresponde a la **pendiente** y el **coeficiente de posición** o intercepto.

Además se refiere a la interpretación global de la gráfica cartesiana que requiere de la articulación de la variable visual de la representación gráfica con la unidad significativa de la representación algebraica, mientras los tratamientos referentes a la acción de localizar y leer puntos aislados y a los procesos de interpolación y extrapolación para obtener valores, desvían la atención de las características generales de la gráfica y centran su atención en los puntos, lo cual se convierte en un obstáculo didáctico para la interpretación global.

Planchart (2000) en su tesis doctoral, "La visualización y la modelación en la adquisición del concepto de función", reconoce que los estudiantes denotan deficiencias en el trabajo con el concepto de función y para favorecer la solución de este problema plantea una forma de enseñanza enmarcada en las representaciones semióticas del concepto matemático, la visualización, la modelación y la tecnología. Presenta a los estudiantes ejercicios de modelación y simulación con la ayuda de la tecnología, que requieren para su solución la articulación de diferentes registros de representación.

Los hallazgos más importantes obtenidos en este estudio son los siguientes:

- Para algunos estudiantes el realizar la conversión del registro gráfico al registro algebraico presenta mucha dificultad y en el registro tabular habitualmente esperan que respondan a una ecuación, poniendo en duda que representen una función.
- Presentan dificultades en la notación de las funciones, lo que remite a un manejo inadecuado de las reglas de formación propias del sistema algebraico.
- En su mayoría los problemas son respondidos en el registro gráfico, quizás por producto del trabajo visual con tecnología.
- En los ejercicios que corresponden a situaciones físicas presentan dificultades para hacer la conversión al registro algebraico, ya que se requiere de un mayor razonamiento para identificar las variables y combinarlas. Cuando se solicitó pasar de la situación de registro verbal al registro gráfico, en numerosos casos los estudiantes señalaron la forma de la gráfica correctamente sin lograr dar justificaciones, lo que induce a pensar que realizaron una traslación icónica.

• Las condiciones para que una representación de orden superior sea una producción pertinente y completa.

- La modelación es una herramienta que favorece en gran medida que los estudiantes puedan coordinar y hacer conversiones en los distintos sistemas de representación.

En este estudio se evidencia la dificultad que presentan los estudiantes para realizar conversiones desde el registro gráfico al registro algebraico, además utilizan el registro tabular como un registro intermedio que les ayuda a transitar desde el registro algebraico al gráfico, poniendo en duda que también es una representación del concepto de función.

Por otro lado (Gutiérrez, 2007) en su tesis de Maestría “Caracterización de tratamientos y conversiones: El caso de la función afín en el marco de las aplicaciones”. Universidad Pedagógica Nacional, Colombia. Realiza una caracterización de las transformaciones que efectúa un grupo de estudiantes de la Escuela Colombiana de Ingeniería, cuando se proponen situaciones de variación que se modelan mediante la función afín, para lo cual el grupo investigador estudia sus producciones escritas.

El estudio de Gutiérrez (2007) se enmarca en la teoría de registros de representación de Duval, de donde se toman elementos que precisan el marco conceptual desde el cual diseñan unas situaciones de variación para los estudiantes y las categorías de análisis de los resultados.

La investigación recurre a la metodología cualitativa interpretativa y como instrumento de recolección de datos presenta un cuestionario que consta de tres situaciones de variación referentes a contextos de desocupado de tanques, posición y temperatura, las cuales se caracterizan por estar dadas en registro verbal, no hacen explícito el registro de representación de la respuesta y contemplan fenómenos de no congruencia.

Entre los resultados se encontró que los estudiantes presentan gran diversidad de transformaciones (tratamientos y conversiones) para solucionar las situaciones de variación propuestas, aunque sus producciones escritas muestran un bajo nivel de articulación entre registros, debido a los fenómenos de no congruencia entre registros, asimismo, las representaciones que hacen en un registro diferente al verbal varían de acuerdo al contexto de la situación.

Casallas (2008) en su tesis de maestría “Situaciones de validación en el aula de matemáticas en torno a la función lineal”, Universidad Pedagógica Nacional de Colombia. Plantea su investigación en torno a las prácticas evaluativas en la Educación Básica Secundaria relativos al concepto de función lineal dentro del Campo Conceptual Multiplicativo (Vergnaud, 1990). Centrado en la evaluación como fenómeno didáctico, analizando desde las relaciones que se establecen entre

el maestro - el saber – el alumno. Su investigación busca caracterizar el tipo de situaciones que se abordan en torno al concepto de función lineal dentro del **Campo Conceptual Multiplicativo** (CCM) en los grados octavo y/o noveno de Educación Básica.

La función lineal en el CCM, permite reconocer los adelantos en el aprendizaje y desarrollo de competencias multiplicativas, lo que empieza en la Educación Básica con las variedades de situaciones de multiplicación de estructura más simple, haciéndose cada vez más complejas no sólo por la estructura de esas situaciones, sino por las cantidades que intervienen, así como por la evolución a diferentes dominios de experiencia.

Es posible decir que lo que determina el avance en el perfeccionamiento de la competencia multiplicativa de cada estudiante al finalizar la Educación Básica es el hecho en de que éste reconozca la función lineal y sus propiedades como una herramienta más potente en el tratamiento de situaciones de tipo multiplicativo.

En esta investigación es posible reconocer como el aprendizaje del concepto matemático función lineal permite fortalecer la solución de situaciones inmersas en el campo conceptual multiplicativo.

Las investigaciones antes descritas coinciden en que hay ausencia de articulación entre los diferentes registros de representación semiótica del concepto de función, también mencionan que los estudiantes no reconocen el comportamiento global de las gráficas y que no establecen relaciones entre las representaciones gráfica y algebraica de una función.

En estos estudios también se evidencia la importancia del uso de múltiples representaciones en la conceptualización del objeto matemático función y la tecnología como componente que promueve una interacción simultánea entre varios registros de representación semióticos, lo cual favorece a una mejor comprensión.

Las investigaciones que estudian las funciones y sus múltiples representaciones, coinciden indirectamente en que la conversión entre registros de representación es una de las causas de las dificultades que presentan los estudiantes en la conceptualización de las funciones, transformándose en un obstáculo epistemológico.

Esto se debe a la falta de discriminación de las unidades significantes propias de cada registro semiótico, la falta de una interpretación global de las gráficas cartesianas, la tendencia de los estudiantes a mecanizar los procedimientos en un solo registro, sin articular los diferentes registros también la idea de que los registros gráfico y tabular son sólo registros intermedios, y el predominio de la utilización del registro algebraico sobre los otros registros de representación.

No obstante estas investigaciones han explorado la conversión de un registro a otro, solo se ha concluido que hay dificultades y solo un estudio el de (Gutiérrez, 2007) analizó las conversiones a la luz de la congruencia y no-congruencia entre registros, lo que implica el análisis de las situaciones propuestas en términos de las unidades significantes.

En las investigaciones reportadas en los antecedentes, el registro de llegada de la conversión se hace explícito, pero en ningún caso se promueve que el estudiante elija el registro de llegada y de una respuesta a los interrogantes.

Teoría Clásica de los Test.

Hay múltiples fuentes de error o variabilidad en cualquier medición. Por ejemplo, el aparato o herramienta de medición puede estar no bien calibrado, pueden haber errores de transcripción o de reconocimiento al momento de registrar la información. Puede ser que el instrumento de medición no sea el más apropiado (su límite de registro puede no coincidir con lo que se pretende medir), etc. Todos los casos anteriores también pueden ocurrir en la medición de atributos psicológicos. Se observan entonces múltiples fuentes de variabilidad o error que pueden intervenir al momento de realizarse una medición psicológica (Covacevich, 2010).

La Teoría Clásica de los Test TCT (Classical Test Theory CTT por siglas en inglés), es una teoría que se desarrolla para tomar en cuenta este hecho. Sin embargo para poder desarrollarla se deben hacer supuestos que involucran modelamiento matemático/estadístico.

Se considera que cada medición psicológica es **la realización** de un modelo de este tipo:

$$x_p = \tau_p + \epsilon$$

Donde la realización x_p es el puntaje observado de una persona que corresponde a la suma de su "puntaje verdadero" (que no es variable aleatoria), y una fluctuación aleatoria ϵ (que es variable aleatoria) y que no depende intrínsecamente de la persona (Martínez, 2014). Se parte de la base que el resultado observado de una persona en un test o prueba psicológica puede variar en distintas ocasiones. Así se supone que si se tomara el valor esperado sobre **todas** las condiciones que podrían afectar al resultado de la persona se tendría

$$E(X_p) = \tau_p$$

Con lo que se supone también que $E(\epsilon) = 0$. Este es el modelo teórico (muy simple) subyacente a la TCT. A ϵ se le llama error de medición o medida. El modelo anterior se puede ver como un modelo para una sola persona (τ_p es un valor fijo). De esta manera se tiene que la variabilidad observada es

$$Var(X_p) = Var(\epsilon)$$

Se observa entonces que no se puede separar la variabilidad observada de la variabilidad del error de medición. En este modelo también se puede suponer que si se administraran dos test equivalentes a la misma persona en ocasiones distintas se tendría que los puntajes observados cumplirían con que los errores de medición fueran independientes y luego

$$X_p^1 = \tau + \epsilon_1; X_p^2 = \tau + \epsilon_2; Cov(\epsilon_1; \epsilon_2) = 0$$

El modelo para una persona se generaliza a la población de personas que toman los test, en este caso el puntaje verdadero pasa a ser una variable aleatoria, y se tiene el modelo poblacional, donde la persona se escoge aleatoriamente desde una población

$$X = T + \epsilon$$

En este marco teórico se hacen los siguientes supuestos (Martínez, 2014)

1. La correlación entre los puntajes verdaderos y el error de medición en la población es cero (aún más fuerte T y ϵ son independientes.)

$$Cov(T, \epsilon) = 0$$

2. El valor esperado de los puntajes observados y del puntaje verdadero son iguales en la población.

$$E(X) = E(T) = \mu_X = \mu_T$$

Con estos supuestos se deduce:

$$Var(X) = Var(T) + Var(\epsilon)$$

Esta última ecuación da origen al concepto de confiabilidad o fiabilidad en TCT (reliability)

Si tomamos la covarianza entre los puntajes observados y verdaderos se tiene:

$$Cov(X, T) = Cov(T + \epsilon; T) = Var(T)$$

Se define el índice de confiabilidad o fiabilidad de una medición, prueba o evaluación, **al cuadrado de la correlación entre los puntajes verdaderos y observados** que es la proporción de la varianza total que es atribuida a los puntajes verdaderos (Abad, 2006):

$$\rho(X, T)^2 = \frac{Cov(X, T)^2}{Var(X)Var(T)} = \lambda(X) = \frac{Var(T)}{Var(X)}$$

$$\rho(X, T)^2 = \frac{Var(T)}{Var(T) + Var(\epsilon)} = 1 - \frac{Var(\epsilon)}{Var(X)}$$

Este índice da una medida de cuánto la variabilidad de los puntajes observados se asemeja a la variabilidad de los puntajes verdaderos y luego es una medida de cuánto lo que se observa (puntajes observados) refleja los puntajes verdaderos.

Notemos que esta definición se basa en los supuestos de la TCT, que por definición son población dependiente (una prueba puede ser confiable para una población y no para otra).

Consideremos que la confiabilidad es dada, entonces:

$$Var(T) = \rho(X, T)^2 Var(X)$$

$$Var(\epsilon) = Var(X) - Var(T)$$

$$Var(\epsilon) = Var(X) - \rho(X, T)^2 Var(X)$$

$$Var(\epsilon) = Var(X)(1 - \rho(X, T)^2) = Var(X)(1 - \lambda(X))$$

Si tomamos raíz cuadrada a la expresión anterior obtenemos que la desviación estándar del error de medición o el **error estándar de medición** que es la multiplicación de la desviación estándar de los puntajes observados por la raíz de uno menos la confiabilidad.

$$\sigma_\epsilon = \sigma_X \sqrt{1 - \rho(X, T)^2} = \sigma_X \sqrt{1 - \lambda(X)}; Var(X) = \sigma_X^2; Var(\epsilon) = \sigma_\epsilon^2$$

Este es una cantidad relevante para la estimación de los puntajes verdaderos. Los estándares APA exigen que se indique tanto la confiabilidad como el error de medición (Abad, 2006).

Pruebas Paralelas

El fundamento de la TCT es que se puede tomar el valor esperado para la v.a que indica el puntaje observado de una persona. Esa esperanza debe aplicar a una distribución de posibles puntajes de una persona que también se obtienen de la aplicación de distintos test que pretenden medir **el mismo rasgo psicológico de la misma manera. Se supone entonces que daría lo mismo aplicar una prueba u otra.** Esto es lo que se entiende por “prueba paralela” es una prueba que se puede usar indistintamente que otra. Este concepto tiene consecuencias, si dos pruebas paralelas con puntajes observados X e X' respectivamente, son intercambiables se debe tener que el valor del puntaje verdadero que ellas generarían para una persona particular sea el mismo y que la variabilidad del error de medición sea la misma para ambos test aplicados a la misma persona (Covacevich, 2010).

$$\tau_p = \tau'_p; Var(\epsilon) = Var(\epsilon'); \forall p$$

Asimismo, la distribución de puntajes verdaderos en la población es la misma bajo ambas pruebas

$$E(X) = \mu_X = E(X') = \mu_{X'}$$

Además

$$Var(X) = Var(X'); Var(T) = Var(T');$$

Esto implica forzosamente que las confiabilidades de ambas pruebas deben ser las mismas. También que si tenemos otra prueba Y (no necesariamente paralela a X e X') se tendrá que la correlación entre Y e X y entre X' e Y deben ser las mismas. También se obtiene

$$Corr(X, X') = \rho_{XX'} = \lambda(X) = \lambda(X')$$

Formula de Spearman-Brown Longitud y Confiabilidad

Intuitivamente sabemos que si tomamos más observaciones de un fenómeno (tenemos más información) podemos entregar una respuesta más precisa (Martínez, 2014). Esto se traduce estadísticamente en que la varianza de la suma de k mediciones del puntaje verdadero (entregados por k pruebas paralelas) es

$$Var(kT) = k^2 \sigma_T^2; Var(T) = \sigma_T^2$$

Como se supone que los errores de medición de cada prueba son independientes se tiene que

$$Var(\epsilon_1 + \epsilon_2 + \dots + \epsilon_k) = k\sigma_\epsilon^2$$

Observamos entonces que la varianza de la suma de los errores de medición crece más lento que la varianza de la suma de los puntajes verdaderos, y se tiene que la confiabilidad de los k test reunidos en un gran test X_k es

$$\lambda(X_k) = \frac{Var(kT)}{Var(X_k)} = \frac{k^2 \sigma_T^2}{k^2 \sigma_T^2 + k\sigma_\epsilon^2} = \frac{k\sigma_T^2}{k\sigma_T^2 + \sigma_\epsilon^2} = \frac{k\sigma_T^2}{k\sigma_T^2 + \sigma_X^2 - \sigma_T^2}$$

Y dividiendo numerador y denominador por σ_X^2 se tiene

$$\lambda(X_k) = \frac{k\lambda(X)}{1 + (k-1)\lambda(X)}$$

Esta última fórmula se conoce como la fórmula de Spearman-Brown para la confiabilidad de una prueba k veces más larga que una prueba paralela X. Esta fórmula tiene gran aplicación para la construcción de pruebas bajo TCT.

Confiabilidad y Homogeneidad grupal

Vimos que la confiabilidad depende de la variabilidad de los puntajes verdaderos en la población. Esto implica que la homogeneidad que pueda haber en la población es importante para la confiabilidad (Covacevich, 2010). Es razonable pensar que dependiendo de las poblaciones consideradas se pueda presentar menor o mayor variabilidad en una cierta prueba (por ejemplo, una prueba de comprensión lectora aplicado a primer ciclo básico o a alumnos de 4to básico tendrá dispersión distinta). Supongamos que tenemos una subpoblación de interés U, es razonable considerar que la variabilidad del error de medición es la misma para la población y para U. Podemos determinar la confiabilidad del test para la subpoblación de interés como

$$\lambda(X_U) = 1 - \frac{Var(\epsilon)}{Var(X_U)} = 1 - \frac{\sigma_X^2(1 - \lambda(X))}{\sigma_{X_U}^2}$$

Donde $\sigma_{X_U}^2$ es la varianza de los puntajes observados en la subpoblación U.

2.2 Hipótesis/Criterios de solución del Problema y alternativas de satisfacción de la necesidad

La primera etapa de esta intervención es más bien teórica, porque la idea es que los alumnos manejen con eficacia las herramientas y lenguaje utilizado en las funciones y posteriormente cuando ya se trabaje con situaciones de la vida real a modelar, se les pedirá a los estudiantes que las funciones lineales generadas las representen.

En estas representaciones se les exigirá a los estudiantes que obtengan las **unidades significantes** en cada una de ellas mediante el Tratamiento de cada registro, para que se den cuenta que la función lineal y afín corresponde a todos los productos que se pueden generar y así realicen de manera natural la conversión entre representaciones. Si se logra la conversión entre representaciones, el alumno será capaz de aplicar y desarrollar el modelamiento matemático, que es el objetivo de esta investigación.

La hipótesis de este estudio es: "Al realizar una intervención metodológica en la unidad de función, función lineal y función afín, utilizando como marco referencial las Representaciones Semióticas, se asume que los estudiantes del Liceo Técnico Profesional Ernesto Pinto Lagarrigue (EPL) de la comuna de Rancagua desarrollarán en mayor medida las habilidades requeridas para el Modelamiento Matemático, que los colegios que no serán intervenidos y que serán nuestro grupo control".

Los colegios que serán parte del grupo control son: Liceo Técnico Profesional Hernán Valenzuela Leyton (HVL) de la comuna de Hualpén, Liceo Técnico Profesional Jorge Sánchez Ugarte (JSU) de la comuna de Concepción y el Liceo Técnico Profesional Oscar Corona Barahona (OCB) de la comuna de La Calera.

2.3 Fundamentos de las Hipótesis, resultados de los alcances de posibles alternativas de solución

Una de las principales características de las funciones y específicamente las funciones lineales es la cantidad de representaciones que se pueden generar de ellas. Por lo mismo el modelo didáctico de representaciones semióticas potencia esta característica y pone al servicio de los estudiantes una mayor gama de herramientas para que puedan desarrollar de mejor manera la habilidad de modelamiento matemático. Es por esto que se ha adoptado este modelo didáctico como base para intervenir la unidad de función lineal y afín, debido a la cantidad de recursos que se ponen a disposición de los estudiantes y que obviamente los enfrenta de mejor manera a situaciones de dependencia entre variables y de proporcionalidad entre estas.

Con respecto a los resultados, a los estudiantes se les aplicó un set de preguntas estandarizadas el cual arrojó una alta Confiabilidad en la medición y a partir de este instrumento de medición se aplicó un Post-Test para medir los resultados de la intervención finalizada esta unidad. Para medir el grado de confiabilidad de este instrumento de medición, calculamos el **Alfa de Cronbach** obtenido del marco teórico de la **Teoría Clásica de Medición**, utilizando tanto el software SPSS como Tiaplus.

Si no se logran alcanzar diferencias notables en las habilidades medidas en el post test, entre el grupo experimental y el grupo control, se deberá rediseñar esta propuesta metodológica, pero en ningún caso eliminarla porque consideramos junto con los profesores que participan en el proyecto, que es muy enriquecedor tanto para nosotros como para los estudiantes los recursos de que se disponen para la resolución de problemas que involucren modelamiento matemático.

III. ANÁLISIS A PRIORI DE LA SOLUCIÓN

En mi labor de entrenador de Matemática en la Corporación, dentro de mis obligaciones es acompañar y realizar seguimiento en aula con los profesores, para luego realizar una retroalimentación con ellos de su clase. En mis notas detecté que la enseñanza de las funciones se reducía (en la gran mayoría de los profesores) a anotar la ecuación que la representa en el pizarrón, construir una tabla de valores y representar los puntos obtenidos en tabla en el plano cartesiano. No se les presentaba ningún contexto real que involucrara la proporcionalidad directa, no se les pedía en las guías o actividades pedagógicas algún modelamiento matemático y finalmente el foco estaba puesto en obtener la pendiente y el coeficiente de posición a partir del registro gráfico.

Al observar los cuadernos de los estudiantes y preguntándoles directamente a ellos, la utilidad que pensaban que tenían las funciones no era más que graficar funciones a partir de la interpolación o extrapolación de puntos, ignorando la gran importancia de este tema para el desarrollo de la Matemática, las Ciencias y el desarrollo tecnológico de nuestra sociedad.

Es por esto que realizar esta investigación, a partir de una intervención metodológica fundamentada en el análisis didáctico entregado por los obstáculos cognitivos en la enseñanza de este tema y la gran cantidad de representaciones semióticas que se pueden generar con las funciones, su tratamiento y conversión, destacando la congruencia entre registros semióticos debido a sus unidades significantes.

Para medir los resultados a priori y posteriori de esta intervención metodológica, se tabularon las habilidades medidas en pruebas corporativas históricas de primeros medios para cada profesor que participó, tanto como parte del grupo experimental como el grupo control, y se contrastó con las mismas habilidades medidas en un Post-Test.

Tanto las pruebas corporativas como el post test midieron tres habilidades: Conocimiento, Resolución de Problemas y Razonamiento; las cuales se compararon y analizaron para observar si la metodología es efectiva.

3.1 Descripción de la solución

Como una primera etapa del proyecto se realizaron talleres con los profesores de los liceos Ernesto Pinto Lagarrigue (EPL), donde hicimos un análisis didáctico sobre los obstáculos cognitivos que se presentan específicamente en los alumnos de los primeros medios y las dificultades de aprendizaje de funciones. De estas reuniones surgieron las principales ideas de cómo afrontar esta unidad didáctica siguiendo el modelo de las Representaciones Semióticas

Diseño de la Unidad

Registros de Representación en Funciones para su Formación:

- Enunciado en lenguaje cotidiano.
- Lenguaje algebraico (ecuación o fórmula)
- Gráfico en el plano cartesiano
- Pares ordenados
- Diagrama de Venn (Sagital)
- Por extensión
- Por comprensión
- Pictórica (Máquina que transforma una entrada en otra salida)

La implementación de esta unidad se dividió en dos etapas:

1. Una primera etapa más bien conceptual de las funciones y el lenguaje que ocupa:
 - a. Conceptos a tratar a partir de una correspondencia entre especies o relación matemática:
 - Concepto de función
 - Conjunto de partida y de llegada
 - Imagen y pre imagen
 - Dominio y recorrido
 - b. Representaciones a utilizar con funciones discretas:
 - Diagramas de Venn.

- Por Extensión.

c. Actividades de conceptos y ejemplos:

Como primera parte, a partir de los diagramas de Venn, introducimos al estudiante el concepto de función, los elementos y conjuntos que aparecen en funciones: conjunto de partida y llegada, imagen, pre imagen, dominio y recorrido.

Funciones 1era Parte: Conceptos Fundamentales

1

Diagrama de Venn

Son esquemas utilizados en la teoría de conjuntos. Estos diagramas muestran colecciones (conjuntos) de cosas (elementos) por medio de círculos o elipses.

2

Conjunto por Extensión

$$A = \{ \triangle, \star, \square, \Rightarrow \}$$

$$B = \{ \spadesuit, \heartsuit, \text{dados}, \text{\$} \}$$

3

Conjunto de Partida

Corresponde al conjunto de los primeros elementos de una correspondencia o relación.

Conjunto de Partida = $\{ \triangle, \star, \square, \Rightarrow \} = A$

4

Conjunto de Llegada

Corresponde al conjunto de los segundos elementos de una correspondencia o relación.

Conjunto de Llegada = $\{ \spadesuit, \heartsuit, \text{dados}, \text{\$} \} = B$

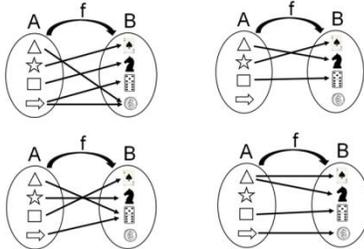
5

Concepto de Función

Dados dos conjuntos A y B , una **función** entre ellos es una correspondencia o relación " f " que a **todo** elemento de la colección o conjunto A se le asigna un **único** elemento de la colección o conjunto B .

¿Cuál de las siguientes correspondencias entre colecciones es función?

6



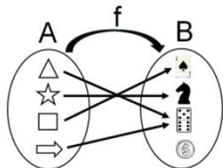
Pre Imagen de un elemento de la función

7

Es un elemento del Conjunto de Partida de la función, asociado a un elemento del Conjunto de Llegada de la función.

Ejemplo

8



¿Cuál es la Pre Imagen de  ?

Respuesta:

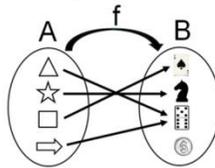
Imagen de un elemento de la función

9

Es un elemento del Conjunto de Llegada de la función, que está asociado a un elemento del Conjunto de Partida de la función.

Ejemplo

10



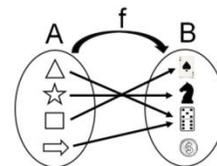
¿Cuál es la Imagen de  ?

Respuesta: 

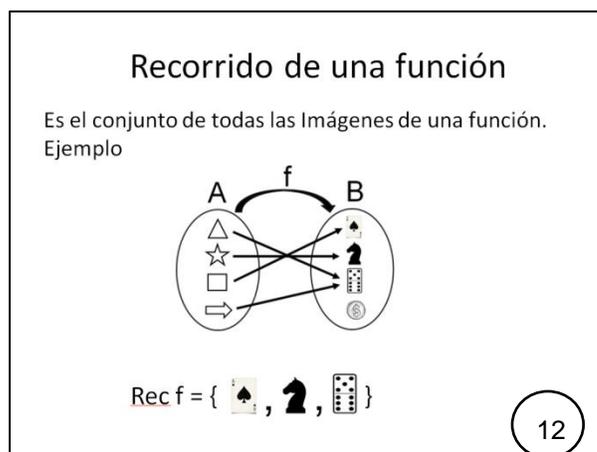
Dominio de una función

11

Es el conjunto de todas la Pre Imágenes de una función.
Ejemplo:



Dom $f = \{ \triangle, \star, \square, \Rightarrow \}$



2. Una segunda etapa, en donde se les entregaban las herramientas para lograr alcanzar las habilidades de **Modelamiento Matemático**:

a. Conceptos:

- Variable dependiente e independiente.
- Variables Directamente Proporcionales.
- Conjunto de Partida y de Llegada.
- Pre-imagen e imagen.
- Dominio y Recorrido.
- Pendiente y Variación:

Positiva o Creciente

Negativa o Decreciente

- Coeficiente de Posición
- Ceros de la función

a. Familias de Problemas:

- Cuentas de agua, luz y teléfono
- Sueldos (descuentos por días de inasistencia)
- Distancia-Tiempo
- Fuerza-Aceleración
- Producción con costos fijos y variables
- Modelo Abstracto

b. Actividades de conceptos y ejemplos de modelamiento:

Como una primera parte de esta etapa de modelamiento matemático, a los estudiantes les pedimos reconocer si existía dependencia entre magnitudes. Si existía, analizar si la dependencia era proporcional y finalmente que reconocieran una situación que involucrara proporcionalidad directa.

Funciones 2da Parte: Magnitudes Proporcionales

Dependencia entre Magnitudes o Variables

Se afirma que entre dos magnitudes o variables existe dependencia, si ante cambios o variaciones en una variable, causan o provocan cambios en la otra variable. Ejemplos:

- El costo de pagar el pan y la cantidad de pan comprado.
- La distancia recorrida por una persona y el tiempo que tarda en recorrer esa distancia.
- La medida del lado de un cuadrado y su perímetro.

1

Variable Independiente

Es aquella variable o magnitud que tiene la capacidad de influir o afectar a otra variable. Se llama independiente, porque esta variable no depende de otras variables para estar presente en alguna realidad de estudio.

Variable Dependiente

Es aquella variable o magnitud que es influida o afectada por otra variable (la variable independiente). Se llama dependiente porque es el objeto de estudio o investigación y por lo tanto depende de otras variables.

2

Ejemplos:

Situación	Variable Independiente	Variable Dependiente
La cantidad de queso comprado y el costo a pagar por ese queso.		
La nota en una prueba y el puntaje alcanzado.		
La cantidad de electricidad consumida en un hogar y el costo a pagar por ella.		
La distancia recorrida por una persona y el tiempo que tarda en recorrer esa distancia.		
Litros de bencina consumidos y kilómetros recorridos por un vehículo.		

3

Existencia de Proporcionalidad

Afirmaremos que entre dos magnitudes o variables existirá proporcionalidad, si ante cambios o variaciones en la variable independiente, la variable dependiente cambia o varía de manera proporcional.

4

Ejemplo de Proporcionalidad Directa

Supongamos que el kilogramo de pan cuesta \$900, observa la siguiente tabla:

Cantidad (kg)	Costo a Pagar (\$)
1	900
2	1800
3	2700
4	3600

$900/1 = 900$
 $1800/2 = 900$
 $2700/3 = 900$
 $3600/4 = 900$

La constante de proporcionalidad es 900 pesos por cada kilogramo (\$/kg).

Como ambas variables aumentan de manera proporcional, su razón o división permanece constante.

5

Ejemplo de Proporcionalidad Inversa

Supongamos que un obrero tarda 10 días en pintar una casa, observa la siguiente tabla:

Cantidad (obreros)	Tiempo que tardan (días)
1	10
2	5
4	2,5
5	2

$10 \cdot 1 = 10$

$5 \cdot 2 = 10$

$2,5 \cdot 4 = 10$

$2 \cdot 5 = 10$

La constante de proporcionalidad es 10 días por obrero (días · obrero)

Como una variable aumenta y la otra disminuye de manera proporcional, su producto permanece constante.

6

Ejemplo donde no existe Proporcionalidad

Analicemos el cálculo del área o superficie de un cuadrado. Recordando que su área se calcula como su lado elevado a dos, observa la siguiente tabla:

Medida del lado de un cuadrado (cm)	Área = lado ² (cm ²)
1	1
2	4
3	9
4	16

$1/1 = 1$

$4/2 = 2$

$9/3 = 3$

$16/4 = 4$

Aquí claramente no existe un valor constante. Por lo tanto no existe proporcionalidad.

Como ambas variables aumentan, vamos a suponer que existe proporcionalidad directa.

7

Proporcionalidad Directa

Afirmaremos que dos magnitudes o variables son directamente proporcionales, si ambas aumentan o disminuyen de **manera proporcional**.

Matemáticamente, consiste en que el resultado de la **razón o división** entre las parejas de valores de la variable dependiente e independiente, es constante para todas las posibles parejas.

8

Punto de vista proporcional

Supongamos que un litro de gasolina cuesta \$800, observemos el costo a pagar para distintas cantidades de precios.

Cantidad a comprar (litros)	Costo a pagar (pesos)
1	800
5	4000
10	8000
20	16000
50	40000

Si la cantidad de litros de bencina a comprar aumenta 5 veces, el costo a pagar también aumenta 5 veces.

Si la cantidad de litros de bencina a comprar aumenta al doble, el costo a pagar también aumenta al doble.

Si la cantidad de litros de bencina a comprar aumenta 50 veces, el costo a pagar también aumenta 50 veces.

9

Punto de vista matemático

El mismo ejemplo anterior donde un litro de gasolina cuesta \$800, observemos el costo a pagar para distintas cantidades de precios.

Cantidad a comprar (litros)	Costo a pagar (pesos)
1	800
5	4000
10	8000
20	16000
50	40000

$800/1 = 800$

$4000/5 = 800$

$8000/10 = 800$

$16000/20 = 800$

$40000/50 = 800$

La constante de proporcionalidad es 800 pesos por cada litro (\$/lt).

10

Ejemplos de actividades de Tratamiento:

Como segundo paso, luego de haber reforzado la dependencia entre variables, la existencia de proporcionalidad y específicamente la proporcionalidad directa, se conecta con la función lineal de acuerdo a las siguientes presentaciones:

Proporcionalidad Directa y la Función Lineal

11

Utilicemos el ejemplo del precio de la gasolina y el costo a pagar por ella:

Cantidad a comprar (litros)	Costo a pagar (pesos)
1	800
5	4000
10	8000
20	16000
50	40000

¿Cuál es la variable independiente?
Respuesta: Cantidad a comprar de gasolina

¿Cuál es la variable dependiente?
Respuesta: Costo que se paga por la gasolina

12

Utilicemos **Lenguaje Algebraico** para representar estas variables:

- Llamemos variable "x" a la cantidad de gasolina en litros.
- Llamemos "C(x)" al costo a pagar por las distintas cantidades de litros de gasolina.
- Observa que la notación "C(x)" tiene un significado de dependencia, en este caso, el costo a pagar **depende** de la cantidad de litros de gasolina comprados.

Podemos construir una fórmula que me indique el costo exacto a pagar para cualquier cantidad de litros de gasolina comprada:

$$C(x) = 800 \cdot x$$

¿Estás de acuerdo?

13

Utilizando esta expresión, podemos completar la tabla anterior del costo de la gasolina para distintas cantidades de litros de gasolina compradas:

Cantidad a comprar (litros)	Costo a pagar (pesos)
1	C(1) = 800 · 1 = 800
3	C(2) = 800 · 2 = 1600
5	C(5) = 800 · 5 = 4000
8	C(8) = 800 · 8 = 6400
9	C(9) = 800 · 9 = 7200
10	C(10) = 800 · 10 = 8000
15	C(15) = 800 · 15 = 12000
20	C(20) = 800 · 20 = 16000

Completa los cálculos que faltan

14

La expresión $C(x) = 800 \cdot x$, representa un **Modelo Matemático** que me ayuda a calcular el Costo Total a pagar, para distintas cantidades de litros de gasolina comprada.

En álgebra este **Modelo Matemático** se llama **Función Lineal**, en donde el **Dominio** corresponde al conjunto de todas las cantidades posibles de litros de gasolina que se pueden comprar (hasta llenar el estanque) y el **Recorrido** es el conjunto de todos los costos a pagar por las distintas cantidades de gasolina adquirida.

15

A pesar que el diagrama de Venn no es la mejor representación para este ejemplo de variables continuas, debido a que las cantidades de litros compradas pueden tomar valores decimales y que el costo a pagar no necesariamente pueden ser múltiplos de 800, nos ayudará a comprender el por qué este modelo matemático es función:

Suponiendo que en una bencinera no te venden menos de 1 litro de gasolina, el costo a pagar para cualquier cantidad de litros comprados parte desde 800.

16

Esta misma situación la podemos representar por extensión, de la siguiente forma:

Conjunto de Partida = $\{1, \dots, 3, \dots, 5, \dots, 8, \dots, 9, \dots, 10, \dots, 15, \dots\}$

Conjunto de Llegada = $\{1, \dots, 550, \dots, 700, \dots, 800, \dots, 2400, \dots, 4000, \dots, 6400, \dots, 7200, \dots, 8000, \dots, 12000, \dots\}$

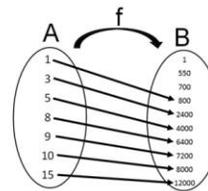
$\text{Dom } f = \{1, \dots, 3, \dots, 5, \dots, 8, \dots, 9, \dots, 10, \dots, 15, \dots\}$

$\text{Rec } f = \{800, \dots, 2400, \dots, 4000, \dots, 6400, \dots, 7200, \dots, 8000, \dots, 12000, \dots\}$

Nota: Los puntos suspensivos indican que existen infinitud de números racionales entre dos valores enteros y también son parte de estos conjuntos.

17

Actividad: de acuerdo a nuestro ejemplo, responde las siguientes preguntas.



- ¿Cuál es la imagen de 3?
- ¿Cuál es la pre-imagen de 4000?
- ¿Cuál es la imagen de 15?
- ¿Cuál es la pre-imagen de 8000?

18

Conclusión Final

Finalmente debemos destacar que en cualquier situación de la vida real que involucre **Proporcionalidad Directa** entre dos variables o magnitudes, **siempre** se podrá modelar mediante una **Función Lineal**.

19

Ya conocido y familiarizado el concepto de función lineal, a los estudiantes se les entregó una gama de representaciones, para describir un problema o situación de proporcionalidad directa y así poseer una mayor cantidad de recursos para describir esta situación y poder enfrentar de mejor manera la resolución de estos problemas.

Representaciones de una Función Lineal

20

Una de las principales características de la función lineal (y de todas las funciones), es la cantidad de **representaciones** que podemos realizar de ellas.

En este apartado describiremos todas las representaciones que se trabajarán en esta unidad y que nos ayudarán para realizar importantes análisis y tratamientos en la función lineal.

21

Para ello utilizaremos el siguiente ejemplo:
Un maratonista que se desplaza a una rapidez constante, avanza 10 kilómetros en 1 hora. El tiempo total en que trota es de 5 horas.

A. Modelo Matemático:
¿Cuál es la variable independiente?
Respuesta: el Tiempo
¿Cuál es la variable dependiente? ¿Por qué?
Respuesta: la Distancia Porque del tiempo en que corre, depende la distancia que se a recorrer

Denotemos por la letra "t" al tiempo en horas y "d(t)" a la distancia en kilómetros recorrida por el maratonista.
Entonces la función que modela esta situación es:

$$d(t) = 10 \cdot t$$

¿Estás de acuerdo?

22

B. Tabla Tabular: corresponde a la tabla de valores que generamos en los ejemplos de proporcionalidad directa.

Vamos a suponer que controlamos el tiempo cada una hora.

t (en horas)	d(t) (en km)
0	0
1	10
2	20
3	30
4	40
5	50

Los valores de la variable independiente siempre se ubican en la primera columna de la tabla.

Los valores de la variable dependiente siempre se ubican en la segunda columna de la tabla.

23

C. Pares Ordenados: corresponde al conjunto de parejas de valores que tienen correspondencia entre ellos, es decir:

La primera posición de cada pareja, corresponde a los valores de la variable independiente.

$f = \{(0,0), (1,10), (2,20), (3,30), (4,40), (5,50)\}$

La segunda posición de cada pareja, corresponde a los valores de la variable dependiente.

24

D. Gráfica Cartesiana: corresponde a la proyección en el plano cartesiano de estos pares ordenados.

Si asumimos que tanto la variable independiente como la variable dependiente pueden tomar valores intermedios, al proyectar los infinitos pares ordenados, construimos una línea recta continua.

Las proyecciones verticales corresponden a los valores de la variable dependiente.

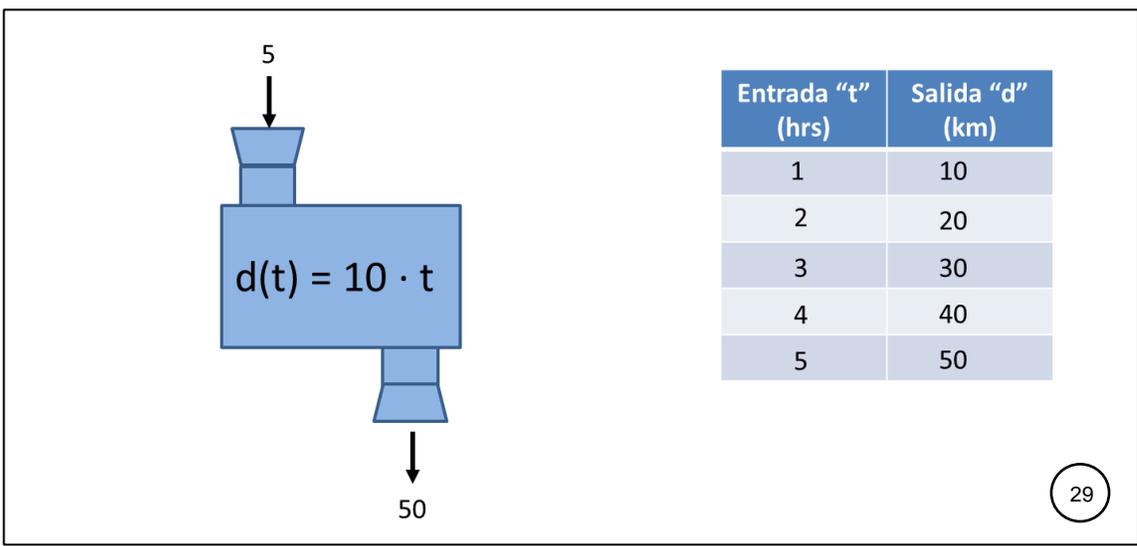
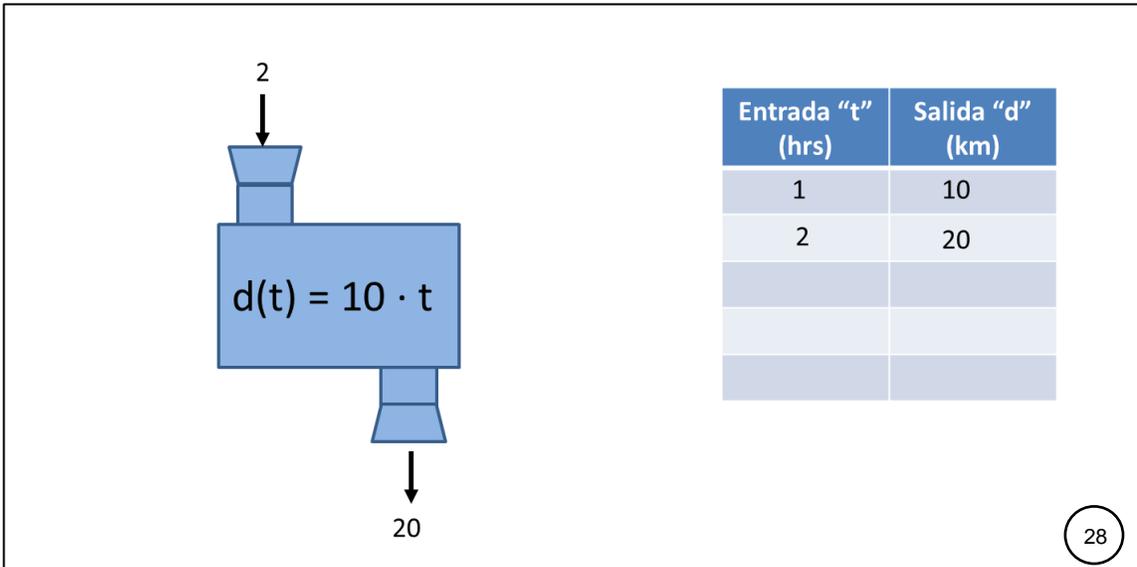
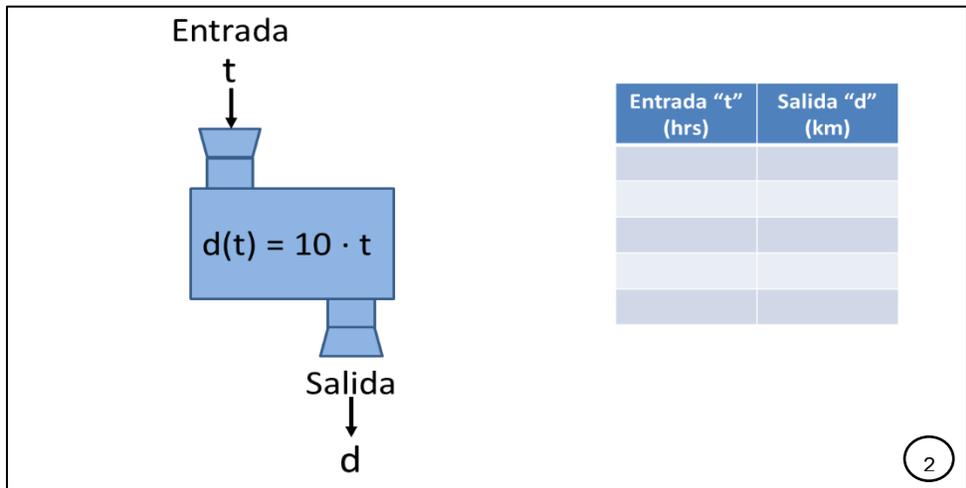
Las proyecciones horizontales corresponden a los valores de la variable independiente.

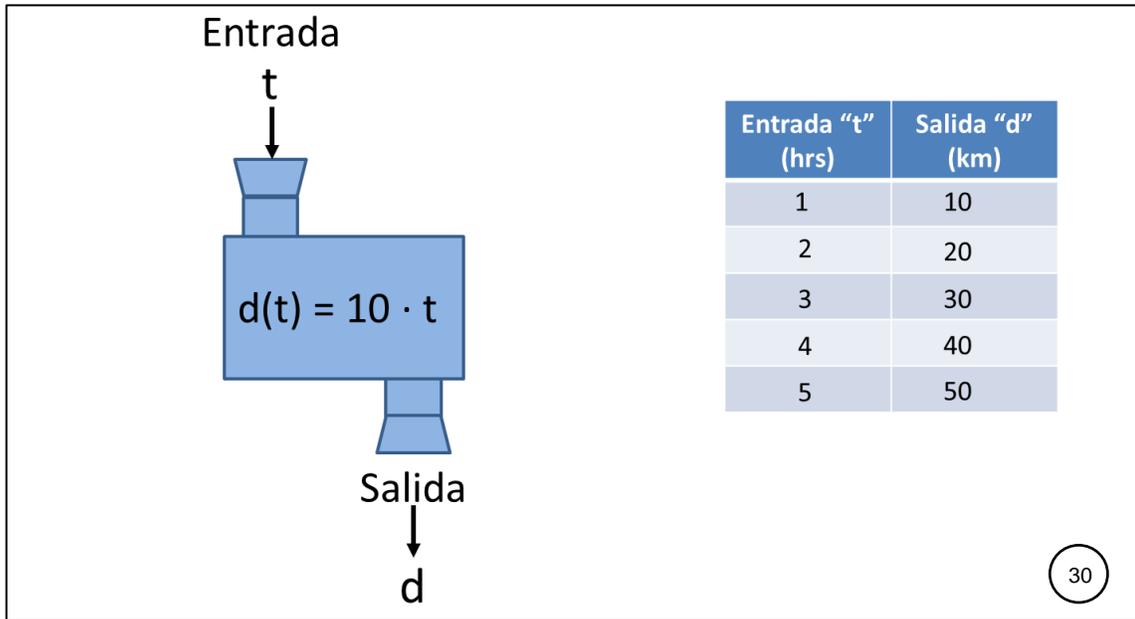
25

E. Representación Pictórica: corresponde a imaginarse que la función es una "máquina", en donde ingresan valores de **entrada** (variable independiente) y salen transformados en otros valores de **salida** (variable dependiente).

Entrada "t" (hrs)	Salida "d" (km)

26





F. Representación Abstracta: corresponde a la representación más **general** y **analítica** de cualquier situación real que involucre proporcionalidad directa. En nuestro ejemplo donde modelamos la distancia recorrida en kilómetros por un maratonista:

$d(t) = 10 \cdot t$

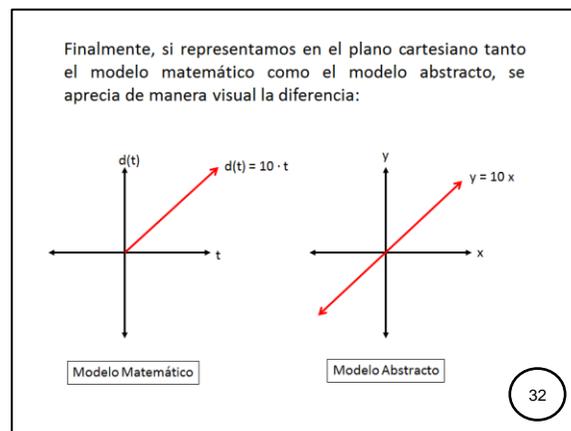
Su representación abstracta es:

$y = 10x$ ◦ $f(x) = 10x$

El por qué es una representación más **general**, se debe a que existen infinidad de situaciones de la vida real que pueden ser representadas por: $y = 10x$

Por lo tanto el modelo matemático que se construyó para el atleta es un **caso particular** de una "familia" de situaciones reales que pueden ser modeladas por esta representación abstracta.

31



Como último paso dentro del modelamiento matemático, se les pidió a los estudiantes que, en cada una de las representaciones expuestas para la función lineal, a partir del tratamiento dentro de cada registro, obtuvieran las unidades significantes de la función lineal, es decir, pendiente y coeficiente de posición. Además, en estas presentaciones, debían también comparar pendientes desde el punto de vista gráfico y geométrico y así obtener sus propias conclusiones.

Tratamiento de las Representaciones
de la Función Lineal

33

Unidades Significantes de la Función Lineal

Continuemos con el ejemplo del maratonista, cuyo Modelo Matemático de distancia-tiempo es:

$d(t) = 10 \cdot t$

En este apartado nos interesa reconocer las **unidades significantes** de la función lineal, es decir, los parámetros necesarios para poder identificarla en las distintas representaciones que conocemos de ella y que son:

El valor de la **pendiente** y el **origen (que coincide con el punto de intercepto)**

34

Para ello comenzaremos con la tabla tabular:

Esta pareja nos dice algo importante: Si no ha transcurrido el tiempo, obviamente el maratonista no ha recorrido ninguna distancia. Es nuestra situación inicial, es decir, nuestro **origen (e intercepto)**.

t (en horas)	d(t) (en km)
0	0
1	10
2	20
3	30
4	40
5	50

$10/1 = 10 \text{ km/hr}$
 $20/2 = 10 \text{ km/hr}$
 $30/3 = 10 \text{ km/hr}$
 $40/4 = 10 \text{ km/hr}$
 $50/5 = 10 \text{ km/hr}$

Al realizar la división o razón entre la variable dependiente e independiente

Obtenemos este valor (que es el mismo), que corresponde a la rapidez constante que mantiene el maratonista.

Siempre lo obtendremos como la razón o división entre las parejas de valores de la variable dependiente y la variable independiente.

Este valor constante se denomina la **pendiente** de la función lineal.

35

En los pares ordenados:

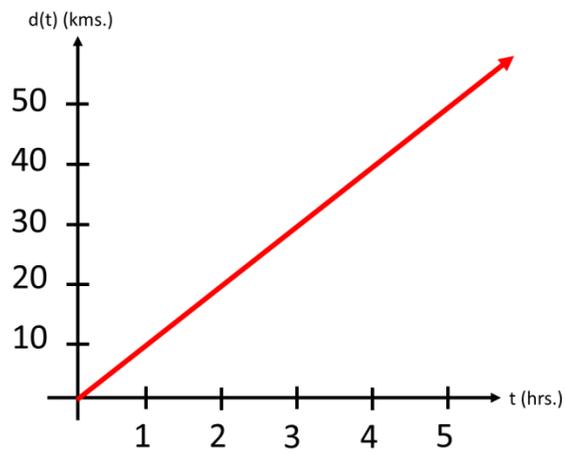
$$f = \{(0,0), (1,10), (2,20), (3,30), (4,40), (5,50)\}$$

Origen e intercepto $\frac{10}{1} = \frac{20}{2} = \frac{30}{3} = \frac{40}{4} = \frac{50}{5} = 10 \text{ km/hr}$ Pendiente

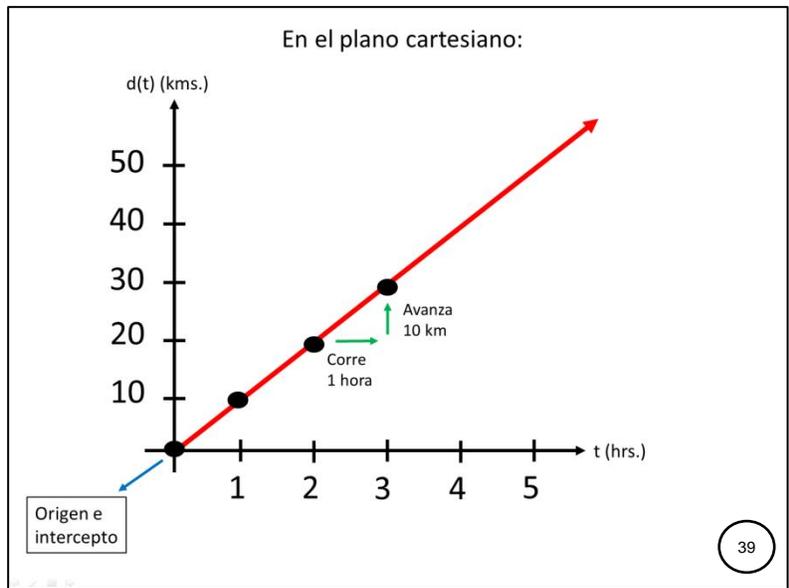
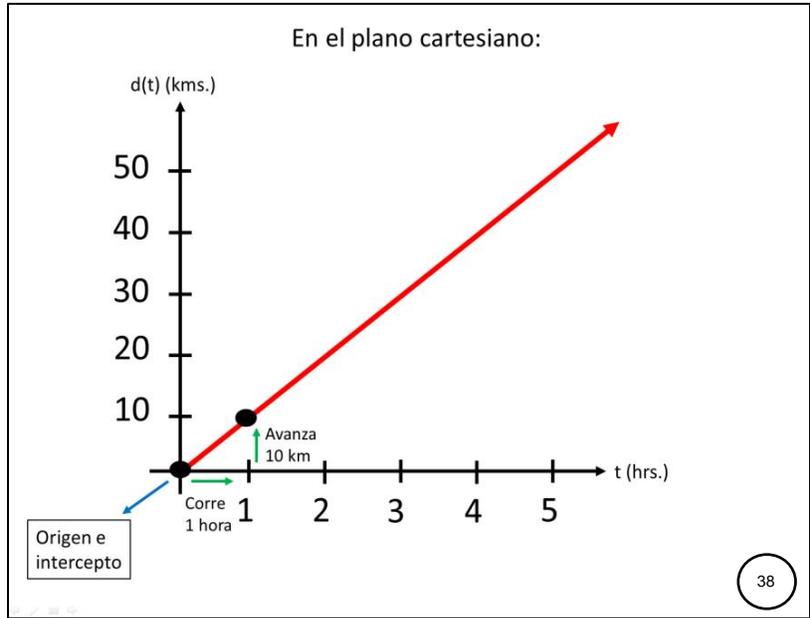
Observa lo que acabamos de formar:
Una proporción o igualdad entre dos o más razones.

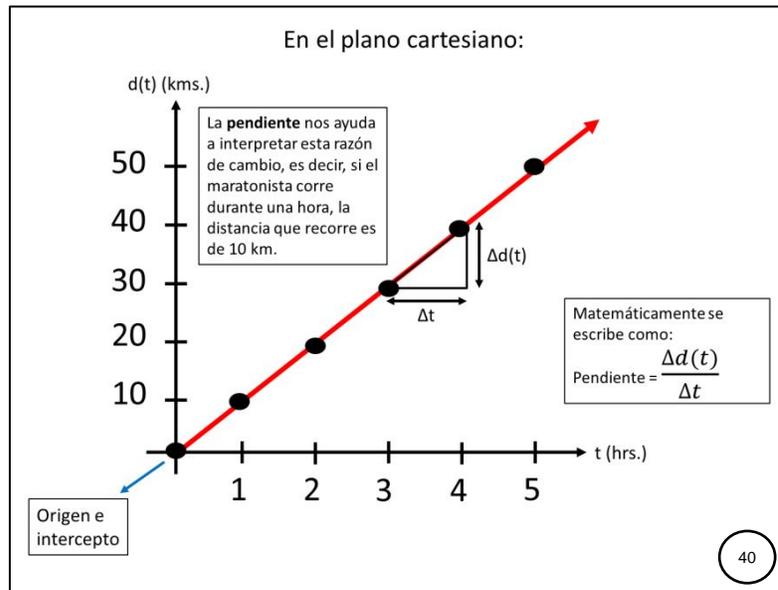
36

En el plano cartesiano:



37





Donde:

Δt : Variación o cambio en el tiempo que corre el maratonista
 $\Delta d(t)$: Variación o cambio en la distancia recorrida por el maratonista

La pendiente expresada como la razón o división entre variaciones, matemáticamente significa:

$$\text{Pendiente} = \frac{\Delta d(t)}{\Delta t} = \frac{d(t_f) - d(t_i)}{t_f - t_i}$$

Donde:

- t_i : tiempo inicial
- t_f : tiempo final
- $d(t_i)$: distancia inicial
- $d(t_f)$: distancia final

41

Realicemos el siguiente ejemplo para comprender como se utiliza la fórmula:
Supongamos que el maratonista se encuentra en la situación inicial de llevar recorridos 20 kms en 2 hrs y como situación final los 50 kms en 5hrs.

La información la podemos representar como los pares ordenados:

(2,20) y (5, 50)

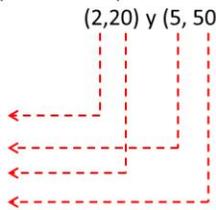
Entonces:

t_i : 2 horas

t_f : 5 horas

$d(t_i)$: 20 km

$d(t_f)$: 50 km



42

Realicemos el siguiente ejemplo para comprender como se utiliza la fórmula:
Supongamos que el maratonista se encuentra en la situación inicial de llevar recorridos 20 kms en 2 hrs y como situación final los 50 kms en 5hrs.

La información la podemos representar como los pares ordenados:

(2,20) y (5, 50)

Entonces:

t_i : 2 horas

t_f : 5 horas

$d(t_i)$: 20 km

$d(t_f)$: 50 km



$$\frac{\Delta d(t)}{\Delta t} = \frac{d(t_f) - d(t_i)}{t_f - t_i}$$

$$= \frac{(50 - 20) \text{ km}}{(5 - 2) \text{ hr}}$$

$$= \frac{30 \text{ km}}{3 \text{ hr}}$$

$$= 10 \text{ km/hr}$$

La pendiente en este ejemplo corresponde a la rapidez constante del maratonista.

43

Finalmente utilizaremos la representación abstracta (algebraica) para mostrar tanto el intercepto como la pendiente desde un punto de vista más geométrico:

Ya sabemos que la representación es: $y = 10x$ o $f(x) = 10x$

Construimos una tabla de valores

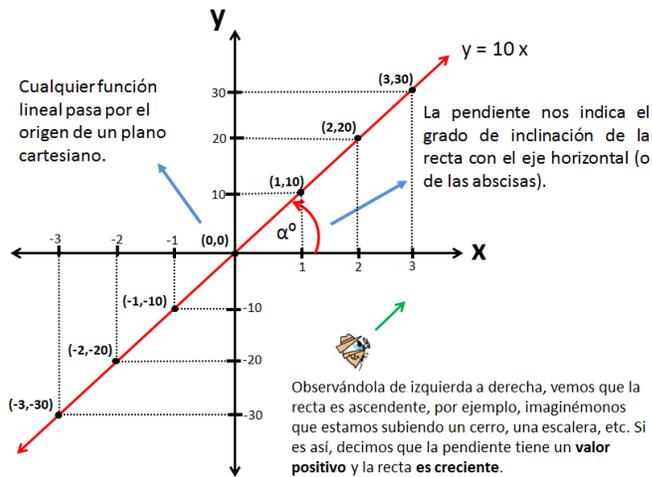
x	y
-3	$f(-3) = 10 \cdot -3 = -30$
-2	-20
-1	-10
0	0
1	10
2	20
3	30

Los pares ordenados que se forman son:

$\{(-3,-30), (-2,-20), (-1,-10), (0,0), (1,10), (2,20), (3,30)\}$

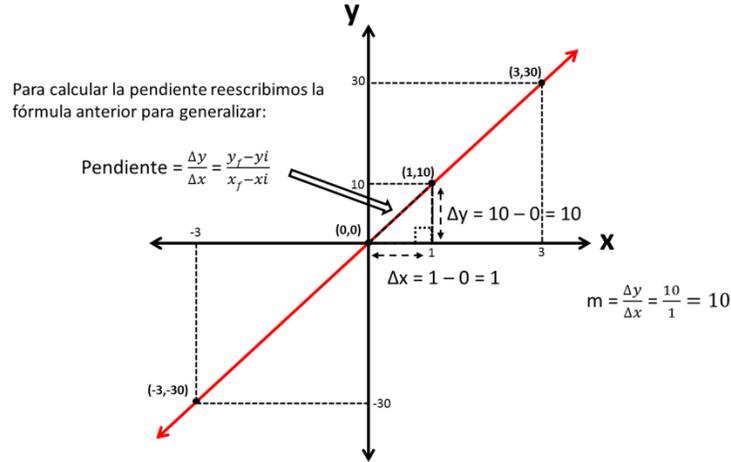
44

Al representar en el plano cartesiano:



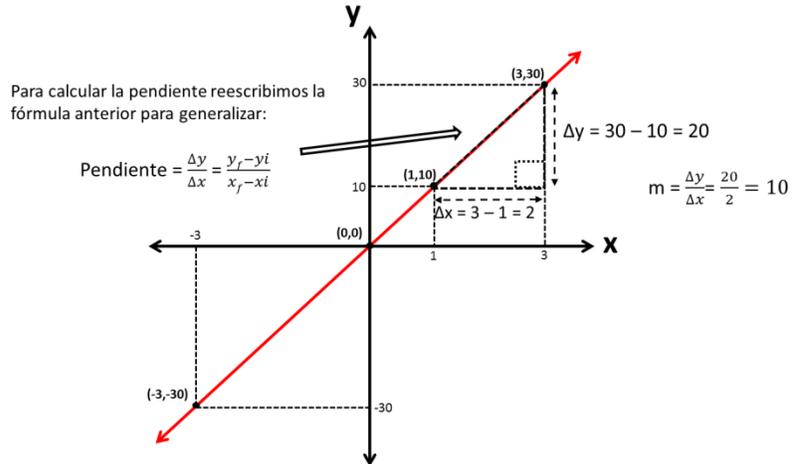
45

Fórmula para calcular la pendiente de una función lineal utilizando una pareja de puntos cualquiera:



46

Fórmula para calcular la pendiente de una función lineal utilizando una pareja de puntos cualquiera:

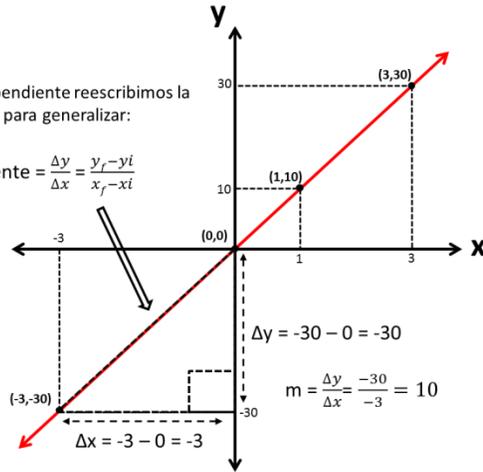


47

Fórmula para calcular la pendiente de una función lineal utilizando una pareja de puntos cualquiera:

Para calcular la pendiente reescribimos la fórmula anterior para generalizar:

$$\text{Pendiente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_f - y_i}{x_f - x_i}$$

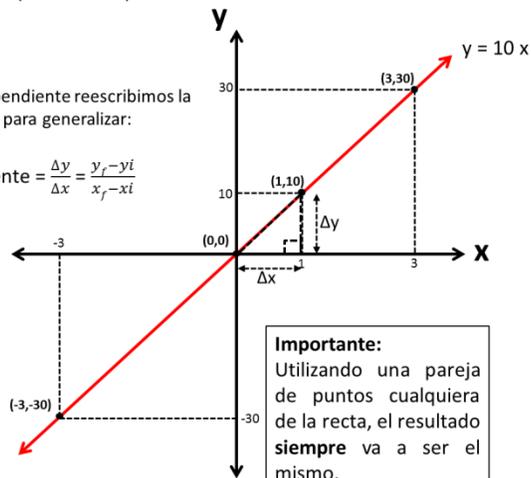


48

Fórmula para calcular la pendiente de una función lineal utilizando una pareja de puntos cualquiera:

Para calcular la pendiente reescribimos la fórmula anterior para generalizar:

$$\text{Pendiente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_f - y_i}{x_f - x_i}$$



Importante:
Utilizando una pareja de puntos cualquiera de la recta, el resultado **siempre** va a ser el mismo.

49

Obtención de la Pendiente desde el Modelo Matemático o su Representación Abstracta

Si nosotros conocemos el Modelo Matemático o la Representación Abstracta de una situación real que involucre proporcionalidad directa, podemos obtener la pendiente de manera rápida:

Modelo Matemático

$$d(t) = 10 \cdot t$$

Representación Abstracta

$$y = 10x$$

Es el valor que multiplica a la variable independiente en ambas ecuaciones, es decir:

$$\text{Pendiente} = 10$$

50

Comparación entre pendientes

Vamos a suponer que son dos maratonistas los que están corriendo:

- El maratonista A recorre 10 km cada 1 hr.
- El maratonista B recorre 20 km cada 1 hr.

Maratonista A		Maratonista B	
t (hr)	d(t) (km)	t (hr)	d(t) (km)
0	0	0	0
1	10	1	20
2	20	2	40
3	30	3	60
4	40	4	80
5	50	5	100

Intercepto

Pendiente: $\frac{20 \text{ km}}{2 \text{ hr}} = 10 \text{ km/hr}$

Pendiente: $\frac{40 \text{ km}}{2 \text{ hr}} = 20 \text{ km/hr}$

Al compararlas se ratifica algo que ya nos habíamos dado cuenta:

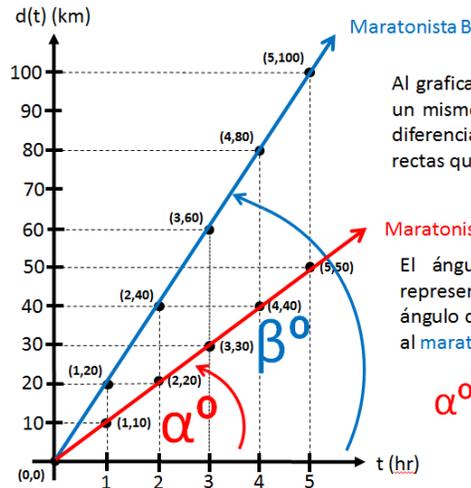
$$10 \frac{\text{km}}{\text{hr}} < 20 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$$

El maratonista A es más lento que el maratonista B

51

Al representar los resultados en el plano cartesiano, geoméricamente se aprecia esta comparación entre pendientes:

$$A = \{(0,0), (1,10), (2,20), (3,30), (4,40), (5,50)\} \quad B = \{(0,0), (1,20), (2,40), (3,60), (4,80), (5,100)\}$$



Al graficar los resultados de los maratonistas en un mismo plano cartesiano, se hace evidente la diferencia de pendientes en las respectivas rectas que se generan.

El ángulo de inclinación de la recta que representa al **maratonista A** (α°) es menor al ángulo de inclinación de la recta que representa al **maratonista B** (β°).

$$\alpha^\circ < \beta^\circ \Rightarrow$$

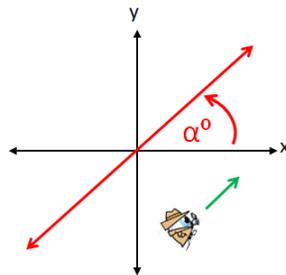
El maratonista A es más lento que el maratonista B o el maratonista B es más rápido que el maratonista A.

52

Signos de la Pendiente

Finalmente nos falta el último análisis de la pendiente y es el significado geométrico de su signo:

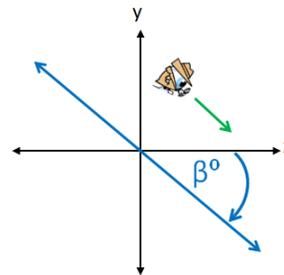
Pendiente Positiva



Como lo mencionamos anteriormente, observando de izquierda a derecha la recta asciende. Se dice entonces que la recta **tiene pendiente positiva** o que es **creciente**.

$$\alpha^\circ > 0$$

Pendiente Negativa



Observando de izquierda a derecha la recta desciende. Se dice entonces que la recta **tiene pendiente negativa** o que es **decreciente**.

$$\beta^\circ < 0$$

53

Síntesis

Para poder describir y representar una situación que involucra proporcionalidad directa como una función lineal, debemos identificar sus unidades significantes o parámetro que la resumen en todas sus representaciones, y estas son:

- El origen e intercepto.
- Su pendiente o razón de cambio.

La pendiente la podemos calcular desde cualquier representación, utilizando la fórmula:

$$\text{Pendiente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_f - y_i}{x_f - x_i}$$

O directamente desde el Modelo Matemático o Abstracto:

$$D(t) = m \cdot t \quad \text{o} \quad y = mx$$

Donde "m" representa el valor de la pendiente para cualquier situación real que involucre **Proporcionalidad Directa**.

54

3.2 Resultados esperados

Se espera que los estudiantes por una parte dominen el lenguaje y los conceptos básicos de las funciones y por otra parte sean capaces de realizar la formación, el tratamiento y la conversión de todas las representaciones consideradas en nuestro diseño. Lo que debiese traer como consecuencia natural que los alumnos modelen matemáticamente situaciones de proporcionalidad directa de la vida real.

Para medir si alcanzan o no los objetivos y habilidades propuestas en el diseño de esta unidad, tanto en la síntesis histórica de las pruebas corporativas como en el Post-Test, se medirán las siguientes habilidades para su posterior comparación en el diseño de análisis¹⁰:

Conocimiento:

En este eje estarán clasificados aquellos ítems que demandan la aplicación directa de una definición o un procedimiento, casi sin existir conocimientos alternativos a los que recurrir, ni ser necesario comprender el contexto en el que se usa ese conocimiento (generalmente no hay contexto). Principalmente están asociados con recordar conceptos, definiciones, formulas, principios, esquemas o un dato; como también con operatoria y el uso directo de fórmulas. En

¹⁰ La Corporación a partir del año 2011 aplica pruebas estandarizadas en Matemática, definiendo estos tres niveles de habilidades en las pruebas.

síntesis, son aquellas habilidades cognitivas asociadas con el memorizar, para recordar y responder, conocer hechos, conceptos y procedimientos.

Acciones propias de esta categoría son: calcular, numerar, identificar, etiquetar, leer, reproducir, seleccionar, hacer listas, nombrar, definir, recordar, reconocer, identificar, formular y ubicar.

Resolución de problemas rutinarios:

En este eje estarán clasificados aquellos ítems que demandan una aplicación del conocimiento por medio de una actividad asociativa simple y directa para resolver problemas planteados en situaciones donde se realiza una asociación simple a partir de un conocimiento ya adquirido y que sirve para resolver el problema. Es la acción de resolver una situación en contexto mediante cálculos.

Acciones propias de esta categoría son: aplicación directa, construir tablas, construir gráficos, determinar, establecer, incluir, proyectar, utilizar, comparar, clasificar, aplicar algoritmos simples y representar.

Razonamiento matemático:

En este eje estarán clasificados aquellos ítems que incluyen problemas no rutinarios, es decir, aquellos en los cuales las estrategias de resolución corresponden a procedimientos heurísticos, tentativos y asistemáticos. Se caracterizan por ser situaciones nuevas donde se debe inferir un método matemático de solución, en muchas ocasiones se utilizan procedimientos no estandarizados, se debe definir una estrategia para resolver el problema. Se establecen relaciones entre conceptos o procedimientos para resolver un problema; es decir, se relacionan varios conocimientos para resolverlo.

Acciones propias de esta categoría: deducir, comprender, generalizar, analizar, discriminar, categorizar, distinguir, separar, subdividir, diagramar, concluir, representar, interpretar, inferir, identificar, fundamentar, relacionar, modelar, demostrar, reconocer patrones y regularidades.

3.3 Fortalezas y debilidades de la solución

El enfoque didáctico de las Representaciones Semióticas les entrega a los estudiantes una amplia gama de representaciones, las que constituyen siendo un recurso de gran valor para la producción de registros y su tratamiento para obtener las unidades significantes en este tema. Alcanzando los aprendizajes bajo esta metodología, los alumnos debiesen ser capaces de modelar matemáticamente situaciones de la vida real que involucran la proporcionalidad directa.

Al conocer varias representaciones de la función lineal y afín, también de manera indirecta se les entregan recursos a los estudiantes para que utilicen esta familia de registros para otro tema de matemática en donde son muy importantes las representaciones semióticas como en la función lineal y afín.

Debilidades

Al experimentar con estudiantes de primero medio, la principal desventaja es que ante tal cantidad de registros nuestros estudiantes se sientan un tanto abrumados, debido que en nuestro diseño de la unidad se les exige que deban obtener las unidades significantes en cada uno de los registros, lo que implica que deben realizar transformaciones o tratamientos en cada uno de ellos. Como nuestra realidad es trabajar con estudiantes cuya producción propia es bajísima (debido a que no ejercitan mucho y tienen pocos hábitos de estudio), no completan las actividades propuestas en las clases bajo este diseño. Si no trabajan es muy difícil que alcancen los objetivos y habilidades propuestos en esta unidad didáctica.

Otra desventaja es el tiempo que se debe invertir para aplicar al pie de la letra nuestro diseño y en primero medio hay aproximadamente 35 aprendizajes esperados que cumplir, corriendo el riesgo de no cubrir con todos los Contenidos Mínimos Obligatorios propuestos por el Mineduc a través de la Unidad de Currículum y Evaluación.

3.4 Recomendaciones para su puesta en marcha

La principal recomendación es que, ante tal cantidad de registros, no es necesario realizar tantos ejercicios distintos unos de otros, sino que desde un mismo ejemplo generar todas las representaciones y sus respectivos tratamientos. Como se explicó en el diseño, ponerse de acuerdo en realizar una familia de ejemplos, es decir, acotar las actividades pedagógicas.

Cerciorarse que todos los estudiantes cumplan con las actividades propuestas en las actividades clase a clase, porque es la única forma que logren la Conversión de un registro a otro y así alcancen la habilidad de Modelamiento Matemático.

Por último, tener en cuenta los tiempos que se disponen para cubrir esta unidad porque puede pasar (y es lo más probable) que se superen los tiempos planificados para esta unidad didáctica.

IV. APLICACIÓN EXPERIMENTAL

4.1 Diseño básico o esquema experimental

Análisis Descriptivo

Se medirá el nivel de logro como porcentaje de cada una de las tres habilidades (Conocimiento, Resolución de Problemas y Razonamiento), que han tenido los profesores tanto del grupo experimental como en el grupo control, en pruebas corporativas históricas de primero medio¹¹. Y estos resultados se contrastarán con el nivel de logro obtenido en la Posprueba de funciones.

Diseño según condición para el análisis descriptivo

Para nuestro análisis descriptivo, contrastaremos las diferencias que existan por habilidad entre el grupo experimental y el grupo control, es decir:

$$\left(\bar{Y}_D - \bar{Y}_A\right)_E - \left(\bar{Y}_D - \bar{Y}_A\right)_C = \Delta$$

Y se espera que $\Delta > 0$

Dónde:

\bar{Y}_A : Media por habilidad en las pruebas corporativas históricas.

\bar{Y}_D : Media por habilidad en la Posprueba.

$\left(\bar{Y}_D - \bar{Y}_A\right)_E$: La diferencia de medias de porcentajes de logro por habilidad para el grupo experimental antes y después de la implementación de la metodología.

$\left(\bar{Y}_D - \bar{Y}_A\right)_C$: La diferencia de medias de porcentajes de logro por habilidad para el grupo experimental antes y después de la implementación de la metodología para el grupo control.

Además, mediante una rúbrica, se analizará la producción de los estudiantes del grupo experimental (por género) en sus cuadernos, tabulando las principales actividades que deben realizar los estudiantes bajo esta metodología, es decir, medir la producción en sus cuadernos con respecto a la Formación de los registros, el Tratamiento de estos y la Conversión de un registro a otro.

¹¹ Se realizó una recopilación de los resultados obtenidos por habilidad de los profesores en las pruebas corporativas, tanto del primer semestre como del segundo semestre, en los primeros medios para el período comprendido entre el año 2012 y primer semestre del 2015.

Análisis Inferencial

Como este diseño es cuasiexperimental¹² e incluye dos grupos, uno recibe el tratamiento experimental y el otro no (grupo control). Por lo tanto, la manipulación de la variable independiente alcanza sólo dos niveles: presencia y ausencia (Hernández, Fernández y Baptista; 2003). Después que concluye el período experimental, a ambos grupos se les administra una medición sobre la variable dependiente en estudio (la Posprueba). El diseño se diagrama de la siguiente manera:

G ₁	X	O ₁
G ₂	-	O ₂

La variable independiente (X) corresponde a la metodología aplicada en nuestro grupo experimental (Liceo EPL) y la variable dependiente (Y), la subdividiremos en tres sub-variables que corresponden a las habilidades medidas en la Posprueba y que son:

- La habilidad de Conocimiento (Y₁)
- La habilidad de Resolución de Problemas Rutinarios (Y₂)
- La habilidad de Razonamiento (Y₃)

Diseño según condición para el análisis inferencial

Nuestra hipótesis queda definida como:

$$H_0 : \mu_C = \mu_E$$

$$H_1 : \mu_C < \mu_E$$

Donde:

H_0 : La hipótesis nula nos dice que el grupo control y el grupo experimental no presentan diferencias por habilidad en las Posprueba.

H_1 : La hipótesis nos plantea que si existen diferencias por habilidad a favor del grupo experimental en la Posprueba.

¹² En este experimento los sujetos no se asignan al azar a los grupos ni se emparejan, porque tales grupos ya existían (grupos intactos).

Análisis Cualitativo

Desde el punto de vista cualitativo, se realizarán entrevistas a los profesores que participaron de esta intervención (ver anexo 2) y un focus group con estudiantes del colegio Ernesto Pinto Lagarrigue, para así analizar la percepción que tuvieron los sujetos de la investigación con esta intervención metodológica.

4.2 Sujetos

Los sujetos de la investigación son los estudiantes del colegio EPL (grupo experimental), cuyo nivel socioeconómico es medio bajo, distribuidos en ocho cursos y totalizando 320 en total. Los estudiantes tanto del colegio HVL, OCB y JSU, pertenecen a los niveles socioeconómicos bajo, medio bajo y medio, distribuidos en 17 cursos y totalizando 500 alumnos.

Tabla 4.1. Sujetos de la investigación

Grupos	Cantidad	Cursos
Experimental	320 alumnos	8
Control	500 alumnos	17

Por otra parte, los profesores del grupo experimental (colegio EPL) son cuatro y del grupo control (colegios HVL, OCB y JSU) corresponden a 7 profesores, distribuidos en 17 cursos y que supondremos homogéneos.

Tabla 4.2. Cantidad de profesores y cursos en la investigación

Grupos	Cantidad	Cursos
Experimental	4 profesores	8
Control	7 profesores	17

4.3 La solución y sus condiciones de aplicación

La solución consiste en implementar la unidad didáctica de funciones utilizando como recurso didáctico las Representaciones Semióticas. Para ello en reuniones de trabajo con los profesores participantes, realizamos un análisis didáctico acerca de los obstáculos cognitivos que se presentan en este tema y a partir de los planteamientos de Duval (1999), se diseñaron tanto la primera parte conceptual de funciones como la segunda parte de Modelamiento Matemático.

A los profesores se les realizó una capacitación acerca del modelo didáctico de Representaciones Semióticas, se trabajaron algunos ejemplos, se discutió la factibilidad de los tiempos y finalmente se fueron aclarando dudas.

Esta unidad comenzó a implementarse según el tiempo asignado en los Programas Corporativos de Matemática aproximadamente durante todo el mes de septiembre y principios de octubre, finalizando con el Post-Test.

4.4 Instrumentos

El instrumento de medición utilizado fue una Posprueba de 48 preguntas cerradas que contenían 19 preguntas cuya habilidad era el Conocimiento, 20 preguntas de Resolución de Problemas y 9 preguntas de Razonamiento¹³. El set de preguntas estandarizadas al ser calibrado, arrojó un Alfa de Cronbach de 0,86 y la Posprueba al ser calibrado, obtuvo un Alfa de Cronbach de 0,87.

Para el análisis cualitativo, como lo mencioné anteriormente, se registraron entrevistas y focus group mediante grabaciones de audio, las que fueron posteriormente transcritas y así buscar regularidades en las respuestas tanto de los profesores como de los estudiantes. Y para el análisis del registro fotográfico del logro de actividades hechas en clases por parte de los alumnos, se construyó una rúbrica que midiese en cuatro niveles las actividades que propone el modelo de análisis didáctico de las Representaciones Semióticas, es decir, Formación, Tratamiento y Conversión.

4.5 Diseño de análisis de datos

Al momento de recoger la información tanto en la síntesis histórica de pruebas corporativas por profesor y en la Posprueba, separamos las preguntas en habilidades por curso de cada profesor y calculamos las medias porcentuales por habilidad en ambos grupos. Posteriormente comparamos estas medias porcentuales entre el grupo experimental y el grupo control y así

¹³ La Posprueba se construyó a partir de una batería de preguntas cerradas o estandarizadas.

contrastamos la evolución de las habilidades que tuvieron los estudiantes de cada grupo luego de haber cursado la unidad de funciones.

a. Para el análisis descriptivo:

En las siguientes tablas se presenta el diseño de análisis:

Tabla 4.3: Diseño de análisis del grupo experimental

Habilidades	Conocimiento (C)	Resolución de Problemas (RDP)	Razonamiento (RAZ)
Pruebas Corporativas anteriores	$(\bar{Y}_{1A})_E$	$(\bar{Y}_{2A})_E$	$(\bar{Y}_{3A})_E$
Posprueba	$(\bar{Y}_{1D})_E$	$(\bar{Y}_{2D})_E$	$(\bar{Y}_{3D})_E$

Donde:

$(\bar{Y}_{1A})_E$: Media de la habilidad Conocimiento en los registros históricos por profesor.

$(\bar{Y}_{1D})_E$: Media de la habilidad Resolución de Problemas en el Posprueba.

$(\bar{Y}_{2A})_E$: Media de la habilidad Razonamiento en los registros históricos por profesor.

$(\bar{Y}_{2D})_E$: Media de la habilidad Conocimiento en el Posprueba.

$(\bar{Y}_{3A})_E$: Media de la habilidad Resolución de Problemas en los registros históricos por profesor.

$(\bar{Y}_{3D})_E$: Media de la habilidad Razonamiento en el Posprueba.

Calculamos las diferencias para nuestro grupo experimental:

$(\bar{Y}_{1D})_E - (\bar{Y}_{1A})_E$: diferencia de la habilidad de Conocimiento entre el Posprueba y los registros históricos.

$(\bar{Y}_{2D})_E - (\bar{Y}_{2A})_E$: diferencia de la habilidad de Resolución de Problemas entre el Posprueba y los registros históricos.

$(\bar{Y}_{3D})_E - (\bar{Y}_{3A})_E$: diferencia de la habilidad de Razonamiento entre el Posprueba y los registros históricos.

Tabla 4.4: Diseño de análisis del grupo control

Habilidades	Conocimiento (C)	Resolución de Problemas (RDP)	Razonamiento (RAZ)
Pruebas Corporativas anteriores	$(\bar{Y}_{1A})_C$	$(\bar{Y}_{2A})_C$	$(\bar{Y}_{3A})_C$
Posprueba	$(\bar{Y}_{1D})_C$	$(\bar{Y}_{2D})_C$	$(\bar{Y}_{3D})_C$

Donde:

$(\bar{Y}_{1A})_C$: Media de la habilidad Conocimiento en los registros históricos por profesor.

$(\bar{Y}_{1D})_C$: Media de la habilidad Resolución de Problemas en el Posprueba.

$(\bar{Y}_{2A})_C$: Media de la habilidad Razonamiento en los registros históricos por profesor.

$(\bar{Y}_{2D})_C$: Media de la habilidad Conocimiento en el Posprueba.

$(\bar{Y}_{3A})_C$: Media de la habilidad Resolución de Problemas en los registros históricos por profesor.

$(\bar{Y}_{3D})_C$: Media de la habilidad Razonamiento en el Posprueba.

Calculamos las diferencias para nuestro grupo control:

$(\bar{Y}_{1D})_C - (\bar{Y}_{1A})_C$: diferencia de medias de la habilidad de Conocimiento entre el Posprueba y los registros históricos.

$(\bar{Y}_{2D})_C - (\bar{Y}_{2A})_C$: diferencia de medias de la habilidad de Resolución de Problemas entre el Posprueba y los registros históricos.

$(\bar{Y}_{3D})_C - (\bar{Y}_{3A})_C$: diferencia de la habilidad de Razonamiento entre el Posprueba y los registros históricos.

Lo que se espera que ocurra es:

- $(\bar{Y}_{1D})_E - (\bar{Y}_{1A})_E > (\bar{Y}_{1D})_C - (\bar{Y}_{1A})_C$
- $(\bar{Y}_{2D})_E - (\bar{Y}_{2A})_E > (\bar{Y}_{2D})_C - (\bar{Y}_{2A})_C$
- $(\bar{Y}_{3D})_E - (\bar{Y}_{3A})_E > (\bar{Y}_{3D})_C - (\bar{Y}_{3A})_C$

Para el registro fotográfico la rúbrica que se utilizó tiene la siguiente estructura:

Tabla 4.5. Rúbrica del registro de cuadernos

CATEGORÍA		NIVELES			
		4	3	2	1
Diagramas de Venn	Formación de la representación sagital o diagrama de Venn.	Representa los diagramas de Venn e identifica los conceptos: <ul style="list-style-type: none"> • Conjunto de Partida. • Conjunto de Llegada. • Imágenes • Pre imágenes • Dominio • Recorrido 	Representa los diagramas de Venn e identifica los conceptos: <ul style="list-style-type: none"> • Conjunto de Partida. • Conjunto de Llegada. 	Representa a los diagramas de Venn, pero no identifica los conceptos.	Realiza representaciones sagitales.
	Tratamiento de la representación sagital o diagrama de Venn.	Obtiene las imágenes y pre imágenes, realizando las cuatro operaciones básicas y operatoria combinada de ellas.	Obtiene las imágenes y pre imágenes, realizando las cuatro operaciones con ellas.	Obtiene las imágenes y pre imágenes, pero no se aprecia alguna operación aritmética con ellas.	No obtiene las imágenes y pre imágenes de esta representación.

Las rúbricas completas, como lo mencioné, aparecen en el anexo 3.

Para el análisis inferencial:

b. Para el análisis inferencial:

- i. Diferencias entre habilidades (C, RDP, RAZ):
 - Estimaciones
 - Prueba multivariante
 - Comparaciones por pareja
- ii. Diferencia entre grupos (experimental y control):
 - Estimaciones
 - Prueba de efectos intersujetos
 - Comparaciones por pareja
- iii. Diferencias entre grupos (experimental y control) para cada habilidad:
 - Descriptivos
 - ANOVA

V. RESULTADOS

5.1 Descriptivos

Como lo muestra la siguiente tabla, las diferencias de medias que se presentan en ambos grupos por habilidad, no son muy significativas, el diferencial de medias de habilidades que hay entre grupos es de 3,5% para la habilidad de Conocimiento a favor del grupo experimental, 4,2% para la habilidad de Resolución de Problemas a favor del grupo experimental y 1,7% en Razonamiento también a favor del grupo experimental.

Tabla 5.1. Síntesis de pruebas históricas

SÍNTESIS PRUEBAS CORPORATIVAS HISTÓRICAS					
GRUPO EXPERIMENTAL			GRUPO CONTROL		
HABILIDAD			HABILIDAD		
C	RDP	RAZ	C	RDP	RAZ
59,9%	53,8%	51,1%	56,4%	49,6%	49,4%

Figura 5.1. Gráfico comparativo de habilidades

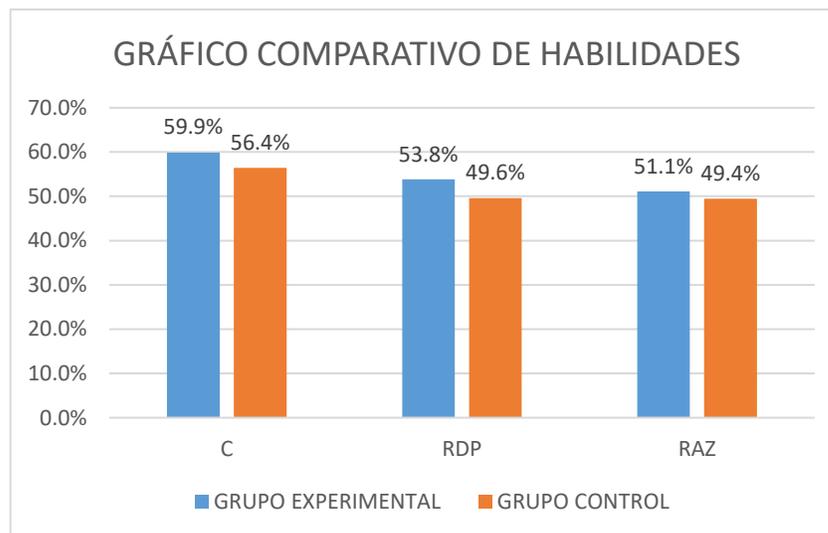
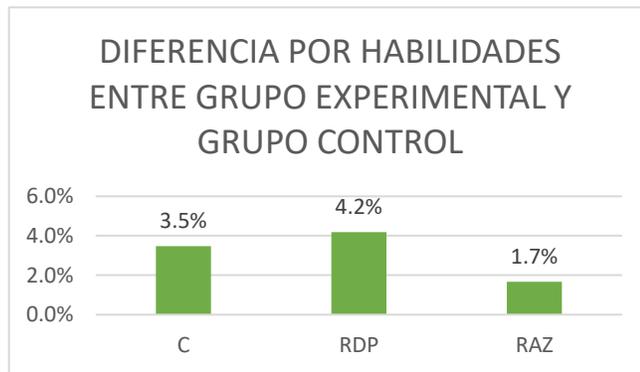


Figura 5.2. Diferencia por habilidades entre grupos



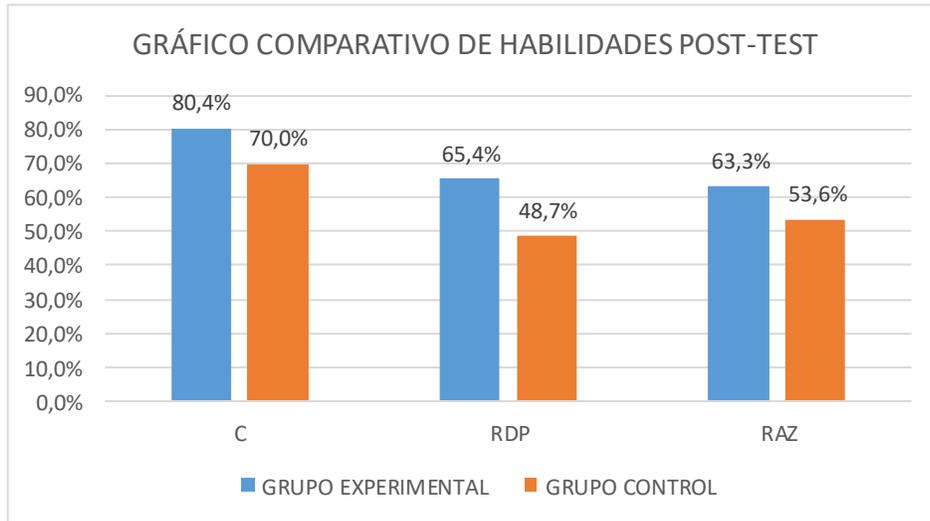
La siguiente tabla, arroja los resultados descriptivos del Post Test y aquí claramente se establecen grandes diferencias de medias en el logro de las habilidades:

Tabla 5.2. Síntesis Post Test

SÍNTESIS POST_TEST					
GRUPO EXPERIMENTAL			GRUPO CONTROL		
HABILIDAD			HABILIDAD		
C	RDP	RAZ	C	RDP	RAZ
80,4%	65,4%	63,3%	70,0%	48,7%	53,6%

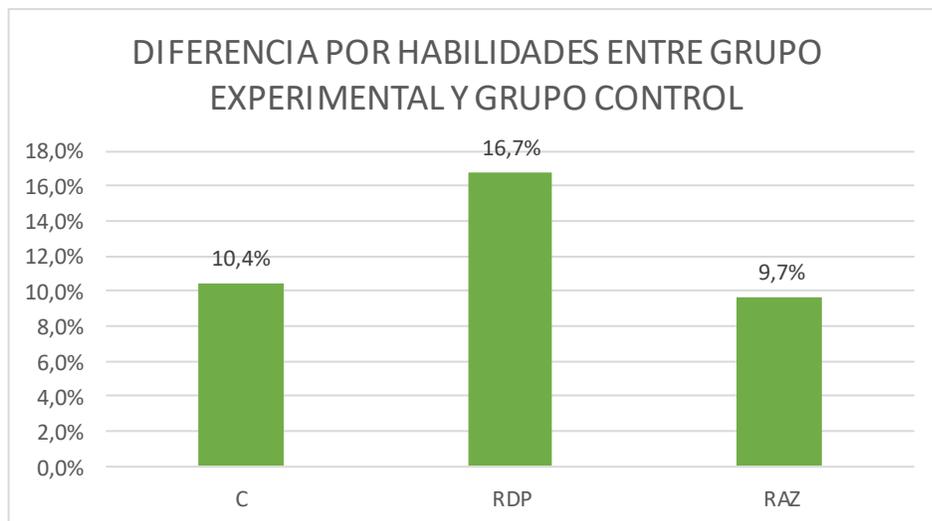
La habilidad de conocimiento nos entrega una evidencia clara de que nuestro grupo experimental logra apropiarse de los conceptos y lenguaje fundamentales de las funciones. Al compararlo con el grupo de control, los estudiantes del colegio EPL logran una media de 80,4% (qué es un muy buen resultado) y los estudiantes del grupo control una media de 70%, lo que tampoco es malo si no que muy positivo. El diferencial e medias en esta habilidad es de un 10,4% a favor del grupo experimental, lo que es estadísticamente significativo.

Figura 5.3. Gráfico comparativo de habilidades Post Test



Para la habilidad de Resolución de Problemas, la diferencia de medias de logros es bastante clara y nos indica que los estudiantes del grupo experimental sacan una ventaja significativa en la resolución de problemas rutinarios. El grupo experimental alcanzó una media de 65,4% de logro versus un 48,7% de media de logro para el grupo control. El diferencial de medias que se presenta en esta habilidad es de un 16,7% a favor de nuestro grupo experimental.

Figura 5.4. Diferencia por habilidad entre grupos

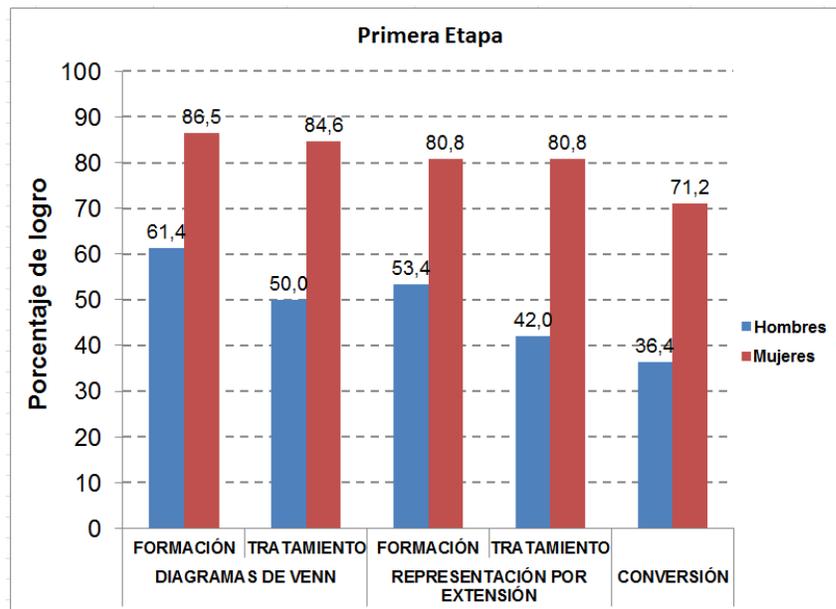


Finalmente, en la habilidad de Razonamiento que involucra otros procesos de orden superior tanto mentales como cognitivos, los estudiantes del grupo experimental nuevamente sacan ventajas con un diferencial de medias a favor de 9,7%.

5.2 Resultados de las rúbricas

La primera etapa del diseño de esta unidad, correspondía a la apropiación de conceptos y lenguaje en funciones. La muestra de nuestro grupo experimental, nos evidenció diferencias entre mujeres y hombres con respecto al registro de representaciones en sus cuadernos.

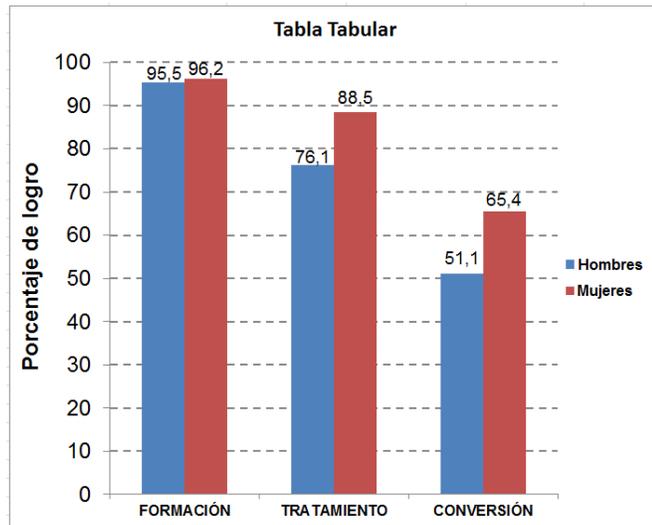
Figura 5.5. Resultados de las rúbricas para la primera etapa de la intervención



En el registro de diagramas de Venn las mujeres muestran un diferencial a favor de 25,1% en la formación del registro y un 34,6% en el tratamiento del mismo registro. Para la representación por extensión, ocurre lo mismo, en la formación del registro las mujeres presentan una diferencia a favor de un 27,4% para la formación y un 38,8% en el tratamiento del mismo registro. Como consecuencia de lo anterior, la conversión entre un registro y otro favorece a las mujeres en un diferencial de 34,8%.

La segunda parte del diseño que tiene que ver con el modelamiento como nuestro gran objetivo, se analizaron con rúbricas cinco registro considerados como base para que nuestros estudiantes logran la habilidad de modelamiento matemático.

Figura 5.6. Resultados de las rúbricas para el registro Tabla Tabular

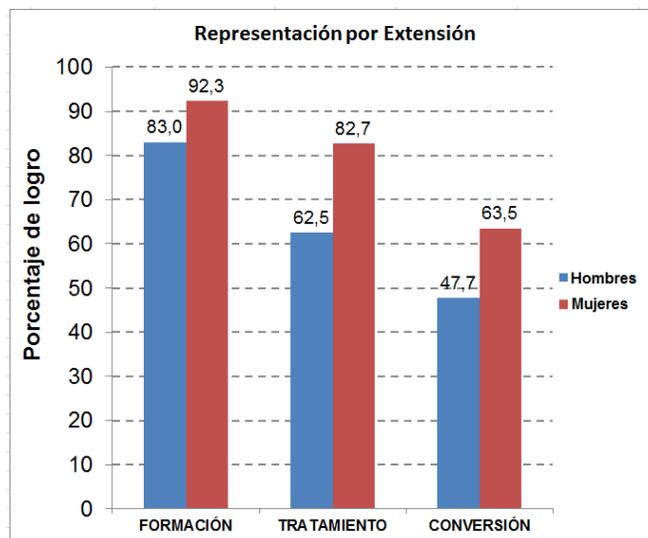


Nuestro registro base fue la tabla tabular, que es un registro muy poco amigable o que no entienden bien nuestros estudiantes.

En este si bien no se marcaron grandes diferencias en sus cuadernos, las mujeres siguen teniendo un diferencial a favor de:

- 0,7% para la formación del registro
- 12,4% para el tratamiento de este registro
- 14,3% para la conversión de este registro en otros.

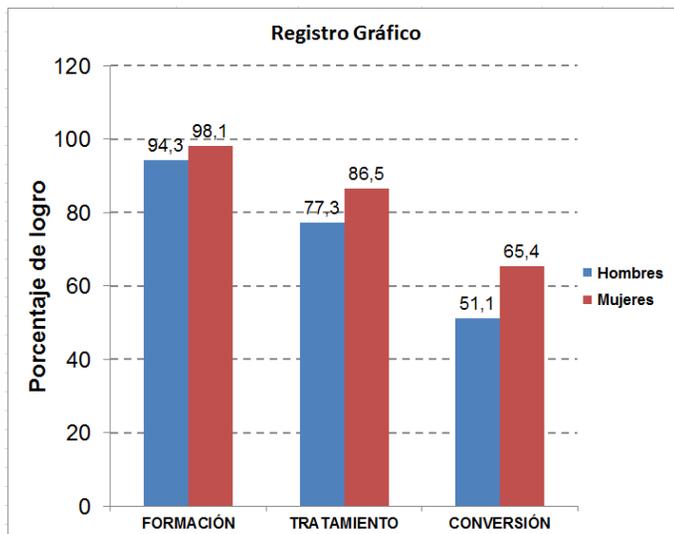
Figura 5.7. Resultado de las rúbricas para el registro por Extensión



En el registro por extensión, también las mujeres presentan un diferencial a favor y es más notorio que el anterior:

- 9,3% para la formación del registro
- 20,2% para el tratamiento del registro
- 15,8% para la conversión de este registro en otros.

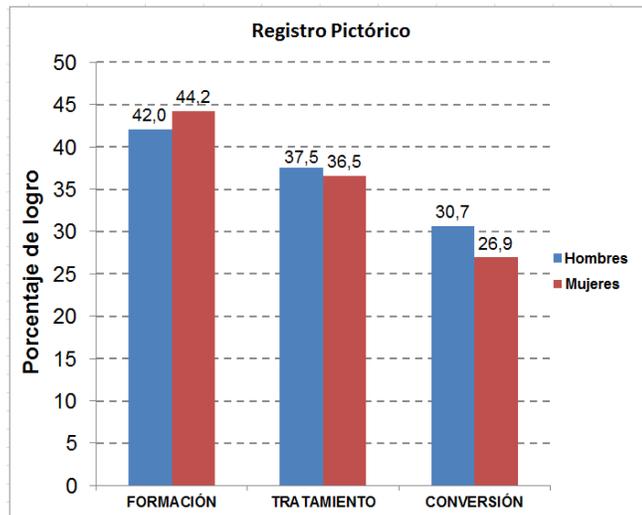
Figura 5.8. Resultados de las rúbricas para el registro Gráfico



Al igual que en el registro de tabla tabular, las diferencias no son muy amplias entre mujeres y hombres, diferencias que son:

- 3,8% para la formación del registro.
- 9,2% para el tratamiento del registro.
- 14,3% para la conversión de este registro en otro.

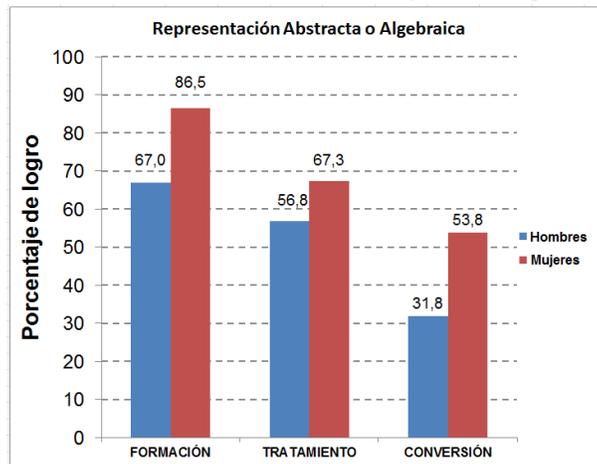
Figura 5.9. Resultado de las rúbricas para el registro Pictórico



Aquí los porcentajes tanto para los hombres como las mujeres son bajos en general (menos de un 45% de nivel de logro), las mujeres siguen marcando distancias pero de manera leve:

- 2,2% en la formación del registro.
- 1% en el tratamiento del registro.
- 3,8% en la conversión de un registro a otro.

Figura 5.10. Resultado de las rúbricas para el registro de Abstracto



Por último, debido a que en los anteriores registros siempre las mujeres marcaron diferencias era esperable que en la conversión anduvieran mejor según lo que evidencian sus cuadernos:

- 19,5% en la formación del registro.
- 10,5% en el tratamiento del registro.
- 22% en la conversión de este registro a otro.

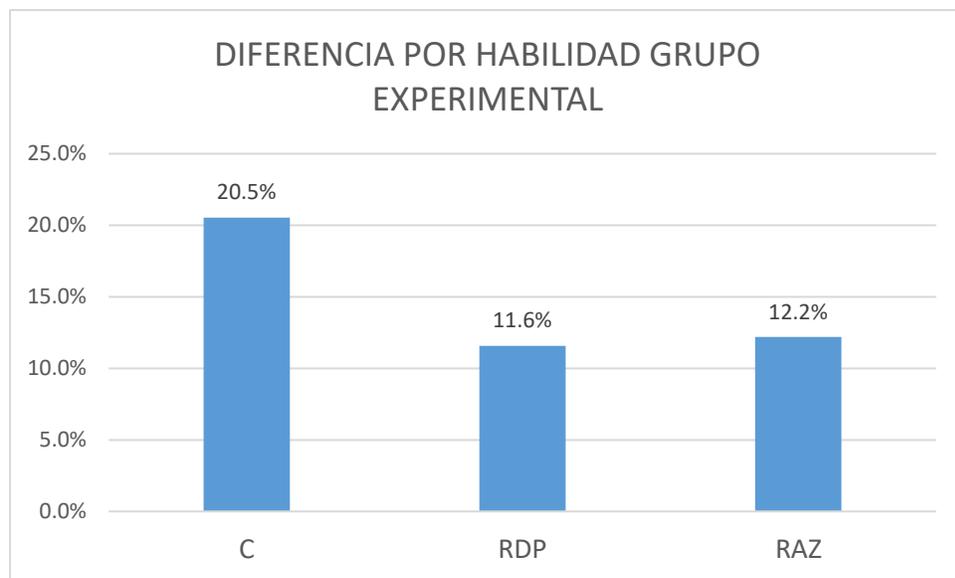
5.4 Resultados por hipótesis o efectos esperados

Como se planteó en la hipótesis, se obtuvieron las diferencias de las medias por habilidad para nuestro grupo experimental, arrojando los siguientes resultados:

Tabla 5.3. Diferencia por habilidad entre Post Test y resultados históricos para el grupo experimental

DIFERENCIA POR HABILIDAD ENTRE POST-TEST Y RESULTADOS HISTÓRICO					
GRUPO EXPERIMENTAL					
		C	20,5%		
		RDP	11,6%		
		RAZ	12,2%		

Figura 5.11. Diferencia por habilidad del grupo experimental



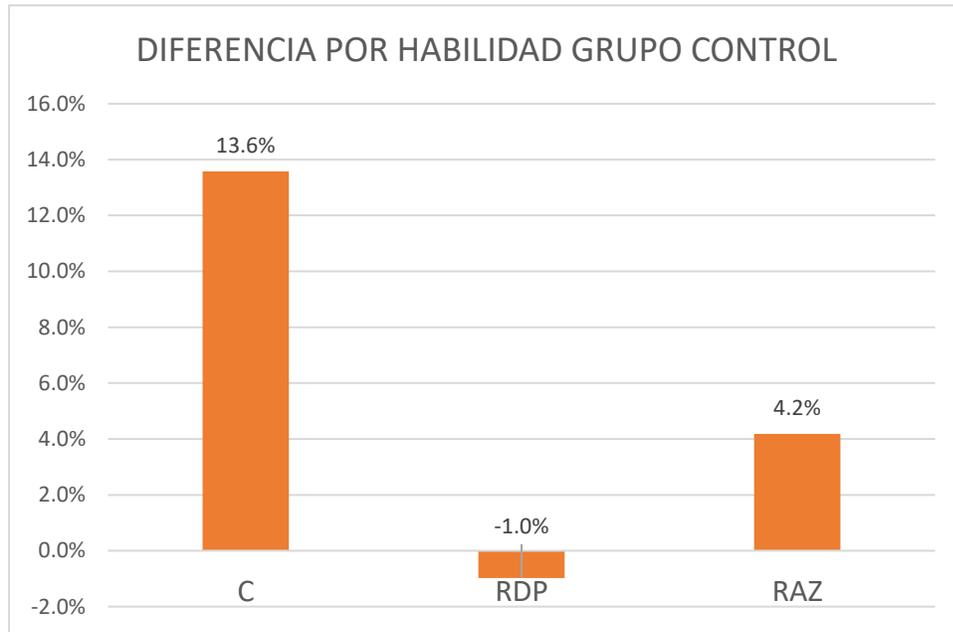
En Conocimiento nuestros estudiantes experimentales, lograron una diferencia de medias de un 20,5% de aumento entre los datos históricos y el Post Test, en la Resolución de Problemas una diferencia de medias de 11,6% a favor y en la habilidad de Razonamiento una diferencia de medias de 12,2% también a favor.

Para nuestro grupo control, los resultados de diferencias de media por habilidad, fueron los siguientes:

Tabla 5.4. Diferencia por habilidad entre Post Test y resultados históricos del grupo control

DIFERENCIA POR HABILIDAD ENTRE POST-TEST Y RESULTADOS HISTÓRICO			
GRUPO CONTROL			
	C	13,6%	
	RDP	-1,0%	
	RAZ	4,2%	

Figura 5.12. Diferencia por habilidad del grupo control



La diferencia de medias entre el Post Test y los resultados históricos de la habilidad de Conocimiento fue de un 13,6%, la diferencia de medias para la habilidad de Resolución de Problemas cayó en un 1% y la diferencia de medias para la habilidad de Razonamiento aumentó en 4,2%.

La comparación entre los diferenciales de medias por habilidad entre nuestro grupo experimental y el grupo control aparecen en el siguiente gráfico:

Figura 5.13. Gráfico comparativo de habilidades según hipótesis

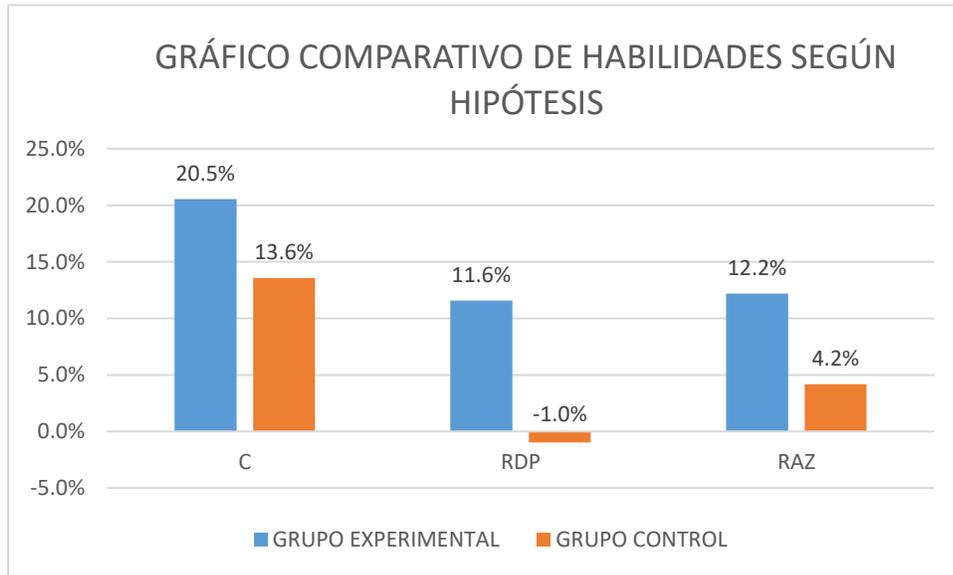
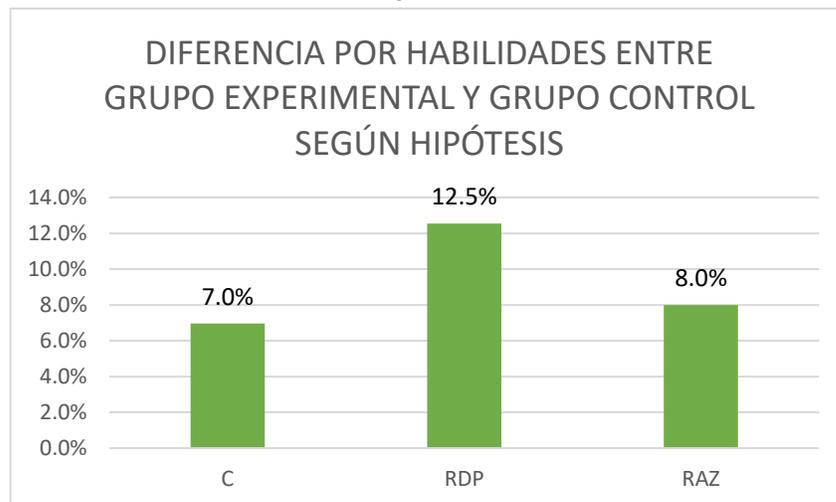


Figura 5.14. Diferencia por habilidades entre grupo experimental y control según hipótesis



Como se demuestra en el gráfico 18, las diferencias de medias planteadas en nuestra hipótesis se cumplen gracias a la intervención realizada en la unidad de Funciones. Nuestro grupo experimental tuvo un delta a favor en las tres habilidades medidas en estos instrumentos estandarizados.

Para la habilidad de Conocimiento la diferencia de medias a favor de nuestro grupo experimental es de un 7%, la Resolución de Problemas es de un 12,5% y la habilidad de Razonamiento de un 8%. Resultados muy positivos y alentadores, donde nos evidencia que nuestra intervención

metodológica a través del modelo de análisis didáctico de Representaciones Semióticas si fue efectivo.

Si bien al analizar los registros hechos por los estudiantes en sus cuadernos, tenemos diferencias entre hombres y mujeres y que no todos los registros funcionaron bien, al momento de observar sus cuadernos, el diseño de implementación de esta unidad, si funcionó.

5.5 Inferenciales

Diferencias entre habilidades (Conocimiento, Resolución de problemas, Razonamiento)

Cuadro 5.5. Diferencias entre habilidades

Medida:	Estimaciones			
	MEASURE_1			
	Habilidades	Media	Error estándar	Intervalo de confianza al 95%
Límite inferior				Límite superior
Conocimiento	77,265	,568	76,151	78,379
Resolución de problemas	59,590	,698	58,220	60,960
Razonamiento	60,145	,676	58,818	61,471

Cuadro 5.6. Pruebas multivariantes

Pruebas multivariante ^a

Efecto	Valor	F	Gl de hipótesis	gl de error	Sig.	Eta parcial al cuadrado	Potencia observada ^c
Habilidades Traza de Pillai	,630	700,733 ^b	2	823	,000	,630	1,000
Lambda de Wilks	,370	700,733 ^b	2	823	,000	,630	1,000
Traza de Hotelling	1,703	700,733 ^b	2	823	,000	,630	1,000
Raíz mayor de Roy	1,703	700,733 ^b	2	823	,000	,630	1,000

- a. Diseño : Interceptación + g
 Diseño dentro de sujetos: Habilidades
 b. Estadístico exacto
 c. Se ha calculado utilizando $\alpha = ,05$

Cuadro 5.7. Comparaciones por pareja

Comparaciones por parejas

Medida: MEASURE_1

(I) Habilidades	(J) Habilidades	Diferencia de medias (I-J)	Error estándar	Sig. ^a	95% de intervalo de confianza para diferencia ^a	
					Límite inferior	Límite superior
Conocimiento	Resolución de problemas	17,675*	,521	,000	16,425	18,926
	Razonamiento	17,120*	,606	,000	15,666	18,575
Resolución de problemas	Conocimiento	-17,675*	,521	,000	-18,926	-16,425
	Razonamiento	-,555	,620	1,000	-2,042	,932
Razonamiento	Conocimiento	-17,120*	,606	,000	-18,575	-15,666
	Resolución de problemas	,555	,620	1,000	-,932	2,042

Se basa en medias marginales estimadas

a. Ajuste para varias comparaciones: Bonferroni.

El cuadro 5.5 muestra los promedios de las habilidades:

La estadística **Lambda de Wilks** del cuadro 5.6 nos indica que al menos un par de habilidades difieren significativamente (sig= ,000)

Las diferencias entre las habilidades se encuentran explicadas por la intervención. El tamaño del efecto es de 63% (Eta parcial al cuadrado = ,630)

El cuadro 5.7 nos indica que la diferencia entre Conocimiento y Resolución de problemas (77,265 > 59,590) es significativa y entre Conocimiento y Razonamiento (77,265 > 60,145) también es significativa pero no entre resolución de problemas y razonamiento (59,590 ≈ 60,145)

Diferencias entre grupos (Experimental y Control)

Cuadro 5.8. Diferencias entre grupos (estimaciones)

Estimaciones

Medida: MEASURE_1

Grupo	Media	Error estándar	Intervalo de confianza al 95%	
			Límite inferior	Límite superior
Experimental	69,795	,885	68,057	71,532
Control	61,538	,670	60,223	62,854

Cuadro 5.9. Pruebas de efecto inter - sujetos

Pruebas de efectos inter-sujetos

Medida: MEASURE_1
Variable transformada: Media

Origen	Tipo III de suma de cuadrados	gl	Cuadrático promedio	F	Sig.	Eta parcial al cuadrado	Potencia observada ^a
Interceptación	9899522,951	1	9899522,951	13987,108	,000	,944	1,000
Grupo	39123,586	1	39123,586	55,278	,000	,063	1,000
Error	583194,655	824	707,761				

a. Se ha calculado utilizando $\alpha = ,05$

Cuadro 5.10. Comparaciones por pareja

Comparaciones por parejas

Medida: MEASURE_1

(I) Grupo	Diferencia de medias (I-J)	Error estándar	Sig. ^b	95% de intervalo de confianza para diferencia ^b	
				Límite inferior	Límite superior
Experimental Control	8,256*	1,110	,000	6,077	10,436
Control Experimental	-8,256*	1,110	,000	-10,436	-6,077

Se basa en medias marginales estimadas

*. La diferencia de medias es significativa en el nivel ,05.

b. Ajuste para varias comparaciones: Bonferroni.

El cuadro 5.8 nos entrega el promedio de habilidades, como una medida global, entre el grupo control y el experimental.

El cuadro 5.9 nos indica que las habilidades (como una medida global) difieren significativamente entre el grupo experimental y control (sig.= ,000).

El cuadro 5.10 nos indica que las habilidades (como una medida global) tienden a ser significativamente mayor en el grupo experimental (69,795 > 61,538, es decir, 69,795-61,588 = 8,256 >0)

Diferencias entre grupos (Experimental y Control) para cada habilidad

Cuadro 5.11. Diferencias entre grupos para cada habilidad

		Descriptivos							
Habilidad	Grupo	N	Media	Desviación estándar	Error estándar	95% del intervalo de confianza para la media		Mínimo	Máximo
						Límite inferior	Límite superior		
Conocimiento	Experimental	301	80,626	14,329	0,826	79,001	82,251	10,53	100,00
	Control	525	73,904	16,441	0,718	72,495	75,314	15,79	100,00
	Total	826	76,354	16,025	0,558	75,259	77,448	10,53	100,00
Resolución de problemas	Experimental	301	65,535	17,446	1,006	63,556	67,514	5,26	100,00
	Control	525	53,644	20,297	0,886	51,904	55,384	0,00	100,00
	Total	826	57,977	20,128	0,700	56,603	59,352	0,00	100,00
Razonamiento	Experimental	301	63,223	16,850	0,971	61,311	65,134	10,00	90,00
	Control	525	57,067	19,667	0,858	55,380	58,753	0,00	100,00
	Total	826	59,310	18,913	0,658	58,018	60,602	0,00	100,00

Cuadro 5.12. ANOVA

		ANOVA				
		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Conocimiento	Entre grupos	8643,820	1	8643,820	35,047	,000
	Dentro de grupos	203229,142	824	246,637		
	Total	211872,963	825			
Resolución de problemas	Entre grupos	27052,234	1	27052,234	72,565	,000
	Dentro de grupos	307186,098	824	372,799		
	Total	334238,332	825			
Razonamiento	Entre grupos	7249,906	1	7249,906	20,753	,000
	Dentro de grupos	287856,753	824	349,341		
	Total	295106,659	825			

El cuadro 5.11 nos entrega la media de cada una de las habilidades por grupo (Experimental y Control)

El cuadro 5.12 nos indica que las diferencias entre el grupo experimental y el control es significativa para cada una de las habilidades. El rendimiento promedio es mayor en el grupo experimental.

En resumen:

- Se prueban todas las hipótesis.
- El rendimiento del grupo experimental tiende a ser mayor que el rendimiento del grupo control, para cada una de las habilidades.

Complementariamente

Se encontró que hay un rendimiento significativamente menor en la resolución de problema y razonamiento en comparación con el rendimiento en conocimiento.

(No se encontró diferencia significativa entre resolución de problemas y razonamiento)

Cuadro 5.13. Habilidad: Conocimiento (estimaciones)

Estimaciones				
Variable dependiente:	Conocimiento			
Grupo	Media	Error estándar	Intervalo de confianza al 95%	
			Límite inferior	Límite superior
Experimental	80,626	,905	78,849	82,403
Control	73,904	,685	72,559	75,250

Cuadro 5.14: Pruebas de efectos inter-sujetos

Variable dependiente: Conocimiento						
Origen	Tipo III de suma de cuadrados	gl.	Cuadrático promedio	F	Sig.	Eta parcial al cuadrado
Modelo corregido	8643,820 ^a	1	8643,820	35,047	,000	,041
Grupo	8643,820	1	8643,820	35,047	,000	,041
Error	203229,142	824	246,637			
Total	5027360,621	826				
Total corregido	211872,963	825				

a. R al cuadrado = ,041 (R al cuadrado ajustada = ,040)

b. Se ha calculado utilizando $\alpha = ,05$

El “**Eta parcial al cuadrado**” = 0,041 (4,1%), se refiere al tamaño del efecto de la intervención. La intervención explica el 4,1% de las variaciones producidas entre el grupo control y el experimental en el “**Conocimiento**”. El resto 95,9% de las diferencias entre ambos grupos son explicados por factores residuales desconocidos y aleatorios.

Cuadro 5.15: Comparaciones por parejas

Variable dependiente: Conocimiento

(I) Grupo	(J) Grupo	Diferencia de medias (I-J)	Error estándar	Sig. ^b	95% de intervalo de confianza para diferencia ^b	
					Límite inferior	Límite superior
Experimental	Control	6,722*	1,135	,000	4,493	8,950
Control	Experimental	-6,722*	1,135	,000	-8,950	-4,493

Se basa en medias marginales estimadas

*. La diferencia de medias es significativa en el nivel ,05.

b. Ajuste para varias comparaciones: Bonferroni.

Cuadro 5.16. Habilidad: Resolución de Problemas (estimaciones)

Variable dependiente: Resolución de problemas

Grupo	Media	Error estándar	Intervalo de confianza al 95%	
			Límite inferior	Límite superior
Experimental	65,535	1,113	63,351	67,720
Control	53,644	,843	51,990	55,298

Cuadro 5.17: Pruebas de efectos inter-sujetos

Variable dependiente: Resolución de problemas

Origen	Tipo III de suma de cuadrados	gl	Cuadrático promedio	F	Sig.	Eta parcial al cuadrado
Modelo corregido	27052,234 ^a	1	27052,234	72,565	,000	,081
Grupo	27052,234	1	27052,234	72,565	,000	,081
Error	307186,098	824	372,799			
Total	3110724,279	826				
Total corregido	334238,332	825				

a. R al cuadrado = ,081 (R al cuadrado ajustada = ,080)

b. Se ha calculado utilizando alpha = ,05

El “**Eta parcial al cuadrado**” = 0,081 (8,1%), se refiere al tamaño del efecto de la intervención. La intervención explica el 8,1% de las variaciones producidas entre el grupo control y el

experimental en la “**Resolución de problemas**”. El resto 91,9% de las diferencias entre ambos grupos son explicados por factores residuales desconocidos y aleatorios.

Cuadro 5.18: Comparaciones por parejas

Variable dependiente: Resolución de problemas		Diferencia de medias (I-J)	Error estándar	Sig. ^b	95% de intervalo de confianza para diferencia ^b	
(I) Grupo	(J) Grupo				Límite inferior	Límite superior
Experimental	Control	11,891*	1,396	,000	9,151	14,631
Control	Experimental	-11,891*	1,396	,000	-14,631	-9,151

Se basa en medias marginales estimadas

*. La diferencia de medias es significativa en el nivel ,05.

b. Ajuste para varias comparaciones: Bonferroni.

Cuadro 5.19. Habilidad: Razonamiento (estimaciones)

Variable dependiente: Razonamiento		Error estándar	Intervalo de confianza al 95%	
Grupo	Media		Límite inferior	Límite superior
Experimental	63,223	1,077	61,108	65,337
Control	57,067	,816	55,466	58,668

Cuadro 5.20: Pruebas de efectos inter-sujetos

Variable dependiente: Razonamiento		gl	Cuadrático promedio	F	Sig.	Eta parcial al cuadrado
Origen	Tipo III de suma de cuadrados					
Modelo corregido	7249,906 ^a	1	7249,906	20,753	,000	,025
Grupo	7249,906	1	7249,906	20,753	,000	,025
Error	287856,753	824	349,341			
Total	3200700,000	826				
Total corregido	295106,659	825				

a. R al cuadrado = ,025 (R al cuadrado ajustada = ,023)

b. Se ha calculado utilizando alpha = ,05

El “**Eta parcial al cuadrado**” = 0,025 (2,5%), se refiere al tamaño del efecto de la intervención. La intervención explica el 2,5% de las variaciones producidas entre el grupo control y el experimental en el “**Razonamiento**”. El resto 97,5% de las diferencias entre ambos grupos son explicados por factores residuales desconocidos y aleatorios.

Cuadro 5.21: Comparaciones por parejas

Variable dependiente: Razonamiento

(I) Grupo	(J) Grupo	Diferencia de medias (I-J)	Error estándar	Sig. ^b	95% de intervalo de confianza para diferencia ^b	
					Límite inferior	Límite superior
Experimental	Control	6,156*	1,351	,000	3,504	8,808
Control	Experimental	-6,156*	1,351	,000	-8,808	-3,504

Se basa en medias marginales estimadas

*. La diferencia de medias es significativa en el nivel ,05.

b. Ajuste para varias comparaciones: Bonferroni.

Cuadro 5.22. Estimaciones

Medida: MEASURE_1

Habilidades	Media	Error estándar	Intervalo de confianza al 95%	
			Límite inferior	Límite superior
Conocimiento	77,265	,568	76,151	78,379
Resolución de problemas	59,590	,698	58,220	60,960
Razonamiento	60,145	,676	58,818	61,471

Cuadro 5.23. Pruebas multivariante^a

Efecto	Valor	F	Gl de hipótesis	gl de error	Sig.	Eta parcial al cuadrado	
Habilidades	Traza de Pillai	,630	700,733 ^b	2	823	,000	,630
	Lambda de Wilks	,370	700,733 ^b	2	823	,000	,630
	Traza de Hotelling	1,703	700,733 ^b	2	823	,000	,630
	Raíz mayor de Roy	1,703	700,733 ^b	2	823	,000	,630

a. Diseño: Interceptación + g
Diseño dentro de sujetos: Habilidades

b. Estadístico exacto

c. Se ha calculado utilizando $\alpha = ,05$

El “Eta parcial al cuadrado” = 0,630 (63%), se refiere al tamaño del efecto de la intervención. La intervención explica el 63% de las variaciones producidas entre las habilidades logradas (Conocimiento, Resolución de problemas y Razonamiento). El resto 37% de las diferencias entre las habilidades son explicados por factores residuales desconocidos y aleatorios.

5.6 Análisis Cualitativo de las entrevistas a profesores y alumnos¹⁴

Se entrevistaron a cuatro profesores que fueron parte del proyecto o los sujetos de estudio cualitativo. En las entrevistas se les insistió mucho con las preguntas acerca de su metodología tradicional en el tema de funciones y si alcanzaban los objetivos que se proponían en años anteriores con la función lineal y afín.

Todos coincidieron en que su forma de presentar este tema, era de manera muy mecánica, mostrando una función en su forma abstracta (forma principal), luego completaban una tabla de valores para obtener puntos que se representaban en una gráfica cartesiana. Quedando con una percepción que lo que hacían no cumplía con sus expectativas.

Coincidieron también en que este tema particularmente les gusta enseñarlo porque apela a varias habilidades cognitivas y varias representaciones semióticas de la matemática en sí. Contradictorio si ellos reconocen que lo enseñan de una forma mecánica e incluso fragmentada, es decir, que esto es parte de un concepto mayor, no especificando ese concepto.

Los motivos o justificación que entregaron los profesores, de la forma mecánica y muy poco contextualizada en que enseñaban funciones, se debía a obstáculos más bien ontológicos, es decir, a la madurez cognitiva que tienen estudiantes de primero medio y a obstáculos epistemológicos porque justificaban que el concepto de función no era un tema para este nivel si no que para cursos superiores.

Cuando se les consultó si en años anteriores a partir de su metodología alcanzaban los objetivos que se proponían, coincidieron en responder que, de manera parcial, debido a que su metodología era muy dirigida y mecanizada, así el único aprendizaje que lograban era la representación gráfica. Dirigida, se referían a que les entregaban como insumo una tabla de valores con las pre imágenes listas o anotadas en tabla (y que generalmente eran números enteros), y por lo mismo, los estudiantes se quedaban con la idea de que la función lineal o afín era una recta.

En cuanto a la percepción del nivel de conocimientos previos que tenían sus alumnos en funciones, todos afirmaron que la gran mayoría de los estudiantes no conocía este tema, ni tampoco conocían los diagramas de Venn¹⁵. Alrededor de unos cinco estudiantes por curso (que generalmente eran de buen rendimiento), afirmaron conocer el tema.

Al consultárseles sobre cuáles eran los motivos de que los alumnos no llegaban con ningún aprendizaje previo, ellos me afirmaban dos grandes razones:

¹⁴ Las entrevistas y el focus group se encuentran en el anexo 2 de esta investigación.

¹⁵ La Unidad de Currículum Y Evaluación (UCE), publicó en el año 2002 los nuevos programas de matemática para la educación escolar, eliminando la Teoría de Conjuntos.

- a. Pocos hábitos de estudio de los estudiantes.
- b. Los profesores de Educación General Básica no tienen las competencias suficientes para transmitir o enseñar de buena manera este tema.

Ante la percepción de que no lograban todos los objetivos propuestos con sus estudiantes en funciones, se les preguntó si realizaban ajustes año tras año en este tema. La mayoría respondió que sí, pero los ajustes eran más de forma que de fondo, es decir, ajustaban el conjunto numérico de trabajo (sólo números enteros), otros utilizaban la representación sagital, pero ninguno respondió si trataban de partir con un problema en contexto y así modelar esta situación.

La forma de evaluar de los profesores en la unidad de funciones fue: trabajo en clases con nota acumulativa o puntaje, pruebas de desarrollo para ir chequeando los productos que generaban los estudiantes y pruebas de selección múltiple como finalización de la unidad.

Con respecto a la nueva propuesta metodológica, se les consultó si habían internalizado bien el modelo didáctico cuando se les hizo la capacitación. Tres de los cuatro profesores entrevistados respondió que sí, salvo una profesora que tuvo que llegar a su hogar a leer nuevamente las presentaciones de la capacitación, investigar en internet y finalmente consultarle a un colega. Recién ahí, afirma, que logró internalizar el modelo.

Como la gran mayoría respondió afirmativamente ante la consulta de si lograron comprender este enfoque, se les consultó si transmitieron bien los conceptos a partir de este modelo didáctico a los estudiantes. Todos respondieron afirmativamente, y es más, notaron una mejor disposición y un mayor trabajo por parte de ellos, inclusive se ayudaban mutuamente entre compañeros, si alguien quedaba atrás con los conceptos. Una profesora de hecho afirma que en uno de los cursos donde impartió esta unidad, que era repitente, logró los aprendizajes propuestos para esta unidad y que incluso ayudaba a sus compañeros más cercanos.

Ante la consulta de si había diferencias por género en cuanto a trabajo diario y comprensión de los conceptos, todos estuvieron de acuerdo en afirmar que las mujeres son más metódicas, trabajadoras y ordenadas (ver los gráficos de los resultados de las rúbricas), en cambio los hombres, eran mucho más reacios al trabajo en el cuaderno, pero participaban y respondían bien en la clase.

Del resultado anterior, se les consultó si ese trabajo diario y superior por parte de las mujeres en la clase, se reflejaba en la aplicación de pruebas y controles parciales, todos respondieron que no. Era más bien parejo, no se notaban grandes diferencias de género en las evaluaciones y de hecho los varones tenían levemente mejor rendimiento en esta unidad.

También, todos afirmaron que entre e intra cursos, tampoco presentaron grandes diferencias de rendimiento y trabajo diario. Con esta metodología hubo tendencia a emparejarse los

rendimientos y solamente un profesor afirma que se generaron diferencias entre cursos por culpa del ausentismo en clases, ya que este tema requiere cierta sistematización para alcanzar los aprendizajes propuestos en esta intervención, debido a la gran cantidad de representaciones y tratamiento de estas.

Al consultárseles por las actividades de Formación; Tratamiento y Conversión en el trabajo diario, los docentes coincidieron en afirmar que:

- a. La Formación les costaba aún porque como no tienen hábitos de estudio, se quedan con lo aprendido en clases hasta el siguiente día que vuelven a tener matemática.
- b. El tratamiento en cada una de las representaciones lo alcanzaban y lograban obtener las unidades significantes, salvo en la representación Tabla Tabular, que a todos los profesores se les hizo complejo poder lograr que obtuvieran pendiente y coeficiente de posición desde una tabla.
- c. Conversión entre representaciones, la lograron la gran mayoría de los estudiantes, salvo la representación pictórica.

De lo anterior, cabe destacar que algunos profesores impresionados de buena manera, observaban como lo alumnos para responder una pregunta de funciones en sus actividades pedagógicas diarias, utilizaban registros intermedios como recurso para poder responder, es decir, lograban realizar la conversión como puente para responder alguna de las preguntas.

Finalmente, ante la consulta acerca de qué les pareció esta metodología, sus ventajas, desventajas y ajustes a realizar en el diseño de esta unidad, todos coincidieron que es mucho más didáctico para los estudiantes. Por ejemplo, en la primera etapa de la intervención, que fue más bien conceptual, con los diagramas sagitales les quedó claro los conceptos de función, conjunto de partida, conjunto de llegada, imágenes, pre imágenes, dominio y recorrido. De hecho, queda evidenciado en la Pos prueba (ver anexo 1), donde toda la parte conceptual y de vocabulario de funciones, obtuvieron altísimos porcentajes de respuesta correcta.

Con respecto a la segunda etapa de esta unidad, los profesores quedaron muy conformes con el diseño propuesto y también lo encontraron muy didáctico, ya que sentían que estaba muy bien pensada la articulación de conceptos propuestas, es decir, partir primero con la dependencia entre variables, proporcionalidad directa en contexto, función afín en contexto, representaciones semióticas de la función lineal, tratamiento de las representaciones semióticas y conversión entre representaciones.

Acerca de los ajustes, todos coinciden en el tiempo asignado en esta unidad, es muy poco para todo el constructo conceptual de la función lineal desde este enfoque. Y por último, un profesor planteaba que más que guías de trabajo, es mejor trabajar con guías o cuadernillos más dirigidos (tutoriales) y así los estudiantes construyan de mejor manera su conocimiento.

Focus Group EPL

Al ser consultados los estudiantes acerca de cómo fue su experiencia en matemática durante el segundo ciclo básico, las repuestas más llamativas fueron:

- a. La profesora que les enseñaba no era de matemática.
- b. En un año en particular no tuvieron profesor y al curo lo dejaban trabajando con el paradocente guías de matemática.
- c. El profesor les entregaba guías (que a veces eran fotocopias de los mismos textos de estudio) o anotaba actividades en la pizarra y salía aproximadamente 20 minutos. En ese tiempo, obviamente los estudiantes se dedicaban a otras actividades y no realizaban lo pedido.
- d. Un estudiante tuvo como jefatura a un profesor de matemática, ocupando el horario de consejo de curso para realizar clase de matemática.

Luego les consulté si tenían algún recuerdo de octavo básico en el tema de funciones y todos me respondieron que no. Cuando estuvieron en séptimo, les pregunté, si recordaban el concepto de proporcionalidad y las respuestas fueron muy vagas y poco precisas.

En cuanto a las guías de trabajo que se les entregaban, eran guías cortas, de no más de dos planas, las cuales las revisaba el profesor en la pizarra, sin que los hiciera pasar a ellos adelante.

En su experiencia en educación básica, me afirmaron que tenían evaluaciones de matemática cada un mes aproximadamente, las cuales eran una combinación de pruebas de desarrollo y de alternativas. Además, eran pruebas muy breves, de aproximadamente una hora.

Se les consultó si en educación básica tenían hábitos de estudio y todos respondieron que estudiaban matemática cuando solamente tenían prueba y el que no estudiaba llegaba derechamente a copiarle a algún compañero.

Ya estando en primero medio, se les consultó si notaron alguna diferencia con su experiencia en básica. Prácticamente todos me afirmaron que comenzando primero medio el ritmo de trabajo fue muy fuerte, con evaluaciones parciales o acumulativas todas las semanas, con contenidos más complejos o abstractos y harto trabajo con guías.

Todos reconocían que el ritmo de trabajo, sumado a que algunos compañeros eran más rápidos en entender que otros, provocaba que a veces se desmotivaran y no se sintieran capaces de responder a los requerimientos de media en matemática. Lo que llama la atención en las respuestas de estos estudiantes, es que el programa de primero medio de la corporación contempla solamente contenidos de educación básica y que ellos encontraran difícil la materia es hasta contraproducente.

Al consultarles acerca de la unidad de funciones, muchos coincidieron en que la primera etapa, la de conceptos y vocabulario, la comprendieron bien reconociendo eso sí que no conocían los diagramas de Venn y obviamente no entendían nada de teoría de conjuntos. Pero luego de los esfuerzos desplegados por los profesores, atendiendo dudas, o yendo a los puestos de trabajo y apoyándose en las presentaciones elaboradas para esta unidad, se les hizo muy fácil la primera parte conceptual de esta unidad.

Otro punto a destacar, es que varios de los jóvenes entrevistados recalcaron que eran demasiadas representaciones para un concepto y eso los abrumaba. Proponían (en el focus group) que te ensañaran un par de representaciones (las más simples) y con eso era suficiente, porque les interesaba aprender bien “la receta” y listo. No se preocupan de llegar más allá con los conceptos, sino que responder bien en la prueba y obtener buena nota.

También afirmaron que debido a la extensión de las presentaciones y además que se revisaban una sola vez en clases, al otro día no recordaban muchos de los conceptos o tratamientos propuestos en estas presentaciones y el profesor los hacía trabajar inmediatamente, sin hacer una retroalimentación de lo visto en la clase anterior.

Finalmente, todos me confirmaron que en esta unidad sí trabajaron, que el enfoque que se les entregó fue muy entendible para ellos y que las diapositivas las debieron haber compartido, para poder revisarlas nuevamente y sentirse más preparados para las actividades pedagógicas propuestas en clases.

VI. DISCUSIÓN, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Como lo planteé en el problema, nuestros estudiantes de los colegios de la Corporación vienen muy descendidos en conocimientos y habilidades matemáticas mínimas y necesarias para poder enfrentar de mejor manera los desafíos planteados en matemática de educación media, y se torna un gran desafío lograr alcanzar todos los aprendizajes esperados de primero medio.

Por otra parte, el modelamiento matemático en nuestros tiempos, debe ser una de las habilidades más importantes o donde más se están realizando esfuerzos para que la alcancen nuestros jóvenes, por lo mismo, previo a la intervención, nos tuvimos que cuestionar y reflexionar nuestra forma de enseñar la unidad de funciones y conectarlas con el modelamiento matemático.

Al entrevistar a los profesores, ellos reconocían que la manera en que enseñaban esta unidad, era monótona, mecánica, descontextualizada y que se reducía a solamente tres tipos de registro: la ecuación (representación abstracta), formación de una tabla de valores con dos o tres puntos y la gráfica de esos puntos.

A partir de esa reflexión y la investigación que realicé acerca de metodologías o modelos de análisis didáctico en el tema de las funciones, pensé que era pertinente el enfoque o tratamiento que se da en el modelo de análisis didáctico de Representaciones Semióticas.

Sumado a eso también, conversando tanto con los docentes de la Corporación como con otros colegas de matemática, también nos dimos cuenta que se presentan obstáculos cognitivos en la enseñanza de funciones, específicamente obstáculos didácticos que se refieren al cómo se enseña el concepto de función (fórmula, tabla y gráfica), obstáculos ontológicos que tienen que ver con la madurez cognitiva de nuestros estudiantes para enfrentar este tema¹⁶ y epistemológicos porque es un tema complejo en sí por la cantidad de conceptos y lenguaje propio de las funciones.

El diseño de esta metodología articuló todas las necesidades planteadas y observadas en esta unidad y lo que se pretendió es que los alumnos antes de ver una fórmula de función (representación abstracta), partiéramos en una primera etapa con todos los conceptos y lenguaje de funciones, a partir de las representaciones en diagrama de Venn. Ante los resultados reflejados en la post prueba y la entrevista con los profesores, logramos alcanzar todos los objetivos propuestos en esta etapa y así tener un lenguaje común y técnico para este tema.

En la segunda etapa se puso énfasis en que, a partir de un problema en contexto, los estudiantes reconocieran dependencia entre variables y que esa dependencia fuese de proporcionalidad directa. Logrando esto, enseguida se les presentaron todas las representaciones posibles de la

¹⁶ En conversación con los profesores, planteaban que el tema de funciones, es un tema complejo de comprender para estudiantes de primer año medio y que por lo tanto se debiese revisar a partir de segundo o tercero medio.

función lineal y sí evitar que la asociaran solamente a una recta, sino que la función lineal era el conjunto de todas esas representaciones, las cuales te ayudaban a interpretar el problema en contexto. Observando los resultados del Post Test y la entrevista con los profesores, se aprecia claramente que los estudiantes lograron el aprendizaje desde este enfoque, es más, la representación abstracta de manera intencional fue la última de las representaciones expuestas en clases.

Posteriormente, luego de expuestas todas las representaciones, el siguiente paso era que realizaran transformaciones dentro de los registros y así obtener la unidades significantes de la función lineal y afín. Observando el Post Test y las entrevistas con los profesores prácticamente en todas las representaciones lograron el tratamiento, salvo en Tabla Tabular y en registro Pictórico. La Tabla Tabular al parecer es una disposición numérica que les cuesta entender y leer a nuestros estudiantes, es más, se constituye en un desafío para las próximas generaciones lograr que alcancen la habilidad para poder interpretarlas. Con respecto al registro Pictórico, les cuesta asimilar que una función es una “máquina” donde ingresa un insumo (input) y sale un producto (output).

Al ya conocer todos los registros y el tratamiento que se puede realizar con ellos y así obtener las unidades significantes, lo destacable observando tanto los resultados de la Pos Prueba y las entrevistas con los profesores, es que la Conversión realizadas por los estudiantes se transformó en un recurso para responder preguntas donde era necesario pasar de un registro a otro, ya que utilizaban registros intermedios como un insumo para sortear de buena manera las preguntas.

Lo positivo de los resultados, eso sí, es que aunque se les cambió el paradigma metodológico a los profesores experimentales, los resultados en el Pos-Test por habilidades siguieron siendo superiores a los del grupo control. Lo que nos da esperanzas de que esta metodología pueda ser realmente efectiva en nuestra Corporación.

Como recomendaciones a seguir para perfeccionar este estudio, es el tema logístico y de aplicación de los test. Las condiciones tanto para el grupo control como experimental, por ejemplo, es que deben rendir un Pre-Test bajo las mismas condiciones, es decir, la misma disposición. Algunos profesores del grupo control sintieron que se los estaban evaluando y por lo mismo tuvieron unos resultados bastante más altos de los esperados para el Pos-Test, lo que se reflejó en una mayor variabilidad positiva de las habilidades medidas, lo cual puso en peligro la hipótesis planteada en este estudio.

Finalmente, la coordinación con los profesores es fundamental, para que se respeten los tiempos estipulados, porque como me explicaron algunos profesores en las entrevistas, puede afectar la programación de los tiempos de otras unidades importante en este nivel.

VII. BIBLIOGRAFÍA

Abad, F., Garrido, J., Olea, J., Ponsoda, V. (2006). "Introducción a la Psicometría". Teoría Clásica de los Test y Teoría de Respuesta al Ítem. Universidad Autónoma de Madrid, Facultad de Psicología.

Agencia de Calidad de la Educación, "División de Estudios". Departamento de Estudios Internacionales. Santiago, diciembre 2013. "PISA Competencias Matemáticas: un requisito para la sociedad de la información. Marco de evaluación, preguntas y ejemplos de respuestas de la prueba

Bachelard; G. (1938). "La formación de l'esprit scientifique", Paris Vrin 1975.

Brousseau, G. (1983). "Les obstacles epistemologiques et les problemas en Mathetiques". Recherches en Didactique des Mathematiques, vol 4.2.

Casallas, L. M. (2008). "Situaciones de validación en el aula en torno a la función lineal. En S. m. Vives, Matemáticas para el siglo XXI" (págs. 19-123). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

Chamorro, M. (2005). "Didáctica de las Matemáticas". Colección Didáctica Infantil, Pearson, Prentice Hall.

Covacevich, C. (2010) "Cómo seleccionar un instrumento para la evaluación de aprendizajes estudiantiles". BID, División Educación, Nota Técnica # IDB-TN-738.

Duval. (1992). "Gráficas y ecuaciones. La articulación de dos registros. Antología en Educación Matemática" Cinvestav, México.

Duval, R. (1999). "Semiosis y Pensamiento Humano", traducido por Myriam Vega Restrepo. Santiago de Cali Colombia: Artes Gráficas Univalle.

Duval, R. (2004). "Semiosis y pensamiento humano". Cali, Colombia: Universidad del Valle, Instituto de educación y pedagogía, Grupo de Educación matemática.

Duval, R. (2005). "Transformations de representations semiotiques et demarche de pensé".

Duval, R. (2006). "Un tema Crucial en la Educación Matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación". La gaceta del RSME, 143-168.

Gutierrez, S. I. (2007). "Caracterización de tratamientos y conversiones: el caso de la función afín en el marco de las aplicaciones". Bogotá (Colombia): Universidad Pedagógica Nacional.

Hernandez, R., Fernández, C., Baptista (2003), P. "Metodología de la Investigación". Mc Graw Hill.

Martinez, M., Hernández, M. J., Hernández, M. V. (2014). "Psicometría". Alianza Editorial, Edición electrónica.

Martinez, S., Varas, L (2013). "Álgebra para futuros profesores de Educación Básica". REFIP, Centro de Modelamiento Matemático.

Morales, F., Fernández, C., Aguayo, I., Aguilar, M. (2009). "Matemática para 7mo Básico". Proyecto "Crea mundos". Editorial SM.

Morales, F., Aguayo, I., Aguilar, M (2009). "Matemática para 8vo Básico". Proyecto "Crea Mundos". Editorial SM.

Restrepo, B. (1996). "Investigación de las Matemáticas". ICFES.

Salett Biembengut, Maria; Hein, Nelson. "Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática". Educación Matemática, vol. 16, núm. 2, agosto, 2004, pp. 105-125. Grupo Santillana México

Sullivan, M. (1997). "Pre Cálculo", Cuarta Edición. Pearson Educación.

Vergnaud, G. (1990). "Teoría de los Campos Conceptuales. Recherches en Didactique de Mathematiques" (págs. 133-170). Université René Descartes.

Unidad de Currículum y Evaluación (2011). Programa de Estudio de Séptimo año Básico. Ministerio de Educación.

Unidad de Currículum y Evaluación (2011). Programa de Estudio de Octavo año Básico. Ministerio de Educación.

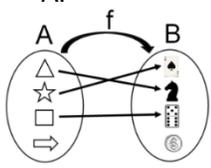
Unidad de Currículum y Evaluación (2011). Programa de Estudio de Primero Medio. Ministerio de Educación.

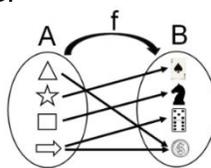
VIII. ANEXOS

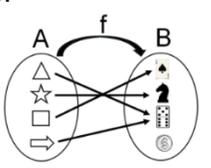
ANEXO 1: RESULTADOS POS PRUEBA

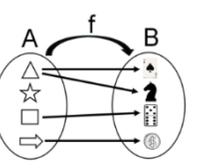
CORRESPONDENCIA ENTRE COLECCIONES DE OBJETOS

1 ¿Cuál de las siguientes correspondencias entre colecciones es función?

A. 

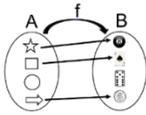
B. 

C. 

D. 

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	20	77	Reconocen funciones a partir del registro sagital (diagrama de Venn).	Conocimiento
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	11	79	Formación	
	HVL	20	67		
	JSU	21	85		
	X	17	77		
	COREDUC	18	77		

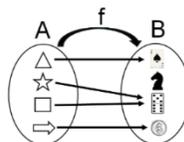
2 Dada la correspondencia f , entre las colecciones A y B ¿Por qué f no es función?



A. La pieza de dominó del conjunto B no tiene pre-imagen.
 B. La pieza de dominó del conjunto B no tiene imagen.
 C. El círculo del conjunto A no tiene imagen.
 D. El círculo del conjunto A no tiene pre-imagen.

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	38	80	Reconocen en un registro sagital por qué una correspondencia no es función, debido a que un elemento del conjunto de partida no tiene imagen.	RdP
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	21	77	Formación	
	HVL	29	67		
	JSU	26	90		
	X	25	78		
	COREDUC	29	79		

La correspondencia f entre la colección A y la colección B es una función. Obsérvala y responde desde la pregunta 3 a la pregunta 5.



3 ¿Cuál es el conjunto de Partida de la función f ?

A. { , , ,  }

B. { , , ,  }

C. { , ,  }

D. { , ,  }

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	83	95	Reconocen en un registro sagital de una función, los elementos del conjunto de partida en un registro por extensión	Conocimiento
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	42	93	Conversión	
	HVL	48	81		
	JSU	45	92		
	X	45	89		
	COREDUC	55	90		

4 ¿Cuál es el conjunto de Llegada de la función f ?

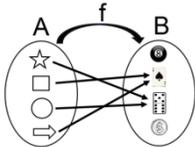
A. { , , ,  } B. { , , ,  } C. { , ,  } D. { , ,  }

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	60	72	Reconocen en un registro sagital de una función, los elementos del conjunto de llegada en un registro por extensión	Conocimiento
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	34	63	Conversión	
	HVL	45	53		
	JSU	36	60		
	X	38	59		
	COREDUC	44	62		

5 ¿Cuál es el Recorrido de esta función?
 A. { ♠, ♠, ♠, ♠ } B. { ♠, ♠, ♠, ♠ } C. { △, ☆, □, ⇔ } D. { △, ☆, □ }

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	40	58	Reconocen en un registro sagital, los elementos del recorrido en un registro por extensión	RdP
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	26	40	Conversión	
	HVL	23	31		
	JSU	17	43		
	X	22	38		
	COREDUC	27	43		

La correspondencia f entre la colección A y la colección B es una función. Obsérvala y responde la pregunta 6 y 7.



6 ¿Cuál es la imagen de ○?
 A. B. C.

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	86	99	Reconocen en un registro sagital de una función, la imagen de un elemento del conjunto de partida (o dominio).	Conocimiento
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	48	98	Tratamiento	
	HVL	60	95		
	JSU	59	97		
	X	56	97		
	COREDUC	63	97		

7 ¿Qué elementos corresponden a las pre-imágenes de  ?

A. { ☆, □ } B. { □, ○ } C. { ○, ☆ } D. { □, ⇔ }

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	77	96	Reconocen en un registro sagital de una función, las pre-imágenes de un elemento del recorrido en un registro por extensión.	Conocimiento
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	53	95	Conversión	
	HVL	54	91		
	JSU	48	95		
	X	26	94		
	COREDUC	58	94		

8 Dadas las colecciones $A = \{ \triangle, \star, \square, \circ \}$ y

$B = \{ \text{\$}, \text{\%}, \text{\clubsuit}, \text{\circledast} \}$, ¿cuál de los siguientes conjuntos representa una función f de A en B ?

A. $f = \{ (\triangle, \text{\$}), (\star, \text{\clubsuit}), (\circ, \text{\%}) \}$

B. $f = \{ (\triangle, \text{\clubsuit}), (\star, \text{\circledast}), (\square, \text{\%}), (\circ, \text{\$}), (\star, \text{\%}) \}$

C. $f = \{ (\triangle, \text{\circledast}), (\star, \text{\$}), (\square, \text{\%}), (\circ, \text{\clubsuit}) \}$

D. $f = \{ (\triangle, \text{\%}), (\star, \text{\$}), (\square, \text{\$}), (\circ, \text{\circledast}), (\star, \text{\%}) \}$

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	34	83	Reconocen a partir de un registro por extensión, el conjunto que representa una función.	RdP
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	24	82	Tratamiento	
	HVL	25	72		
	JSU	15	87		
	X	21	80		
	COREDUC	25	81		

9

Dada las colecciones $A = \{ \bigcirc, \triangle, \square, \star \}$

$B = \{ \text{8}, \text{\$}, \text{dominó}, \text{carta}, \text{2} \}$ define la siguiente correspondencia entre ellos:

$f = \{ (\bigcirc, \text{8}), (\triangle, \text{2}), (\square, \text{8}), (\star, \text{carta}), (\triangle, \text{\$}) \}$

¿Por qué esta correspondencia entre las colecciones A y B no es función?

- A. La bola numerada del conjunto B tiene dos pre-ímagenes.
- B. El triángulo del conjunto A tiene dos imágenes.
- C. La carta de dominó del conjunto B no tiene pre-imagen.
- D. Todos los elementos de ambos conjuntos deben tener correspondencia.

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	24	68	Reconocen a partir de un registro por extensión, por qué un conjunto no es función.	RdP
		ACTIVIDAD			
S/INT.	OCB	20	69	Tratamiento	
	HVL	23	60		
	JSU	13	75		
	X	19	68		
	COREDUC	20	68		

Dadas las colecciones $A = \{ \Rightarrow, \star, \bigcirc, \square \}$ y

$B = \{ \text{8}, \text{\$}, \text{dominó}, \text{carta}, \text{2} \}$, se define la función:

$f = \{ (\Rightarrow, \text{8}), (\star, \text{2}), (\bigcirc, \text{2}), (\square, \text{dominó}) \}$

Responde desde la pregunta 10 hasta la 12.

10

¿Cuál es el Conjunto de Partida de la función f?

- A. $\{ \Rightarrow, \star, \bigcirc, \square \}$
- B. $\{ \text{2}, \text{carta}, \text{8}, \text{\$}, \text{dominó} \}$
- C. $\{ \star, \bigcirc, \text{2}, \text{8} \}$
- D. $\{ \text{2}, \text{8}, \text{dominó} \}$

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	73	94	Reconocen a partir de un registro por extensión, el conjunto de partida de una función.	Conocimiento
S/INT.	OCB	38	89	ACTIVIDAD	
	HVL	42	81		
	JSU	41	92	Tratamiento	
	X	40	87		
	COREDUC	49	89		

11 ¿Cuál es el Conjunto de Llegada de la función f?

A. { \Rightarrow , \star , \circ , \square }

B. { , , , ,  }

C. { \star , \circ , ,  }

D. { , ,  }

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	45	60	Reconocen a partir de un registro por extensión, el conjunto de llegada de una función.	Conocimiento
S/INT.	OCB	31	50	ACTIVIDAD	
	HVL	37	51		
	JSU	34	54	Tratamiento	
	X	34	52		
	COREDUC	37	54		

12 ¿Cuál es el Dominio de la función f?

- A. { , , , }
- B. { , , , }
- C. { , , , }
- D. { , , }

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	28	78	Reconocen a partir de un registro por extensión, el dominio de una función.	Conocimiento
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	21	83	Tratamiento	
	HVL	17	75		
	JSU	14	77		
	X	17	78		
	COREDUC	20	78		

13

Dadas las colecciones $A = \{ \triangle, \star, \square, \circ \}$ y

$B = \{ \text{♠}, \text{♣}, \text{♠}, \text{♠} \}$, se define la siguiente función de A en B:

$f = \{ (\triangle, \text{♠}), (\star, \text{♣}), (\square, \text{♠}), (\circ, \text{♣}) \}$ ¿Cuál es la pre-imagen de ?

- A.
- B.
- C.
- D.

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	74	94	Reconocen a partir de un registro por extensión de una función, cuál es la pre-imagen de un elemento.	Conocimiento
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	44	92	Tratamiento	
	HVL	47	84		
	JSU	42	92		
	X	44	89		
	COREDUC	52	91		

14

Dadas las colecciones de elementos $A = \{ \triangle, \star, \square, \circ \}$ y $B = \{ \text{moneda}, \text{tarjeta}, \text{reina}, \text{reina} \}$, se define la siguiente función de A en B: $f = \{ (\triangle, \text{reina}), (\star, \text{reina}), (\square, \text{tarjeta}), (\circ, \text{reina}) \}$

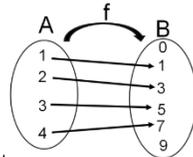
¿Cuál es la imagen de \square ?



	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	80	93	Reconocen a partir de un registro por extensión de una función de colecciones, la imagen de un elemento.	Conocimiento
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	46	92	Tratamiento	
	HVL	51	89		
	JSU	43	97		
	X	47	93		
	COREDUC	55	93		

CORRESPONDENCIA ENTRE CONJUNTOS NUMÉRICOS FINITOS

15 Dados los conjuntos $A = \{1,2,3,4\}$ y $B = \{0,1,3,5,7,9\}$, se define la función f de A en B como:



¿Cuál es la imagen de 3?

A. 2

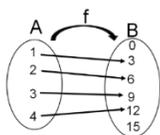
B. 3

C. 5

D. 7

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	66	90	Reconocen a partir de un registro sagital de una función discreta, cuál es la imagen de un elemento.	Conocimiento
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	43	85	Tratamiento	
	HVL	38	83		
	JSU	44	94		
	X	42	87		
	COREDUC	48	88		

16 Dados los conjuntos $A = \{1,2,3,4\}$ y $B = \{0,3,6,9,12,15\}$, se define la función f de A en B como:

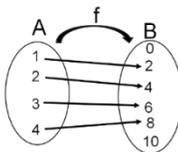


¿Cuál es la pre-imagen de 3?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	64	93	Reconocen a partir de un registro sagital de una función, cuál es la pre-imagen de un elemento.	RdP
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	40	88	Tratamiento	
	HVL	43	79		
	JSU	38	93		
	X	40	87		
	COREDUC	46	88		

Dados los conjuntos $A = \{1,2,3,4\}$ y $B = \{0,2,4,6,8,10\}$, se define la función f de A en B como:



Responde desde la pregunta 17 hasta la 20:

17 ¿Cuál es el Dominio de f ?

- A. $\text{Dom } f = \{0,2,4,6,8,10\}$ B. $\text{Dom } f = \{2,4,6,8,10\}$ C. $\text{Dom } f = \{1,2,3,4\}$
 D. $\text{Dom } f = \{0,1,2,3,4,6,8,10\}$

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	44	83	Reconocen a partir de un registro sagital de una función, los elementos del dominio en un registro por extensión	Conocimiento
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	20	86	Conversión	
	HVL	29	74		
	JSU	21	87		
	X	23	82		
	COREDUC	29	83		

18	¿Cuál es el Recorrido de f ?		
	A. $\text{Rec } f = \{0,2,4,6,8,10\}$	B. $\text{Rec } f = \{2,4,6,8\}$	C. $\text{Rec } f = \{1,2,3,4\}$
	D. $\text{Rec } f = \{0,1,2,3,4,6,8,10\}$		

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	36	66	Reconocen a partir de un registro sagital de una función, los elementos del recorrido en un registro por extensión.	RdP
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	18	47	Conversión	
	HVL	28	39		
	JSU	24	42		
	X	23	43		
	COREDUC	27	49		

19	Al resolver $f(2) + f(4)$, resulta:		
	A. 6	B. 12	C. 4
	D. 32		

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	15	80	A partir de las imágenes obtenidas en un registro sagital, realizan operaciones aritméticas en un registro abstracto o más sofisticado.	RdP
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	11	59	Conversión	
	HVL	10	31		
	JSU	12	60		
	X	11	50		
	COREDUC	12	58		

20	Al resolver $5 \cdot f(1) - f(4)$, resulta:			
	A. -2	B. 1	C. -1	D. 2

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	11	79	A partir de las imágenes obtenidas en un registro sagital, realizan operaciones aritméticas en un registro abstracto o más sofisticado.	RdP
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	11	58	Conversión	
	HVL	11	32		
	JSU	7	57		
	X	10	49		
	COREDUC	10	57		

Dados los conjuntos $A = \{1,2,3,4\}$ y $B = \{0,3,6,9,12,15\}$, se define la función:

$$f = \{(1,3), (2,6), (3,9), (4,12)\}$$

Responda desde la pregunta 21 hasta la 24.

21	¿Cuál es la pre-imagen de 3?			
	A. 1	B. 2	C. 3	D. 4

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	65	86	Reconocen a partir de un registro por extensión de una función, la pre-imagen de un elemento.	Conocimiento
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	37	86	Tratamiento	
	HVL	43	63		
	JSU	31	86		
	X	37	78		
	COREDUC	44	80		

22	¿Cuál es el Recorrido de la función f ?		
A. Rec $f = \{1,2,3,4\}$	B. Rec $f = \{0,3,6,9,12,15\}$	C. Rec $f = \{3,6,9,12\}$	
D. Rec $f = \{0,1,2,3,4,6,9,12,15\}$			

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	44	59	Reconocen a partir de un registro por extensión de una función, el recorrido de esta.	Conocimiento
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	21	61	Tratamiento	
	HVL	29	43		
	JSU	16	50		
	X	22	51		
	COREDUC	28	53		

23	Al resolver $f(4) - f(2)$, resulta:		
A. -6	B. 2	C. -2	D. 6

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	10	78	A partir de las imágenes obtenidas en un registro por extensión, realizan operaciones aritméticas en un registro abstracto o sofisticado.	RdP
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	10	56	Conversión	
	HVL	7	26		
	JSU	8	51		
	X	8	44		
	COREDUC	9	53		

24	Al resolver $\frac{2 \cdot f(3) - 4 \cdot f(1)}{6}$, resulta:
A. -1	B. 1
C. $\frac{1}{3}$	D. 6

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	11	66	A partir de las imágenes obtenidas en un registro por extensión, realizan operaciones aritméticas en un registro abstracto o más sofisticado.	RdP
S/INT.	OCB	13	42	Conversión	
	HVL	14	36		
	JSU	8	44		
	X	12	41		
	COREDUC	12	47		

MODELAMIENTO MATEMÁTICO

25	¿Cuál de las siguientes situaciones representa dependencia entre sus variables?
<p>A. La edad de una persona y su estatura.</p> <p>B. El costo de pagar por el pan y la cantidad de pan comprado.</p> <p>C. El costo a pagar en la televisión por cable y la cantidad de horas encendidas del televisor.</p> <p>D. El plan de celular ilimitado y la cantidad de horas que hablas.</p>	

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	57	83	Reconocen dependencia entre variables	Conocimiento
S/INT.	OCB	28	66		
	HVL	27	52		
	JSU	34	66		
	X	30	61		
	COREDUC	37	67		

26 ¿Cuál de las siguientes situaciones existe dependencia entre sus variables?

- A. La cuenta de celular a pagar por minutos hablados y la marca del equipo.
- B. La nota en una prueba y el puntaje alcanzado.
- C. El pago por una entrada al estadio y la cantidad de goles en el partido.
- D. El precio de arriendo mensual de un departamento y la cantidad de horas que pasas en él.

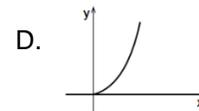
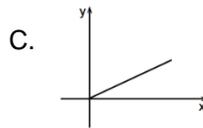
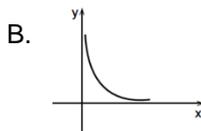
	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	71	88	Reconocen dependencia entre variables	Conocimiento
S/INT.	OCB	37	67		
	HVL	41	71		
	JSU	36	71		
	X	38	70		
	COREDUC	46	74		

27 ¿Cuál de los siguientes pares de variables son **directamente proporcionales**?

- A. La cantidad de obreros y el número de horas en terminar una obra.
- B. La rapidez de un automóvil y el tiempo que se demora en recorrer una cierta distancia.
- C. El tiempo que dedicas a estudiar para una prueba y la calificación obtenida.
- D. La cantidad de ampolletas encendidas y el costo de la energía eléctrica consumida por ellas.

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	30	48	Reconocen variables que se relacionan de manera directamente proporcional.	Conocimiento
S/INT.	OCB	16	39		
	HVL	23	42		
	JSU	24	39		
	X	21	40		
	COREDUC	23	42		

28 ¿Cuál de los siguientes gráficos representa a las variables x e y que están en proporcionalidad directa?



	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	65	78	Reconocen el registro gráfico de dos variables que se relacionan de manera directamente proporcional.	Conocimiento
S/INT.	OCB	27	60		
	HVL	38	61		
	JSU	36	68		
	X	34	63		
	COREDUC	42	67		

29 Si el kilogramo de tomates en un supermercado cuesta \$500 ¿Qué expresión modela el costo a pagar por una cierta cantidad (x) de kilogramos de tomates?

A. $f(x) = 500 \cdot x$

B. $f(x) = 500 + x$

C. $f(x) = \frac{x}{500}$

D. $f(x) = \frac{500}{x}$

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	62	80	Modelan en un registro abstracto (una función lineal) una situación que involucra costos	RdP
S/INT.	OCB	36	65	TRATAMIENTO	
	HVL	45	64		
	JSU	53	74	Conversión	
	X	45	68		
	COREDUC	49	71		

30 Si Oscar para ir al colegio avanza 2 cuadras por minuto y el colegio le queda a una distancia de 10 cuadras ¿Qué tabla de valores representa esta situación?

A.

Tiempo (minutos)	Cantidad de cuadras
1	2
2	3
3	4
4	5
5	6

B.

Tiempo (minutos)	Cantidad de cuadras
1	2
2	4
3	8
4	9
5	10

C.

Tiempo (minutos)	Cantidad de cuadras
2	1
4	2
6	3
8	4
10	5

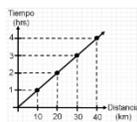
D.

Tiempo (minutos)	Cantidad de cuadras
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10

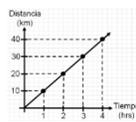
	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	77	89	A partir de un registro escrito, modelan mediante un registro de tabla tabular una situación de tiempo y distancia (función lineal).	RdP
				TRATAMIENTO	
S/INT.	OCB	52	85	Conversión	
	HVL	49	71		
	JSU	62	86		
	X	54	81		
	COREDUC	60	83		

31 Un maratonista avanza a una rapidez constante de 10 km/hr (kilómetros por hora) ¿Qué gráfica representa la distancia recorrida y el tiempo que tarda?

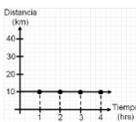
A.



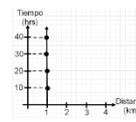
B.



C.



D.



	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	48	64	A partir de un registro escrito, modelan mediante un registro gráfico una situación de tiempo-distancia.	RdP
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	29	61	Conversión	
	HVL	40	53		
	JSU	27	53		
	X	32	56		
	COREDUC	36	58		

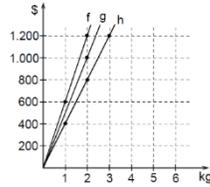
- 32** La botella de bebida gaseosa de 1½ litros cuesta \$700 en un supermercado. Para la convivencia de un curso, la directiva destina \$3.500 para comprarlas ¿Qué conjunto de pares ordenados representa la cantidad de botellas que se pueden comprar y el costo a pagar?
- A. $\{(700,1),(1400,2),(2100,3),(2800,4),(3500,5)\}$
- B. $\{(1,700),(2,1400),(3,2100),(4,2800),(5,3500)\}$
- C. $\{(1,700),(2,1400),(3,2800)\}$
- D. $\{(1,700),(5,3500)\}$

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	41	66	A partir de un registro escrito, modelan mediante un registro por extensión una situación de costos.	RdP
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	31	55	Conversión	
	HVL	28	36		
	JSU	34	55		
	X	31	49		
	COREDUC	34	53		

- 33** En la siguiente tabla se presenta el rendimiento de un vehículo por litro de bencina:
- | Cantidad de gasolina (litros) | Rendimiento (kilómetros) |
|-------------------------------|--------------------------|
| 1 | 12 |
| 2 | 24 |
| 3 | 36 |
| 4 | 48 |
| 5 | 60 |
- ¿Qué expresión algebraica modela el rendimiento del vehículo?
- A. $f(x) = 12 + x$ B. $f(x) = 12x$ C. $f(x) = \frac{x}{12}$ D. $f(x) = \frac{12}{x}$

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	34	73	A partir de un registro de tabla tabular modelan mediante un registro abstracto una situación de rendimiento de km por litro de un vehículo.	RAZ
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	23	53	Conversión	
	HVL	38	57		
	JSU	33	75		
	X	31	62		
	COREDUC	32	65		

34 En la figura se muestran las gráficas de tres funciones f , g y h que representan el costo correspondiente a kilogramos de peras, plátanos y manzanas, respectivamente.

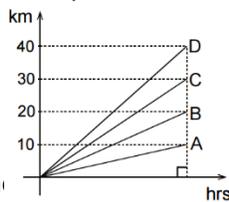


¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA** en relación con la información entregada en el gráfico?

- A. El kg de plátanos es más barato que el kg de manzanas.
- B. 2 kg de peras tienen el mismo costo que 3 kg de manzanas.
- C. Con \$ 3.000 es posible comprar 6 kg de fruta.
- D. El costo total de 2 kg de cada fruta son \$ 3.000.

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	21	17	A partir de un registro gráfico de 3 funciones de costo (lineales), calculan y comparan sus pendientes.	RAZ
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	17	14	Tratamiento	
	HVL	21	25		
	JSU	20	9		
	X	19	16		
	COREDUC	20	16		

35 En el gráfico de la figura, se muestra la distancia en kilómetros recorrida por 4 camiones (A, B, C y D) durante un período de tiempo.



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA** en relación con la información entregada en el gráfico?

- A. El camión C es más rápido que el camión B.
- B. El camión D recorre dos veces la distancia que recorre el camión A.
- C. El camión B recorre la mitad de la distancia que recorre el camión C.
- D. El camión A es más rápido.

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	57	70	A partir de un registro gráfico de 4 funciones que representan distancia y tiempo, comparan sus pendientes.	RdP
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	30	73	Tratamiento	
	HVL	33	55		
	JSU	49	78		
	X	37	69		
	COREDUC	42	69		

Para preparar dos litros de chocolate caliente se necesita disolver una taza pequeña de chocolate en polvo. A continuación se presenta una tabla de valores describiendo esta situación:

Cantidad de chocolate en polvo (tazas)	Cantidad de chocolate caliente (litros)
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10

Responde la pregunta 36 y 37.

36	Si se define una función lineal para esta situación ¿Cuál es el valor de la pendiente?
A. 1	B. 2
C. 4	D. 8

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	47	60	A partir de un registro de tabla tabular, de una situación de proporcionalidad directa, obtienen la pendiente.	RdP
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	28	62	Tratamiento	
	HVL	32	45		
	JSU	22	50		
	X	27	52		
	COREDUC	32	54		

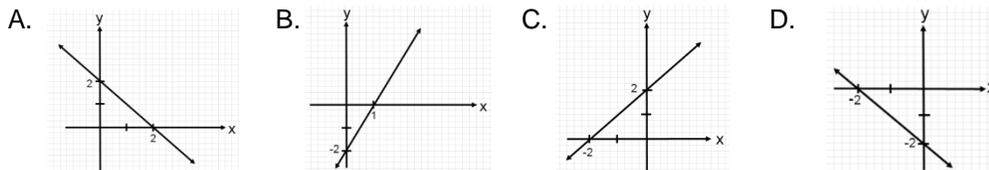
37	Si de 1 taza de chocolate en polvo, aumentamos la cantidad en 2 tazas más ¿En cuánto varía la cantidad de chocolate caliente? A. 2 litros B. 4 litros C. 6 litros D. 8 litros
-----------	---

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	28	33	A partir de un registro de tabla tabular de una situación de proporcionalidad directa, calculan la variación de la variable dependiente cuando varía la variable independiente.	RAZ
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	26	49	Tratamiento	
	HVL	31	31		
	JSU	24	32		
	X	27	36		
	COREDUC	27	36		

38	En la función afín $f(x) = 2x + 3$ ¿Cuál es el valor de la pendiente (m) y del coeficiente de posición (n) respectivamente? A. $m = 3$ y $n = 2$ B. $m = \frac{3}{2}$ y $n = \frac{2}{3}$ C. $m = 2$ y $n = 3$ D. $m = \frac{2}{3}$ y $n = \frac{3}{2}$
-----------	---

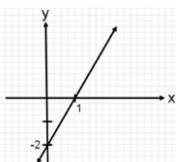
	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	33	58	A partir del registro abstracto de una función afín, reconocen la pendiente y el coeficiente de posición.	Conocimiento
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	21	68	Tratamiento	
	HVL	28	49		
	JSU	17	76		
	X	22	64		
	COREDUC	25	63		

39 La representación gráfica de la función afín $f(x) = -x + 2$, es:



	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	14	13	A partir de un registro abstracto de una función afín, reconocen el registro gráfico que la representa.	RdP
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	9	18	Conversión	
	HVL	15	19		
	JSU	14	22		
	X	13	20		
	COREDUC	13	18		

40 La siguiente gráfica representa una función



¿Cuál es la ecuación que la representa?

A. $f(x) = x - 2$

B. $f(x) = -2x + 1$

C. $f(x) = x + 2$

D. $f(x) = 2x - 2$

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	7	7	A partir de un registro gráfico de una función afín, reconocen el registro abstracto que la representa	RdP
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	9	17	Conversión	
	HVL	8	12		
	JSU	4	12		
	X	7	14		
	COREDUC	7	12		

41	Una fábrica de lámparas tiene un costo fijo de producción de \$ 1.000.000 mensuales y costos variables por lámpara de \$ 5.000. Si x representa el número de lámparas producidas en un mes, ¿cuál de las siguientes expresiones representa la función costo $C(x)$?	
A. $C(x) = x + 1.005.000$	B. $C(x) = 1.000.000x + 5.000$	C. $C(x) = 1.005.000x$
	D. $C(x) = 5.000x + 1.000.000$	

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	32	61	A partir de un registro escrito de una función afín que involucra costos fijos y variables, modelan mediante un registro abstracto y/o modelo matemático.	RAZ
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	19	42	Conversión	
	HVL	15	46		
	JSU	20	62		
	X	18	50		
	COREDUC	22	53		

42	Un técnico cobra un cargo fijo de \$ 17.000, más \$ 1.500 por hora de trabajo ¿Cuál de las siguientes funciones modela el cobro, en pesos, para un trabajo de n horas de este técnico?	
A. $C(n) = 17.000n + 1.500$	B. $C(n) = 17.000 + 1.500n$	C. $C(n) = 18.500n$
	D. $C(n) = n + 18.500$	

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	47	85	A partir de un registro escrito de una función afín que involucra cargos fijos y variables, modelan mediante un registro abstracto y/o modelo matemático.	RAZ
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	28	73	Conversión	
	HVL	30	57		
	JSU	34	79		
	X	31	70		
	COREDUC	35	74		

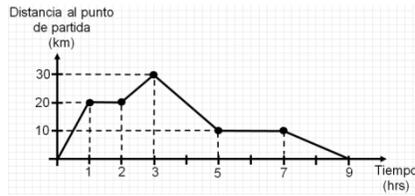
43	<p>El nivel de agua en un estanque es de 12 m y baja 0,5 m cada semana, ¿cuál de las siguientes funciones representa la situación descrita relacionando el nivel de agua (y), con el número de semanas (x)?</p> <p>A. $y = -12 + 0,5x$ B. $y = -0,5 + 12x$ C. $y = 12 + 0,5x$ D. $y = 12 - 0,5x$</p>
-----------	---

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	60	93	A partir de un registro escrito de una función afín, que involucra vaciado de un estanque, modelan mediante un registro abstracto.	RAZ
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	27	88	Conversión	
	HVL	38	84		
	JSU	36	92		
	X	34	88		
	COREDUC	40	89		

44	<p>Se supone que un modelo para la temperatura T, en grados Celsius (°C), de un líquido recién vertido en un recipiente está dado por $T(t) = 90 - 10t$, donde t es el tiempo transcurrido en minutos, desde el instante en que fue vertido ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?</p> <p>A. La temperatura disminuye en función del tiempo. B. El líquido fue vertido a 90 °C. C. La temperatura del líquido disminuye a razón de 10 °C por minuto. D. El modelo T(t) corresponde a una función lineal.</p>
-----------	---

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	25	45	A partir de una función afín representada en un registro escrito, de disminución de temperatura v/s tiempo, interpretan la información del modelo.	RAZ
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	19	47	Tratamiento	
	HVL	15	53		
	JSU	11	47		
	X	15	49		
	COREDUC	18	48		

Una excursión en bicicleta de montaña viene descrita por la gráfica que aquí se muestra:



A partir de la gráfica, responde las preguntas 45 y 46.

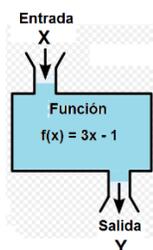
45	¿A qué distancia del punto de partida se encuentran los excursionistas al cabo de dos horas?	A. 10 km	B. 20 km	C. 30 km	D. 25 km
-----------	--	----------	----------	----------	----------

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	71	91	A partir de un registro gráfico, de una situación de tiempo y distancia (no uniforme), calculan distancias recorridas de un móvil dado un cierto tiempo.	RAZ
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	37	91	Tratamiento	
	HVL	54	83		
	JSU	52	87		
	X	48	87		
	COREDUC	54	88		

46	¿Cuánto tiempo ha transcurrido si los excursionistas se encuentran a 30 kilómetros del punto de partida?	A. 2 horas	B. 3 horas	C. 5 horas	D. 7 horas
-----------	--	------------	------------	------------	------------

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	74	93	A partir de un registro gráfico de una situación de tiempo y distancia (no uniforme), calculan el tiempo que ha transcurrido dada la distancia recorrida.	RAZ
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	43	90	Tratamiento	
	HVL	54	84		
	JSU	48	84		
	X	48	86		
	COREDUC	55	88		

Observa la representación pictórica de la siguiente función:



47	¿Cuál es la pre-imagen de 2?	A. 1	B. 3	C. 4	D. 5
-----------	------------------------------	------	------	------	------

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	36	44	A partir de un registro pictórico de una función afín, calculan la pre-imagen de un valor real.	RdP
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	20	43	Tratamiento	
	HVL	27	37		
	JSU	23	55		
	X	23	45		
	COREDUC	27	45		

48	Al resolver $\frac{f(5) + f(3)}{f(1)}$, resulta:	A. 8	B. 11	C. 15	D. 22
-----------	---	------	-------	-------	-------

	COLEGIO	% RESPUESTA CORRECTA		INDICADOR DE EVALUACIÓN	HABILIDAD
		PRE-TEST	POST-TEST		
C/INT.	EPL	7	41	A partir de las imágenes obtenidas en un registro pictórico de una función afín, realizan operaciones aritméticas en un registro abstracto o sofisticado.	RAZ
				ACTIVIDAD	
S/INT.	OCB	12	40	Conversión	
	HVL	13	21		
	JSU	8	36		
	X	11	32		
	COREDUC	10	35		

ANEXO 2: ENTREVISTAS

ENTREVISTA PROFESOR GONZALO DÍAZ (G)

- Yo: ¿Qué te pareció tu experiencia este año con los primeros medios?
- G: A mí siempre me ha gustado trabajar con primeros medios. Si me preguntan sobre algún nivel que me gusta atender, yo digo primero medio, independiente de la diversidad que allí se presenta, me gusta más trabajar con primeros medios.
- Yo: ¿A pesar de que cuesta hartito trabajar con ellos?
- G: A pesar de la diversidad de alumnos con que te encuentras, cuesta un poco trabajar con ellos por eso. Al venir de distintos lados uno puede darle una cierta maleabilidad, porque están iniciando una nueva etapa y uno se aprovecha un poco de eso.
- Yo: ¿Por eso te gusta?, ¿puedes moldearlos?
- G: Exactamente esa es mi visión, a pesar de que los cursos sean más chicos (en edad) o más grandes, siempre con la misma voluntad.
- Yo: Hablemos del 2014 hacia atrás, con tu metodología, ¿cómo trabajabas función lineal y afín?, ¿cuál ha sido tu experiencia con la enseñanza de funciones?
- G: Específicamente al hablar de función, hablamos lo que es una relación pero siempre de una forma verbal, más que gráfica y de ahí me iba al diagrama sagital, acomodándolo al concepto de función como se ve en primero medio. También introduzco la idea de la maquineta y de ahí rápidamente a la forma matemática, lo que es la expresión algebraica y de ahí la gráfica y nos quedábamos con eso. Prácticamente nada de modelamiento.
- Yo: Muy poco.
- G: Del problema a la forma matemática “y es igual a algo”.
- Yo: ¿Muy poco?
- G: Muy poco.
- Yo: ¿Por qué crees tú que sucedía eso en tus clases?
- G: Uno por tiempo, dos porque es complejo para los estudiantes, es complejo de entender y yo como se los comentaba o presentaba, también era complejo de entender para los chiquillos. Los jóvenes se quedaban con el concepto de la maquineta, pero cuando empezaba a meter más nombres como pre-imagen e imagen se les complicaba. Calcular la imagen se les hacía sencillo porque ahí reemplazaban en la fórmula y calculaban. Pero cuando se les pedía calcular la pre-imagen dado una imagen, se les hacía difícil.
- Les entregaba la fórmula, la tabla con valores del cero hasta el cinco y el gráfico en el plano cartesiano.
- Yo: ¿Era muy dirigido?
- G: Muy dirigido y eso solamente, entonces se quedaba con la idea de función como la tabla y el gráfico y con los valores dados por mí. Si cambiábamos los valores, también quedaba “la escoba”. Eso me pasaba del 2014 para atrás.
- Yo: ¿Cómo vienen los jóvenes desde octavo básico, específicamente en este tema?
- G: Hay jóvenes que entienden y que saben calcular, por ejemplo, una imagen o tienen alguna idea de función, pero son los menos. La mayoría no lo sabe, no lo entiende o no lo vio en octavo. De un curso de 45 alumnos, 5 manejan el tema o recuerdan la idea de

funciones y como trabajar con ellas. Este año un niño (de los tres primeros medios a que le hago clases) me dijo que conocía el tema. El resto aprende recién con lo que uno les presenta.

Yo: ¿Es un tema que te gusta enseñar? ¿Por qué?

G: Me gusta enseñarlo porque es matemático, abstracto y bonito. Para mí es bonito entenderlo y enseñarlo, no así para los chiquillos, porque es complejo para ellos. Pero hay que buscarle la forma.

Hay que acomodarlo porque no en todos los cursos funcionan las mismas explicaciones o metodologías. A veces les he pedido el cuaderno de octavo para ver (o informarme) como es que lo vieron.

Yo: De acuerdo a lo que te proponías antes, ¿qué objetivos de aprendizaje logras alcanzar en primero medio en este tema? ¿Y cuáles no?

G: Medianamente la representación de la función como una maquina. Les cuesta entender o apropiarse del tema. En la clase te siguen y lo hacen pero a la semana siguiente ya no lo recuerdan.

Yo: ¿Será un obstáculo ontológico, epistemológico o ambos?

G: Ambos. Los alumnos no tienen la madurez cognitiva y además el contenido es difícil para esa edad.

Antes me proponía el objetivo de que los alumnos graficaran en el plano cartesiano a partir de la ecuación y lo hacían bien. Pero era muy mecánico, porque les das la fórmula, reemplazan por los datos dados y grafican. Y tú les preguntabas ¿qué es la función? Y ellos respondían: la línea. No asociaban con el modelamiento donde la gráfica es una herramienta para poder entender situaciones que involucraban función lineal.

Yo: ¿Cuáles son para ti las principales causas de que los estudiantes no alcancen los objetivos en primero medio para este tema?

G: Déficit en reforzar en forma autónoma, no tienen hábitos de estudio.

Tiempo para nosotros los profesores para poder trabajar mejor con ellos.

Yo: Cuando año tras año, tú veías que no alcanzaban los objetivos propuestos en esta unidad ¿Cuáles eran las remediales o ajustes que hacías en esta unidad?

G: Variar el tipo de problemas básicamente, cuando veía modelamiento.

Hablaba de proporcionalidad directa, cuando se trataba de una situación lineal. Igual las situaciones no las cambiaba, porque seguían siendo las mismas.

Cambiaba los conjuntos numéricos para trabajar, ejemplo: cambiaba la fracción y los decimales por números enteros; al año siguiente trabajaba solamente con los enteros positivos pero los problemas seguían siendo los mismos.

Calculaban solamente las imágenes, les facilitaba el trabajo utilizando conjunto numéricos más fáciles de operar. Finalmente eso eran como los únicos ajustes que realizaba.

Yo: Con esos ajustes que realizabas, ¿alcanzabas los objetivos que te proponías?

- G: Si pero de manera limitada. Sobre todo cuando se les pedía calcular una pre-imagen. Un error mío es que no les entregaba la autonomía para que eligieran valores, como se les daba los datos (guiando su trabajo), entonces ellos entendían que tenían que hacer eso. Era mecánico.
- Yo: En términos de género, ¿Quiénes funcionaban mejor en este tema?
- G: Las mujeres, son más trabajadoras, ordenadas y metódicas en el trabajo con funciones. Igual les costaba un poco más que los hombres. Los hombres, en cambio, son un poco más inmaduros aunque entienden rápido en este tema. Y por lo mismo se despreocupan.
- Yo: ¿Cuáles han sido tus formas de evaluar esta unidad?
- G: Prueba escrita o de desarrollo.
- Yo: ¿Evaluabas clase a clase dando puntaje por ejemplo?
- G: En el trabajo en clases daba décimas. Se eliminaron las pruebas de alternativas porque se copiaban.

Nueva Propuesta Metodológica

- Yo: De acuerdo a la capacitación que se les dio en representaciones semióticas ¿Internalizaste bien este modelo de análisis didáctico? ¿Lo aplicaste de manera rigurosa?
- G: Yo creo que lo internalicé bien y según lo que yo entendí, este modelo consistía en comprender el concepto de función que no solamente es uno o dos registros, si no que todos los registros que existen representan a la función y yo podía obtener la información que quisiera (unidades significantes) en cualquiera de esos registros. Y al aplicarlo en la sala se me hizo más fácil que en años anteriores.
- Yo: ¿Cómo sentiste que internalizaste esta mirada didáctica?
- G: Se me hacía más fácil explicarlo. Se me hacía más fácil cuando tomaba un ejemplo real y les mostraba los diferentes registros que se podían hacer a partir de este ejemplo.
- Había jóvenes que si no entendían con el diagrama sagital, entendían con la tabla de valores. Lo mismo pasaba con la expresión algebraica, que era otra forma de representarla y que ayudaba a modelar la situación. Cuando me es fácil a mí explicarlo, no me incomoda, encuentro que es una buena metodología.
- Yo: Los alumnos, ¿cómo respondieron en su trabajo diario con esta nueva mirada?
- G: Yo encontré hasta que tenían mejor actitud los muchachos para trabajar con funciones, lo que no me pasaba años anteriores. Ya no se trabajaba de manera tan abstracta. Ahora comenzaba a explicar a partir de un problema. Antes yo, partía al revés, es decir, desde la expresión algebraica.
- Yo: Recuerda que en este diseño había dos etapas, la parte conceptual de funciones y propiamente tal el modelamiento. Con los registros utilizados en la primera parte, ¿lograron internalizar los conceptos?
- G: Si, de hecho lograban hacer la diferencia entre el conjunto de llegada y el recorrido. Sobre todo con las colecciones de objetos. De hecho los materiales que nos enviaste los encontré bastante buenos y los trabajé todos con los alumnos, los power point (ppt), etc. Con los ppt que enviaste les quedó muy claro los conceptos, es más la representación de pares ordenados utilizando los objetos de las colecciones, lo entendieron bastante bien. Los conceptos que se utilizan en funciones, esta vez lo entendieron mejor.

- Yo: Y la parte de modelamiento matemático, ¿funcionó bien?
- G: En los ejemplos de costos, comprendían en que mientras más compraban más pagaban y podían leerlo o interpretarlo desde un gráfico, lo que antes costaba mucho que realizaran.
- Pasando por la expresión algebraica, la tabla y los pares ordenados, ellos se daban cuenta hacia donde iba el camino para solucionar el problema planteado.
- Yo: ¿Tu atendiste a varios primeros medios?
- G: Si.
- Yo: ¿Hubo diferencia de respuestas o resultados con esta metodología entre los cursos?
- G: Si. Había un curso con muy baja asistencia, en ese curso no dio muy buen resultado, igual existía gente preocupada que hacía subir un poco el rendimiento general del curso.
- En otro curso había asistencia completa prácticamente todos los días en que había clase de matemática. Y ahí si funcionaba la metodología.
- En el curso con baja asistencia, había gente con licencia médica, suspendida o retirada por los apoderados. Ahí el trabajo no era muy sistemático y generalmente el horario de trabajo con ellos era después de almuerzo o durante la tarde.
- Yo: Y en un mismo curso, comparativamente ¿Cómo era el trabajo entre los mejores, los regulares y a los que le iba mal en matemática? ¿Habían las mismas diferencias? O ¿se emparejaba un poco el rendimiento?
- G: Yo veía que se nivelaba. Tendía a nivelarse porque había gente muy buena que mantenía sus notas, pero gente que acercaba su rendimiento a los mejores.
- Yo: ¿Notaste diferencias por género en el mismo curso?
- G: No. Fue parejo.
- Yo: Ahora tu opinión sobre la metodología ¿Cuál fue lo novedoso que tú encontraste en esta metodología?
- G: “Pasearme” por los registros, por todos los registros. Eso fue lo novedoso desde mi punto de vista y eso da pie para que a partir de un registro ellos pudieran obtener el resto de los registros y así analizar cualquiera de ellos.
- Se me hizo hasta más fácil. De hecho el modelamiento siempre lo dejaba para el final y a veces me lo saltaba. Ahora con el manejo del modelamiento por parte de los estudiantes se les hace más fácil el planteamiento de ecuaciones por ejemplo.
- Yo: En términos formales del modelo didáctico, ¿qué observaste en el trabajo de los estudiantes con respecto a
- i) ¿La Formación?
- G: Son desordenados para escribir o representar, para tomar apuntes. Ponen atención y toman apuntes a la vez, pero no entienden después lo que escriben.
- Yo: ii) ¿El Tratamiento?
- G: Obtenían las unidades significantes de los distintos registros (pendiente y coeficiente de posición).

Yo: iii) ¿La Conversión?

G: Si hacían la conversión de un registro a otro. De hecho los estudiantes ocupaban registros intermedios para llegar al registro que se les pedía. Ejemplo: desde los pares ordenados, pasaban por el diagrama sagital y de ahí a la tabla de valores que era lo que se les pedía.

Yo: De acuerdo a como trabajabas v/s la nueva metodología en esta unidad ¿Cuáles siguen siendo las mayores dificultades para los estudiantes?

G: La representación abstracta, ver el concepto de función desde este punto de vista, es difícil para ellos, es un obstáculo ontológico, de madurez cognitiva.

También teníamos problemas de didáctica antes para que los estudiantes entendieran el trabajo que se les daba.

Yo: Fortalezas y debilidades de la implementación de esta metodología.

G: Fortalezas: una nueva forma u organización de presentar los contenidos. Enseñábamos de una forma y no le dábamos más sentido que existían más partes o representaciones.

Debilidades: el tema de los tiempos, ya que íbamos desfasados con respecto a los otros colegios que no participaron en el proyecto. Demora en la entrega del material.

El material y el lenguaje que se utilizó fue bastante bueno.

Otra debilidad tiene que ver con los estudiantes, su poca preocupación, no tienen hábitos de estudio.

Yo: ¿Algún ajuste que le harías a esta metodología?

G: Más material no más, más problemas para modelar.

ENTREVISTA PROFESOR HECTOR ROJAS (H)

- Yo: ¿Cómo tú veías funciones desde el año 2014 hacia atrás? ¿Cuál ha sido tu experiencia en este tema? ¿Provechosa? ¿Por qué?
- H: Antes la veía con una definición matemática bien abstracta, la definición típica que aparece en los libros (definición por comprensión).
Les explicaba a los estudiantes el significado de cada símbolo (lenguaje matemático) y luego con unos ejemplos de diagramas sagitales.
Posteriormente anotaba en la pizarra una función de la forma $f(x) = mx + n$ y buscábamos el dominio y el recorrido de la función.
- Yo: ¿Captaban los estudiantes esta idea?
- H: Yo asumía que era difícil para ellos tanto en primero como en segundo medio. Por lo tanto, trataba de explicarles varias veces.
- Yo: ¿Les hallaban sentido a las funciones?, pregunto porque las funciones modelan situaciones reales y eso es potente.
- H: Yo se los explicaba de tres maneras: la representación abstracta, el diagrama sagital y la representación gráfica.
Como yo soy profesor de física también, lo relacionaba con la velocidad en función del tiempo.
- Yo: Ahí les dabas sentido a las funciones, le mostrabas las características del modelamiento matemático.
- H: Luego introducía el concepto de función lineal y afín y le agregaba dificultad al utilizar coeficientes fraccionarios.
Para hallar el dominio no había ningún problema porque les indicaba que eran los valores que tomaba la "x", en cambio en el recorrido había que despejar la variable y se complicaban demasiado.
- Yo: ¿Cuál era tu percepción de lo aprendido en octavo básico en este tema?
- H: No sabían nada, porque cuando les preguntaba no conocían lo que era una función.
- Yo: ¿Pero alguien traía algún conocimiento de este tema?
- H: Los más adelantados (o de mejor rendimiento) traían algún conocimiento, pero eran tres o cuatro por curso.
La matemática que traen estos chicos en general es muy básica, muy mínima en conceptos.
- Yo: Pero yo he revisado los programas de séptimo y octavo y no es tan básica la matemática, ¿será que los profesores la verán de manera más básica?

H: Imagínate que es un tema difícil de enseñar, sobre todo para un profesor de educación general básica.

Antiguamente funciones era un tema netamente de educación media y muy complicada. Me imagino lo complejo que puede ser para estos profesores enseñarlo.

Yo: ¿Es un tema que a ti te gusta enseñar? ¿Por qué?

H: Me encanta porque es práctico, les haces leer un problema como el pago de una cuenta, por ejemplo, formas una tabla de valores, construyen un diagrama sagital y lo representas en el plano cartesiano. Englobas todas las herramientas que posee la matemática para interpretar este problema.

Yo: Según tu experiencia, ¿qué objetivos de aprendizaje lograste con ellos? ¿Cuáles no?

H: El que se logró en forma real fue el que conozcan lo que es una función. No sé si tanta comprensión de la misma, porque estos niños funcionan de forma mecánica, es difícil que a los jóvenes se les ocurran las cosas y no tengo respuestas a por qué no entienden.

Si tú en clases les indicas lo que tienen que hacer, en una evaluación tienes que preguntarles lo mismo. Y aun así cometen errores básicos. Durante la aplicación de esta unidad didáctica, se les hicieron varias evaluaciones y seguían cometiendo los mismos errores. Hay un problema de maduración de los conceptos.

Yo: ¿Se necesitará más tiempo para este contenido?

H: El problema con estos jóvenes es que no llegan a la casa a reforzar lo hecho en clases.

Yo: Se quedan con lo visto en clases y listo.

Durante todo este tiempo que has visto funciones, ¿cuáles han sido las estrategias que has tomado para remediar este problema? ¿Has hecho ajustes año tras año?

H: No mucho. Desde el punto de vista del contenido, no. Siempre hago lo mismo.

El ejemplo de la maquina siempre me ha resultado utilizando el programa flash. La estrategia son las pruebas con desarrollo, es decir, cuando la entregan y salen comentando los ejercicios y ahí me doy cuenta si alcanzaron los aprendizajes.

Yo: En términos de género, ¿quién responde mejor con este tema en el trabajo diario? ¿Los hombres o las mujeres?

H: Las mujeres por naturaleza son más ordenadas que los hombres. Pero los hombres cuando estudian son muy ordenados, los varones estudiosos son muy metódicos.

Yo: En el trabajo diario, ¿las mujeres son mucho más ordenadas?

H: Yo creo que las mujeres son más tranquilas, pero podría rescatar que la misma proporción de hombre y mujeres por curso son metódicos en el trabajo diario.

Yo: Es decir, no se notan grandes diferencias.

¿Cuáles han sido tus formas de evaluar esta unidad?

H: Tengo una primera prueba con selección múltiple.

Trabajo de gráficos en clases o un trabajo más extenso, un ejercicio donde representan en tabla y en el plano cartesiano, para llegar a la ecuación que la representa. Hago pasar a los alumnos a la pizarra y los evalúo acumulativamente, y al final de la unidad una prueba de desarrollo.

Yo: ¿Para analizar el producto de ellos?

H: Si, la primera prueba es más conceptual, de conocimientos.

Nueva Propuesta Metodológica

Yo: ¿Internalizaste bien este modelo didáctico? Y, por ende, ¿aplicaste bien este modelo didáctico?

H: Si lo internalicé bien, aparte que el material que nos enviaste era bastante didáctico.

Yo: ¿En qué momento te diste cuenta que habías internalizado bien este modelo?

H: Porque cuando enseñas las cosas sientes que lo estás haciendo bien. Uno aprende más enseñando.

Uno parte de las premisas:

i) ¿Cómo enseñar algo a gente que no quiere estar ahí?

ii) ¿Cómo algo complejo transformarlo en algo simple?

Al mostrarles el concepto de función como conjuntos de colecciones que definen una relación, ahí me di cuenta que los jóvenes iban internalizando los conceptos. Uno observa la respuesta visual de ellos y se da cuenta que entienden.

Al ver estas colecciones, los muchachos opinaron más. Pienso que, al presentarles la matemática más formal, psicológicamente muestran un rechazo a entenderla. Hay que presentárselas de otra manera, pero finalmente llegar a la formalidad.

Yo: ¿Cómo respondieron los alumnos en su trabajo diario con esta metodología?

H: Al principio cuesta lograr la atención de ellos hacia el trabajo. Para incentivarlos a trabajar tiene que haber nota de por medio lamentablemente.

Yo: Pero, ¿cómo respondieron a esta metodología?

H: Para ellos este no era distinto si no nuevo, porque nunca habían visto funciones.

Yo: Per haber, analicémoslo por parte. Te recuerdas que la primera etapa de esta unidad tenía que ver con los conceptos de funciones, por ejemplo: Conjunto de partida, de llegada, dominio, recorrido, etc. ¿Les quedó claro eso?

H: Si les quedó claro, de hecho, mis cursos fueron los que tuvieron mejor rendimiento en el post-test.

Yo: Y la segunda etapa tenía que ver más con el modelamiento matemático, con el punto de vista que implementamos, ¿funcionaron mejor?

H: Si, si funciona.

Yo: ¿Lograron modelar?

H: Sí, pero el problema es que cometen errores involuntarios en las evaluaciones.

Yo: ¿Qué errores?

H: Contestan la primera alternativa que ven, no se les ocurre revisar. Pero si tú los enfrentas en la pizarra, ellos saben lo que están haciendo.

Yo: ¿Algo está pasando con el instrumento que no refleja ese aprendizaje?

H: Por eso para mí las pruebas con desarrollo son importantes, porque ahí uno evidencia los logros o no. En cambio en las pruebas de selección múltiple es fácil para ellos, porque tienen cuatro alternativas y seguramente va a elegir la que más “le tinca”.

Yo: ¿Por eso tú evalúas clase a clase? ¿Con puntaje?

H: No, con nota acumulativa.

Yo: ¿Cuántos primeros medios tuviste este año?

H: Cuatro.

Yo: De los cuatro, ¿tú notaste que alguno o algunos eran mejores? O ¿Todos son iguales? En funciones específicamente.

H: No

Yo: ¿No hubo grandes diferencias entre ellos?

H: No, hubo un curso que no tuvo profesor jefe y se anduvieron desbandando. Mucho ausentismo, no se lograba un trabajo sistemático con ellos.

Yo: ¿Y en un mismo curso? Piensa en cualquiera.

¿Cómo fue el trabajo entre los mejores, los de rendimiento medio y los peores? ¿Fue parejo? ¿Siempre se mantuvieron las distancias?

H: Lo que sucede es que a los que históricamente es va mal, enfrentan la clase derrotados, desmotivados. Y como esta unidad requiere trabajo, pasa porque no están motivados por alcanzar los objetivos propuestos en la clase.

Yo: Por lo tanto, ¿no quieren alcanzar los objetivos o habilidades requeridas?

H: No es que no quieran, si no que no tienen la habilidad de abstraerse.

Yo: ¿Y por género en esta metodología? ¿Observaste alguna diferencia?

- H: No, yo creo que las mujeres son más tranquilas. Pero los hombres estudiosos son mejores.
- Yo: Hablemos en términos técnicos, del modelo didáctico ¿Formaban las representaciones?
- H: En un 50% lo hacían.
- Yo: ¿Hacían el tratamiento para hallar las unidades significantes?
- H: Sí, en la ecuación ellos manejaban bien la pendiente y el coeficiente de posición. En el gráfico tenías que dibujarle el sentido de la recta.
- Yo: Y en tabla, ¿podías sacar la pendiente y el coeficiente de posición?
- H: No, pero tú cuando nos presentaste desde la tabla como obtener la pendiente y el coeficiente de posición, se les hizo fácil. En el gráfico también les costaba mucho trabajar con la razón de cambio $\frac{\Delta y}{\Delta x}$.
- Pero es largo para ellos desde el gráfico, yo pienso que obtenerlo desde la tabla era más rápido para los estudiantes. Ahora, el problema que yo noté fue que les cuesta darse cuenta que las unidades significantes se pueden obtener desde todas las representaciones.
- Yo: Por último, ¿la conversión de un registro a otro? ¿Podían transitar por las distintas representaciones?
- H: Sí, ellos lo podían hacer.
- Yo: Porque en el fondo cuándo logras eso, a ti te queda la tranquilidad que si entendieron funciones.
- H: Sí. O sea, yo me daba cuenta cuando les dabas un problema escrito lo llevaban muy bien a una ecuación y les indicabas que evaluaran esa ecuación. Después construían una tabla, diagrama sagital y finalmente con un gráfico.
- Yo: Según tu apreciación, ¿qué fue lo novedoso de esta metodología?
- H: La iconografía utilizada.
- Yo: ¿Algo más?
- H: La máquina nosotros ya la usábamos antes, más que nada las colecciones de objetos que se presentaban en la parte conceptual de funciones. Luego cambiamos las figuritas por números y ahí vas introduciendo mayor formalidad en las funciones. Así se les hizo más fácil a ellos.
- Yo: De acuerdo a como trabajaste este tema anteriormente versus esta nueva metodología ¿Cuáles siguen siendo las mayores dificultades para los estudiantes?
- H: Formalizar el problema, porque hay muchos ejercicios que no vienen ordenados.

Yo: Fortalezas y debilidades de la implementación de esta metodología.

H: Fortalezas, el método está muy aplicable para jóvenes de primero medio, pienso que ellos tendrían que... haber como lo explico.... Justo con ver esta unidad así, debiesen los niños tener un cuadernillo donde ir trabajando paso a paso, como un pauteo. Como los cuadernillos de la educación para adultos. Jugando con fichas o monitos reales, concretos. La didáctica de lo visual es muy fuerte para ellos.

Debilidades, mira a pesar que este método es bueno para ellos, el tema de funciones no es para este nivel.

Yo: Finalmente, ¿qué ajuste le agregarías a esta metodología?

H: No le quitaría nada, agregarle el tema del cuadernillo, para que el alumno vaya construyendo su conocimiento.

ENTREVISTA PROFESOR ALEJANDRO RIFO (A)

- Yo: Alejandro, ¿cómo estuvo tu año? Este específicamente el 2015.
- A: Este año estuvo bien dentro de lo normal, las expectativas en este año académico bien. Ya tenemos un sistema de trabajo y seguimos en la misma línea.
- Yo: ¿Fue muy pesado este año?
- A: Siempre es pesado, se hace largo, tedioso, pero a la larga tiene sus frutos, tiene su recompensa. Que los jóvenes a la larga aprenden es nuestra ganancia.
- Yo: ¿Con los primeros medios te pasa lo mismo? ¿Qué a larga terminan aprendiendo
- A: Sí, a pesar que uno de enoja porque les cuesta mucho comprender la matemática. Pero al final uno se da cuenta que aprenden, que valió la pena todo el esfuerzo desplegado en ellos.
- Yo: Acordémonos de años anteriores cuando tu veías funciones ¿Cuál ha sido tu experiencia en primero medio con funciones?
- A: Yo recuerdo que la pasábamos de manera rápida, no profundizamos mayormente. Veíamos aspectos más generales, era más pauteado, muy puntual. Cumplir con las horas que teníamos asignadas para este tema.
- Yo: ¿No profundizaban, ni hacían la diferencia en los distintos tópicos de este tema?
- A: Veíamos la función afín, la función lineal, más que nada su gráfica.
- Yo: ¿Con qué sensación quedabas cuando cubrían este tema de esa manera?
- A: Lo comparaba con el segundo medio en donde abarcábamos mucho más, entonces en segundo medio era volver a pasar lo mismo y profundizar. Y después en tercero medio es la continuidad. ¡Y hasta en cuarto medio!, por eso en primero medio lo veíamos muy superficialmente, muy limitado. Quedaba con gusto a poco lo hecho en primero medio, además que es un tema entretenido pasarlo, da para hartas cosas.
- Yo: ¿Es un tema que a ti te gusta trabajar?
- A: Sí, me gusta funciones.
- Yo: Cuando tú en primero medio definías tus objetivos en funciones, ¿creías tú que los cumplías?
- A: Antes parcialmente, como mencioné anteriormente, era cumplir un poco con las horas asignadas que teníamos, no les sacábamos provecho.
- Yo: Cuando observabas el trabajo de los jóvenes, ¿veías que fluían? O ¿igual les costaba?
- A: No, les costaba desde graficar hacia adelante porque no entendían para qué. Hacían un par de líneas en el gráfico y te decían: “ya cumplimos”. Pero más allá de eso nada más, no se lograba aprendizaje significativo.
- Yo: En términos de género, de acuerdo a la experiencia anterior, ¿quiénes rendían mejor? ¿Los hombres o las mujeres?
- A: Quien rendía más, en general, las mujeres porque son mucho más estructuradas. Por ejemplo, los gráficos eran más ordenados en los cuadernos de ellas, los hombres son

más desordenados en cambio las mujeres son más metódicas, más “cuadradas” para hacer los dibujos.

- Yo: Y cuando tú evaluabas, ¿veías que los resultados de las mujeres eran mejores?
- A: En la evaluación no se nota tanto, en el trabajo diario sí. En el resultado de una evaluación no hay ninguna diferencia.
- Yo: ¿Realizabas pruebas de selección múltiple? O ¿evaluabas con pruebas de desarrollo?
- A: Solamente pruebas de selección múltiple, los desarrollos o productos de los jóvenes los iba evaluando clase a clase. Cumplían o no cumplían con los objetivos propuestos.
- Yo: ¿Cuáles son las posibles causas de que los jóvenes no alcanzaran los objetivos propuestos?
- A: Principalmente el tiempo porque antes se pasaba este contenido de manera muy rápida.
- Yo: ¿Y ellos venían con algún concepto previo de funciones?
- A: Quizás algunos tenían conceptos previos, pero no como funciones si no como proporciones y algunos más avanzados los relacionaban. Pero para la mayoría era novedoso, seguramente no les pasaron este tema.
- Yo: ¿Algún concepto de funciones que manejaran de antes? Dominio, recorrido, imágenes, etc.
- A: No nada, los diagramas sagitales no los conocían.
- Yo: A propósito de los que has ido detectando en los primeros medios de generación en generación ¿Realizabas ajustes a tu metodología? O ¿hacías siempre lo mismo?
- A: Siempre se hacen ajustes cada año, iba mejorando algunos aspectos, pero era mínimo.
- Yo: ¿Por el tiempo?
- A: Claro.
- Yo: ¿Siempre el tiempo ha sido una restricción?
- A: Sí, siempre. Cuentas con los tiempos muy restringidos, te quedas mucho en un tema y dejas de lado el siguiente.
- Yo: ¿Lograbas modelamiento matemático?
- A: No, esa habilidad la dejábamos para el segundo medio.
En primero medio buscábamos que reconocieran una función afín y lineal y en segundo medio que aplicaran.
- Yo: Es decir, que en primero medio les entregaban solamente los recursos: Tabla tabular, pares ordenados, gráficos, etc.
- A: Así es.
- Yo: ¿Algo más que agregar acerca de tu experiencia con funciones en primero medio?
- A: De la experiencia anterior, nada más que agregar, en el fondo era más de lo mismo.
- Yo: Sentías tú que como enseñabas este tema ¿Era monótono?

A: Sí, porque más que nada cumplíamos con el programa corporativo, no le dábamos mucha importancia. Los más aventajados le encontraban más sentido, pero para la mayoría era materia pasada.

Nueva Propuesta Metodológica

Yo: ¿Internalizaste bien el modelo didáctico? ¿Aplicaste de manera correcta esta metodología, de acuerdo a la capacitación hecha?

A: Sí, para mí fue algo novedoso, buscar las distintas representaciones y que el estudiante entendiera eso, era algo muy novedoso. Era cambiar la perspectiva, eso de construir una tabla y llevarla a gráfico solamente. Ver distintas representaciones de un mismo problema, se entendió mucho mejor para mí y poder transmitirlo de manera adecuada.

Yo: ¿No te costó entregar las herramientas o recursos en este tema? ¿Cómo respondieron los alumnos a este enfoque?

A: De primera fueron temerosos, era algo nuevo. Ver diagramas de Venn o sagitales no les encontraban mucho sentido al principio. De hecho, cuando rindieron el pre-test, no anduvieron muy bien. Pero después cuando le perdieron el temor a estas representaciones el temor a estas representaciones les encantó, fue novedoso porque ellos no ven conjuntos.

Ahí me di cuenta que la mayoría entendió, por ejemplo, una alumna de las que más le cuesta matemática entendió. Y ahí yo me dije “esto está funcionando”, de hecho, en la evaluación logró una nota de suficiencia, alguien que siempre fue evaluada con notas insuficientes. Ella fue mi punto de referencia.

Yo: ¿Y el lenguaje que se utiliza en funciones? ¿Se apropiaron de él?

A: Si les quedó. Si alguno se le olvidaba, entre ellos mismos se iban reforzando.

Yo: Comparativamente, ¿hubo cursos que funcionaron mejor que otros? O ¿fueron parejos?

A: Sí, hubo un curso (primero B) que logró captar más. Lo curioso es que el otro curso al que le hago clases tienen mejor rendimiento que el primero B, pero en esta unidad el B se destacó más que el curso con mejor rendimiento.

Yo: ¿Alguna causa para eso?

A: Yo creo que les gustó más el tema, les atrajo más que al otro curso.

Yo: O sea, ¿tuvieron buena actitud frente a esta unidad?

A: Sí, buena actitud.

Yo: En un mismo curso, ¿se notaban muchas diferencias de rendimiento en esta unidad?

A: La mayoría funcionó y trabajó bien y por lo mismo entendió bien. Más que nada era un tema de aprehensión a la matemática que tienen algunos y por eso su bajo rendimiento.

Yo: ¿Y por género veías diferencias?

A: Lo mismo de siempre, cuando de trabajo en clases se trata, las mujeres son más ordenadas, más metódicas. De hecho, costó al principio hacer entender a los varones que para trabajar en esta unidad debían ser más ordenados. Revisaba puesto por puesto que el trabajo fuera bien ordenado y por ende bien hecho.

- Yo: ¿Te preocupaste de la forma primero? ¿Después del fondo?
- A: Así es, porque con mi experiencia de años anteriores, tenía claro que iban hacer un gráfico por cumplir y no un gráfico a escala y con una graduación pésima de los ejes. Sin embargo, en la evaluación de esta unidad no se nota la diferencia del trabajo en clases. No hay coherencia o correlación.
- Yo: En este enfoque metodológico, ¿qué fue lo novedoso para ti?
- A: Le hallé más sentido al realizar tratamiento en cada una de las distintas representaciones. Uno antes lo veía por separado, por un lado, los diagramas sagitales, por otro lado, las tablas, la fórmula, etc.
- Y entender que todo era el mismo proceso no más. A la larga simplificó el trabajo al buscar las distintas representaciones, fue muy interesante.
- Yo: ¿Los jóvenes realizaban conversión de las representaciones? U ¿ocupaban alguna representación intermedia o como medio para responder preguntas?
- A: Sí, por ejemplo, pasar de par ordenado al gráfico. Unos construían la tabla, otros graficaban de manera directa.
- Unos pocos hacían un paso intermedio y otros eran más gráficos intuitivos.
- Yo: Cuando uno les pedía tratamiento en los registros, ¿eran capaces de obtener las unidades significantes desde los distintos registros?
- A: Les costaba a algunos, pero pasaba lo mismo que te dije anteriormente, transitaban de una representación a otra y de ahí obtenían las unidades significantes. Por ejemplo, sacar la pendiente de la tabla lo aprendieron bien, pero desde el par ordenado les costaba más.
- Yo: ¿Por qué les cuesta obtener las unidades significantes en un par ordenado?
- A: Ahí necesitan la fórmula para poder sacarla y no se les ocurre sin fórmula. Por eso tomaban los pares ordenados, los llevaban a tabla y ahí se les hacía más simple obtener las unidades significantes.
- Yo: ¿Eran capaces de formar las distintas representaciones?
- A: No, debía ser guiado ya que les costaba a ellos realizarlo de manera autónoma. Si no los guateaba no se les ocurren, había poca autonomía, a pesar de que les mostré todas las representaciones.
- Yo: De acuerdo a tu experiencia en años anteriores versus esta intervención, ¿cuáles siguen siendo las mayores dificultades para los estudiantes en este tema?
- A: Lo que más les cuesta a los jóvenes es desarrollar la habilidad de modelar, es decir, de un problema escrito, lograr obtener datos para construir un modelo.
- Yo: Es curioso porque tú le puedes entregar dinero para comprar pan y ellos intuitivamente saben aproximadamente cuanto pan comprar. Están modelando sin darse cuenta, ¿qué deberíamos hacer como actividades para lograr desarrollar esta habilidad?
- A: Realizar ejemplos que los lleven a discusiones en su entorno. Quizás los ejemplos que les planteamos no son muy significativos para ellos. Hacer ejemplos con juegos de PC, online, etc. Ejemplos de pinturas para las niñas, en fin, acercarlas a su mundo, porque el típico ejemplo de las cuentas no nos sirve de mucho, ya que ellos no pagan cuentas. Son significativos para uno, pero no para los jóvenes.

- Yo: Fortalezas y debilidades con la implementación de esta metodología.
- A: Fortalezas, pasar de una representación a otra, les aclara un poco más su meta cognición.
- Debilidades, el tiempo que se necesita para poder profundizar o hay que programarlo muy bien para aprovechar el tiempo de la mejor manera.
- Yo: ¿Hay que mejorar el diseño entonces?
- A: Claro, porque sigue siendo un problema el tiempo. Pero en general, es bueno y espero aprovechar esto en segundo medio, porque en este nivel vamos a contrastar el rendimiento en esta unidad y ver si realmente lograron el aprendizaje significativo.
- Si tengo que empezar todo de nuevo, quiere decir que no aprendieron nada.
- Yo: Ajustes que le realizarías.
- A: Principalmente los tiempos. Yo creo que esta es una muy buena estrategia y que se debe aprovechar bien. Hay que acotarlo un poco más.
- Ah y lo otro que yo le agregaría por mi cuenta, sería ocupar un poco más los recursos tecnológicos, llevarlos al laboratorio y que representen los distintos registros.
- Yo: ¿Qué recursos ocuparías ahí?
- A: Yo ocuparía el geogebra, para que modelen partiendo por la representación de puntos en el plano cartesiano.

ENTREVISTA PROFESORA CAROLINA MUÑOZ (C)

- Yo: ¿Cuál ha sido tu experiencia con la enseñanza de las funciones? Específicamente con la función lineal y afín.
- C: Como trabajaba antes no fue muy provechoso. Les entregaba todo muy estructurado y parcelado, como que era parte de algo y no tenía nada que ver con lo que venía después. No lograba relacionar todo, como un conjunto, en cambio ahora es todo relacionado de un lado vas para el otro y viceversa. Lo enseñaba como las ecuaciones “de derecha a izquierda”.
- Yo: ¿Por qué para los jóvenes no era provechoso?
- C: Era más materia no más, y no, porque todo tiene que ver o se construye con todo.
- ¿Qué tenemos que hacer nosotros para cambiar esta mirada? Es ponerlos en todos los casos posibles.
- Yo: ¿Qué objetivos de aprendizaje lograbas alcanzar? Y ¿cuáles no en este tema?
- C: Eh, yo creo que alcanzaban a lograr todos, pero de a poco. Yo tenía todo el tiempo suficiente para revisar la materia completamente, lo que, si siempre me ha costado que logren visualizar, es que a partir del dibujo representen el modelo matemático. Eso sí siempre les cuesta.
- El objetivo completo de la unidad, se logró mucho más ahora que antes.
- Yo: ¿Cómo vienen los jóvenes de octavo en este tema? Porque en octavo se supone que lo ven.
- C: Débiles, siempre pregunto si recuerdan de algo de funciones, partir con lluvia de ideas y pocos me responden que sí. Los que se acuerdan de funciones, lo relacionan con un gráfico, algunos me respondían que era una línea, el contexto no lo conocen.
- La mayoría no se acordaba de nada.
- Yo: ¿Y algunos conceptos y herramientas? Dominio, recorrido, diagramas sagitales.
- C: Como teoría de conjuntos no funcionaba, nunca lo vieron.
- Yo: Porque en octavo se le da énfasis desde la teoría de conjuntos.
- C: No ni siquiera el tema de la relación entre elementos. Les explicaba con flechitas las relaciones matemáticas.
- Yo: ¿No podías ser tan formal con ellos?
- C: No se puede.
- Yo: En términos de género, ¿quiénes responden mejor en el trabajo diario de las funciones?
- C: Yo diría que las mujeres, tienden a ser más ordenadas, tener toda la materia. De hecho, no necesitaban revisar hacia atrás la materia cuando se les proponía alguna actividad.
- Pero al abstraerme un poco, en general el trabajo entre hombres y mujeres se tornó parejo.
- Yo: De acuerdo a los objetivos que uno se propone, ¿cuáles pueden ser las posibles causas de que no los alcancen?

- C: Una de las causas pasa de donde provienen. Tengo muchos jóvenes en que los padres no están detrás, llegan a sus casas y no repasan, no tienen hábitos de estudio. Tienen internet para ocuparlo en las redes sociales, no para estudiar.
- Cada vez vienen con menos hábitos de estudio y muy poca actitud hacia los estudios. Están en el colegio solo por no estar en la casa. Si están en la casa, sus mamás o abuelas los mandan hacer el aseo, comprar y por eso prefieren venir al colegio. No es tan importante ir al colegio a aprender.
- Yo: ¿Cuál han sido tus estrategias para mejorar año tras año tus clases en este tema?
- C: Busco en libros, en internet, siempre estoy investigando. Nunca de un año tras otro hago las mismas clases.
- Yo: ¿Has logrado que las siguientes generaciones alcancen mejor los objetivos?
- C: Si y noto con los alumnos que repiten. Ahí me doy cuenta que se da una tendencia en la mejora de los aprendizajes. Ellos mismos se van dando cuenta que no es la misma clase.
- Yo: Carolina, ¿cuáles fueron tus formas de evaluar esta unidad antes?
- C: Controles de desarrollo, actividades clase a clase. Es un tema en que se producen muchos insumos.

Nueva Propuesta Metodológica

- Yo: ¿Internalizaste bien el modelo de representaciones semióticas? ¿Lo aplicaste de manera rigurosa?
- C: Tengo que ser sincera y decirte que me costó. Fue algo nuevo para mí, de venir trabajando aproximadamente cinco años de la misma manera, me costó tengo que admitirlo.
- Llegué a mi casa a estudiar, a entender que es lo que querías, de hecho le pregunté a una colega hasta que lo aterricé. Cuando logré visualizarlo, lo llevé al aula.
- Yo: ¿Te funcionó?
- C: Si, la primera clase fue muy teórica ya que le presenté todas las representaciones posibles y que íbamos a trabajar con las funciones.
- Yo: Es decir, que debemos mejorar las presentaciones que se crearon para esta unidad y así a todos les quede más claro.
- C: Sí, pero igual las presentaciones que tú nos enviaste están muy didácticas. Estaba pensando paso a paso y además yo iba reforzando en la pizarra como íbamos a transitar de representación en representación. De todas formas, funcionó bien.
- Yo: ¿Cómo te diste cuenta que internalizaste el modelo?
- C: Después que lo discutí con mi colega, necesitaba que alguien me reafirmara lo que yo había entendido. Es muy cómodo el método, igual el susto para ellos es ver tanta representación
- Yo: Recuerdas que el diseño de esta unidad contemplaba dos etapas. La primera etapa era darle un sustento conceptual o de lenguaje técnico de las funciones y la segunda etapa era el modelamiento matemático con todas sus representaciones.

En la primera etapa, ¿a los jóvenes quedaron claros de dominio, recorrido, imágenes, pre imágenes?

C: Sí, con el diagrama de Venn. El problema es que cuando continuas avanzando se les olvidan los conceptos porque no estudian, no refuerzan. No hay hábitos de estudio, hay que entregarles pequeñas tips clase a clase para vayan recordando lo revisado anteriormente.

Yo: Y esto de hablar de colecciones y teoría de conjuntos, ¿les quedó claro?

C: Sí, les quedó claro. De hecho, comprendieron lo que significa una imagen, una pre imagen. En las evaluaciones esas preguntas anduvieron bien.

En los diagramas sagitales respondieron muy bien, pero cuando les haces la misma pregunta desde la representación algebraica hay problemas.

Yo: ¿Cómo fue el rendimiento entre los primeros medios? ¿Alcanzaste los objetivos de manera homogénea?

C: Fue parejo, eso sí, hubo cursos donde fue más valioso el trabajo con ellos, se alcanzaron los objetivos propuestos.

Yo: ¿Y en un mismo curso? ¿Era parejo el trabajo? ¿Existía dispersión?

C: Muy poca.

Yo: ¿Y por género había diferencias?

C: Sabes que no, no había grandes diferencias. A pesar de que en los cuadernos existían diferencias de trabajo entre hombres y mujeres, en las distintas evaluaciones no se notaba. Los hombres son más reacios a escribir en su cuaderno, pero eso no significaba que no comprendieran o trabajaran menos que el resto.

Yo: Según tu apreciación, ¿qué fue lo novedoso de esta metodología?

C: El poder transitar en distintas direcciones con las representaciones, lo encontré muy entretenido.

Yo: ¿Te gustó eso de transitar de registro en registro?

C: Sí, una alumna que es repitente del año anterior era la más fascinada con esta metodología. Le enseñaba al resto, me llamó mucho la atención, ella me decía que pensaba que los registros eran cosas distintas y al final todo era lo mismo.

Yo me condicionaba a verlo de manera parcelada, me di cuenta que yo limitaba a mis estudiantes. Cuando lo expuse explicando que todo estaba relacionado, logré alcanzar los objetivos.

Yo: Observando el trabajo diario de los estudiantes, ¿lograban la formación del registro? O ¿tú tenías que dirigirlo?

C: Algunos tú tenías que dirigirles el trabajo, a otros se les ocurrían los registros y había otros pocos que solo lograban la formación.

Yo: ¿Y el tratamiento? Al obtener una pendiente, el coeficiente de posición desde el mismo registro.

C: Costaba más desde una tabla, desde la gráfica y la representación algebraica se les hacía muy fácil. En una tabla, como hay solamente números les costaba más visualizar.

Se nos hizo difícil con la otra profesora lograr que obtuvieran la pendiente y el coeficiente de posición desde este registro.

Yo: ¿El registro en tabla es un registro más complejo para ellos?

C: Sí, de hecho, lo tengo apuntado para el próximo año.

Yo: Finalmente, ¿lograban la conversión? ¿Pasar de un registro a otro?

C: Pocos lograban la conversión, dependiendo de cuál a cuál se veía era como respondían. El registro tabla tabular les costaba más.

Yo: De acuerdo a como trabajabas este tema versus esta nueva metodología, ¿cuáles siguen siendo las mayores dificultades para los estudiantes?

C: Del gráfico obtener la función, De hecho, esas preguntas se cayeron mucho en clases. A pesar de todo el repaso, en la prueba no respondieron de manera correcta. Obstáculos didácticos en la gráfica, los ausentismos en clase influyen en el rendimiento, pierden constancia en el trabajo en clases.

Yo: Fortalezas y debilidades de la implementación de esta metodología.

C: Fortalezas, todas.

Debilidades, no le encuentro ninguna, trabajar un poco más algunos aspectos, por ejemplo el registro de tabla tabular. Me costó apropiarme, me facilitaste el trabajo.

Yo: ¿Algún ajuste?

C: No ninguno.

FOCUS GROUP ESTUDIANTES DE RANCAGUA

- Yo: ¿Cómo fue la experiencia en Básica con Matemática?
¿Cómo eran las clases de matemática?
- A1: Eran entretenidas y a veces aburridas. El profesor te ayudaba en los puestos, te daban décimas. Aburrido se era cuando era más exigente.
- Yo: ¿Los ayudaban en los puestos? ¿Ustedes levantaban la mano y el profesor iba?
- A1: Si
- Yo: ¿A qué te refieres con exigentes?
- A1: Si no terminábamos, no salíamos de la sala.
- Yo: ¿Los tenían obligados trabajando?
- A1: Si.
- Yo: ¿Alguien tiene otra opinión?
- A2: Cuando no se presentaba en una prueba y justificaba, la prueba la aplazaban y la aplazaban y finalmente te evaluaban finalizando el semestre.
- Yo: ¿No te aplicaban nunca la prueba?
- A2: Acá en el liceo es diferente, presentando el certificado médico, a la semana siguiente te evalúan.
- Yo: ¿Y cómo era la clase del profesor?
- A2: Era a veces entretenida, era exigente. Algunas veces el profesor salía de la sala y nos dejaba veinte minutos solos.
- Yo: ¿Los dejaba solos? ¿Los dejaba trabajando alguna guía?
- A2: Nos daba guía o escribía actividades, pero finalmente terminábamos "tonteando".
- Yo: ¿Trabajaron con el texto de estudio?
- A3: Sí, yo lo trabajaba.
- Yo: ¿Y el resto no? ¿Trabajaban con guías?
- A3: Sí, con guías.
- Yo: ¿Y cómo eran las guías?
- A1: Eran muy cortas, una o dos planas.
- A3: No trabajábamos el texto porque veíamos el solucionario. Sacaban fotocopias del mismo libro.
- Yo: ¿Y era para que ustedes vieran el solucionario?
- A3: Sí.
- Yo: Cuando terminaban esas guías, ¿se revisaban en la pizarra?
- A3: Sí.

Yo: ¿Las revisaban ustedes o el profesor?

A3: Las revisaba el profesor en la pizarra.

Yo: Y si nos le quedaba algo claro, ¿le preguntaban al profesor? ¿El profesor aclaraba dudas?

A1: Si.

Yo: ¿Cuántas horas a la semana tenían de matemática?

A4: Cuatro días a la semana, es decir, ocho horas.

 Mi profesor jefe era de matemática y para el horario de consejo de curso, a veces, también nos hacía matemática.

Yo: Cuando los profesores enseñaban conceptos, ¿los hacían con ejemplos concretos? O ¿Eran más abstractos? Abstractos me refiero que veían un lenguaje matemático más formal.

A4: Si, eran formales.

Yo: ¿Usaba lenguaje matemático entonces

A4: Sí.

Yo: ¿Y entendían el lenguaje matemático?

A4: A veces, no mucho.

Yo: ¿Cómo los evaluaba el profesor?

A5: Eran pruebas de desarrollo y de alternativas, de una o dos planas.

A6: Solo desarrollo.

A7: A mí me aplicaban pruebas de alternativas.

Yo: ¿En qué tipo de prueba ustedes demostraban un mejor rendimiento? ¿En pruebas de alternativas o de desarrollo?

Todos: En las pruebas de desarrollo.

Yo: Cuándo se enfrentaban a una prueba de alternativas, ¿respondían a conciencia? O ¿respondían al azar?

A8: Al azar las que no sabía.

A4: Las que no sabía las dejaba en blanco.

Yo: En las pruebas de alternativas, ¿el profesor exigía el desarrollo al lado?

A1: Sí, igual nos obligaba a demostrarle trabajo al lado de cada pregunta.

Yo: Las pruebas de desarrollo, ¿eran largas?, ¿ocupaban todo el bloque?

A1: De cuarenta y cinco minutos, no eran tan largas.

Yo: ¿Cómo era su desempeño en matemática?

A1: Yo buena.

A2: Más o menos.

A3: A mí me iba bien porque copiaba, no entendía casi nada.

Yo: Y las que hacías tú sin copiar, ¿cómo te iba?

A3: Igual me iba bien.

Yo: ¿Y cómo te iba a ti?

A6: Tenía un promedio de 5,5.

Yo: ¿Y tú?

A4: Un 6,3.

Yo: ¿Qué tema les quedó como aprendizaje significativo en matemática?

A8: A mí nada.

A7: Tendría que recordar.

A6: Ninguno.

Yo: ¿Recuerdan ustedes la proporcionalidad?

A1: Había que multiplicar cruzado y después de eso había que restarlos.

A2: Solamente la proporcionalidad directa e inversa. Si una bajaba, la otra bajaba y si una subía la otra también.

A5: En séptimo no tuve profesor de matemática. Nos hacían resolver puras guías.

Yo: ¿Y quién te entregaba revisaba las guías?

A5: El inspector.

Yo: ¿Cuánto tiempo no tuviste clases de matemática en séptimo?

A5: Todo el año.

Yo: ¿Nunca lo reemplazaron al profesor?

A5: No, nunca.

Yo: ¿Y tú que recuerdas de lo que aprendiste en séptimo?

A1: Me volvieron a pasar la materia de sexto básico porque la profesora que tuve en ese nivel, pasó toda la materia mal. La profesora ni siquiera multiplicaba bien.

Yo: Porque no era una profesora de matemática

A1: No era profesora de matemática.

Yo: ¿Se recuerdan de la constante de proporcionalidad?

Todos: No, nada de eso.

Yo: Pasemos a octavo. En este nivel según programa, debiesen haber visto funciones ¿Qué recuerdan de lo que vieron de funciones?

A5: Yo no vi funciones.

A4: Yo sí las vi.

Yo: ¿Y tú?

A2: Nada

Yo: También deben haber visto relaciones matemáticas, ¿conocen los conjuntos? ¿Les enseñaron en quinto o sexto básico conjuntos?

Todos: No.

Les muestro un diagrama sagital:

Yo: Sin haber conocido conjunto, para ustedes, ¿qué es esto?

A6: Un dibujo, un círculo.

Experiencia en primero medio

Yo: ¿Cómo fue para ustedes su experiencia en matemática cuando partieron primero medio?

A3: Difícil, porque era materia nueva para nosotros. No teníamos el ritmo necesario para enfrentar al principio primero medio. Como no veníamos de los mismos colegios, el profesor tenía que adaptarse a esa situación.

Yo: Entonces, ¿unos iban más adelantados que otros?

A: Sí.

Yo: ¿Y cómo fue el ritmo clase a clase?

A3: Igual era rápido al principio, pero finalizando el año ya nos aburríamos porque sabíamos todo.

Yo: ¿Y a ti cómo te fue?

A7: Difícil, era muy rápido y no estaba acostumbrado a ese ritmo.

A5: Para mí fue difícil porque tenía mala base desde mi colegio.

Yo: Porque habías perdido sexto básico en matemática.

Yo: Sí, además. Igual llegar aquí fue fuerte y pasar materia nueva, donde todos íbamos a distinto ritmo, se hizo difícil.

A6: Fue rápido el ritmo y teníamos que prepararnos porque cada dos semanas teníamos pruebas.

A8: Igual era difícil acostumbrarse a profesores nuevos y completamente distintos a los que teníamos.

Yo: ¿Cada cuánto tiempo tenían pruebas en este colegio?

A4: Todas las semanas.

Yo: ¿Y en básica?

A4: Una vez al mes, si es que hacían.

Yo: ¿Y aquí todo el rato?

Todos: Sí.

Yo: ¿Y eso los tenía muy presionado?

A: Sí, porque todas las semanas teníamos pruebas o controles pequeños.

Yo: Ustedes saben que todo el primer semestre es repaso de contenidos de educación básica ¿Cómo les fue en ese semestre?

A1: Nos enseñaron técnicas nuevas que al principio me costaban mucho aplicarlas.

A2: No, porque había cosas muy básicas que no aprendimos antes. Después me fue mejor.

A6: A mí me costó mucho porque no vimos casi nada en básica. Lo único que me acordaba era de los números naturales.

A1: Igual fue difícil, me costó asumir que la forma era muy diferente para explicar. Lo que más me costó fue álgebra.

Yo: Hablemos de la metodología. Se recuerdan de la primera parte que vieron con el profesor donde aparecen las colecciones ¿Qué les pareció de manera visual eso? ¿Se entendía lo que se quería explicar?

Todos: Sí.

A2: Era fácil

Yo: ¿Se les hizo amigable esa representación?

A4: Yo me acuerdo un poco y no fue difícil.

Yo: Entonces la parte conceptual, ¿les quedó claro? ¿No se les hizo difícil?

Todos: No.

Yo: ¿Les presentó la diapositiva el profesor?

Todos: Sí.

Yo: La segunda etapa de la unidad de funciones correspondía al modelamiento matemático, ¿se acuerdan que se les presentaban varias representaciones? ¿Qué les pareció ver tantas representaciones y que al final eran lo mismo? ¿Lograron captar el espíritu o idea?

A2: Era fácil.

Yo: ¿Y te gustó?

A2: Sí, aunque si mi hubieran mostrado solo una forma, igual lo hubiera entendido.

Yo: ¿No con tanta representación?

A2: Sí.

A4: La de la maquina no la entendí.

Yo: ¿Y entendían como transitar de una representación a otra?

A1: Sí.

Yo: ¿Y a ti qué te sucedió con este tema?

A3: Me costó entender al principio, pero después bien.

Yo: ¿Eran capaces de pasar de una representación a otra?

A3: Sí.

Yo: ¿Y el calcular la pendiente y el coeficiente de posición? ¿Lo lograban calcular desde las distintas representaciones?

A5: No me quedó muy claro.

Yo: ¿Habría que reforzar más esa parte?

Todos: Sí.

Yo: ¿No les quedó claro ni geoméricamente ni conceptualmente la pendiente?

Todos: No.

Yo: Si les doy un problema en palabras, ¿podían construir las representaciones?

A2: Algo.

A3: Si igual

Yo: Sí.

A1: Sí, pero al principio igual me costó.

Yo: Y se te presentaban los datos en tabla, ¿eran capaces de representar su ecuación?

Todos: No.

Yo: En general, ¿cómo sentían que el profesor transmitía bien lo que estaba explicando?

A1: De repente el profesor se equivocaba.

A2: Si lo explicaba bien.

A3: Bien, pero a veces contaba cosas de su vida.

A5: Contaba algunas experiencias. Transmitía bien los conocimientos.

Yo: ¿Cómo los evaluó su profesor?

A4: Hacía pruebas de alternativas.

A2: De desarrollo y era más difícil porque hay que estudiar más.

A1: Alternativa y desarrollo.

A4: Alternativas y desarrollo.

Yo: ¿Ustedes trabajan clase a clase? De acuerdo a lo que les exigía el profesor, ¿ustedes eran constantes en su trabajo diario?

A3: A veces no alcanzaba a terminar en una clase.

Yo: ¿Pero trabajabas igual?

A3: Sí.

A1: Sí trabajaba, además que daba puntaje.

A4: A veces trabajaba y también flojeaba.

Yo: Y si tenían dudas, ¿le preguntaban profesor o algún compañero que entendía más?

A6: Sí.

A1: Yo le preguntaba al profesor.

Yo: Y cuando llegaban a la casa, ¿llegaban a estudiar este tema?

Todos: No.

Yo: En general, ¿llegaban a estudiar matemática?

Todos: No, solamente para las pruebas.

Yo: O sea, el día antes.

Todos: Sí.

Yo: ¿Y su asistencia a clases? ¿Cómo era? ¿Faltaban mucho?

Todos: Era buena.

Yo: Última parte, ayúdenme ustedes a mejorar esto con su opinión ¿Qué habría que mejorar en este tema?

A3: Que hicieran un par de representaciones y que las explicaran bien. Que hagan tantas.

Yo: ¿Muy sobrecargado?

A1: Era mucho, uno se confundía. Era mucho y te tomaba mucho tiempo.

A2: Que sea solamente un camino el resultado, no hacer varios.

A5: Elegir la estrategia que se haga más fácil.

Yo: Con respecto a las presentaciones que se hicieron en power point, ¿qué les parecieron esas presentaciones?

A3: Estaban buenas, pero eran muy largas. Además, veíamos las presentaciones una sola vez y en la otra clase hacer los ejercicios, se nos olvidaba lo que aprendíamos el día anterior.

Yo: ¿No alcanzaban a tomar apuntes?

A3: Casi nadie tomaba apuntes.

Yo: El profesor, ¿no compartió las presentaciones?

A8: No.

Yo: ¿Hubiese sido mejor volver a mostrárselas?

A8: Si y de ahí recién ponernos a resolver ejercicios. Como eran largas las diapositivas, costaba acordarse.

Yo: ¿Y si se hubieran compartido? ¿Ustedes llegan a revisarlas a clases?

Todos: Sí.

Yo: Cuando les aplicaron el post test, ¿cómo se sintieron frente a la prueba?

A2: Me saqué un siete.

A3: Estaba nervioso.

A1: Yo la encontré muy fácil.

A4: Yo fui confiado porque había repasado bien.

Yo: ¿Qué parte encontraron más rápida de responder?

Todos: La primera parte, las colecciones.

A1: Las tablas me costaron.

Yo: ¿Qué les cuesta de las tablas? ¿Cómo se presenta la información?

A1: Sí, no entiendo muy bien, nos las visualizo bien.

ANEXO 3: RÚBRICAS

RÚBRICA DE PRIMERA ETAPA

CATEGORÍA		NIVELES			
		4	3	2	1
Diagramas de Venn	Formación de la representación sagital o diagrama de Venn.	Representa los diagramas de Venn e identifica los conceptos: <ul style="list-style-type: none"> • Conjunto de Partida. • Conjunto de Llegada. • Imágenes. • Pre imágenes. • Dominio • Recorrido. 	Representa los diagramas de Venn e identifica los conceptos: <ul style="list-style-type: none"> • Conjunto de Partida • Conjunto de Llegada. 	Representa los diagramas de Venn, pero no se aprecia si identifica los conceptos.	Las representaciones sagitales son muy básicas.
	Tratamiento de la representación sagital o diagrama de Venn.	Obtiene las imágenes y pre imágenes, realizando las cuatro operaciones básicas y operatoria combinada de ellas.	Obtiene las imágenes y pre imágenes, realizando las cuatro operaciones básicas con ellas.	Obtiene las imágenes y pre imágenes, pero no se aprecia alguna operación aritmética básica con ellas.	No obtiene las imágenes y pre imágenes de esta representación.
Representación por extensión	Formación de la representación por extensión.	Representa por extensión e identifica los conceptos: <ul style="list-style-type: none"> • Conjunto de Partida. • Conjunto de Llegada. • Imágenes. • Pre imágenes. • Dominio. • Recorrido. 	Representa por extensión e identifica los conceptos: <ul style="list-style-type: none"> • Conjunto de Partida • Conjunto de Llegada. 	Representa por extensión, pero no se aprecia si identifica los conceptos.	Las representaciones por extensión son muy básicas.
	Tratamiento de la	Obtiene las imágenes y pre	Obtiene las imágenes y pre	Obtiene las imágenes y	No obtiene las imágenes y pre

	representación por extensión.	imágenes, realizando las cuatro operaciones básicas y operatoria combinada de ellas.	imágenes, realizando las cuatro operaciones básicas con ellas.	pre imágenes, pero no se aprecia alguna operación aritmética básica con ellas.	imágenes de esta representación.
	Conversión entre las representaciones.	Desde la representación sagital logra representar por extensión y viceversa.	Solamente desde una representación transita a la otra y no en la otra dirección.	Desde una representación se aprecia que realiza la conversión con dificultad.	No realiza conversión de una representación a otra.

RÚBRICA DE SEGUNDA ETAPA

CATEGORÍA		NIVELES			
		4	3	2	1
TABLA TABULAR	Formación de la Tabla Tabular.	Representa la tabla e identifica los conceptos: <ul style="list-style-type: none"> • Variable dependiente e independiente. • Proporcionalidad directa. • Constante de Proporcionalidad. • Imagen y pre imagen. • Dominio y recorrido. • Coeficiente de posición. • Intersección con el eje "x". 	Representa la tabla e identifica los conceptos: <ul style="list-style-type: none"> • Variable dependiente e independiente. • Proporcionalidad directa. • Constante de Proporcionalidad. • Imagen y pre imagen. 	Representa la tabla e identifica los conceptos: <ul style="list-style-type: none"> • Variable dependiente e independiente. • Proporcionalidad directa. • Constante de Proporcionalidad. 	Representa la tabla y no identifica los conceptos.
	Tratamiento de la Tabla Tabular.	Realiza transformaciones aritméticas y algebraicas dentro del mismo registro y además obtiene las unidades significantes de la	Realiza transformaciones aritméticas y algebraicas dentro del mismo registro y además obtiene solo una de las unidades	Realiza transformaciones aritméticas y algebraicas dentro del mismo registro.	No realiza transformaciones aritméticas y algebraicas dentro del mismo registro.

		<p>función lineal y afín:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pendiente. • Coeficiente de posición. 	<p>significantes de la función lineal y afín, es decir, pendiente o coeficiente de posición.</p>		
	<p>Conversión de la Tabla Tabular.</p>	<p>Realiza conversión desde el registro de tabla tabular a:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Registro por extensión. • Registro gráfico. • Registro pictórico. • Registro abstracto. 	<p>Realiza conversión desde el registro de tabla tabular a:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Registro por extensión. • Registro gráfico. 	<p>Realiza conversión desde el registro de tabla tabular a:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Registro por extensión. 	<p>No realiza conversión desde este registro</p>
<p>REPRESENTACIÓN POR EXTENSIÓN</p>	<p>Formación del registro por Extensión.</p>	<p>Representa por extensión e identifica los conceptos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Variable dependiente e independiente. • Proporcionalidad directa. • Constante de Proporcionalidad. • Imagen y pre imagen. • Dominio y recorrido. • Coeficiente de posición. • Intersección con el eje "x". 	<p>Representa por extensión e identifica los conceptos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Variable dependiente e independiente. • Proporcionalidad directa. • Constante de Proporcionalidad. • Imagen y pre imagen. 	<p>Representa por extensión e identifica los conceptos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Variable dependiente e independiente. • Proporcionalidad directa. • Constante de Proporcionalidad. 	<p>Representa por extensión y no identifica los conceptos.</p>
	<p>Tratamiento del registro por Extensión.</p>	<p>Realiza transformaciones aritméticas y algebraicas dentro del mismo registro y además obtiene las unidades significantes de la función lineal y afín:</p>	<p>Realiza transformaciones aritméticas y algebraicas dentro del mismo registro y además obtiene solo una de las unidades significantes de la función lineal y</p>	<p>Realiza transformaciones aritméticas y algebraicas dentro del mismo registro.</p>	<p>No realiza transformaciones aritméticas y algebraicas dentro del mismo registro.</p>

		<ul style="list-style-type: none"> • Pendiente. • Coeficiente de posición. 	afín, es decir, pendiente o coeficiente de posición.		
	Conversión del registro por Extensión.	Realiza conversión desde el registro por extensión a: <ul style="list-style-type: none"> • Registro gráfico. • Registro en tabla. • Registro pictórico. • Registro abstracto. 	Realiza conversión desde el registro de tabla tabular a: <ul style="list-style-type: none"> • Registro gráfico. • Registro en tabla. 	Realiza conversión desde el registro de tabla tabular a: <ul style="list-style-type: none"> • Registro en tabla. 	No realiza conversión desde este registro.
REGISTRO GRÁFICO	Formación del registro gráfico en el Plano Cartesiano	Representa en el plano cartesiano e identifica los conceptos: <ul style="list-style-type: none"> • Variable dependiente e independiente. • Proporcionalidad directa. • Constante de Proporcionalidad. • Imagen y pre imagen. • Dominio y recorrido. • Coeficiente de posición. • Intersección con el eje "x". 	Representa en el plano cartesiano e identifica los conceptos: <ul style="list-style-type: none"> • Variable dependiente e independiente. • Proporcionalidad directa. • Constante de Proporcionalidad. • Imagen y pre imagen. 	Representa en el plano cartesiano e identifica los conceptos: <ul style="list-style-type: none"> • Variable dependiente e independiente. • Proporcionalidad directa. • Constante de Proporcionalidad. 	Representa en el plano cartesiano y no identifica los conceptos.
	Tratamiento del registro gráfico en el Plano Cartesiano.	Realiza transformaciones aritméticas y algebraicas dentro del mismo registro y además obtiene las unidades significantes de la función lineal y afín:	Realiza transformaciones aritméticas y algebraicas dentro del mismo registro y además obtiene solo una de las unidades significantes de la función lineal y	Realiza transformaciones aritméticas y algebraicas dentro del mismo registro.	No realiza transformaciones aritméticas y algebraicas dentro del mismo registro.

		<ul style="list-style-type: none"> • Pendiente. • Coeficiente de posición. 	afín, es decir, pendiente o coeficiente de posición.		
	Conversión del registro gráfico en el Plano Cartesiano.	Realiza conversión desde el registro gráfico a: <ul style="list-style-type: none"> • Registro por extensión. • Registro en tabla. • Registro pictórico. • Registro abstracto. 	Realiza conversión desde el registro gráfico a: <ul style="list-style-type: none"> • Registro por extensión. • Registro en tabla. 	Realiza conversión desde el registro gráfico a: <ul style="list-style-type: none"> • Registro por extensión. 	No realiza conversión desde este registro.
REGISTRO PICTÓRICO	Formación del registro Pictórico .	Representa el registro pictórico e identifica los conceptos: <ul style="list-style-type: none"> • Variable dependiente e independiente. • Proporcionalidad directa. • Constante de Proporcionalidad. • Imagen y pre imagen. • Dominio y recorrido. • Coeficiente de posición. • Intersección con el eje "x". 	Representa el registro pictórico e identifica los conceptos: <ul style="list-style-type: none"> • Variable dependiente e independiente. • Proporcionalidad directa. • Constante de Proporcionalidad. • Imagen y pre imagen. 	Representa el registro pictórico e identifica los conceptos: <ul style="list-style-type: none"> • Variable dependiente e independiente. • Proporcionalidad directa. • Constante de Proporcionalidad. 	Representa el registro pictórico y no identifica los conceptos.
	Tratamiento del registro Pictórico .	Realiza transformaciones aritméticas y algebraicas dentro del mismo registro y además obtiene las unidades significantes de la	Realiza transformaciones aritméticas y algebraicas dentro del mismo registro y además obtiene solo una de las unidades significantes de la	Realiza transformaciones aritméticas y algebraicas dentro del mismo registro.	No realiza transformaciones aritméticas y algebraicas dentro del mismo registro.

		<p>función lineal y afín:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pendiente. • Coeficiente de posición. 	<p>función lineal y afín, es decir, pendiente o coeficiente de posición.</p>		
	<p>Conversión del registro Pictórico</p>	<p>Realiza conversión desde el registro de tabla tabular a:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Registro abstracto. • Registro en tabla. • Registro por extensión. • Registro gráfico. 	<p>Realiza conversión desde el registro de tabla tabular a:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Registro abstracto. • Registro en tabla. 	<p>Realiza conversión desde el registro de tabla tabular a:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Registro abstracto. 	<p>No realiza conversión desde este registro.</p>
<p>REGISTRO ALGEBRAICO O ABSTRACTO</p>	<p>Formación del registro Algebraico o Abstracto.</p>	<p>Representa el registro abstracto e identifica los conceptos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Variable dependiente e independiente. • Proporcionalidad directa. • Constante de Proporcionalidad. • Imagen y pre imagen. • Dominio y recorrido. • Coeficiente de posición. • Intersección con el eje "x". 	<p>Representa el registro abstracto e identifica los conceptos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Variable dependiente e independiente. • Proporcionalidad directa. • Constante de Proporcionalidad. • Imagen y pre imagen. 	<p>Representa el registro abstracto e identifica los conceptos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Variable dependiente e independiente. • Proporcionalidad directa. • Constante de Proporcionalidad. 	<p>Representa el registro abstracto y no identifica los conceptos.</p>
	<p>Tratamiento del registro Algebraico o Abstracto.</p>	<p>Realiza transformaciones aritméticas y algebraicas dentro del mismo registro y además obtiene las unidades significantes de la</p>	<p>Realiza transformaciones aritméticas y algebraicas dentro del mismo registro y además obtiene solo una de las unidades</p>	<p>Realiza transformaciones aritméticas y algebraicas dentro del mismo registro.</p>	<p>No realiza transformaciones aritméticas y algebraicas dentro del mismo registro.</p>

		<p>función lineal y afín:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pendiente. • Coeficiente de posición. 	<p>significantes de la función lineal y afín, es decir, pendiente o coeficiente de posición.</p>		
	<p>Conversión del registro Algebraico o Abstracto.</p>	<p>Realiza conversión desde el registro abstracto a:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Registro en tabla. • Registro por extensión. • Registro gráfico. • Registro pictórico. 	<p>Realiza conversión desde el registro abstracto a:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Registro en tabla. • Registro por extensión. • Registro gráfico. 	<p>Realiza conversión desde el registro abstracto a:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Registro por extensión. 	<p>No realiza conversión desde este registro.</p>