UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

FACULTAD DE CIENCIA

Departamento de Matemática y Ciencias de la Computación

Caracterización de los campos de formación del profesor de matemáticas. Un estudio para el desarrollo de la identidad disciplinar

JUAN PABLO VARGAS HERRERA

Profesora Guía: Doctora Daniela Soto Soto

Tesis para optar al grado de Magíster en educación Matemática

SANTIAGO DE CHILE

2016

Caracterización de los campos de formación del profesor de matemáticas. Un estudio para el desarrollo de la identidad disciplinar

Tesis de Magister

Juan Pablo Vargas Herrera

Directora de tesis: Dra. Daniela Soto Soto

Comité evaluador:

Dr. Francisco cordero Osorio

Dr. Héctor Silva-Crocci

Octubre, 2016

Departamento de Matemáticas y Ciencias de la Computación

Universidad de Santiago de Chile

Chile.

Esta investigación está financiada por la Dirección de Pregrado de la Vicerrectoría Académica de la Universidad de Santiago de Chile con el Proyecto de Innovación Docente *Diálogo entre los campos que configuran la formación del profesor de matemáticas en la Universidad de Santiago de Chile: paradigmas dominantes e identidad disciplinar*

Folio: 20-2014

Agradecimientos.

A mi familia desde lejos y otros desde cerca siempre acompañándome, a mis amigos por su apoyo y amor constante y a la doctora Daniela Soto Soto, por su dedicación y paciencia en todo el proceso.

Índice

Lista de tablas

Lista de ilustraciones

Resumen

La investigación que se presenta a continuación es parte de un proyecto más amplio denominado “Dialogo entre los campos que configuran la formación del profesor de matemáticas en la Universidad de Santiago de Chile: paradigmas dominantes e identidad disciplinar” en el cual se pretende examinar los paradigmas que rigen y gobiernan la formación el profesor de matemáticas en dicha institución educativa.

En particular, esta investigación, como parte del proyecto antes señalado, se propone caracterizar los diferentes campos de formación del profesor de matemáticas del programa de Pedagogía en Matemática y Computación, con el fin determinar algunos elementos con los cuales diseñar una actividad para el desarrollo de la identidad disciplinar de los futuros docentes, en el curso de didáctica del algebra y del cálculo.

Al reflexionar sobre la formación inicial del docente de matemáticas desde la Socioepistemológica surge la pregunta: ¿cuál es la disciplina que lo forma? Al analizar las mallas profesionales de las carreras que conducen al título de profesor de matemáticas, es posible entonces observar a lo menos tres disciplina: La matemática, La pedagogía, y la matemática educativa o didáctica de la matemática. Desde la postura asumida para el desarrollo de la investigación estas disciplinas se comportan como campos autónomos que solo tienen a articularse en algunos escenarios, como por ejemplo en las prácticas profesionales. Es por este motivo que se considera necesario el dialogo de estas disciplinas con el fin de caracterizar algunos elementos que permitan diseñar instrumentos de innovación en las diferentes asignaturas.

Por este motivo, para esta investigación fue necesario reunir a los diferentes campos disciplinares en un dialogo acerca del saber matemático del cálculo. Materia que por lo demás, es determinante en la formación del profesor de matemáticas.

Se analizaron diferentes situaciones de aprendizaje para nociones claves del cálculo, a saber: la asintoticidad, la parábola y la linealidad de los polinomios. Estas actividades son resultado de diferentes investigaciones desarrolladas bajo dos categorías del conocimiento matemático desarrollado bajo el seno de la teoría socioepistemológica: el comportamiento

tendencial de las funciones y el uso de la gráfica como elemento constructor de conocimiento.

En los seminarios los académicos pertenecientes a los diferentes campos de formación llevaron un dialogo conjunto acerca de las diferentes situaciones de aprendizaje. Se observaron y analizaron estos diálogos a partir de una perspectiva metodológica denominada Análisis Crítico del Discurso. Con lo cual se lograron identificar tres ejes, cada uno relacionado con los campos: **lo cognitivo, lo procedimental y lo argumentativo**.

Por último se propone, a partir de estas categorías, un conjunto de actividades asociadas a la situación de la parábola, para ser aplicadas en el curso de didáctica del algebra y del cálculo, con el fin de provocar intencionalmente en los estudiantes el tránsito hacia el desarrollo de su identidad disciplinar.

Palabras clave:

Matemática Educativa, Socioepistemología, Identidad Disciplinar, Campos de formación, Profesor de Matemáticas, Matemática, Pedagogía.

Introducción

Tradicionalmente la pedagogía en matemáticas ha sido una profesión difícil de identificar dentro de una disciplina, hay quienes indican que su posición obligatoria debería ser la matemática, en tanto a mayor conocimiento matemático, el profesor desarrollará mejores clases, mientras que otros optan por escoger la pedagogía en la medida en que debería ser dicho profesional quien destaque por el desarrollo de estrategias metodológicas de enseñanza y aprendizaje que logren la adquisición de los conocimientos por parte de los estudiantes; ésta dificultad de identificación desató la discusión inicial de esta investigación, pensando particularmente en la formación de profesores de matemáticas dentro de la Universidad de Santiago de Chile, la cual se ve inmersa en medio de al menos cuatro campos disciplinares que a diario luchan por lograr una posición dentro del sistema. Desde ésta perspectiva, la teoría de los campos de Pierre Bourdieu se ve entonces reflejada en el diario vivir de los estudiantes de la pedagogía y mediante su caracterización se busca determinar aquellos puntos de dialogo en los cuales el futuro profesional de la educación pueda basar la construcción de su identidad y asuma ciertos elementos que aporten a la construcción de su propia disciplina. (Véase capítulo 1: Contexto, necesidad y alcance de estudio)

La delimitación del problema y la definición de las preguntas y objetivos de investigación orientan entonces el proceso, transitando por diversas teorías, corrientes y constructos que apoyan y definen el punto de vista que asume la investigación, centrando el análisis en los elementos que desde la disciplina de la Matemática Educativa llegan a ser determinantes para la formación de un profesor de matemáticas. Esta investigación se posiciona dentro de la teoría socioepistemológica, entendiendo que hay estructuras que no han sido consideradas dentro del proceso de identificación disciplinar, las cuales han sido caracterizadas con anterioridad y de los cuales se tiene evidencia que generan fenómenos que dificultan la construcción de conocimientos matemáticos. Partiendo de dichos antecedentes se seleccionan los elementos que aportarán a la construcción de los resultados esperados, de forma que se entiende que hay categorías del conocimiento como el comportamiento tendencial de las funciones que permiten un rediseño de los discursos tradicionales, y que, a través de diversas investigaciones se han logrado consolidar como elementos claves para los objetivos del proceso educativo, son éstos elementos los que permiten entender que la disciplina del profesor de matemáticas debe ser un sistema de razón que orienta las prácticas y permite una epistemología compartida para la consecución de los objetivos. (Véase capítulo 2: antecedentes teóricos para profundizar sobre los elementos seleccionados)

La detección y posterior definición de los campos de formación del profesor de matemáticas dentro del departamento de la Universidad de Santiago de Chile, requirió entonces una observación y caracterización para poder detectar los puntos de dialogo entre los mismos, de forma que con esto se pudieran consolidar elementos de formación de identidad disciplinar y además evidencias de cómo realizar el proceso en futuras investigaciones, por lo tanto se decidió utilizar una herramienta metodológica denominada Análisis crítico del discurso de Tier Van Dijk, para el análisis de los actos comunicativos, entre algunos representantes de cada uno de los campos detectados, que se desarrollaron en el seminario “dialogo”. En dicho seminario se discutió la pertinencia, los objetos, la metodología y la construcción del conocimiento matemático desde la perspectiva de cada uno de sus participantes, éste se basó en un documento realizado en la ciudad de México bajo la dirección del Doctor Francisco Cordero, el cual incluye situaciones de aprendizaje desde la teoría socioepistemológica en el área del cálculo, (remítase al capítulo 3: aplicación experimental), de modo que, en éste capítulo se deja evidencia de cada uno de los momentos para el desarrollo del seminario y se intenta justificar su implementación así como los elementos utilizados para su análisis y conclusión.

La realización del seminario de “diálogos” entregó a la investigación los datos para el estudio y su posterior análisis. Así, se realizaron grabaciones de las reuniones, además de un sumario realizado por una socióloga encargada de la observación no participante, lo que permitió analizar los diferentes elementos presentes en la discusión. Con dichos resultados se lograron caracterizar los campos de la matemática, la educación y la matemática educativa, en donde además se logró uno de los principales hallazgos de ésta investigación consistente en la determinación de los elementos que se constituyen como puntos de dialogo entre dichos campos; lo cognitivo, lo procedimental y lo argumentativo. Esto permitió además que la investigación definiera aquellos elementos que se hacen determinantes para la construcción de la identidad disciplinar del profesor de matemáticas y la forma de su implementación (Ver capítulo 4); finalmente los resultados obtenidos permitieron presentar el diseño de algunas actividades asociadas a situaciones de aprendizaje, que pueden ser una propuesta inicial para la innovación en el aula, en la que se incluyeron los elementos encontrados para el desarrollo y potenciación de la identidad disciplinar del profesor de matemáticas.

Las actividades que se proponen incluyen momentos de diseño y rediseño de situaciones realizadas con anterioridad en el marco de la socioepistemología, bajo la construcción social del conocimiento matemático. Se intenta mediante el desarrollo de ciertas preguntas orientar el proceso de formación al dialogo entre los campos que conviven con el profesor de matemáticas y se busca además lograr un equilibrio entre los mismos, donde desde cada uno de éstos campos se pueda aportar al proceso de construcción inicial. La actividad se describe con cada uno de sus elementos incluyendo los tiempos, los roles y los materiales necesarios para su ejecución, (véase capítulo 5: diseño de la propuesta de innovación y anexos).

En las conclusiones, (capítulo 6: conclusiones), se puede encontrar el resumen de cada uno de los hallazgos presentados en éste documento, enfatizando en lo que se entiende como proceso de construcción del conocimiento matemático, además de la disciplina del profesor de matemáticas, poniendo énfasis en la identidad disciplinar.

Se entiende que el proceso de la formación de identidad disciplinar es complejo, sin embargo se presume que esta investigación es un aporte, ya que considera los campos disciplinares de formación del profesor de matemáticas y los resultados se obtienen desde la experimentación del dialogo entre algunos académicos, sobre el rediseño de situaciones de aprendizaje.

CAPÍTULO 1.

1. Contexto, necesidad y alcance del estudio

La matemática educativa como disciplina del conocimiento ha delimitado sus líneas de investigación de acuerdo con el énfasis que se le da al entendimiento sobre el problema de la matemática escolar, desde esta perspectiva se han definido diversas líneas teóricas y posiciones epistemológicas que abordan el problema desde alguno de los siguientes elementos: su carácter didáctico, su carácter cognitivo, epistemológico o social, bajo ésta perspectiva la presente investigación ha definido sus alcances e implicaciones desde el contexto en el que se desarrolla, el cual se evidencia a continuación.

1.1 Antecedentes y contexto de la necesidad

Los docentes como profesionales de la educación han estado presentes durante muchas épocas de la humanidad, han ayudado a forjar sociedades y culturas afrontando los cambios paradigmáticos y epistemológicos de las nuevas generaciones, enseñando a convivir entre las diferencias y razones de ser, no solo de sus estudiantes, sino también, de cada uno de los actores del proceso de formación escolar (Padres, directivos, estudiantes, docentes y la sociedad en sí).

El docente se ha convertido en un pilar fundamental para la formación académica, personal y cultural de cada uno de sus estudiantes, y dado su protagonismo se le han asignado distintos tipos de responsabilidades y prácticas, para las cuales, en varias ocasiones no ha sido formado; aún más, si se habla de estudiantes que se convertirán en docentes, su profesor es además un modelo a seguir, una persona que define ciertas características en el comportamiento y creencias de su alumno y de quién mantendrá algunas prácticas, teorías y conocimientos para aplicarlas en sus futuro profesional.

La Universidad de Santiago de Chile, es una institución preocupada por los cambios que actualmente enfrenta la educación, cambios culturales, sociales, económicos y políticos que se han permeado en las escuelas y universidades y que requieren de una particular atención sobre la respuesta que deberían estar dando las instituciones educativas, para determinar de manera efectiva sus responsabilidades como agente formador de la sociedad.

Cada uno de los departamentos de la universidad realiza una mirada diferente de la sociedad actual y se enfoca en la solución de situaciones particulares que convergen todas hacia su punto de formación profesional; en particular el departamento de matemáticas y ciencias de la computación de la universidad se propone de acuerdo con su misión:

> Crear, preservar y transferir conocimientos matemáticos, estadísticos, de ciencia de la computación y de educación matemática, mediante la investigación, la docencia, la extensión y la asistencia técnica, de acuerdo a las necesidades que requiera el desarrollo científico tecnológico y social del país, en concordancia con la misión de la Facultad de Ciencia de la Universidad de Santiago de Chile. (Misión departamento de matemáticas, 2010).

Lo cual evidencia en primer lugar una prioridad científica y de formación académica, que fortalece los conocimientos matemáticos de cada uno de sus estudiantes y que constituye al conocimiento científico como base fundamental sobre la que se ha diseñado todo el esqueleto académico, generador actual de resultados y, que ha consolidado al departamento en el espacio de desarrollo matemático que actualmente es.

Sin embargo, además de reconocer como fundamentales los elementos de carácter netamente académicos como el conocimiento matemático, estadístico y de la ciencia de la computación, se hace un primer esfuerzo por vincular la didáctica de la matemática, desde la disciplina de la matemática educativa, como eje formador de los profesionales del departamento, reconociendo el carácter social y el contexto de desarrollo profesional en el cual se ven inmersos los estudiantes, para que, de esta forma, se pueda generar en los estudiantes un cuestionamiento y análisis continuo de las responsabilidades e implicaciones que asume al formarse como profesor de matemáticas.

Por otra parte es importante tener en cuenta que el objetivo plasmado anteriormente hace referencia también a una necesidad situada, esto es, que queda como responsabilidad del departamento y en nombre de la universidad, dar respuesta a las problemáticas científicas, tecnológicas y sociales del país.

Es así, como el departamento de matemáticas se ha interesado particularmente de la formación de profesionales de la educación, abriendo espacios de construcción académica orientados a la consolidación de dicho proyecto; dentro del departamento se encuentra el programa académico de Pedagogía en Educación Matemática y Ciencias de la

Computación *PEMC*, la cual forma futuros profesionales de la educación, y como reposa en el perfil del egresado:

> Busca formar profesionales especializados para una actuación competente en ámbitos y tareas profesionales complejas en un sistema educativo con múltiples y dinámicas demandas, aplicando conocimientos científicos y herramientas tecnológicas actualizadas y, proporcionando soluciones oportunas y eficaces, valóricamente aceptables y con reconocimiento social. (Perfil de egreso licenciado y profesor de educación matemática y computación, párr. 1)

Por lo cual, es correcto pensar, que el egresado de la *PEMC*, forja a través de sus años de estudio ciertas características que lo constituyen en un agente de la educación, un profesional especializado en el sistema educativo que aplica conocimientos científicos y herramientas tecnológicas en su actuar diario; pero que, además ha sido formado por docentes de diferentes campos de la educación (matemáticos, didactas y educadores) quienes han creado en él concepciones, criterios, estrategias y han determinado una serie de normas, reglas y prácticas que le permitirán a futuro desempeñarse dentro del campo de acción de la educación; esta serie de elementos son los que en el presente trabajo se empezaran a reconocer como constituyentes de una *identidad disciplin*ar, siguiendo a Santillan, Bermúdez y Viloria (2011) quienes enuncian que:

> Siempre en referencia a un grupo social, la identidad disciplinar directamente derivada de la incorporación e introyección de normas, reglas y prácticas válidas, junto al reconocimiento y la reputación, funciona como una forma de poder que de manera simbólica cumple al mismo tiempo una doble labor: proteger el derecho de admisión o pertenencia y ser antídoto ante la posible invasión. (p.3)

Éste primer descriptor de la *identidad disciplinar* en los estudiantes de pedagogía, es probablemente el resultado del contacto y repetición de ciertas prácticas docentes, en las que como futuro educador, incluye además sus ideales y criterios personales y empieza a definir las estructuras y redes que luego constituirán su punto de vista en cuanto a su objeto de estudio, su metodología y sus prácticas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes, no solo entendiéndolos desde un objeto matemático en particular, sino en una dimensión superior, en la que se busca que centre su atención en la construcción del conocimiento matemático como un elemento en constante cambio y socialmente situado, que dependa del contexto educativo en el que se desarrolla y tenga como agente protagonista a la sociedad en la que está inmerso.

El anterior enunciado, no difiere de las corrientes científicas especializadas en el análisis de la identidad disciplinar, de acuerdo con Becher (2001):

> Entendida la identidad disciplinar en términos de entidad social y de significación construida por los agentes a partir de la subjetividad en la unión de dos nociones: el campo de conocimiento y el grupo asociado a él, ésta caracteriza un modelo particular de interacción, comportamiento y comunicación. (p.34)

Es así como, desde 1990 con los trabajos de Cantoral (1990), Farfán (1993) y Cordero (1994), se ha incluido dentro de la matemática educativa, una corriente de pensamiento, llamada Socioepistemología, la cual en un primer momento surge para determinar una serie de elementos que hasta el momento no habían sido atendidos por las investigaciones, en la que se planteaba la necesidad de problematizar el conocimiento y ubicarlo o entenderlo como un proceso de construcción que se da al localizarlo y convertirlo en una práctica social; esta definición de parámetros, criterios y conocimientos, ha permitido que diferentes entidades investigativas en Latinoamérica hayan seguido las líneas de investigación propuestas desde la socioepistemología y se empiecen a preguntar sobre la importancia de reconocer a *la construcción social del conocimiento matemático* como eje determinante en la formación docente y en el desarrollo académico de sus estudiantes.

Ahora bien, bajo estas ideas, varias investigaciones han apuntado a la consolidación de un modelo propio de análisis que no dependa de factores o elementos externos de aceptación o aprobación y que además elimine la dependencia de la construcción del conocimiento de agentes no pertenecientes a la realidad social en la que actualmente vivimos, como afirman Silva-Crocci y Cordero (2014): “En efecto, este fenómeno mantendría a las comunidades latinoamericanas sin identidades disciplinares endógenas, ante la problemática que atañe la construcción de la matemática escolar, por depender y legitimar el conocimiento proveniente de regiones con tradición científica.”

Ahora bien, reconociendo la necesidad de forjar en los estudiantes una identidad disciplinar, que apunte a mejorar las prácticas de construcción del conocimiento matemático, la Universidad de Santiago de Chile ha diseñado una malla curricular para el programa mencionado en los párrafos anteriores, en la que se incluyen miradas a la matemática desde diferentes campos y se brinda a los estudiantes formación dentro del campo didáctico con algunos espacios académicos como el *desarrollo curricular matemático y la psicología del aprendizaje matemático*, el campo matemático desde los espacios académicos de *álgebra, cálculo, estadística y geometría*, y finalmente el campo de la matemática educativa, donde se incluyen asignaturas como *Didáctica del álgebra y el cálculo, Didáctica de la geometría y la estadística y fundamentos de la educación matemática*; cada una de estas asignaturas busca entregar al estudiante ciertas herramientas propias del campo de estudio y además, dar una primera idea al futuro docente sobre los principios, normas y leyes que rigen su educación desde cada una de éstas perspectivas.

Es importante hacer especial énfasis en que todo tipo de educación (incluida la Chilena) se ve normado y estructurado por agentes que indican las formas, contenidos, estrategias y metodologías que se deben desarrollar, esto según Soto y Cantoral (2014) se define como un sistema de razón, el cual "se caracteriza por crear mapas en los cuales delinea las formas de actuar, razonar, dar significados y/o argumentar de los individuos, entre otras. Por tanto, un modo alternativo quedará fuera de los límites, considerándose extraño, anormal o inadecuado". De modo que no es de extrañarse que muchas de las prácticas que actualmente se desarrollan dentro de la USACH sean normadas y conservadas dentro de límites que durante años se han definido como ciertas, normales y supremas, de ahí que la práctica matemática sea considerada como actor fundamental en la formación de un educador matemático o la concepción popular de que quien estudia pedagogía no tiene un robusto conocimiento sobre las ciencias exactas.

Atendiendo a dicha situación, la universidad ha incluido dentro del programa curricular de la PEMC el curso de "didáctica del álgebra y el cálculo" una asignatura orientada a entregar herramientas suficientes y necesarias a los estudiantes para afrontar los retos que propone el proceso de enseñanza-aprendizaje de cada uno de sus futuros alumnos en las áreas de álgebra y cálculo, ramas de las matemáticas que históricamente se han caracterizado por generar en la población estudiantil una gran cantidad de obstáculos y dificultades, que pueden ser de carácter histórico, epistemológico o de la dificultad propia del objeto, obstáculos y dificultades que durante años han sido objeto de estudio e investigación generando en la mayoría de los docentes cuestionamientos sobre cómo enseñar y qué enseñar, y más aún, cuál puede ser la forma correcta para lograr el aprendizaje de los estudiantes.

Bajo ésta realidad, el curso de didáctica del álgebra y el cálculo se propone:

> Reconocer marcos teóricos de la Didáctica de la Matemática que permitan analizar los componentes del sistema didáctico en los ejes Cálculo y Álgebra. Explorar y justificar problemáticas ligadas a la enseñanza y aprendizaje del álgebra y cálculo mediante un enfoque teórico específico. (Programa de asignatura)

Lo cual evidentemente abre las puertas a una discusión sobre: ¿qué necesita saber un estudiante para afrontar los retos que le propone la enseñanza-aprendizaje del álgebra y el cálculo? Y además ¿cuál será la forma más equilibrada dentro del contexto en el cual se encuentra inmerso (Facultad, Departamento, Pedagogía) para lograr que su formación desarrolle o complemente su identidad como futuro profesor de matemáticas?, lo cual desencadena en una pregunta final sobre ¿cuál es la disciplina del profesor de matemáticas?.

Ahora bien, desde el campo de la matemática educativa que vive dentro del departamento de matemáticas y apoyados en las ideas-necesidades que anteriormente se han enunciado, actualmente se desarrolla dentro del departamento el proyecto de investigación “Dialogo entre los campos que configuran la formación del profesor de matemáticas en la Universidad de Santiago de Chile: paradigmas dominantes e identidad disciplinar” en el cual se busca:

> Caracterizar los paradigmas dominantes de los campos que conforman el programa de formación del profesor de matemáticas de la Usach. Lo cual permitirá encontrar elementos teóricos y prácticos, que en futuras investigaciones, permitan proponer innovaciones curriculares y en el aula.

(Proyectos de Innovación Docente 2014, Formulario de Presentación de Proyecto, Línea: Investigación para la Innovación)

Proyecto en el cual se encuentra adscrita la actual investigación, y mediante la cual se busca generar un impacto dentro de la comunidad que vaya de acuerdo con los resultados obtenidos por la investigación anteriormente mencionada

Siguiendo la línea de discusión actual, se reconoce que diversos autores han intentado constituir una estructura que oriente los procesos formativos en cuanto se refiere a las diferentes ramas del saber escolar; es así como desde cada una de las perspectivas y campos de la construcción del conocimiento (matemática, pedagogía y matemática educativa) se han buscado elementos que normen dicho proceso. En particular desde la teoría socioepistemológica, se entiende que la construcción de un conocimiento en matemática escolar debe seguir un proceso en el que se transite por los significados, los procedimientos y los argumentos; puesto que permite comprender diversas categorías que se han definido sobre el status del conocimiento y aporta a la formación de los estudiantes en la medida en que se convierte en una práctica incluyente y situada en un contexto significativo para el estudiante.

Dado el carácter anteriormente descrito de ésta investigación, y siendo conscientes del objetivo y la problemática que se quiere definir, se hace necesario mencionar un elemento de las categorías a las que se hace referencia anteriormente, el comportamiento tendencial de las funciones, entendido desde Cordero (1998), quien lo reconoce (ctf) como un programa que organiza contenidos, conceptos e ideas, en la medida en que se desarrolla dentro de tres dimensiones; la primera: la dimensión epistemológica, en la que se entregan explicaciones sobre la naturaleza de la noción del ctf en un contenido matemático, esto es, usar la noción como marco de referencia para muchos problemas en matemáticas, la segunda: la dimensión cognitiva, en la que se da una explicación a las representaciones que cada persona tiene sobre la noción (significado y significante), al igual que las relaciones que entre ellas hay, y finalmente la tercera: la dimensión didáctica, en la que se hace énfasis en los argumentos y esquemas que generan los distintos marcos de referencia utilizados por los estudiantes.

Al reconocer dicho elemento como significativo en la construcción de este documento y entendiendo la magnitud de la problemática que se intenta delimitar, surge la idea de consolidar todas estas preguntas en una investigación, buscar un prototipo de solución a las dificultades que en el camino de construcción de la asignatura *didáctica del álgebra y el cálculo* se han dado y generar algún modelo que aporte a una mejora de las practicas docentes, que permitan una construcción social del conocimiento matemático desde una perspectiva socioepistemología de la educación, descentralizando los objetos y modificando las prácticas usuales en el aula; además, brindando herramientas necesarias para que los estudiantes consoliden su identidad disciplinar desde cada uno de los campos de formación y promuevan la obtención de mejores resultados en los estudiantes; de este modo es que la actual investigación se propone el siguiente problema y preguntas de estudio.

1.2 Problema y preguntas del estudio

Desde la teoría de los campos, el habitus y el capital de Pierre Bourdieu, un campo se entiende como un sistema de posiciones sociales que se definen unas en relación con otras, lo cual complementado por Moreno y Ramírez (2013) permite entender un campo como:

> (…) un espacio específico en donde suceden una serie de interacciones (…) un sistema particular de relaciones objetivas que pueden ser de alianza o conflicto, de concurrencia o de cooperación entre posiciones diferentes, socialmente definidas e instituidas, independientes de la existencia física de los agentes que la ocupan.” (p.13)

Por lo tanto, bajo ésta perspectiva, entenderemos que la Pedagogía en Educación Matemática y Ciencias de la Computación es un espacio socialmente situado en el cual confluyen diversos campos de formación académica, en la cual a diario los estudiantes están inmersos y donde se forman e interactúan constantemente con los elementos constituyentes de cada uno de los campos en acción.

Cada uno de estos *campos* se encuentra en constante lucha y confrontación. Lo que significa que en una sociedad específica, encontramos un campo dominante sobre los otros, por lo tanto, no es extraño pensar que al estar el estudiante inmerso en una diversidad de campos, cada uno con sus propios métodos, estrategias, objetos de estudio y capital, sea éste un testigo de la constante lucha entre los campos de su formación, por la búsqueda de la hegemonía y dominación del conocimiento, tal como se indica en Soto (2013, cap. 1.2).

La educación Chilena, como seguramente la de todos los países, se ha visto delimitada por ciertos campos presentes en la mayoría de sus actividades educativas, así es como la Pedagogía en Educación Matemática y Ciencias de la Computación tiene definidas por lo menos cuatro disciplinas: las matemáticas, la didáctica, la pedagogía y las ciencias de la computación; cada una de ellas con sus propios objetos de estudio, con sus técnicas y teorías que lo hacen un elemento importante y determinante en la formación del futuro docente.

De acuerdo con lo anterior, cada una de las entidades con las que el futuro profesional de la educación formado en la PEMC está interactuando a diario, define y consolida estructuras mentales que determinan en cierta medida la identidad disciplinar del estudiante, el reconocimiento como ser socialmente responsable y además, lo hace vulnerable a los diferentes tipos de violencia que resultan de la lucha entre los campos por ser dominante y lograr la consolidación de su discurso como hegemónico y primordial; ya que como indica Bourdieu, (2003) "(…)El interés que los dominantes tienen es la perpetuación de un sistema conforme a sus intereses. (…) Los dominantes adoptan estrategias de conservación tendientes a perpetuar el orden científico establecido del cual son parte interesada." Lo cual es fácil de reconocer en las prácticas propias de cada campo y en la forma de su consolidación histórica como disciplina universalmente aprobada y de alguna forma terminada.

Desde esta perspectiva Silva-Crocci y Cordero, (2014) proponen que:

> La fuente de sentido implica entre los miembros de una comunidad compartir y articular de manera sistémica una posición epistemológica, tanto en la manera de concebir la génesis de la problemática de la enseñanza y del aprendizaje de la matemática, como en la configuración de los constructos y métodos para ofrecer una posible forma de construir la obra de la matemática escolar en pos de trastocar la problemática que han identificado. *(p. 5)*

De ahí, que no es extraño preguntarse ahora sobre cuál es el sentido y la posición epistemológica que lleva ésta comunidad educativa, entendiéndose como el departamento de matemáticas y ciencias de la computación o de forma particular y puntual sobre el foco de estudio de ésta investigación, la Pedagogía en Educación Matemática y ciencias de la Computación.

La determinación de la posición epistemológica entonces dará luces a los estudiantes sobre el sentido de las discusiones que entre los campos a diario se viven, y contribuirá a la formación de una identidad disciplinar propia, en la que sea el estudiante quien decida aquellos elementos que le interesan y considere relevantes para su futuro profesional; y que además, no permitan que el estudiante corra el riesgo de caer en una crisis de identidad, tal como indica Bernard Kruger en Calderón, (2000) quien considera que:

> la crisis de identidad disciplinar surge cuando todos los elementos integrantes de una disciplina están sometidos a controversia y discusión: desde la denominación adecuada, pasando por la indefinición del objeto de estudio, los objetivos, la materia al alcance, los métodos, o la posición respecto de los fines y la representación de la propia historia. (p.123)

Por lo tanto, reconociendo que el estudiante es un ser situado e inmerso dentro de una comunidad, que interactúa y se ve rodeado de los diversos campos que a diario buscan posicionarse en la construcción del conocimiento matemático y que el proceso de consolidación, determinación y formación de una *identidad disciplinar en matemáticas* requiere una particular atención en busca de su continuo mejoramiento y de la importancia en sus futuras responsabilidades, es que el presente estudio busca responder a las siguientes preguntas:

- ¿Qué elementos constituyen la identidad disciplinar de un profesor de matemáticas y cuáles son las características del discurso matemático escolar que pueden potenciar o estancar su desarrollo dentro de la formación docente?

- ¿Cómo se pueden utilizar los puntos de dialogo entre los campos de formación del profesor de matemáticas para aportar al desarrollo de la identidad disciplinar de los futuros profesionales de la educación?

Mediante la respuesta a estas preguntas, se espera que la actual investigación logre aportar a la solución y discusión que en diferentes ámbitos se ha planteado sobre tal problema y además que se desarrollen los objetivos que a continuación se presentan.

1.3 Objetivos del estudio

El presente estudio tiene los siguientes objetivos:

1. Determinar y caracterizar cada uno de los campos presentes en la formación del profesor de matemáticas de la Pedagogía en educación Matemática y ciencias de la computación, a través del análisis del discurso matemático de algunos de sus actores.
2. Construir criterios, desde el dialogo entre los campos que configuran la formación del profesor de matemáticas, sobre lo que es la identidad disciplinar en matemáticas y las características propias del actuar docente que desde el discurso matemático escolar la potencian, desarrollan o estancan.
3. Diseñar actividades de reflexión dentro del curso “didáctica del álgebra y el cálculo” que permitan evidenciar algunas categorías para el desarrollo de la identidad disciplinar en los futuros profesores de matemáticas, basada en el dialogo entre los campos que configuran la formación del profesor de matemáticas en la Universidad de Santiago de Chile.

1.4 Alcances del estudio

De acuerdo con Sierra, (1985) encasillar las diferentes investigaciones no es posible, debido a la complejidad que ello conllevaría dependiendo de sus objetos, métodos y estrategias; sin embargo, si se puede en cierta medida ubicarlas en algunas tipificaciones, para lo cual define las posibilidades de clasificación, que describen 10 tipos de acuerdo con los aspectos que cada una atiende; dado el orden que presenta éste estudio y desde la clasificación que brinda Sierra (1985) se clasificará como *Aplicado* dado el fin que se propone, *Descriptivo* y *explicativo* debido a su profundidad, de carácter *cualitativo* y *experimental* dada su naturaleza, una breve descripción de cada categoría se presenta a continuación.

Aplicado

Pues éste estudio busca aportar al mejoramiento de un fragmento de la sociedad (Universidad de Santiago de Chile), resolver alguno de sus problemas (dialogo entre los campos de formación del profesor de matemáticas) y además consiste en la aplicación de los logros de una investigación básica, de la que depende, pues como ya se ha dicho anteriormente éste estudio nace de los resultados del proyecto de innovación docente "Dialogo entre los campos que configuran la formación del profesor de matemáticas en la Universidad de Santiago de Chile: paradigmas dominantes e identidad disciplinar"; de los oficios principales de la investigación, éste documento intenta predecir, prever y actuar frente a la realidad que se describió en su investigación de origen, en síntesis se busca conocer más a fondo la estructura de los fenómenos sociales que se suceden dentro del Departamento de Matemáticas, en especial, aquellos propios del discurso matemático escolar que aporten a la formación de futuros docentes en cada uno de los campos de su especialidad.

Descriptivo y explicativo

El presente estudio es un estudio descriptivo, lo cual de acuerdo con Danhke, (1989) citado en Hernandez, Fernandez y Baptista, (2004) "busca especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis". Esto es, que el presente estudio busca además, caracterizar el cuerpo docente del departamento de Matemáticas de la USACH, quien se encarga de la formación de los profesores de matemáticas, analizando únicamente su discurso matemático escolar, y determinando cuál o cuáles son los campos dominantes que ejercen una hegemonía en los conocimientos y que construyen o aportan a la construcción de la identidad disciplinar de cada uno de los estudiantes.

Además es un estudio explicativo pues no solamente pretende medir las variables que hemos enunciado, sino también se busca estudiar las relaciones de influencia entre ellas, para conocer la estructura y los elementos que pueden intervenir en la construcción social del conocimiento; de ahí, que el presente estudio pretende de igual forma consolidar los resultados de las investigaciones en el diseño de una propuesta de innovación en el aula que quedará abierta a cambios, mejoras y a su aplicación y posterior evaluación, para el análisis de los resultados y la posible implementación dentro de las aulas de la universidad; siempre con el objetivo de aportar al fortalecimiento de la identidad disciplinar de cada uno de los estudiantes.

Cualitativo

En cuanto éste estudio se orienta a describir el sentido y significado de la identidad disciplinar en los estudiantes de Pedagogía en Educación Matemática, por tanto, por ser su objeto de estudio un elemento no medible, ni contable se clasifica como cualitativo, que además analiza otros fenómenos grupales como el discurso matemático escolar que estará presente en toda la investigación, la dominación de los campos de conocimiento presentes en el departamento y fenómenos particulares como la exclusión, la adherencia y la opacidad; todos los elementos evidentemente no medibles, ni cuantificables.

Experimental

En la medida en que éste estudio se apoya en la observación de fenómenos que han sido preparados, provocados y algunos en ambientes artificiales, pues la construcción de todo éste documento se basa en el análisis de los resultados del dialogo entre los campos de formación del profesor de matemáticas, en el cual se ha analizado desde una mirada social, didáctica y matemática la forma en la que algunos docentes del departamento de matemáticas desarrollan y construyen el conocimiento en su práctica pedagógica, mostrando cada uno su discurso y poniendo en evidencia las características que predominan en cada uno de los campos a los cuales pertenecen.

Para finalizar, es importante reconocer que en la investigación actual, el objeto de estudio es un objeto joven, en formación, que junto con la teoría que lo ha caracterizado (la socioepistemología) vienen surgiendo de hace pocos años, de ahí su carácter exploratorio y experimental; sin embargo sus referentes bibliográficos son elementos de alto impacto académico dentro de las comunidades latinoamericanas de Matemática Educativa.

CAPÍTULO 2.

2. Antecedentes teóricos.

Cada uno de los elementos que a continuación se presentan se hacen determinantes para la consolidación de las ideas objetivo de ésta investigación, en tanto constituyen la base y fundamento teórico-epistemológico de la misma y reflejan la posición y parámetro del autor para el análisis de las situaciones y la consolidación de las ideas que en éste documento se plasman; la forma en la que se han presentado coincide con el proceso de formación necesario para entender los resultados obtenidos y definen aquellos elementos que finalmente fueron concluyentes.

2.1 Teoría de los campos. Pierre Bourdieu.

Tal como se ha ido enunciando, ésta investigación se encuentra enmarcada en la teoría socioepistemológica, de ahí que se conciba el proceso educativo no como una simple estrategia de enseñanza y aprendizaje, sino como un *problema de construcción social del conocimiento matemático*, el cual permite definir una epistemología, objetivos y características claras, para el tratamiento que se le da al conocimiento escolar y sus implicaciones en la construcción de ciudadanos pertenecientes a una sociedad..

Desde esta idea de concebir al estudiante como un ciudadano, se hace presente la teoría de los campos de Pierre Bourdieu, la cual, desde la sociología, se ha encargado de definir y entender el comportamiento de entidades abstractas presentes en el desarrollo humano; ésta teoría entiende que un campo es un espacio social en el cual confluyen relaciones determinadas entre sus representantes, éstos campos se caracterizan por tener acciones e influencias claras y se definen como autónomos y delimitados gracias a la selección de un capital, según Fortich y Moreno (2012):

> "El aporte de la teoría del Campo se puede representar en la analogía de la sociedad entendida como un tablero de ajedrez, en donde los pequeños cuadros son los espacios en los que se dan unas relaciones específicas, es decir unas luchas por el poder. Cada cuadro del tablero es un rol al que se dedica un individuo o grupo de ellos y cada rol es asumido bajo unas reglas que se han planteado, previamente a la existencia de los sujetos, y con las

particularidades de los diferentes ámbitos de lo social, desde lo económico, educativo, lo político, lo científico y lo cultural." (p. 50)

El capital por tanto, se entiende como un elemento que se crea dentro de un campo y por el cual se generan constantes luchas entre los mismos integrantes, que a su vez se enfrentan con los integrantes de otros campos que coexistan con éste; como enuncian los autores anteriormente citados, el objetivo principal de un campo es generar la idea de poder o superioridad, entendiendo que existen algunos que son dominados y otros que son dominantes, puesto que dado su carácter humano, se hace necesaria tal diferenciación para lograr los objetivos que cada quien se propone.

Entendidos los anteriores conceptos, es inherente pensar que cada ser humano está inmerso en diferentes campos durante toda su vida, en términos generales Bourdieu reconoce cuatro especies de capitales dependiendo del campo en el que se desarrolla cada persona: Económico, Cultural, Social y Simbólico, como se muestra en el siguiente diagrama:

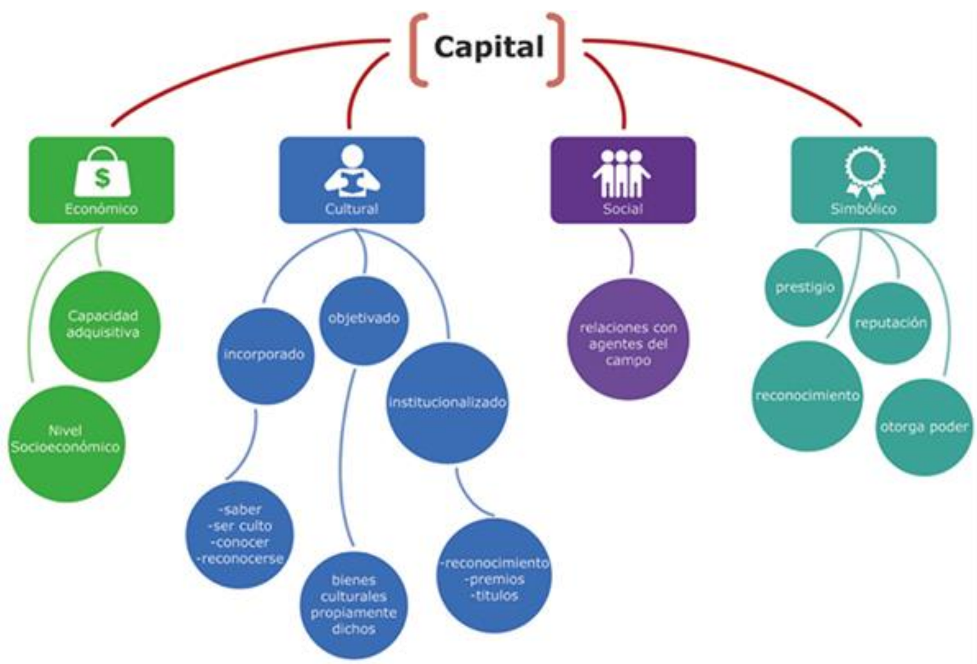


Ilustración 1. Especies de capital según la teoría de los campos de Pierre Bourdieu. Fuente: http://entretejidos.iconos.edu.mx/thesite/la-restauracion-en-mexico-una-revision-critica-desde-la-teoria-de-los-campos/

De acuerdo con la Ilustración 1 es posible entender entonces que todas las personas se ubican a diario como representantes y defensores de alguno de dichos campos, y que su tránsito por los mismos se hace de manera natural y casi inconsciente; sin embargo, al situarse en alguna de dichas entidades, cobra sentido lo que Bourdieu define como "lucha".

Cada uno de éstos campos al tener un capital, buscará de cualquier forma la hegemonía del mismo, de ahí que normalmente una persona tenga a diario la preocupación de conseguir el dinero necesario para sobrevivir, pero al igual, este interesado en crecer laboralmente, obtener mejores propiedades, tener mejores amigos y demás actividades que se resumen en la ilustración 1, estas preocupaciones deberán organizarse de acuerdo con ciertas prioridades y la que cada persona seleccione como fundamental se reconocerá entonces como su campo dominante, los demás pasaran a un estado de dominados.

Al igual que sucede con el desarrollo normal de cualquier humano en la sociedad, la ciencia, se ha constituido en un campo, con un capital definido: el conocimiento, y tal como se explicó anteriormente vive en una constante lucha, no solo por ser avalado y reconocido por encima de otros, sino que además se suma la necesidad de que cada uno de los integrantes, busque también destacarse dentro del mismo, Bourdieu (1989) afirma que:

> "El campo científico debe su especificidad, entre otras cosas, al hecho de que los competidores no pueden darse por satisfechos sólo por distinguirse de sus antecesores ya reconocidos, sino que se ven obligados, so pena de ser aventajados y "desclasados", a incluir sus logros dentro de la construcción distinta y distintiva que los excede." (p.25)

De acá que se haga evidente que la lucha por un lugar superior se hace presente no solo entre los campos, sino también, dentro de ellos mismos; entre tanto, dicha situación define unas reglas claras para el cumplimiento de los objetivos, el compendio de reglas se nombran: sistema de razón, éste indica lo que está "bien", "aceptado" o "correcto", al igual que lo que no, y delimita el espacio y las necesidades que cada campo posee, éste sistema de razón se ve reflejado dentro del campo de la matemática escolar con elementos como los libros de texto, los currículos escolares y particularmente importante el discurso Matemático Escolar, el cual entre otras cosas genera violencia simbólica, al permitir la existencia de los fenómenos que más adelante serán descritos.

La teoría de los campos de Pierre Bourdieu se constituye entonces en un elemento determinante para el desarrollo de una investigación de carácter social como ésta en la que se concibe que el estudiante de Pedagogía en Matemáticas está situado en un contexto y en un momento determinado, el cual se establece como un escenario de lucha constante entre los diferentes campos que lo componen.

La pedagogía en Educación Matemática y Ciencias de la computación de la Universidad de Santiago de Chile, es un programa de formación que como se ha venido describiendo se encuentra inmerso en una sociedad y responde ante las necesidades de la misma, de ahí que sea inmediato relacionarla con un espacio de confluencia de diferentes campos de formación.

Desde esta perspectiva es fácil evidenciar que la PEMC tiene claramente definidos al menos cuatro campos: el primero es el campo de las matemáticas, el cual posee la mayor cantidad de profesores, encargados no solamente de la formación de los futuros profesores, sino que, además, es el responsable de la formación matemática de todas las carreras que imparte la universidad; luego se reconoce el campo de la Pedagogía, compuesto por una diversidad de profesionales que abarca desde sociólogos, estadísticos, educadores y psicopedagogos, los cuales le dan un énfasis humano, cualitativo y analítico a la propuesta de la PEMC; de igual forma, aunque un poco más reciente se encuentra el campo de la Matemática educativa, el cual ha influenciado en la modificación de ciertas prácticas y conceptos que anteriormente estaban incluidas dentro del programa, generando de esta forma un impacto en la micro-sociedad que se está definiendo y permitiendo el crecimiento de nuevas líneas de investigación; finalmente el campo de las ciencias de la computación, encargado de la formación en nuevas tecnologías necesarias para el desarrollo de la profesión docente, ésta información se puede resumir de acuerdo con la ilustración 2.

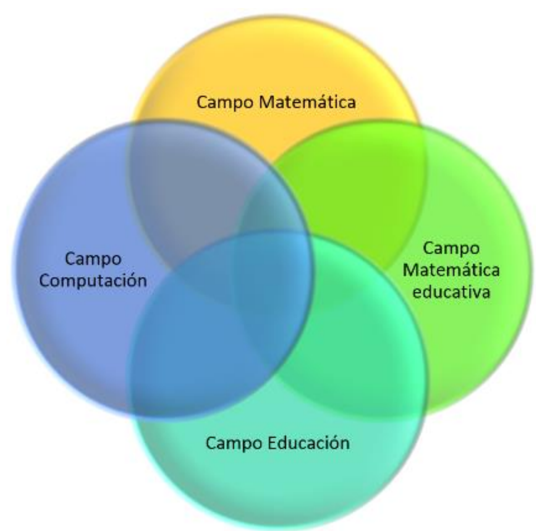


Ilustración 2. Campos de formación docente PEMC

Si bien cada uno de los campos está presentes dentro de la formación de los estudiantes, muchas veces no se reconocen de forma inmediata, puesto que lo que desde Bourdieu se define como "lucha" no siempre es tan evidente y fácil de ver; sin embargo, la presente investigación busca vislumbrar los elementos característicos de cada uno de éstos campos y su análisis para el cumplimiento de los objetivos propuestos.

2.2. Revisión a la socioepistemología.

Como agentes de la educación todos los docentes son responsables de los procesos dentro del aula en la cual se desempeñan, además hacen parte de un grupo de profesionales al cual históricamente se le ha asignado la responsabilidad del proceso de enseñanza y aprendizaje de todos los estudiantes a su cargo, son éstos quienes constituyen un grupo que además se hace participe en procesos de evaluación desde diferentes corrientes, perspectivas y didácticas, que buscan mejorar las prácticas educativas y en éste caso las prácticas matemáticas propias.

Durante muchos años la educación ha reconocido que uno de sus principales problemas es la deserción, la cual conlleva consigo misma una serie de dificultades, culturales, familiares, sociales e incluso históricas que usualmente se desconocen para centrar el foco de atención en los procesos de retención y motivación que el docente está, o no, realizando con los estudiantes; éste análisis centrado en la práctica docente genera siempre una cierta inconformidad, pues se tiende a culparle (al docente) de cosas para las cuales no fue formado y que además no son únicamente su responsabilidad.

Es por esto que las entidades gubernamentales y directivos docentes han buscado usualmente variables desde la práctica docente para justificar la deserción, en ocasiones se ha observado el comportamiento del estudiante, sus ideales y perspectivas y en otras, probablemente muy pocas, se ha incluido el carácter social y familiar dentro de la decisión del estudiante de abandonar su educación; sin embargo, hay una razón que durante muchos años ha estado inmersa en la práctica escolar y que hasta hace algunos años había sido desconocida por muchas personas: el discurso matemático escolar (dME).

Al reconocer al dME como generador de deserción se abren líneas de discusión dentro de las matemáticas que hasta hace pocos años eran totalmente desconocidas, es así como la *socioepistemología*, se constituye entonces en una teoría científica del conocimiento, situada en la Matemática Educativa, que da razones e intenta caracterizar o explicar la construcción social del conocimiento matemático, haciendo una relación entre *saber, mente y cultura*, dándole además un carácter funcional a las matemáticas y desligando el estudio de las matemáticas del foco que siempre se le había dado, es decir el objeto matemático, para darle paso a la importancia de su funcionalidad y las prácticas en las cuales se encuentran inmersos dichos objetos, todo esto reconociendo como uno de sus focos de investigación al dME y las estrategias, recursos y metodologías necesarias para el *rediseño del discurso matemático escolar* RdME.

El surgimiento de la socioepistemología de acuerdo con lo que se plantea en Cantoral, Reyes-Gasperini, & Montiel, (2014) ha desencadenado una serie de investigaciones, recursos humanos, económicos y materiales que se han constituido en lo que actualmente se conoce como la matemática educativa, la cual es una disciplina encargada del estudio de los fenómenos presentes en la matemática escolar. Para la Socioepistemología, se hace entonces relevante el ambiente, el contexto y la cultura en la que viven los conocimientos y no únicamente las características de los objetos como tal, Cantoral, Reyes-Gasperini, & Montiel, (2014) indican: “el problema educativo no es el de la constitución de objetos abstractos, sino el de su significación compartida mediante el uso culturalmente situado” (p. 2), desde ésta teoría se reconoce al estudiante como agente problematizador de los saberes, esto es, que el saber se construye, se reconstruye, se significa y se resignifica, todo desde la aceptación que quien realiza esta actividad está situado en algún tiempo y espacio, por tanto se hace posible estudiar la construcción del saber desde una perspectiva de quien aprende, de quien inventa y de quien lo usa.

En consecuencia, la socioepistemología ha constituido a la construcción social del conocimiento matemático como uno de sus ejes fundamentales, en el que además de problematizar el saber, se entiende que el conocimiento matemático no es estático, sino que, por el contrario, adquiere su nivel y su carácter de conocimiento en la medida en la que se sitúe en situaciones de uso, se resignifique y por lo tanto se cambie, es decir se le otorga un carácter funcional en contraste con la noción psicológica reconocida históricamente como la noción de adquisición del conocimiento por aprendizaje.

Ahora bien, al reconocer el saber matemático como un conocimiento situado, en uso y propio de quien estudia, se hace evidente que no solo se considera como saber a los conocimientos que viven dentro de las aulas, al descentralizar el objeto matemático se abre un abanico de posibilidades en el que se incluye el saber popular, técnico o culto, pues se considerará a todos ellos como parte de la sabiduría humana; el asumir que quien aprende es una persona con herencia cultural, histórica y social, permite también entender que todo conocimiento al ser situado y al ser difundido, requerirá el mismo reconocimiento y estatus, dejando de lado la corriente de concebir al conocimiento como un ente estático, terminado y sin posibilidades de inclusión de nuevos actores.

Para ilustrar el concepto general de la socioepistemología se puede hacer uso del siguiente esquema:

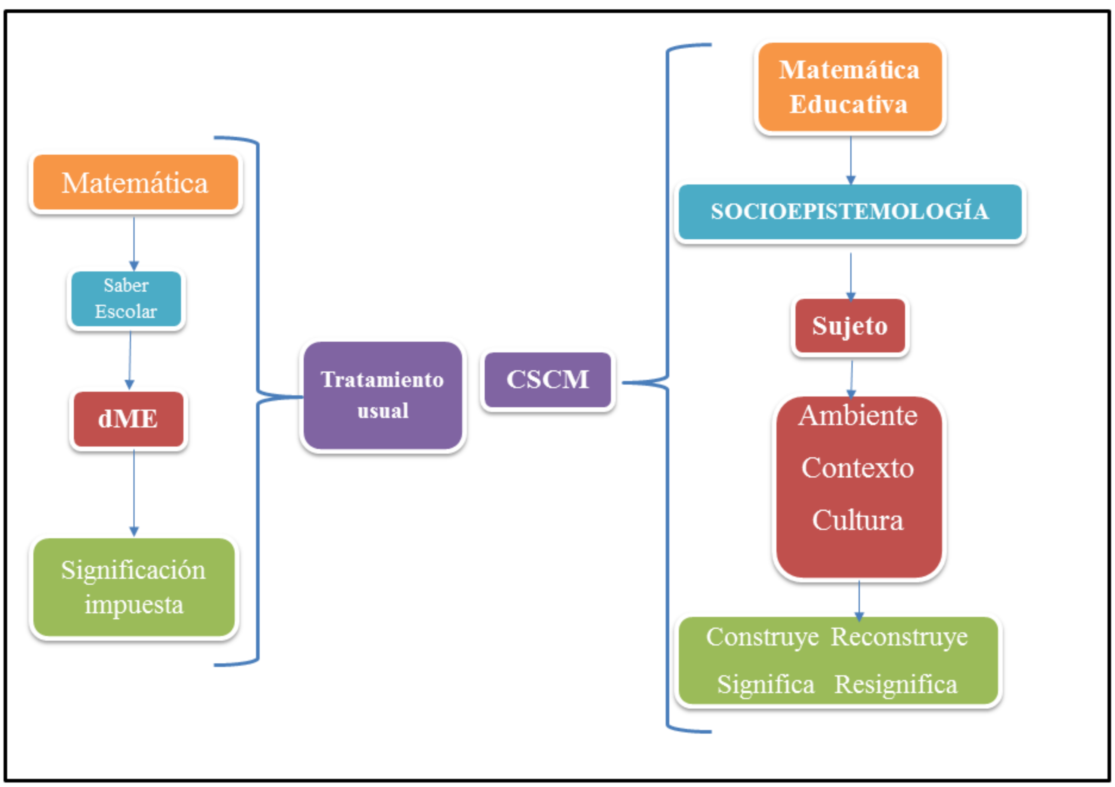


Ilustración 3. Construcción Social del Conocimiento Matemático

De acuerdo con la Ilustración 3, se puede entender como desde su génesis la socioepistemología se ha caracterizado por ser una teoría contextualizada, dentro de las situaciones propias de cada comunidad en donde emergen los conocimientos; relativista, pues sostiene que la construcción del conocimiento no tiene una verdad ni validez universal, sino que al ser situados en cierto tiempo y espacio encontrará sus herramientas y estrategias para sobrevivir dentro de la misma; pragmática, pues considera el conocimiento matemático como un saber no estático, sino por el contrario, un conocimiento en uso, que alcanza su estatus de saber en la medida en que sea útil y en la difusión que se le da desde cada uno de los ambientes en los que vive y finalmente, funcional en cuanto busca siempre la utilidad del saber que está trabajando.

Por otra parte, la teoría socioepistemológica se fundamenta en cuatro pilares que se constituyen en sus principios y características esenciales, los cuales son:

- **El principio de la racionalidad contextualizada:** este principio reconoce que el sujeto está situado en un espacio y en un momento dado, es decir pertenece a un contexto o círculo social que lo norma y lo caracteriza, por tanto según Espinoza, (2009) “la racionalidad con la que se actúa depende del contexto en el que el individuo se encuentre en un momento y lugar determinado” (p. 4) además incluye las características propias del contexto en el que se desarrolla el sujeto y tiene en cuenta los procesos normativos y de construcción propios del lugar en el que se está desarrollando; vale la pena aclarar que al pensar en la construcción del conocimiento matemático se incluye además del aula regular todos aquellos contextos en los que el estudiante desarrolla o crea conocimiento matemático, no solamente concibiendo el saber cómo saber escolar, sino más allá, entendiendo que el estudiante vive junto a las matemáticas en diferentes contextos, bien sea en su hogar, en su círculo de amigos o en los diferentes espacios por los que transita en un momento dado.

- **El principio del relativismo epistemológico:** al entender que el sujeto es el centro de atención en este momento, y considerando que aquel sujeto además, se encuentra situado en un tiempo y un espacio particular, es inherente pensar que hay diferentes perspectivas y puntos de vista de un mismo objeto; el relativismo epistemológico hace referencia a la importancia y validez de los argumentos, más que del resultado en sí, concibe que cada sujeto tiene una visión particular y un sentido de la verdad, y cada una de éstas está en relación a quién y dónde lo experimente; sin embargo, según Cantoral, Reyes-Gasperini, & Montiel (2014)

> "No se está diciendo que existan en todo momento diversidad de opiniones ante los mismos hechos, se está diciendo algo más: que el valor de verdad para el relativismo asume que dichas opiniones son verdaderas para esas personas, no hay una verdad absoluta." (p. 4)

Así por ejemplo, es fácil entender que si un estudiante en su proceso de construcción del conocimiento matemático se equivoca, puede que no obtenga un resultado correcto a lo que se le está solicitando, sin embargo, desde su perspectiva hay constructos y saberes matemáticos inmersos en ese "obstáculo-error" que deben ser aprovechados y utilizados para la consolidación y construcción de su saber matemático, en cualquiera que fuera el ámbito en el que se estuviere desarrollando.

- **El principio de la resignificación progresiva:** Para Piaget un símbolo es una imagen que tiene una significación a la vez distinta de su contenido simbólico inmediato, por lo tanto es importante pensar que cada sujeto tiene un significado para un objeto dependiendo del contexto en el que se está desarrollando, al concebir dicho significado como algo no terminado, y no estático es posible entenderlo como un significado susceptible a cambiar, a revalidarse, modificarse o constituirse en uno nuevo, dicho proceso es el que se denomina resignificación progresiva, pues en los diferentes estadios del desarrollo cognitivo y de la construcción del conocimiento el sujeto va modificándolos, es decir resignificándolos de acuerdo con las necesidades y las prácticas en las que se encuentra inmerso; la socioepistemología entonces, sostiene que las prácticas sociales son los cimientos de la construcción del conocimiento en la medida en que otorgan un carácter normativo a dicha práctica y que el contexto en el cual emergen influye en el tipo de racionalidad con el cual un individuo o un grupo construye conocimiento en tanto lo signifique y lo ponga en uso, por ejemplo el mismo objeto (ecuación) puede significar distintas cosas para un ingeniero, que para un dueño de una microempresa, ambos manejan el mismo objeto; sin embargo mientras para uno puede ser el método para construir un edificio, para el otro adquiere un significado en cuanto lo necesita para manejar el dinero de su negocio, significados distintos dependiendo de la utilidad y el contexto en el que se desarrolla, y que a medida que la situación lo requiera podrá resignificarse y convertirse en un nuevo objeto (o el mismo en profundidad) al pensar por ejemplo en el análisis o proyección de la microempresa o en la solución de un problema de la cotidianidad del ingeniero.

- **El principio normativo de la práctica social:** El cual se constituye en el pilar fundamental para la construcción de la teoría, en cuanto se asume que las prácticas sociales son la base y orientación de los procesos de construcción del conocimiento; en este principio se parte de una acción (realizada por el sujeto) en un medio, bien sea material, organizacional o social, lo cual se consolida como una actividad humana situada socialmente y la cual define una práctica, que se puede entender como una repetición de la acción realizada por el sujeto pero dentro de un contexto, es decir una práctica situada; ésta al pertenecer a un tiempo y espacio se ve normada y regulada por una práctica de referencia que es la expresión material de un paradigma: una idea, una disciplina o una cultura y a la vez se norma mediante las características de una práctica social, lo que incluye sus normas, identidad, praxis y discursos. A modo de ilustración se puede tomar el siguiente esquema.

Ilustración 4. Modelo de anidación de prácticas Cantoral, (2013) citado en Cantoral, Reyes-Gasperini, & Montiel, (2014)

Inherente entonces a la práctica social se encuentra la norma, que dirige y estructura el proceso, la cual se entenderá como un emergente que regula el desarrollo colectivo; es decir, una característica propia del contexto donde se desarrolla el sujeto que estructura y delimita la forma, el espacio y las estrategias para la construcción social de un conocimiento; sin embargo Cantoral, Reyes-Gasperini, & Montiel, (2014) enuncian que: "la práctica social no es lo que hace en sí el individuo o grupo (la práctica ejecutada), sino lo que les hace hacer lo que hacen, digamos que norma su accionar (la orientación de la práctica)." (p.10)

Ya conocidos los pilares sobre los cuales se sostiene la teoría socioepistemológica es entendible que su objetivo primordial sea la democratización del aprendizaje de las matemáticas, esto es, entre otras cosas, encontrar una manera para que la matemática se conciba como una ciencia que vive inmersa dentro de los diferentes espacios de desarrollo humano, está situada en un tiempo y en un espacio con un contexto propio y tiene su significación dependiendo del sujeto que la está estudiando; por lo tanto, es probable que un aula cerrada como la actual en la cual se presenta un conocimiento acabado, hegemónico y sin campos de acción no sea el espacio ideal para la construcción del conocimiento matemático de los estudiantes.

El saber matemático por consiguiente tiene que consolidarse en un saber útil y contextualizado, en la medida en la que se provea de una visión crítica, solidaría y humanista de la sociedad del conocimiento, la matemática empezará a gustar dentro de las aulas y empezará a sobresalir en las comunidades que generan aprendizajes y saberes no únicamente académicos, sino también culturales, sociales y de la identidad de cada estudiante.

Para el logro de lo enunciado anteriormente, la socioepistemología ha dedicado esfuerzos en el análisis y la caracterización de lo que se conoce como el *discurso matemático escolar* (dME), pues se sabe que actualmente los textos educativos, las prácticas docentes y la enseñanza de las matemáticas se han consolidado en un proceso impositivo, que genera *exclusión* en los estudiantes, Soto y Cantoral, (2014), en cuanto no los hace participes de su propio conocimiento, omite características, sociales, culturales e históricas que no se pueden borrar del actuar de los sujetos y que al ser eliminadas de las prácticas educativas generan un conocimiento segmentado, despersonalizado y descontextualizado, que termina siendo un conocimiento matemático pobre y sin utilidad; por lo tanto, la socioepistemología propone un aula extendida, en la cual se concibe al estudiante como un sujeto socialmente situado, con un contexto y un entorno que influye en sus aprendizajes, indicando además que es necesario descentralizar los objetos matemáticos, dejar de concebirlos como algo terminado y objetivo, y por el contrario, incorporar prácticas que lo acompañen, legitimando de esta forma todos los saberes que están presentes dentro de cualquier sujeto, su saber popular, técnico o culto, pues en conjunto, como ya se enunció, constituyen el saber humano que cada estudiante trae dentro de sí.

El *discurso matemático escolar* (dME) entonces se refiere al actuar propio del docente y a los paradigmas y campos que se hacen dominantes a la hora de enseñar matemáticas, lo cual se ha caracterizado por Soto & Cantoral, (2014):

- **La atomización en los conceptos:** en cuanto no se tiene en cuenta el contexto social y cultural al cual pertenece cada uno de los sujetos.

- **El carácter hegemónico:** pues existe en matemáticas cierta predilección por algunos tipos de argumentación, significados y procedimientos, desconociendo el valor académico que pueden llegar a tener las experiencias y conocimientos previos de cada sujeto.

- **La concepción de que la Matemática es un conocimiento acabado y continúo:** desde una mirada usual que se hace a las matemáticas en la que se presentan los objetos matemáticos como existentes por sí mismos, eternos en la historia y sin un origen establecido, olvidando las necesidades históricas y culturales que desencadenaron su construcción y desarrollo.

- **El carácter utilitario y no funcional del conocimiento:** que se ha constituido como una característica primordial de la matemática escolar, entregando conocimiento matemático destacado en la medida en que sea útil para una actividad en particular y no funcional omitiendo el hecho que tales conocimientos pueden integrarse a la vida de los estudiantes para transformarla.

- **La falta de marcos de referencia para resignificar la matemática escolar:** olvidando que la matemática responde a muchas otras ciencias en donde también se construye un conocimiento matemático propio, normado de diferentes formas y que de acuerdo con su contexto se consolida en una herramienta de construcción de conocimiento.

Bajo éstas características el dME ha venido generando entre otras cosas, que el estudiante se vea “excluido” de su proceso de aprendizaje, pues los docentes se han dedicado con el tiempo a imponer significados, a dominar un conocimiento propio y entregarlo como acabado y de acuerdo con ciertos criterios “socialmente aceptados” pero que finalmente se constituyen en una larga lista de normas y reglas que se deben cumplir para “aprender un conocimiento”.

Ésta situación ha sido resultado de una lucha en la cual hemos vivido durante muchos años de la historia de la ciencia, en la cual algunas personas han definido lo que se debe aprender, cómo se debe aprender y para qué se debe aprender en las escuelas y particularmente en matemáticas, éstas personas son las que denominamos como dominantes, de acuerdo con Bourdieu P. (2003) quien afirma que: “Los dominantes son aquellos que consiguen imponer la definición de la ciencia según la cual su realización más acabada consiste en tener, ser y hacer lo que ellos tienen, son o hacen” (p.35).

Si bien, durante años ha funcionado el proceso de dominación que ha tenido la ciencia, el fracaso escolar, la exclusión y la violencia simbólica son efectos que han estado presentes en la historia y han sido resultados de tal proceso, generando toda una población poco participativa, analfabeta de sus procesos matemáticos socialmente situados e inherentes a su condición humana y que no reconoce los procesos de construcción social del conocimiento matemático que a diario vive en los lugares de desarrollo personal, cultural e histórico de cada uno de los estudiantes.

Se puede señalar ahora que al reconocer el dME como objeto presente dentro de la educación matemática, es posible aceptar que no únicamente en el aula se hacen evidentes los conocimientos de una persona, el conocimiento vive en cada una de las situaciones y realidades que cada quien experimenta a diario, de modo que para la socioepistemología se entenderá que un objeto matemático alcanza su posición de conocimiento, en cuanto se vea situado dentro de una práctica social y se realice su proceso de comunicación y resignificación fuera de un aula regular.

Es entonces la práctica social una característica humana y como producto del contacto con una comunidad tiene las siguientes funciones: una función normativa, la cual indica la forma de hacer ciertas cosas, no es una imposición, por el contrario habla de una estructura que se sugiere para obtener un fin deseado, por otra parte está la función pragmática, referida al individuo, reconociéndolo como ser determinante dentro de los procesos, en el caso particular, agente responsable dentro de la construcción de su propio conocimiento matemático; de igual forma está la función discursiva, en la cual se hallan todas las formas de comunicación que se dan dentro de la sociedad en la que se esté inmerso,(función en la que se puede ubicar al dME dentro de una comunidad educativa), finalmente, se encuentra la función identitaria, la cual hace referencia a la identidad que como comunidad o sociedad se tenga, dependiendo de factores como su historia, su cultura etc.

De modo que al reconocer la construcción del conocimiento matemático como producto de las actividades del grupo en el que se esté trabajando y no únicamente como resultado de las características de los objetos que se estudian, se empieza a desarrollar la construcción social del conocimiento matemático, modificando el paradigma dominante que ha estado presente durante muchos años y que ha generado los problemas que aquejan actualmente a la sociedad educativa como la deserción y el fracaso escolar, visto como consecuencia de la exclusión y demás fenómenos que provoca el problema planteado inicialmente.

La exclusión a la que se ha hecho referencia no es una exclusión material, es decir, no implica la privación de derechos de los estudiantes como el derecho a estudiar y asistir a clases, por el contrario, es una exclusión "invisible", pues se halla en cualquiera de las siguientes formas: desde las prácticas y el currículo, esto es, eliminar al estudiante de la creación de su propio conocimiento, privarlo de la selección de objetos de estudio de su interés; desde la matemática, pues se debe entender también que históricamente se ha dado a las matemáticas un estatus de "ciencia compleja" la cual ha sido diseñada únicamente para "personas privilegiadas", generando dificultades en los estudiantes y convirtiéndola además en una asignatura difícil de acceder; desde las mismas prácticas docentes y el dME, pues en la medida en que el docente impone significados, no permite una inclusión de marcos de referencia y entrega un conocimiento terminado, resultado de la "magia" que "alguien" en "algún" momento realizó, evidencia dicha exclusión, sumándole que en varios casos se dejan también de lado los procesos históricos de los cuales cada objeto matemático es producto; finalmente la exclusión producida por los sistemas de razón (conocimiento), pues el estudiante que no logre la consecución de los logros propuestos no entrará dentro de la categoría de "normal" que entrega el sistema, convirtiéndose en un "verdugo" que construye un prospecto de carta de navegación en la que se indica lo que es normal y lo que está bien hecho dentro de una comunidad, en éste caso, una comunidad educativa.

Ahora bien, al reconocer la exclusión desde la misma práctica docente, como producto de una imposición de significados aceptados socialmente Bourdieu & Passeron, (2005) denominan a este tipo de exclusión como *violencia simbólica*, representando de esta forma "todo poder que logra imponer significaciones e imponerlas como legítimas disimulando las relaciones de fuera en que se funda su propia fuerza" (p.10). Esto, se entiende dentro de la teoría socioepistemológica con los trabajos de Soto (2013) y Cantoral y Soto (2014) con la identificación del dME mediante el cual el docente impone reglas y significados, todo con el único objetivo de mantener el orden establecido para el sistema educativo y lograr que sus estudiantes reproduzcan la idea de que algunos conocimientos son dominantes o superiores y otros son inferiores y requieren de un tratamiento especial para su validación y consolidación, asociándose justamente con lo que Bourdieu propone en su teoría.

A modo de conclusión, se debe reconocer que el dME se constituye actualmente en un sistema de razón el cual produce violencia simbólica, pues impone significados, lo cual genera exclusión y desencadena procesos de deserción escolar; al ser un fenómeno impositivo además, pone en evidencia que los procesos de formación en matemáticas están siendo desarrollados bajo sus mismas características y reproduciéndolo de generación en generación, en particular la formación de un docente de matemáticas, es por esto que se debe siempre tener en cuenta que se den espacios de dialogo entre los campos de formación docente, pues no se debe continuar manteniendo un campo dominante si se busca seguir en el mismo paradigma; de igual forma, se debe aportar a la dialéctica entre lo que se conoce como el dME y la CSCM propia de la socioepistemología y que nace como solución a la problemática planteada.

Finalmente hay que reconocer que la socioepistemología ha dedicado fuerzas, tiempo y personas al estudio de la construcción Social del Conocimiento Matemático, que enfrenta al dME, intentando consolidarlo como una visión que trastoque un poco el paradigma dominante anteriormente nombrado, mediante el cual la enseñanza no centre su atención en los objetos matemáticos y sus características, sino que, por el contrario aproveche los elementos sociales, culturales, funcionales e institucionales que permitan construir los conceptos y procesos desde una práctica social.

2.3 Fenómenos en el estudio del discurso matemático escolar.

La matemática como disciplina y ciencia exacta ha estado presente en el desarrollo de la humanidad, se ha mantenido durante muchos años como una herramienta para el desarrollo de actividades humanas propias como medir, contar, ordenar, clasificar etc. Sin embargo y a pesar de su carácter humano y natural se le ha entendido siempre como un ente abstracto y descontextualizado, sin una utilidad y que además se ha entendido como la única forma de hacer cierto tipo de cosas, de ahí que en las escuelas sea usual encontrarse con estudiantes que no gustan de las matemáticas debido a que no le encuentran una real "aplicación" o que en algunos otros casos no les interesa desarrollar algoritmos y procedimientos que no le servirán de nada en la futura profesión que escojan; en cambio, al hablar de muchas otras asignaturas como los idiomas, una gran parte de los estudiantes siente que aprender una segunda lengua aportará esencialmente en su desarrollo profesional, y que en un mundo en constante globalización y desarrollo el manejo de una lengua "universal" como el inglés es fundamental para la consecución de logros académicos.

> Mientras que se han enarbolado argumentos educacionales acerca de cuál lengua debe ser enseñada, cuál historia o religión, y si, por ejemplo, la "civilización francesa" es una asignatura escolar apropiada para estudiantes que viven a miles de kilómetros de Francia, la matemática de cierta forma ha sido siempre percibida como universal, y por lo tanto libre de la influencia cultural. Bishop, (2005, p. 46).

Probablemente ésta es la razón de las situaciones que anteriormente se describen, pues desde la aparición de las matemáticas es posible ver que siempre se han destinado esfuerzos en la consolidación de un sistema exacto, constituido por signos y símbolos que representen y expliquen fenómenos abstractos que una comunidad (matemáticos) ha diseñado y entendido como fundamentales para la consolidación de la ciencia.

Más aún, se han determinado métodos, algoritmos y argumentaciones únicas para diferentes estructuras matemáticas y se han universalizado sin importar el momento, lugar, o persona que los esté utilizando o para lo que lo esté utilizando; sin embargo, es importante no desconocer que todas las culturas han generado ideas matemáticas, han aprendido a contar, han desarrollado métodos de organización, medida y con el tiempo han sido modificadas por una "invasión" e "imposición" de las ideas "occidentales", justo como ha sucedido con el lenguaje, las religiones, morales, costumbres y sistemas de organización cultural.

Ahora bien, al reconocer el "círculo vicioso" en el que se presenta una matemática terminada y caracterizada por los diferentes elementos de su "universalidad", se encuentra uno de los principales causantes y responsables de esta forma de concebir las matemáticas y de entender el conocimiento matemático, el discurso matemático escolar (dME), el cual, como se mencionó en el capítulo anterior, se ha caracterizado por presentar una matemática hegemónica, la cual privilegia ciertos tipos de representaciones, definiciones, argumentaciones y demostraciones, olvidando y dejando de lado construcciones propias de quien aprende y del lugar en el que lo hace; además de ser un fenómeno que ha impuesto significados, de objetos matemáticos con los que a diario se convive en la realidad y que se hacen abstractos e incomprensibles en el momento en el que se les da el carácter de terminado y complicado.

Todo esto implica que el dME se ha convertido en un medio de violencia Simbólica, el cual, "Es un poder legitimador que suscita el consenso tanto de los dominadores como de los dominados, un "poder que construye un mundo" en cuanto supone la capacidad de imponer la "visión legítima del mundo social y de sus divisiones"" Bourdieu, (1987, p. 15) En el caso particular que compete a esta investigación, la imposición de significados, símbolos, signos, argumentaciones y demás características que constituyen la matemática escolar actualmente enseñada, esto es entender la actual matemática occidental como: "una visión del mundo ideológica, deshumanizada y centrada en los objetos la cual emergerá necesariamente por medio de la enseñanza de la matemática del tipo tradicional colonial". Bishop, (2005, p. 13).

Ahora bien, los procesos de dominación y de violencia simbólica han traído consigo algunos fenómenos particulares del discurso matemático escolar, los cuales le han dado el carácter y posición que actualmente ocupa dentro de las aulas.

Para ilustrar el primero de ellos se propone la siguiente situación: inicialmente es fácil remitirse a los entes que actualmente se consideran como academias de conocimiento puros, es decir, aquellas personas e instituciones encargadas a nivel mundial de validar, comprobar y aceptar nuevos conocimientos en cada una de las áreas de investigación de la humanidad; en particular en matemáticas y en educación se conocen instituciones estadounidenses y europeas que históricamente han avalado los conocimientos emergentes y que además han determinado las normas (sistemas de razón) que actualmente rigen cada una de las disciplinas anteriormente nombradas; durante la historia es usual encontrar casos de matemáticos (hoy mundialmente reconocidos) quienes quisieron incursionar en la disciplina con el desarrollo de nuevas teorías y no fueron aceptados por los representantes de la época, al considerar que sus aportes eran insignificantes o no tenían la suficiente robustez matemática, argumentos dados para esconder una ausencia de conocimiento de quienes en la época se consideraban los máximos exponentes de la disciplina, un ejemplo es el caso de Galois con su teoría emergente sobre los grupos y el rechazo obtenido por parte de Poisson debido a que *sus argumentaciones no estaban ni lo suficientemente claras ni suficientemente desarrolladas para permitirles juzgar su rigor* evidenciando a través de su discurso un desconocimiento del objeto de estudio de Galois. El hecho de universalizar un conocimiento que nace en ciertas condiciones y realidades, para todas las culturas y lugares, requiriendo de una validación externa y un aval "superior" y "dominante" es lo que se denominará como adherencia.

Al igual que Galois, actualmente y durante muchos años ha vivido Latinoamérica, pues como cultura "inferior" ha tenido que validar y justificar creaciones propias mediante construcciones extranjeras y fuera del contexto en el que se desarrollaron aquellos conocimientos, experimentando éste fenómeno, mediante el reconocimiento del carácter de conocimiento a alguna idea, mediante la validación externa y la justificación con argumentos "universalizados" que no son propios de la cultura propia, en términos más formales se caracteriza de acuerdo con Gómez, Silva-Crocci, Cordero, & Soto (2014) como:

> El hecho de universalizar el conocimiento que fue construido en y para necesidades de regiones dominantes, y que como consecuencia se puede afectar la función de éste al ser usado en un marco de referencia con especificidades ajenas al que fue construido. (p.23)

El reconocimiento de la adherencia como un fenómeno particular del discurso matemático escolar no implica una crítica a las construcciones teóricas y pedagógicas que en comunidades distintas a la Latinoamericana se han hecho; por el contrario, su reconocimiento es el primer paso para el rediseño del dME, pues se busca contrarrestar sus resultados mediante la creación y el desarrollo de la identidad disciplinar que como matemáticos educativos se tiene dentro de Latinoamérica, es decir que al reconocer como fenómeno a la adherencia, de igual forma se reconoce la identidad disciplinar como su oposición, la cual permite que el conocimiento creado en este contexto entre a debatir con las corrientes epistemológicas que rigen el conocimiento de otras comunidades y no, que se vea necesariamente inmerso en alguna de las mismas.

Por otra parte, retomando el dME, se discutió anteriormente que sus características generan violencia simbólica e imposición de los conceptos, procedimientos y en sí, de los objetos de estudio, el acto de imponer se ha sucedido desde muchos años atrás en la historia de la humanidad, De acuerdo con Bishop (2005) la imposición de significados en el caso latinoamericano puede ser entendida casi como una necesidad:

> La necesidad de educar a los pueblos nativos sólo preparándolos para funcionar adecuadamente en el comercio dominado por los europeos, las estructuras comerciales y administrativas establecidas. Matemáticamente, el único contenido de alguna significancia fue la aritmética con sus aplicaciones relacionadas. (p. 56)

Lo cual deja abierta la discusión sobre la implicación que tiene la herencia de colonización y conquista que los pueblos latinoamericanos enfrentaron durante siglos y siglos de la historia sobre el hecho de que aún en las aulas se impongan los conocimientos y que el docente al realizar esta práctica excluya a los estudiantes de la construcción de su propio conocimiento.

Anteriormente el dME fue caracterizado por permitir imposición de significados, además de otorgarle a la matemáticas un carácter hegemónico y finalizado, lo cual genera entre otras cosas exclusión, entendida no como una medida privativa de algún bien, pues no se trata de sacar al estudiante del aula o del lugar de aprendizaje, sino como la privación de la posibilidad de construir su propio conocimiento, es una exclusión que hace referencia a la privación que se hace en el aula de la construcción social del conocimiento matemático y se da por el proceso de violencias simbólica en el que el docente apoyado en sus libros y su discurso entrega al estudiante un conocimiento acabado, sin marcos de referencia y que deja de ser útil al estudiante, convirtiéndolo en una simple idea que debe repetir y no logrando carácter de conocimiento para el estudiante.

El fenómeno de exclusión puede ser entendido como un problema epistemológico, como se puede ver en la siguiente situación: Un niño que trabaja en una tienda sabe que si recibe un billete de diez mil pesos para cobrarse de una cuenta de mil doscientos pesos, el cliente puede darle una moneda de doscientos pesos y el niño tendrá entonces que devolver nueve mil pesos; por otra parte, la misma situación se sucede en el aula de clases y al niño se le propone la siguiente ecuación:

$$x + 1200 = 10000 + 200$$

Como es normal en el grado correspondiente, en ocasiones el niño no puede resolverla, situación que se atribuye normalmente a que no conoce los símbolos utilizados, o no sabe despejar la ecuación o no comprende la x como incógnita en representación de algún valor.

En la situación planteada hay una primera epistemología, llamada “usual” en la que el niño, de acuerdo con las indicaciones de su docente, debe asignar un valor a la incógnita x y satisfacer la igualdad, ésta es una epistemología usual porque es la que aparece en los libros de texto que se utilizan en los colegios, además porque es la explicación más utilizada a la hora de definir una ecuación; sin embargo, hay otra epistemología en la situación, es lo que representa al conocimiento de la gente, es decir, el conocimiento que aquella persona que entregó el vuelto luego de la compra tiene, un objeto matemático (ecuaciones, sumas, restas), que probablemente sin saberlo maneja y conoce, pero que al verse enfrentado con lo que se considera “normal” (sistema de razón) se ve dominado, impuesto, no se tiene en cuenta y por lo tanto genera exclusión.

La exclusión a la que se hace referencia como fenómeno del dME es una exclusión de la construcción social del conocimiento matemático, en la que no se generan conocimientos, pues el estudiante únicamente repite definiciones, conceptos y sigue una suerte de “check list” en la que va marcando cada uno de los pasos que debe realizar para llegar al “éxito” definido por su maestro, es una exclusión en la que además se llega a un momento en el que no existen situaciones distintas para construir nuevos conocimientos, momentos en los que hay una verdad universal que además está descontextualizada y se debe hacer cierta por el poder autoritario de una entidad que lo avaló y finalmente una exclusión en la que la palabra “uso” o “utilidad” carece de sentido para cualquier constructo matemático, una exclusión en la que se deshumaniza y se olvida por completo que cada uno de los agentes educativos tiene un contexto y aprende en un tiempo y un lugar determinado.

En la misma situación es posible ver que además el dME no permite una pluralidad de epistemologías, pues al hacer a una de ellas hegemónica y dominante, omite las demás, lo que luego se definirá como opacidad, Según Gómez, Silva-Crocci, Cordero, & Soto (2014)

> Esto quiere decir que el dME, actual, es una barrera que impide la relación entre el cotidiano y la matemática escolar. La matemática escolar opaca la vida cotidiana y por consiguiente, el conocimiento del cotidiano se encuentra opaco en los MR de la matemática escolar. (p.13)

Si bien es cierto que el conocimiento presente en el procedimiento que realizó el niño no está avalado por ningún ente regulador, es un conocimiento en la medida en que vive y funciona en la sociedad, es decir, sirve para alguna actividad cotidiana, el problema se centra entonces en que al llegar ese conocimiento a la escuela desaparece, es decir se *opaca* por la aparición de las actitudes y características del dME y genera una muestra de la exclusión del sujeto de su propia construcción del conocimiento.

Ahora bien, se sabe que en las teorías del conocimiento existe una en particular conocida como la teoría pragmatica del conocimiento, en ésta no sólo se busca superar las tradicionales diferencias filosóficas entre la lógica del conocimiento puro y la lógica subjetiva de los valores y del comportamiento (que dentro de la linea de discusión del presente documento se entenderán como la matemática y lo matemático) , sino que además, localiza en la acción el origen del conocimiento humano, de ahí que para la socioepistemología un conocimiento sin la mirada particular y personal de cada estudiante no tiene sentido y se contrapone a los postulados y pilares básicos de la disciplina.

La distinción entre la matemática y lo matemático citada anteriormente hace pues referencia a la concepción de la matemática como lo formal y teórico que tradicionalmente se ha estudiado (foco del dME), desde una mirada del orden y la demostración; mientras que lo matemático es todo aquello que vive dentro de las comunidades y que se consolida como conocimiento en la medida en que se logre la socialización del mismo, lo matemático pues, hace referencia a la experiencia del ser humano con la matemática en un espacio y tiempo determinado, de acuerdo con Gomez (2015) Mientras la matemática se concibe desde argumentos conceptuales donde prevalece la búsqueda de mecanismos y del orden, “lo matemático es de carácter vivencial pues se expresa en las cualidades de las relaciones.” (p. 14).

Bajo esta distinción y entendido que la CSCM se constituye como un elemento fundamentado en la teoría pragmática del conocimiento, se define entonces, la *pluralidad epistemológica*, desde la cual, algunas situaciones como la del niño y el vuelto de la compra, sean consideradas como conocimiento matemático, pues en la medida en que se logra hacer vivencial algún objeto matemático se construye un conocimiento para el estudiante.

Un ejemplo ilustrativo de lo que es la pluralidad epistemológica fácilmente se puede encontrar cuando se le pregunta a cualquier persona la hora, todo el mundo sabe que en un reloj que tiene sus manecillas ubicadas en la configuración de la ilustración 5, hace falta un cuarto para que se complete la hora, es decir “falta un cuarto para la una” o “la una menos un cuarto”

Ilustración 5. Relój

Sin embargo, no es tan evidente y no todas las personas lograrían entregar un resultado de las siguientes expresiones, que son equivalentes a lo que en el reloj aparece si se considera el sistema horario de 24 horas y sobre el mismo se definen las fracciones:

$$13 - \frac{1}{4}$$

$$12 + \frac{3}{4}$$

La explicación probablemente se encuentre en las escuelas y es tan fácil como buscar en cualquier libro de texto o escuchar a cualquier profesor de matemáticas al indicar que la forma de sumar y restar fracciones es

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

Explicación que si bien no es incorrecta, deja de lado todo conocimiento previo del estudiante así como el carácter situado de la práctica matemática.

En el ejercicio del reloj se sabe que “falta un cuarto para la una” pues siempre se instruye a las poblaciones para aprender a leer el reloj; sin embargo, probablemente no se sabe que cuando la manecilla grande se encuentra sobre el 9 ha recorrido entonces $\frac{3}{4}$ de la circunferencia total, o que hace falta $\frac{1}{4}$ para llegar a completarla toda, así como también que al ubicarlo en el contexto de las horas $\frac{1}{4}$ será equivalente a 15 minutos; lo que sí es seguro, es que cualquier persona sabe que la expresión significa que faltan 15 minutos para completar la hora indicada, de éste modo tiene lo que se define como una “matemática de lo común”, una “matemática de la gente” o una “matemática del pueblo”, pues es algo con lo que todas las personas desde la aparición de los primeros relojes han convivido.

Por otro lado, cuando un docente presenta la suma o resta de fracciones como lo muestra el ejemplo, entrega únicamente un algoritmo a los estudiantes, una regla mediante la cual, dados dos números resulta un tercero, sin embargo en muchas ocasiones se omiten las representaciones como herramientas para el aprendizaje del concepto y se dejan de lado todas las concepciones previas que se tienen al ingresar al sistema escolar, lo cual desconoce la identidad propia de cada uno de los estudiantes e impone un significado que a final de cuentas no genera un verdadero conocimiento, pues fácilmente se olvida y como se ha venido asegurando durante los últimos años, se constituye en un obstáculo y dificultad para el aprendizaje de las matemáticas en la educación básica, media e incluso hasta de nivel superior.

La imposición anteriormente nombrada es lo que resulta de la implementación del dME en las aulas de clases, pues su carácter hegemónico, no pluralista trae consigo la dificultad acá enunciada; de modo entonces que ante tal dificultad la socioepistemología propone la pluralidad epistemológica como frente a la situación, Según Olivé (2009),

> Una epistemología pluralista permite explicar la posibilidad y justificar la existencia de diferentes conjuntos de criterios de validez del conocimiento y sostener por tanto que la legitimidad de los conocimientos tradicionales no debería estar basada en los mismos criterios que se utilizan para juzgar la validez de los conocimientos científicos o tecnológicos. Reconociéndose así el carácter situacional, e incluso cotidiano, del conocimiento. (p. 21)

En contraposición a las características que se han descrito de la *pluralidad epistemológica* esta entonces la *opacidad*, la cual se reconoce en ambas situaciones como el opacamiento u oscurecimiento que tienen las ideas de la cotidianidad de cada persona a medida que los conocimientos “socialmente aceptados”, dominantes y usuales se hacen presentes dentro del aula. Conocimientos terminados que como en el ejemplo de las fracciones presentan un obstáculo más en el aprendizaje de las matemáticas, en vez de responder a una necesidad del problema de aprendizaje y más aún, en contra de la CSCM.

Haciendo frente a la situación anteriormente enunciada, la socialización se entiende como el proceso necesario para hacer frente a la opacidad, desde la idea clara que existe una estrecha relación entre la comunidad y el conocimiento, dado que como se ha enunciado la Socioepistemología entiende la construcción del conocimiento como una actividad social y una práctica situada; por lo tanto el proceso de socialización será entonces el mismo conocimiento construyéndose con la comunidad, lo cual cumple con las ideas de donde proviene.

A partir de éstas ideas, vale la pena resaltar que el proceso de socialización genera un diálogo recíproco entre las diferentes epistemologías que existen en una sociedad y la epistemología que norma al tradicional dME, pues: "se pone en juego lo orgánico, lo situacional y lo intencional del conocimiento matemático" Gómez, (2015). En Cordero, Gómez, Silva-Crocci, Soto (2015), esto además de fundamentarse en la teoría socioepistemológica, entrega a los participantes del problema de la Construcción del conocimiento, los espacios y herramientas necesarias para resignificar sus avances y lograr rescatar aquellas epistemologías y concepciones que durante el tiempo se han ido opacando o perdiendo.

Los fenómenos descritos como producto del discurso matemático escolar constituyen entonces una de las principales dificultades de la labor docente actual, presentan una matemática poco accesible para los estudiantes y requieren particular atención en búsqueda del mejoramiento de las prácticas, en resumidas cuentas se pueden pensar como obstáculos del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y se deben reconocer como agentes generadores de deserción, fracaso escolar y demás problemas que muchas veces aquejan a las comunidades educativas.

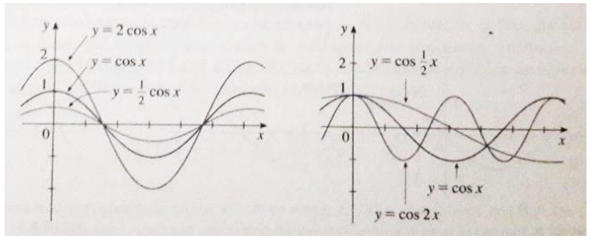
2.4 Comportamiento Tendencial de las Funciones.

Dentro de la obra de Francisco Cordero, se ha reconocido que uno de los elementos que se deben re-diseñar para el mejoramiento continuo de los procesos de enseñanza y aprendizaje es la concepción que la mayoría de las personas (docentes y estudiantes) tienen sobre las gráficas de las funciones, en la medida en que se han convertido en una simple representación de las mismas y le han quitado (Con el tiempo, y de forma aceptada sin discusión) el status y carácter de objeto generador de conocimiento.

El comportamiento tendencial de las funciones, se entenderá entonces como un programa que organiza contenidos, conceptos e ideas, en la medida en que se desarrolla dentro de tres dimensiones que ya han sido descritas, la epistemológica, la cognitiva y la didáctica; dimensiones que efectivamente van de acuerdo con lo que se plantea desde la teoría en la cual se encuentra enmarcada esta propuesta y que además entregan a los estudiantes que trabajen desde ésta perspectiva elementos que dan significado a la actividad matemática, y consolidan el conocimiento desde una nueva estrategia.

Sin embargo, la teoría no ha estado presente en el desarrollo de los programas actuales de estudio, de ahí que como elemento base de esta investigación, el dME, ha desarrollado otras categorías en las que las gráficas se ven enmarcadas, así es como desde la perspectiva de las representaciones semióticas de Duval, la gráfica de una función es una representación de la función la cual permite al estudiante pasar de ella a la representación algebraica, verbal o tabular y generar lo que para él es la comprensión del concepto “función”; por otra parte si se mira en profundidad el objeto de estudio y desde el entendimiento que los textos guía de cada uno de los cursos de matemáticas que se imparten en la PEMC son evidencias del actual dME, nos encontramos con el estudio de gráficas desde las siguientes perspectivas:

Comportamiento variacional de la gráfica



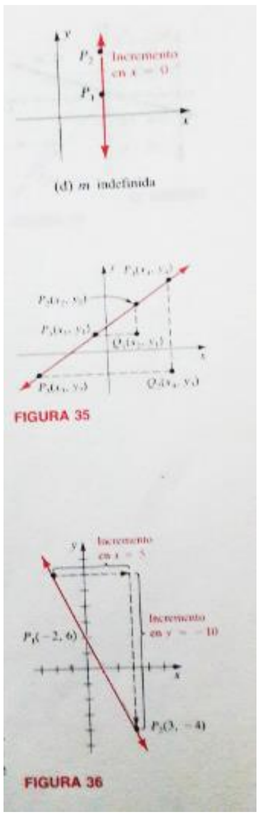


FIGURA 35
FIGURA 36

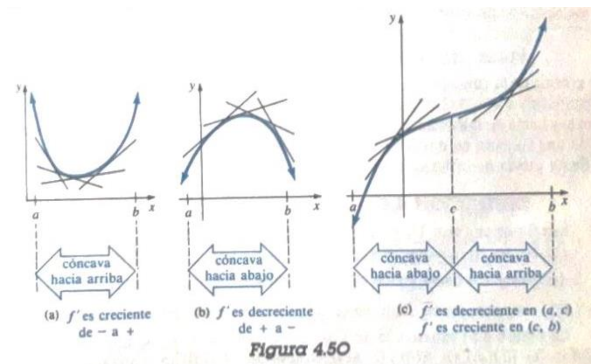
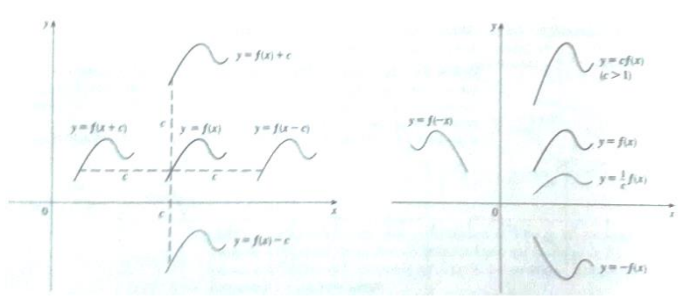
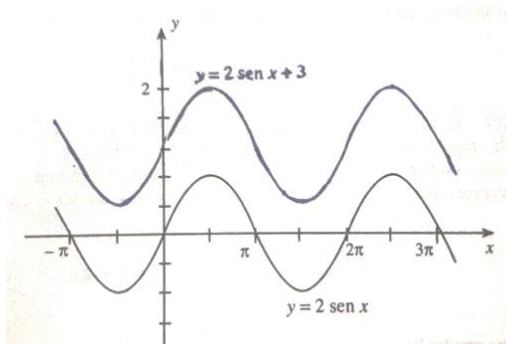
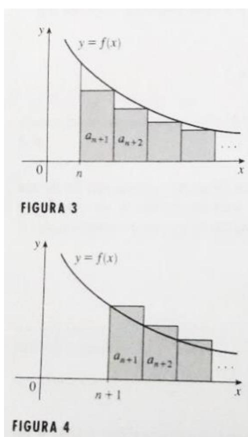
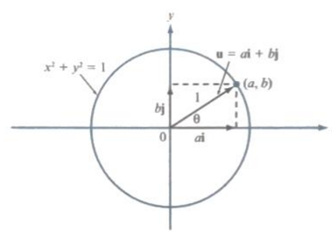


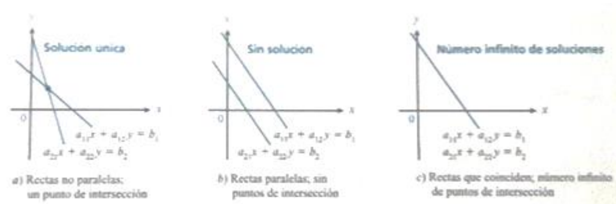
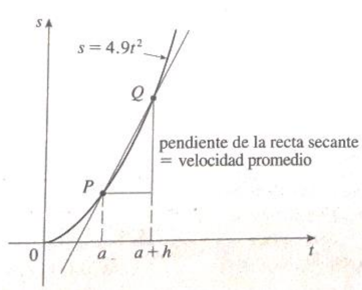
Figura 4.50

Transformación algebraica versus movimiento en el plano



<table>
<tr><td>
</td></tr>
<tr><td>Representación de objetos matemáticos</td></tr>
<tr><td>




</td></tr>
<tr><td>Aproximación a otros objetos matemáticos</td></tr>
<tr><td>

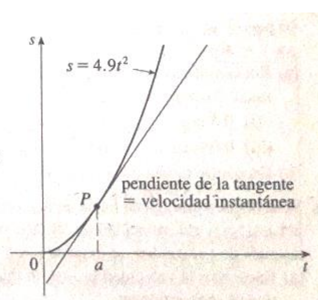

</td></tr>
</table>

Tabla 1. Elementos del discurso matemático escolar, de acuerdo con las categorías de las gráficas de las funciones

La primera de las categorías muestra como algunos libros de texto reconocen en la gráfica una herramienta que permite el entendimiento de situaciones variacionales en diferentes objetos; particularmente los ejemplos encontrados en su mayoría sobre el estudio de la pendiente, dejan en evidencia la necesidad de la gráfica como herramienta validadora de la situación de variación que se infiere al hablar de la pendiente de una recta; acá se reconoce a la gráfica como una representación de la situación, pues en el texto se ha priorizado particularmente el cálculo algebraico de la pendiente como

$$m = \tan\theta = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

En la segunda categoría se incluyen todos aquellos libros de texto e los que se estudian las transformaciones de las gráficas a partir de las modificaciones que se hacen en su representación algebraica; la gráfica pasa a ser ahora una herramienta de representación de posición, la cual está muy unida con la anterior categoría de variación, pero que, sin embargo, no entiende al parámetro de variación como una variable, sino que se presenta como un valor adicional a la función; nuevamente la gráfica facilita los cálculos, pero no se analiza en profundidad la implicación que tiene su comportamiento en el comportamiento por ejemplo de los coeficientes de la función, se limita al estudio univoco del resultado gráfico de una transformación algebraica.

La tercera categoría incluye a todas aquellas gráficas que únicamente representan a algún objeto matemático, en éste caso, el área bajo la curva en cálculo integral, la derivada de una función en cálculo diferencial o los diferentes tipos de funciones: lineal, cuadrática, exponencial, logarítmica o trigonométrica.

La última categoría es la mejor aproximación a lo que en adelante definiremos como Comportamiento Tendencial de las funciones, en ésta categoría (cuarta de la tabla 1) Se agrupan todas las gráficas propias del cálculo que muestran como algunas gráficas de funciones se relacionan con otros elementos gráficos, como asíntotas y particularmente otras funciones, como en el caso de las funciones que se encuentran acotadas por otras.

Siendo conscientes de la categoría que se le ha otorgado a la gráfica como herramienta facilitadora de cálculos, como representación de objetos matemáticos o de características de los mismos, la socioepistemología ha reconocido que la gráfica debe recuperar un status de generadora de conocimiento, y constructora de conocimiento matemático, Cordero, (1998) define el comportamiento tendencial de las funciones como: "un argumento que establece relaciones entre funciones y está compuesto de una colección coordinada de conceptos que se da en situaciones del Cálculo donde se discuten aspectos globales de variación". (p. 56)

Definición que le da a las funciones una nueva categoría o status en el que se le reconoce como argumento constructor de conocimiento matemático, a partir del análisis de su comportamiento y del comportamiento de los objetos que mediante su implementación se pueden manipular; de ahí que se pueda entender el ctf hace parte de alguna de las tres dimensiones entre las cuales se puede transitar para un real estudio de las matemáticas y el posicionamiento de las gráficas como elementos de CSCM.

La primera dimensión corresponde a la epistemológica en la cual las gráficas pueden servir como argumentos para la explicación y análisis de una función suma, es decir una función que parte de la suma de dos funciones más; acá la función suma será una representación global de lo que localmente está ocurriendo con las dos funciones de donde proviene, de modo que entrega al usuario información valiosa sobre la variación, el movimiento en el plano y las restricciones que podrían llegar a existir en cuanto al dominio y rango de las mismas se deba tener en cuenta.

Una segunda dimensión, se define como la dimensión cognitiva, en la cual se enfatiza en que es el cognoscente quién debe relacionar las diferentes representaciones de una función, y entender los diferentes planos que de cada una de ellas se derivan; por ejemplo en la tabla anterior se ve como hay diferentes representaciones de una función lineal, la cual puede ser entendida desde una concepción variacional, o desde una concepción de transformación en el plano o como simple representación de una línea recta, con sus características particulares (pendiente, coeficiente de posición); sin embargo, está en el cognoscente darle el lugar de modificación del concepto de función o de ampliación de sus conocimientos en la medida en que la gráfica sea utilizada como argumento de conocimiento o de dimensión cognitiva.

Finalmente se encuentra una dimensión didáctica en la cual se enfoca la atención en los argumentos, es decir la gráfica como un sistema de esquemas explicativos que apuntan a generar nuevos marcos de referencia de carácter funcional para lo que se esté estudiando dependiendo del contexto de cada sujeto estudiante del objeto.

Así entonces, se reconoce que el ctf es un argumento que dota a la gráfica de un status para ser generadora de conocimiento, en tanto se puede entender un objeto matemático sin la necesidad de transitar por sus demás representaciones como validadoras de conjeturas, sino que, al contrario de la teoría usual encontrada en el dME, se auto valida, autocorrige y direcciona de acuerdo co las necesidades que el cognoscente tenga en cada temática; es importante reconocer que si bien, la gráfica por sí sola no podría existir, bajo está concepción no requiere de procedimientos externos para hacerlo (Existir), pues ya con ella se pueden transformar objetos, variar elementos de las funciones y reconocer o predecir comportamientos en los límites de las mismas.

2.5 Identidad Disciplinar.

La formación de un profesor de matemáticas se ha visto enmarcada en el desarrollo y estudio de diferentes teorías y disciplinas, es así como particularmente en el departamento de Matemáticas de la Universidad de Santiago de Chile se reconocen cuatro campos de formación docente: la Matemática, la Pedagogía, la Matemática Educativa y las Ciencias de la computación; ahora bien la pregunta inherente a esta estructura y que además, se constituye en uno de los detonantes de la discusión que acá se propone es ¿cuál es la disciplina del profesor de matemáticas?, si bien esta pregunta es fácil de responder en otras disciplinas al identificar por ejemplo a la medicina como la disciplina del médico, las leyes como la disciplina del abogado, no es así de fácil el identificar la disciplina del profesor de matemáticas.

Probablemente la dificultad que se presenta al intentar responder la pregunta anteriormente planteada tiene su explicación en la no identificación y posible ausencia de espacios de formación de la identidad del profesor de matemáticas, razón por la cual se presenta en este momento la estructura en la cual se entiende dicho concepto.

Inicialmente es importante entender que la identidad disciplinar corresponde a todo un conjunto de puntos de convergencia que presentan los representantes de dicha disciplina, (ligando inicialmente la identidad disciplinar con el sujeto), así es, como por ejemplo se entiende que se incluye en ella todo el conjunto de representaciones, ideología, teorías y puntos de vista sobre un objeto en particular, en este caso la matemática escolar, principal objeto de estudio y de crítica dentro de la identidad del profesor de matemáticas; por otra parte, se debe dar un lugar al espacio y momento en el que se habla de tal identidad, pues no se puede desconocer el papel que juega la sociedad en la que se encuentra inmerso el sujeto a la hora de definir sus objetivos y criterios de decisión frente a determinados tipos de situaciones.

Según Zanatta, (2010) La incorporación de las bases elementales de la disciplina madre y la progresiva diferenciación de ella, se genera a partir de la delimitación de su objeto de estudio, los métodos y técnicas que emplea para investigarlo e intervenirlo y la determinación de los campos de acción, por lo tanto se reconoce en esta instancia que la identidad disciplinar del profesor de Matemáticas además de lo mencionado, debe incluir elementos de discusión y dialogo con otras disciplinas que la enriquecen y le permiten orientar sus procesos dentro de ciertos tipos de comunidades, a su vez que la diferencian mediante la incorporación de los elementos que acá se enuncian, los objetos de estudio; en éste caso la matemática escolar; los métodos, como por ejemplo el diseño y rediseño de situaciones de aprendizaje; las técnicas de investigación, que para la actual investigación se incluyeron por ejemplo el estudio de casos, el análisis de los discursos, la experimentación in situ con un objetivo de caracterización claro, entre otros y finalmente la determinación de los campos de acción, lo cuales han sido descritos en varias ocasiones en el presente documento.

Si bien hablar de identidad disciplinar presenta un abanico extenso de ideas, investigaciones y producciones de varios años de antigüedad, es claro que este documento se orientará desde una mirada socioepistemológica, lo cual ya delimita el campo de acción y la mirada que se hará sobre ciertos elementos propios de la educación matemática, así entonces, en principio destacaremos que la identidad disciplinar incluye elementos de carácter organizacional como los enunciados anteriormente, pero también de tipo social y cultural, pues se entiende desde Cordero, F; Gómez, K; Silva-Crocci, H y Soto, D; (2015) que la identidad está estrechamente relacionada con la cultura en que se está inmerso. Esto en señal de que la cultura y sus expresiones generan un aliciente que conduce a sus miembros hacia un sentido común de pertenencia a una estructura social, a la mancomunidad de grupo y propicia la resistencia necesaria para defenderse de manera colectiva ante las eventuales desventajas e injusticias de las que pudieran ser afectados.

Por lo tanto, se entiende ahora que inicialmente al intentar definir la identidad disciplinar del profesor de matemáticas se requieren elementos estructurales y organizacionales como los nombrados desde la definición de Zanatta, pero también elementos que hacen parte de la cultura y de la sociedad en la cual se encuentra inmerso tal profesor de matemáticas; desde esta idea se reconoce además que la identidad disciplinar nace como elemento contraponiente del fenómeno descrito en anteriores párrafos de la adherencia; si bien el profesor de matemáticas en formación no siente una atracción con una u otra teoría, pues está en una fase de conocimiento, si es normal notar como un estudiante de la PEMC o de cualquier proceso conducente a la formación de profesores de matemáticas se adhiere a la concepción tradicional de que “aquel que domina las matemáticas será el mejor profesor” desconociendo todas aquellas ideas y estructuras que anteriormente se han enunciado.

Ahora bien, desde la idea de ubicar la identidad disciplinar en un contexto y en un lugar particular, nace de igual forma la idea de “fuente de sentido” la cual se constituye como algo abstracto que se obtiene al pertenecer a un grupo de investigación especifico, es algo que inherentemente se comparte y hace parte de las ideas, la perspectiva epistemológica, la forma en la que se concibe el problema de investigación y el punto de vista que se tiene sobre un objeto particular; de esta forma se reconoce entonces que el profesor de matemáticas tiene un problema delimitado entendido normalmente como el proceso de enseñanza y aprendizaje, que desde la propuesta que acá se presenta se entiende como el *proceso de construcción del conocimiento matemático,* esto debido a que al hablar de "enseñanza-aprendizaje" se está centrando tal proceso únicamente al aula, desconociendo que la matemática no sólo se construye en el aula sino en todo aquel espacio de interacción social en el cual se ve inmerso un estudiante; por otra parte hay un objeto de estudio el cual es la matemática escolar y ciertas características identificadas y completamente definidas como el dME, principal ente generador de fenómenos dentro de la construcción que actualmente estudiamos.

Al reconocer tal caracterización de la identidad disciplinar del profesor de matemáticas es fácil ver que se deben incluir elementos de discusión entre los campos de formación en el cual está inmerso un futuro profesor, así entonces, se reconoce en éste documento que desde la matemática se debe rescatar el concepto de formalidad y rigurosidad que no difiere de las ideas ya presentadas, pues lo que se quiere lograr es no centrar el interés en el objeto, y reconocer que en las categorías de construcción de conocimiento matemático está presente también dicho concepto, solo que visto desde una perspectiva aislada al objeto como tal, no parte de su representación o de su definición por medio e teoremas y axiomas, sino que, desde una mirada más personal en la que se incluye la epistemología y el conocimiento que y trae el sujeto en formación, desde su posición social, su mirada cultural y sus necesidades de aprendizaje.

Por otra parte desde el campo de la pedagogía se nutre la identidad del profesor de matemáticas desde un análisis de la situación en la que se encuentra inmerso, lo cual incluye su contexto social, el sistema para el cual se desempeña y la forma en la que él mismo entiende los elementos particulares de dicha disciplina, como los objetivos, los criterios de evaluación y los aprendizajes esperados, que hacen parte del desempeño del profesor de matemáticas, pero que a su vez, tributan a lo que anteriormente se definió como la fuente de razón, es decir la mirada compartida del proceso de construcción del conocimiento matemático, que efectivamente se enriquecerá en la medida en que se incluyan estos elementos de tipo más organizacional.

De igual forma las ciencias de la computación aunque es uno de los campos que actualmente menos se estudia o incluye dentro de la formación docente, aportan a la identidad disciplinar en la medida en que dan al profesor herramientas y estrategias claves para afrontar el avasallamiento tecnológico que actualmente vivimos, así entonces, el futuro profesional de la educación entenderá de igual forma que sus procesos de construcción de conocimiento deben reconocer al estudiante como un ser situado en un mundo distinto al cual pertenece, un mundo de mayores facilidades de difusión y acceso al conocimiento y que por tanto deben ser reconocidos dentro de su formación.

De ahí que toda la discusión sobre la identidad disciplinar del profesor de matemáticas converge en el campo de la Matemática Educativa, es este un campo , una disciplina que nace con el fin de unir tales puntos de discusión y permiten que el sujeto en formación enlace tales elementos para una mejor práctica educativa, desde ésta disciplina se entenderá entonces que el docente de matemáticas se reconoce como problematizador del conocimiento matemático (entendido como la obra escolar y muy diferente a la obra matemática a la cual no se le genera ningún cambio); problematizador que debe entender la situación, el contexto, los medios y las ideas en las cuales se encuentran inmersos sus estudiantes, y de las que además, debe aprovechar para realizar sus procesos formativos dentro y fuera del aula.

Otro elemento de fundamental importancia es que la generación de comunidades que compartan tales elementos epistemológicos y estén de acuerdo con las estructuras que acá se plantean, reforzará en gran medida la constitución y definición de una clara identidad, el proceso de difusión, divulgación y conocimiento de otros agentes que compartan las mismas preocupaciones que el docente de matemáticas, generará en los mismos herramientas claras para orientar su actuar.

En síntesis, la identidad disciplinar del profesor de matemáticas se debe concebir como un proceso de formación permanente en el que se reconozcan los elementos anteriormente descritos, un proceso constante que permita dialogar con los campos en los que se forma un profesor, un proceso en el que se rescate la idea de rediseñar el discurso matemático usual y que se preocupe por atender las necesidad de la sociedad en la que actualmente se encuentra inmerso.

2.6 Análisis crítico del discurso

Al reconocer que la educación matemática esta mediada por el dME y teniendo como línea de investigación el rediseño del curso impartido en la pedagogía en educación matemática de la USACH, se hace necesario analizar el discurso matemático propio de la carrera, por lo tanto ésta investigación se orientará por la propuesta de Teun A. Van Dijk, del análisis crítico del discurso, propuesta que no se adhiere a ninguna corriente ni disciplina sino que se constituye en una serie de herramientas que permiten analizar desde una mirada externa las características propias de un discurso en general.

La propuesta de Van Dijk, se enfoca en una perspectiva crítica sobre la realización del saber, entendiendo que el discurso propio de cada disciplina contiene elemento de dominación y de emancipación sobre los problemas sociales producto de la reproducción del abuso del poder ejercido por ciertos entes sobre alguna comunidad en particular, razón por la cual partiremos de la premisa que en la educación y en particular en la enseñanza de las matemáticas se hace presente continuamente el ya definido y descrito discurso matemático escolar, la idea es lograr mediante un análisis crítico y externo a cualquier disciplina (matemática, educación o didáctica) establecer las relaciones que se dan entre el discurso y las estructuras sociales.

Se define en principio que el análisis crítico del discurso busca la relación entre la triada discurso – cognición – cognición – sociedad; en la cual se entenderá por discurso cualquier "acontecimiento comunicativo", según Van Dijk, (2003) “incluye la interacción conversacional, los textos escritos y también los gestos asociados al diseño de portada, la disposición tipográfica, las imágenes y cualquier otra dimensión o significación semiótica o multimedia” (p. 146); particularmente y en el marco de la PEMC se entenderá por discurso, la acción del docente en el aula de clase, el campo al que pertenece y por tanto ejecuta con sus alumnos, sus actitudes y creencias y las herramientas que utiliza para la formación de profesores de matemáticas, textos, documentos, herramientas didácticas y tecnológicas que median el aprendizaje.

Por otra parte se define cognición como el ámbito personal y social de quien ejecuta el discurso, en éste ámbito se incluyen las valoraciones, las emociones y cualquier otra estructura, representación o proceso mental o memorístico que haya intervenido en el discurso anteriormente definido y en la relación que mediante él se forma, particularmente en nuestro caso con los estudiantes.

Finalmente la sociedad se incluye en la triada en cuanto se sitúa al discurso en los marcos locales o globales en los que se desarrolla, incluye así los diferentes tipos de asociaciones, agrupaciones y diferentes formas de grupos de personas a quienes va dirigido el discurso, por lo que podemos reconocer al docente como ejecutor del discurso, sus emociones, creencias y características propias de su campo como la cognición y la sociedad representada por todos los estudiantes de la pedagogía.

Dado que un análisis de discurso se puede entender desde infinidad de enfoques, se pretende acá delimitar ciertas características y elementos de análisis, en particular aquellos que conducen a una efectiva dominación de los grupos y a la reproducción de un poder establecido y aceptado como correcto y completo a nivel social, el cual coincide justamente con la idea que hemos descrito de un discurso matemático escolar que presenta una matemática acabada, sin marcos de referencia y en todo sentido no incluyente con el estudiante y la construcción de su propio conocimiento.

Ahora bien, para realizar el análisis propuesto se tendrán en cuenta los siguientes elementos:

- **Significados:** hacen referencia a lo que la sociedad o el grupo particular seleccionado entiende con respecto al discurso impartido, de ahí que se puedan clasificar en significados globales y significados locales; los primeros referidos a los temas propios del discurso, los cuales dan al oyente los elementos necesarios para entender lo que se está enunciando, se expresan dentro del discurso como títulos, resúmenes, extractos y oraciones que dan cuenta del objetivo puntual del discurso y se complementan con el contexto que se le esté dando; mientras que los segundos (locales) se refieren a las palabras y todo el contexto que a las mismas las enmarca dentro del discurso que se está desarrollando, según Van Dijk, (2003) "son el resultado de la selección que realizan los hablantes o los escritores en función de los modelos mentales que tengan de los acontecimientos, o de las creencias de carácter más general que compartan socialmente" (p. 154); así, podemos entender que al estudiar el dME, obtendremos significados globales como la forma completa en la que algunos representantes de los campos de formación de profesores se expresan sobre los demás campos o sobre el mismo, en el cual probablemente se pueda entender una hegemonía de uno por sobre el otro, mientras que lograremos encontrar algunos significados locales en la utilización de palabras que destaque las cosas buenas del campo propio en contraposición con los demás, por ejemplo el considerar la matemática como una "ciencia exacta" y las demás disciplinas (didáctica, matemática educativa etc.) como meras construcciones epistemológicas y sin un método.

- **Macro-proposiciones:** resultan de la mano con los significados globales, en la medida en que se entiende que al tener un discurso una estrategia para su análisis inicial es el desarrollo de resúmenes, de ahí que se entienda que mediante macro-proposiciones o resúmenes se puede tener una idea general de la situación y de las características del discurso; por ejemplo, es de esperarse que en una clase de matemáticas las macro-ideas o macro-proposiciones giren todas en torno a la formalidad de la disciplina, sin incluir un contexto o funcionalidad, mientras que en alguna clase de pedagogía o didáctica se desligue del objeto matemático para caracterizar su comportamiento y funcionalidad dentro del sector al cual va dirigido; en ambas se nota una clara disyunción entre los elementos que deberían equilibrarlas o unirlas, al entender que existen puntos de convergencia si de la formación de una profesor de matemáticas se está hablando.

- **Modelos contextuales:** al igual que las macro-proposiciones y los significados, el contexto se puede diferenciar en contextos globales y locales; los primeros referidos a las estructuras sociales, políticas, culturales e históricas en las que tienen lugar los acontecimientos comunicativos Van Dijk, (2003, p. 161); mientras que los contextos locales se definen habitualmente en términos de las propiedades de la situación inmediata e interactiva en la que tiene lugar el acontecimiento comunicativo; si bien, en ocasiones es extraño diferenciar ambos contextos es importante que se haga énfasis en que un contexto global para el desarrollo de ésta investigación y para el discurso que se quiere analizar es la Universidad USACH, la cual tiene ciertas características propias que la diferencian de las demás universidades, el tipo de alumnos, el nivel socio-económico, el carácter político, democrático y participativo de sus estudiantes y demás elementos que de una u otra forma se verán reflejados en la identidad de los futuros profesores de matemáticas; por otra parte, el contexto local corresponderá justamente al departamento de matemáticas donde se realiza el discurso que estamos estudiando, un contexto que permea muchas actitudes de la universidad, como un espacio de constante lucha y confrontación entre ideas, concepciones e ideales, por no decir los diferentes campos en los que el estudiante convive y de los cuales ya se ha descrito anteriormente. El énfasis debe estar en que el contexto local y global no pueden existir el uno sin el otro y que ambos tienen mucha relevancia en el desarrollo de los discursos, de ahí la importancia de su análisis en conjunto; finalmente es importante subrayar lo que se indica en Van Dijk, (2003):

> los modelos contextuales son las representaciones mentales que controlan muchas de las propiedades de la producción y la comprensión de discursos, como las variedades discursivas, la elección de temas los significados locales y la coherencia, por un lado, y también los actos de habla, el estilo la retórica, por otro. (p. 162)

Dados los anteriores elementos es importante ahora definir ciertas características o sugerencias para el análisis crítico del discurso, es importante que como todos los discursos será fácil reconocer como los diversos actores propondrán siempre resaltar las cosas buenas de su contexto o de sus significados por encima de las cosas (para ellos) malas de sus opositores, el analista crítico del discurso debe estar entonces más interesado por aquellas estructuras que no son del todo visibles y que en ocasiones se pueden definir como implícitas dentro de un discurso, sean estas por ejemplo la entonación, las figuras retóricas, las estructuras sintácticas, las estructuras proposicionales, los turnos de palabra y demás características que hablen de la concepción de quien habla sobre los significados, objetivos y contextos de su discurso.

El tener presente siempre el contexto de quien habla y de quien escucha permite además diferenciar y reconocer que las explicaciones de cada agente buscaran usualmente destacar las buenas cosas que realizan y dar pocos detalles sobre las posibles malas cosas que existen en su actuar, dejando implícitas las falencias y debilidades que se puedan presentar y restando importancia a cosas que para el analista probablemente si sean importantes; éstos elementos son fundamentales de reconocer, pues serán determinantes a la hora de decidir cuál o cuáles son los elementos dominantes en la discusión, elementos que además ejercen poder y adaptan los modelos mentales que se desarrollan y las representaciones que ellos mismos desean, esto apoyados en lo que se enuncia en Van Dijk, (2003) “Los discursos son interpretados como elementos que guardan una relación coherente con los modelos mentales que los usuarios tienen sobre los acontecimientos o los hechos a que se hace referencia.” (p. 165)

Los elementos esperados por tanto en el análisis del dME que vive en el departamento de matemáticas serán los ya descritos anteriormente, en el análisis se debe prestar particular atención a aquellas actitudes que demuestren dominación de un campo por encima del otro, serán de particular atención las frases o palabras que evidencien que un campo se debe respetar o acatar sin espacio a discusión de sus objetivos, lo cual de una forma u otra apunta al campo de las matemáticas el cual históricamente se ha destacado por adecuarse a lo ya escrito.

Por otra parte, es importante recordar que el Análisis crítico del discurso se interesa en el poder, la dominación y la desigualdad social, se centra en el estudio de agrupaciones u organizaciones, lo cual implica que se interesa en la comprensión o cognición social que tienen dichas colectividades, esto es: sus conocimientos, creencias, ideas, normas y valores; así es como se reconoce que uno de los principales grupos de estudio es el de los profesores, en cuanto son unos de los grandes expositores de discursos que se enmarcan en la dominación de los conocimientos, desarrollan de forma directa e indirecta una hegemonía y dominación del conocimiento y lo presentan mediante diversas actitudes que marcan al conocimiento como algo estático y sin posibilidad de modificación.

Por lo tanto se debe reconocer que cada uno de los grupos poseedores del poder, en este caso el grupo de los profesores tienen la capacidad de influir en la construcción de un tipo u otro de discurso, de ahí que se vean involucradas ciertas características que vale la pena tener en cuenta a la hora de realizar el ACD como el conocimiento, las actitudes, las ideologías, las situaciones sociales, las acciones y los actores.

El conocimiento, es uno de los puntos de mayor divergencia en cuanto a los elementos que se pueden analizar en un discurso, pues puede referirse a un conocimiento propio de quien realiza el discurso, sus formas y modos de expresarse, como también puede estar en referencia al conocimiento de un grupo, digamos en este caso el conocimiento de la matemática o de la didáctica de la matemática; se afirmó que es uno de los puntos de mayor divergencia, en la medida en que por ejemplo puede que algunos grupos no reconozcan en absoluto como conocimiento las ideas de otro grupo y por tanto se le catalogue como una creencia o como algo que no ha sido comprobado científicamente (argumento no desconocido por la matemática) quien enfatiza principalmente en la demostración y argumentación de cualquier idea mediante las verdades universales o axiomas que la constituyen como ciencia.

Las actitudes, son opiniones socialmente compartidas, y en este caso serán aquellas opiniones que sobre cada uno de los campos tengan los demás, si bien históricamente y probablemente debido a lo joven que son las disciplinas de la didáctica y de la matemática educativa, se reconoce en la matemática una disciplina con elementos para apropiar y otros para desechar, no lo mismo para con el campo de las matemáticas que como hemos caracterizado en diferentes apartados de este documento se consideran como una entidad abstracta y terminada.

Por otra parte **las ideologías,** son las representaciones básicas de los grupos sociales, así se constituyen pues en la base para el desarrollo de los conocimientos y las actitudes de cada grupo, es decir que influyen en el constructo mental que se genera y por tanto en los conocimientos que se creen necesarios así como en las actitudes que hacia otros grupos se desarrollan, de ahí que de acuerdo con la ideología que se ha heredado durante años de construcción por ejemplo de la pedagogía se vea como necesaria la constante formación de profesores de matemáticas que construyan ciudadanos y elementos claves con las capacidades y competencias necesarias para enfrentarse al mundo que actualmente los rodea, igual situación que sucede con los demás campos de nuestro análisis.

Ahora bien, el discurso tiene una fuerte relación con la sociedad como se ha enunciado anteriormente, en la medida en que es constructor y desarrollador de sociedad, así como diferenciador de los grupos que conviven en la sociedad y de carácter organizacional de los mismos; de ahí que se reconozca que un discurso usualmente se define como un suceso ubicado en una **situación social**, se presenta en un escenario, tiene participantes que desempeñan diferentes roles y determina unas acciones lo que le da el carácter de situado socialmente; de acá el particular interés de la matemática educativa por situar el dME, pues se debe entender que como discurso está localmente y globalmente ubicado y debe responder a las necesidades que como discurso le hemos asignado

Finalmente, se debe tener consciencia que el análisis crítico del discurso no únicamente se enfoca en el habla sino también en muchas otras **acciones**, interacciones y prácticas sociales que se verifican por medio del discurso, así como los **actores** se constituyen en categorías constitutivas de las situaciones sociales, pues juegan el rol de oyentes, hablantes, o escritores en el caso en que estudiemos un discurso de forma escrita.

En síntesis, si bien el ACD no da una metodología o procedimiento para estudiar y caracterizar un discurso, si brinda elementos que cobran particular importancia a la hora de estudiar las relaciones de poder y hegemonía que se presentan en una situación global y local; ahora bien, bajo la línea de la actual investigación cobra total sentido el estudio crítico del dME, pues en los diferentes momentos de este documento se han dado evidencias de la particular dominación que este da a algunos campos de la educación sobre otros.

CAPÍTULO 3.

3. Aplicación experimental

Si bien la presente investigación es de carácter cualitativo, se decidió incluir un momento de experimentación, mediante el cual se pudieran reconocer los elementos que se buscan definir y tener un soporte empírico de lo que mediante el desarrollo de la misma se quiere afirmar. Inicialmente se entiende que al no existir un modelo definido sobre cómo realizar una experimentación sin una hipótesis definida, dado que se analiza un comportamiento y una actividad humana, se deberán determinar elementos que orienten el proceso y permitan seleccionar la información relevante que apunte a la solución del problema planteado, de ahí que en los anteriores capítulos se haya intentado dejar en claro la perspectiva desde la que se observaron las actividades que en adelante se definen y la forma en la que se analizaran.

3.1 Metodología

Esta investigación inicio como resultado del proyecto de innovación docente "Dialogo entre los campos que configuran la formación del profesor de matemáticas en la Universidad de Santiago de Chile: paradigmas dominantes e identidad disciplinar" patrocinado por la vicerrectoría académica de la Universidad de Santiago de Chile en la convocatoria de proyectos de innovación docente del 2014; proyecto que se proponía principalmente caracterizar los paradigmas dominantes de los campos que conforman el programa de formación del profesor de matemáticas de la USACH (PEMC). Lo cual permitirá encontrar elementos teóricos y prácticos, que en futura investigaciones, logrará proponer innovaciones curriculares y en el aula, fundamentada en la búsqueda de una identidad disciplinar para el profesor de matemáticas.

Siguiendo la línea de la anterior investigación, éste trabajo nace como respuesta a la búsqueda de estrategias que consoliden el objetivo general, de ahí la necesidad de rediseñar cursos del programa de formación de docentes de matemáticas en el departamento de matemáticas de la USACH, entendiendo que dicha formación se encuentra inmersa en la constante lucha entre los campos descritos con anterioridad, bajo ésta perspectiva se seleccionó el curso “didáctica del álgebra y el cálculo” para su análisis, particularmente pensando en los puntos de dialogo que se pudieran encontrar.

Se inició con una etapa de recopilación de información sobre la disciplina y lo que significa hacer investigación desde la socioepistemología, enriquecido desde dos cursos de magister titulados “fundamentos de educación matemática”, “análisis didáctico matemático” y “seminario avanzado II”, los cuales hicieron un recorrido por la teoría socioepistemológica y las bases de la matemática educativa; junto con el desarrollo de estos cursos, se realizó toda una etapa de construcción del marco teórico y de decisión de los objetivos de la investigación, priorizando y detectando el problema de la identidad disciplinar como eje fundamental para el desarrollo del presente trabajo. Luego se realizaron las sesiones del seminario “diálogos entre los campos de formación del profesor de matemáticas”, en el cual se compartieron, con 6 profesores del departamento, tres situaciones diseñadas por un grupo de investigación Mexicano (descrito más adelante) que estudiaban algunos elementos de la matemática escolar desde el argumento del comportamiento tendencial de las funciones, dándole un nuevo estatus a la gráfica como elemento constructor de conocimiento y no como simple representación de las funciones.

Al realizar el seminario “diálogos” se obtuvieron grabaciones de cada una de las sesiones y un sumario realizado por una socióloga en donde se examinaron elementos como el discurso, la disposición, la teoría, las características de cada campo y las principales estrategias metodológicas y teóricas utilizadas por los participantes al realizar las actividades propuestas. Seguidamente se analizaron los productos obtenidos desde la teoría de Tier Van Dijk “análisis crítico del discurso”, el cual no se enfoca en ninguna teoría particular dado su carácter crítico y define elementos que se seleccionaron de cada una de las grabaciones, como son los significados locales y globales, el contexto y los procedimientos realizados, entendiendo que como discurso se define todo aquel proceso de comunicación, bien sea verbal, gestual, escrito etc.

Finalmente se procedió a una etapa de revisión del curso que existía antes de la modificación de la malla curricular del programa PEMC, luego el programa del curso que actualmente se imparte y finalmente se construyó la propuesta de innovación en el curso en la que se incluyeron los elementos resultantes de todo el proceso de observación y experimentación que se llevó a cabo; cada uno de los momentos se definen a continuación y se pueden visualizar de mejor manera en el siguiente diagrama.

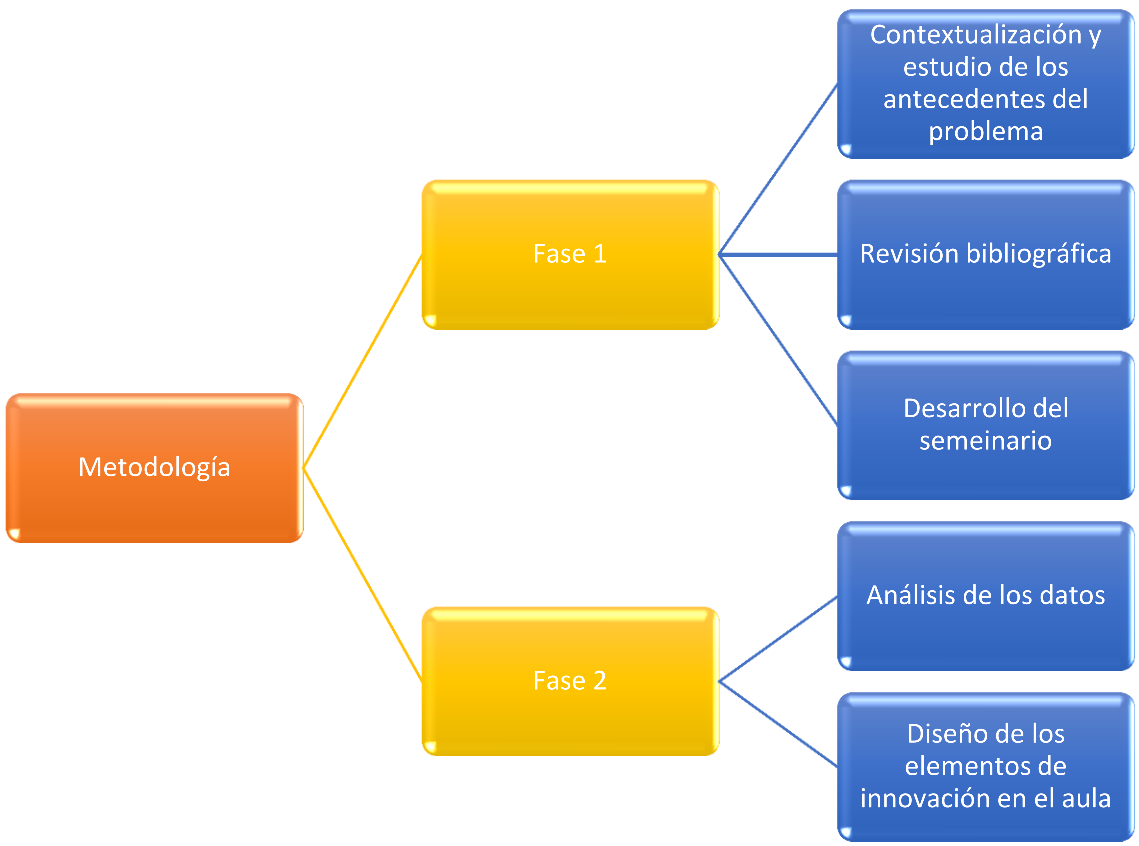


Ilustración 6. Esquema de la metodología de la investigación.

3.2 Selección de los sujetos

Como se enunció anteriormente, dentro del proceso de experimentación se desarrolló el "seminario Diálogos" en el departamento de Matemáticas de la USACH, para su realización se seleccionaron seis participantes dentro del departamento y en particular dentro del grupo de profesores de la PEMC, la selección se basó en profesores destacados en alguno de los campos de formación de los cuales se ha profundizado anteriormente, de igual forma, se tuvo en cuenta la pertinencia de la participación de cada uno y el interés que mostraran ante la propuesta, obteniendo finalmente el grupo de investigación descrito a continuación:

1. Dos profesores del campo de las matemáticas:

   a. Profesor 1: Doctor en ciencia, magister en Matemáticas y licenciado en matemáticas de universidades nacionales e internacionales, con una amplia experiencia en la investigación matemática y en la gestión de cursos académicos universitarios y en la solución y estudio de dificultades de carácter administrativo del departamento de matemáticas; quien orienta cursos de pregrado y postgrado enfocándose en la línea del cálculo y el análisis, ha realizado publicaciones de carácter nacional e internacional sobre los sistemas dinámicos y la teoría de números, así como ha brindado una particular dedicación a las olimpiadas de Matemáticas; dentro del magister en Educación Matemática es responsable de los cursos de Teoría de números, análisis matemático y números y azar.

   b. Profesor 2: Doctor en Ciencias exactas, mención matemática, Diplome dÉtudes approfondies, Licenciado en Matemática, estudios realizados igualmente en universidades tanto nacionales como internacionales, dedicado a estudios matemáticos dentro de los cursos de pregrado y postgrado, así como la gestión de programas de posgrado; quien se ha especializado en la línea del cálculo generando publicaciones de carácter nacional e internacional, es encargada de los cursos de geometría en pregrado, así como del curso de estadística y probabilidades en el Magister en Educación Matemática.

2. Dos profesores del campo de la Didáctica de las matemáticas:

   a. Profesor 3: Ph. D. in Education, Magister en educación y profesor de Estado en Matemáticas, física y estadística, encargado de espacios académicos de investigación y con amplia experiencia en el desarrollo de actividades investigativas de orden cuantitativo, docente del pregrado y postgrado del departamento de matemáticas; ha dedicado sus años de experiencia a fortalecer el campo de la investigación en educación dentro del departamento de matemáticas, dedicando grandes esfuerzos en la consolidación de un modelo de investigación estándar para todos los estudiantes, orienta dentro del programa de pre y postgrado el curso de metodología de la investigación.

b. Profesor 4: Magister en Educación y en Filosofía de las ciencias, Profesor de Matemáticas y ciencias de la computación con amplia experiencia en el desarrollo de actividades investigativas de orden cuantitativo y cualitativo, actualmente se desempeña como coordinador de prácticas dentro del programa de la Pedagogía en Educación Matemáticas de la USACH y desarrollador de procesos investigativos dentro de los programas de pre y postgrado de la facultad de ciencia, se ha desempeñado como profesor de liceos de educación media, así como jefe UTP y director de los mismos.

3. Dos profesores del campo de la Matemática educativa:

   a. Profesor 5: Licenciado en educación y profesor de matemáticas, Maestro en ciencias, especialidad en matemática educativa y doctor en ciencias, especialidad matemática Educativa, docente de espacios académicos correspondientes a la matemática educativa, investigador en el campo de la socioepistemología en la especialidad de la identidad disciplinar, desarrolla curso de pregrado y postgrado enmarcados en la teoría socioepistemológica y la didáctica de las matemáticas, fue el encargado de los seminarios avanzados del Magister en Educación Matemática.

   b. Profesor 6: Licenciado en educación y profesor de matemáticas, Maestro en ciencias, especialidad en matemática educativa y doctor en ciencias, especialidad matemática Educativa, docente de espacios académicos correspondientes a la matemática educativa, investigador en el campo de la socioepistemología en la especialidad del Discurso Matemático Escolar, ha desarrollado cursos dentro del pregrado y postgrado enmarcados en la teoría socioepistemológica y la didáctica de las matemáticas, desarrolló los cursos de fundamentos de educación matemática, análisis didáctico matemático y seminarios avanzados dentro del Magister en Educación Matemática.

4. Una socióloga encargada del proceso de recolección de información, la cual estuvo presente en las reuniones del seminario y realizó un sumario con la información que desde su punto de vista profesional considera destacado y que merece ser analizado, para completar y mejorar los resultados esperados a futuro; la socióloga se enfatizó en la recolección de evidencias desde una perspectiva más personal, en la que se resaltaron las actitudes, gestos, disposiciones para el trabajo, discusiones y elementos de confrontación y dialogo dentro del seminario.

Cada uno de los sujetos que hicieron parte de la investigación han sido y serán denominados de acuerdo con la anterior nomenclatura con el fin de preservar el anonimato y hacer totalmente imparcial el análisis de las situaciones y resultados que se obtienen del seminario.

3.3 Descripción del material

Entendido el problema de la no identificación de una disciplina para el profesor de matemáticas y en el marco de la teoría socioepistemológica, se han definido algunos elementos que aportan a la solución de éste problema y a la construcción de nuevas estrategias que contribuyen a la disciplina que se está construyendo (matemática educativa), de ahí que varias escuelas, en particular la escuela Mexicana, encabezada por el trabajo de los doctores Francisco Cordero y Ricardo Cantoral, se haya encargado de la construcción de situaciones de aprendizaje que abordan el problema ya mencionado. Para el momento experimental que anteriormente se definió se seleccionó un material confeccionado dentro del marco de una práctica de laboratorio realizada en la ciudad de México y que contó con la orientación del doctor Francisco Cordero, la cual esta explicada en detalle a continuación.

3.3.1 Propósito

El material utilizado es un cuadernillo titulado "*Reproducibilidad de diseños de situaciones del cálculo en la aproximación Socioepistemológica*", resultado de las prácticas de Laboratorio del curso de Actividades del Seminario Temas Especiales I, AES, Semestre I, 2004, Dirigido por el Dr. Francisco Cordero Osorio; este material, se sustenta en dos elementos fundamentales, el primero es la aproximación socioepistemológica y el segundo es la acción didáctica provista de dicha aproximación, llamada diseño de situaciones del cálculo; el propósito fundamental del material es entonces encontrar una explicación a cómo la perspectiva teórica brinda herramientas didácticas a los docentes para que participen activamente en el diseño de situaciones del cálculo, cómo esas herramientas dependen de los significados y sus reconstrucciones componen contenidos matemáticos específicos que reorganizan la obra matemática y para el desarrollo de éste proyecto en la detección de elementos y características propios de cada uno de los campos que convergen en la formación de profesores de matemáticas dentro de la PEMC, de modo que mediante el estudio de las situaciones se pueden dejar en evidencia los paradigmas, los discursos, las estrategias y los criterios que cada uno de los campos de formación docente impone en los estudiantes que se preparan para ejercer la profesión docente.

Las situaciones que se trabajaron en el seminario Diálogos fueron las siguientes:

1. **Situación de linealidad del polinomio:** Esta actividad busca resignificar el concepto de la derivada, pues como es conocido en el discurso matemático usual se presenta a la misma como un elemento propio del cálculo que se comporta de acuerdo a una fórmula y ciertas propiedades, se tienen largas listas de reglas de derivación, esquemas para solucionar problemas pero en el fondo se sigue generando una situación de fracaso escolar debida a este objeto matemático; desde la teoría socioepistemológica se entiende que el definir la derivada como la recta tangente a una curva en cualquier punto es un elemento que se convierte en un

obstáculo para la comprensión y aprendizaje del objeto en cuestión, de ahí que se quiera rescatar mediante esta actividad un argumento de tipo gráfico, en el que se define la linealidad del polinomio como el lugar de la gráfica en el que un polinomio cualquiera se comporta de forma lineal coincidiendo justamente con la derivada del mismo.

2. **Situación de lo asintótico:** En esta actividad se busca resignificar el concepto de lo asintótico de las funciones, es claro que en el discurso matemático escolar usual se prioriza un solo tipo de asintoticidad, en la cual se entiende que una asíntota es una recta a la cual una función determinada no corta o no cruza nunca, es normal reconocer en distintos textos educativos o en las prácticas usuales de un docente, que se trate el concepto de la asintoticidad mediante el estudio de funciones como

$$f(x) = \frac{1}{x}, \quad g(x) = e^{x} \quad o \quad h(x) = \tan(x)$$

Las cuales se sabe que tienen una asíntota y se comportan tal como anteriormente se describe; sin embargo, este tratamiento usual desconoce los diferentes tipos de asintoticidad y el concepto real del objeto que acá se estudia. Se busca entonces mediante el desarrollo de esta actividad que se pueda cuestionar por ejemplo si una curva puede tocar o cruzar la asíntota; también por ejemplo saber si una asíntota es siempre una recta o puede ser una curva y otros elementos que se consideran importantes dentro del estudio del objeto matemático pero que hasta el momento han sido desconocidos por los procedimientos y estrategias usuales.

3. **Situación de la transformación de la parábola:** inicialmente esta actividad pretende desde argumentos geométricos resignificar el concepto de la parábola, entendiendo que usualmente se entrega este objeto a los estudiantes como una capsula de algún objeto matemático que en principio no fue construido para ser enseñado, pero que se ubica en un contexto y situación educativa determinada. Desde el entendimiento que el argumento principal de la actividad será el carácter geométrico se trabaja entonces la transformación de funciones como la obtención de nuevas funciones a partir de una conocida, en este caso la parábola como gráfica de

una función cuadrática, en donde mediante traslación, estiramiento o reflexión de las gráficas se logra resignificar el concepto que actualmente se tiene, pues dentro de lo que usualmente se conoce, se sabe que dada una función cuadrática de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ se tiene un vínculo o relación conocido para el valor "a", el cual al ser modificado se entiende que generará un cambio en la gráfica de la función, afectando su amplitud; de igual forma sucede con el elemento "c" el cual se conoce como el "coeficiente de posición" de la parábola; sin embargo se omite sin explicación alguna la significación del elemento "b".

Estas situaciones son concebidas dentro de la disciplina de la socioepistemología, y se ubican en un programa que da ejemplo sobre cómo desarrollar situaciones del cálculo y el análisis para la enseñanza de estos conceptos, pues se debe ser consiente que la obra matemática no nació con el objetivo de ser enseñada y del desconocimiento de dicha instancia es que se han generado las dificultades, obstáculos y fenómenos que hasta el momento se han definido en este documento; cada una de las actividades desarrolladas está compuesta de representaciones, procedimientos y objetos que inducen a los participantes al dialogo y trabajo sobre cada una de las categorías y objetos donde se enmarcan; de modo que resignifican conceptos usuales del discurso matemático escolar y brindan una nueva perspectiva para su enseñanza.

3.4 Procedimientos de la obtención de información

En éste espacio se definirán los procesos y procedimientos realizados para la obtención de la información, se da un detalle de cada momento para entender en términos generales la actividad desarrollada y se orienta a la concepción del problema, tal como se requiere para el entendimiento de la solución que más adelante se plantea.

3.4.1 Actividades ejecutadas.

El seminario "diálogos" se desarrolló dentro del departamento de Matemáticas de la Universidad de Santiago de Chile, con la participación de casi todos los convocados a cada una de las sesiones, en total se realizaron cinco sesiones, en la primera se presentó el proyecto y se dejó abierta la discusión para despejar dudas sobre las responsabilidades, implicaciones, objetivos y desarrollo en general de la investigación, fue un primer momento de dialogo y enfrentamiento inicial de los campos.

En la segunda sesión se desarrolló la actividad titulada “la transformación de la parábola” la cual estuvo a cargo de los representantes del campo de la educación, en ésta sesión se dio un tiempo para la solución de la actividad y se plantearon dudas sobre el lenguaje y el contexto en el que se desarrollaría la misma, se vivieron nuevamente momentos de dialogo entre los campos; Luego en la tercera sesión se desarrolló la situación “de la asintoticidad” a cargo de los representantes del campo de las matemáticas, en ésta hubo un profesor ausente del campo de la educación el cual justificó enfermedad, sin embargo, la actividad se desarrolló con normalidad, viviéndose un espacio de crítica constante al lenguaje utilizado, a las indicaciones y al objetivo de la actividad por parte de los representantes del campo, la sesión culmina con ciertas apreciaciones y dialogo con los representantes del campo de la Matemática Educativa; luego en una cuarta sesión se desarrolló la actividad de “la linealidad del polinomio” a cargo de los representantes del campo de la Matemática Educativa, en ésta se notó el conocimiento en profundidad del material, lo cual es evidente dada la afinidad que tienen con la disciplina encargada del diseño deñl material, se presentan evidentemente puntos de discusión entre los campos y las críticas que luego serán estudiadas en profundidad.

Finalmente el seminario concluyó con una sesión de reflexiones finales, en ésta se evidenciaron grandes diferencias entre los diferentes campos, hubo momentos de dialogo, discusión e indagación sobre los objetivos de la actividad y del proyecto, hubo discusión sobre su implementación y el futuro de la investigación y se concluyó el seminario con reflexiones sobre la implementación de las actividades, la difusión de los resultados y el estudio mancomunado de las críticas y reflexiones que durante el desarrollo fueron resultando.

Si bien el seminario no buscaba en ningún momento generar roces entre los representantes de los campos fue evidente que hay diferencias profundas entre cada uno de sus representantes, no de carácter personal sino, por el contrario, de tipo académico donde cada uno de los campos defiende su epistemología y su capital, entendiendo que todos pertenecen a una misma comunidad y como tal viven en una constante lucha por la hegemonía y el derecho supremo de una disciplina por encima de la otra.

La ejecución de las actividades se cumplió a cabalidad, se obtuvieron los productos que se esperaban y se procedió luego de ello al correspondiente análisis de cada uno de los mismos.

3.4.2 Planificación de la ejecución.

Dentro de la planificación que se vivió para el desarrollo del seminario se presentaron las siguientes etapas junto con su descripción:

Etapa 1: Diseño y preparación	En esta primera etapa se desarrollaron los cuadernillos que fueron entregados a cada uno de los participantes del seminario, se enfatizó en presentar una estructura ordenada, además de entender completamente el material de modo que se pudieran solucionar dudas o dificultades que su implementación generara.
Etapa 2: Experimentación y recolección	La experimentación fue el proceso de llevar a prueba los materiales y estar presente en cada una de las sesiones del seminario, se recolectaron los datos como se ha enunciado anteriormente mediante la grabación de los vídeos y el sumario de la socióloga
Etapa 3: Organización y análisis	Finalmente los datos se organizaron detalladamente y se analizaron con la teoría que se ha enunciado varias veces del análisis crítico del discurso.

Tabla 2. Etapas del desarrollo del seminario "diálogos"

Cada una de las etapas de planificación se fueron considerando y rediseñando dependiendo de las necesidades y posibilidades de los participantes, pues por ser docentes del mismo departamento se dificultaban muchas veces las reuniones.

CAPÍTULO 4.

4. Resultados.

Luego del proceso de experimentación que se llevó a cabo y desde cada uno de los elementos que se definieron para la consolidación de ésta investigación se lograron algunos hallazgos que se centran en la caracterización de los campos de formación del profesor de matemáticas en el departamento de Matemáticas y Ciencias de la Computación de la Universidad de Santiago de Chile, éstos hallazgos se hacen parte fundamental de los resultados en la medida en que permiten entender la solución que se plantea al problema propuesto y dan un primer avance para la consecución del objetivo planteado.

4.1 Análisis de los campos

Es importante recordar que dentro de toda esta investigación se siguió la idea y definición de campo desde la teoría de los campos, el habitus y el capital de Pierre Bourdieu, en la cual se entiende un campo como un sistema de posiciones sociales que se definen unas en relación con otras; en éste sentido para la investigación se determinó, de acuerdo con los antecedentes y la definición del problema, que el proceso de formación de profesores de Matemáticas en la Pedagogía de la USACH se ve enmarcada principalmente en el campo de la Matemática, la Pedagogía y la Matemática educativa (ver ilustración 2, p. 17).

Dada la importancia de entender la función y principales características de los campos antes mencionados y como elemento de respuesta a las preguntas de investigación, se presenta la siguiente caracterización de los mimos.

4.1.1 Campo de las Matemáticas:

La matemática como disciplina tiene su origen junto con las necesidades de la humanidad, desde el principio de los tiempos se sabe que el hombre resolvió problemas de conteo, organización, cálculo y medición con los elementos primitivos de su sociedad y mediante ellos y el avance tecnológico que se dio con el pasar de los años, se constituyó como la disciplina que actualmente conocemos.

Esta disciplina es la encargada de construir y determinar elementos y objetos que puedan ser utilizados por las demás disciplinas que a la fecha existen y que utilizan constructos matemáticos u objetos que en general no son aplicados pero que si tienen la característica de ser aplicables, de ahí la capacidad que tienen muchos de éstos objetos de acoplarse a las necesidades de cualquier disciplina.

Con el pasar de los tiempos la matemática se fue transmitiendo de generación a generación, se conocen vestigios de algunos textos que tenían como fin la transmisión de los contenidos, y la evidencia de los conceptos desarrollados en todas las épocas, culturas y sociedades, por lo que no es extraño entender que en general ha sido una ciencia que se ha auto validado e impuesto sobre muchas otras dado su carácter infinito, exacto, y antiguo.

De la época antigua también se sabe que la matemática impulsó el desarrollo de algunos grupos llamados “escuelas”, las cuales tenían como fin el desarrollo de la matemática, esto es: la creación de teorías o el descubrimiento de nuevos elementos, como por ejemplo la escuela Pitagórica y su trabajo con los triángulos rectángulos y ciertos avances iniciales en el concepto de números irracionales, de igual forma otro ejemplo es el trabajo desarrollado por Euclides, quien se encargó de organizar y estructurar las bases de lo que a la fecha se conoce como la geometría plana o geometría euclidiana; sin embargo, todas estas actividades están absolutamente desligadas de lo que actualmente conocemos como educación, por el contrario su origen es netamente académico, el objetivo de estas escuelas no era la difusión del conocimiento, ni tampoco la formación en conocimientos, eran escuelas selectivas y su objetivo principal era la creación de nuevas teorías, construir elementos matemáticos y demostrar un carácter superior ante las sociedades que habitaban, siendo sus grandes representantes personas que además se posicionaban dentro de la sociedad y cuyo pensamiento era valorado y respetado.

Dado el origen anteriormente descrito se entiende porque la matemática y la educación han sido teorías bastante distantes, pues desde el principio ambas nacieron con diferentes objetivos y enfoques; sin embargo, durante los últimos años y con la creación de lo que actualmente conocemos como escuelas o colegios, se ha buscado la forma de lograr una matemática que pueda estudiarse en dichos lugares, y que sea accesible a los estudiantes o a quienes hagan parte de tal institución.

De esta forma durante los últimos años se ha generado una discusión sobre el problema de la matemática en la escuela y se ha entendido que no es posible llevar los conocimiento puros al aula pues generan problemas de sentido y apropiación en los estudiantes, la matemática se ha intentado incluir en la educación mediante la creación de lo que actualmente se define como matemática escolar y debido a su origen y la forma en la que se han desarrollado los diferentes momentos, se conocen algunas de sus características.

Dada esta realidad el campo de las matemáticas se ha caracterizado por ser un campo de creación de constructos susceptibles a ser demostrados, ordena su teoría con definiciones, teoremas, propiedades y axiomas, y se ha venido desarrollando de manera vertiginosa a medida que logra aprovechar otras herramientas como la tecnología y la inclusión de otras disciplinas en su actuar diario.

Dentro del departamento de matemáticas e informática de la Universidad de Santiago de Chile, se puede afirmar que es uno de los campos más grandes, está encargado de la formación en matemáticas de los diferentes programas profesionales de la universidad y es el campo que cuenta con la mayor cantidad de profesores dentro del departamento; se puede decir también que es un campo en el que constantemente se están desarrollando diversas investigaciones y en el que se han invertido grandes recursos humanos y materiales para el logro de sus objetivos.

Ahora bien, como se describió en el marco teórico de este documento, para entender desde adentro del campo las características principales que del mismo tienen sus representantes, se entregará a continuación un compendio de algunos significados locales y globales (Entendidos estos conceptos desde la teoría de Van Dijk), así como también la presentación de los elementos de discusión de éste campo con los demás desde el análisis de los vídeos resultantes del seminario de diálogos realizado en la universidad y descrito en anteriores capítulos.

Campo Matemáticas	Significados locales	• Saber • Formalidad • Lenguaje • Definición • Precisión • Demostraciones • Unicidad
	Significados globales	• El problema del aprendizaje es un problema únicamente del saber. • EL saber está en la transmisión • Hacer clases más atractivas sin alejarse tanto de la matemática formal • EL nivel de status que genera el saber matemático • Preparar clases para sí mismos, como un juego de egos • No es una curva sino un “trozo de curva” • El objeto parábola - La teoría formal de la parábola • Sirve para conjeturar - La conjetura te lleva de a poco a subir de status • ¿qué quiere decir parezca? • El lenguaje algebraico - El estudio de funciones no es álgebra en general • Remarca la formalidad y la precisión • Falta precisión en el lenguaje • Ciudadano el lenguaje técnico para ser pulcro en la transmisión del saber • Aunque esto lo parezca no lo es • La matemática es una

Tabla 3. Significados del campo de la matemática

De esta forma, podemos ver que una de las principales características y la que más se ha recalcado en los diferentes elementos de estudio de ésta investigación es el concepto de formalidad y exactitud; como se expuso anteriormente la matemática reconoce que una idea es cierta y posible de utilizar únicamente si es universal, es decir funciona para todo un conjunto y además se puede demostrar su validez antes de su uso. La matemática como campo se organiza mediante diversas sub-agrupaciones, cada una de las mismas encargadas del estudio profundo de uno de sus objetos, así por ejemplo se sabe que un matemático se enfatiza en el cálculo o el álgebra o la geometría y dentro de estas ramas mantiene las teorías universales y las características del campo.

La formalidad se entiende entonces como un lenguaje común, que se somete a unas reglas fijas de formación de expresiones y significados, lenguaje que se ha estructurado gracias al trabajo desarrollado por la lógica matemática (que muchas veces difiere de la lógica formal) y que permite a cualquier representante del campo entender lo que otro afirma y entender la estructura que se está trabajando; en el seminario de diálogos se nota una gran insistencia en éste concepto, lo cual se infiere al leer los siguientes fragmentos extraídos de los vídeos resultantes:

P3: en un primer momento yo la leí, la primera vez solo resolví, la analice, después lo miramos en conjunto con P2 y cada uno ya la había resuelto por su cuenta y bueno yo leí en esta parte que es como la introducción a la situación de aprendizaje y de ahí, ahí me surgen algunas dudas digamos, en especial en esta línea y referente a lo que se hace en esta situación, tengo problemas como de lenguaje digamos, porque dice aquí, en este seminario enfocaremos la noción llamada comportamiento tendencial de las funciones de acuerdo al componente funcional del conocimiento matemático, y ese carácter funcional, o no lo entiendo o no lo pide en esta… secuencia digamos, ¿cómo se llama? En esta situación de asintoticidad, porque no veo lo funcional en ese caso, a lo mejor falto un algo más concreto, tal vez sea eso, o sea… y lo otro es que como que hace mucho énfasis en lo algebraico, dice aquí, identificar la asintoticidad, pero viene un juego de relaciones entre dos elementos de diferente contexto, lo algebraico y lo gráfico, en una de esas dice que está en este problema en realidad no es algebraico, yo diría más bien analítico, entonces no sé si hay que ampliar este lenguaje aquí más de lo que se dice, porque el estudio de las funciones no es álgebra, en general, y después en particular…

P4: yo ¿puedo intervenir un poco?, ¿puedo hablar un poquito? Si a mí también me costó ver la situación esa de lo asintótico, es… reorganizar las diferentes categorías de la asintoticidad; o sea, eso no lo logré entender bien, lo que era la categoría. Creo *que, o sea, la interpretación fue: que fueran, ehmm no sé, horizontales, verticales u oblicuas. Y ahí, una cosa si un poco general también, dos cosas que les llame "F-asterisco" y "P-asterisco", una es la FORMALIDAD, la formalidad, ehmm, de repente es necesaria, para no tener ambigüedad en lo que uno entiende. Y lo segundo es la precisión, o sea, la acotación, también exacta, entonces la formalidad y la precisión.*

P3: ah si, algo que lo marque , aquí en un párrafo general, dice que identifique el coeficiente de las funciones, pero después yo misma recapacite y pensé, eso tal vez está enfocado a otras actividades, como la parábola digamos, porque en el caso nuestro no cabe, así que en eso estaría mal incluirlo, y lo otro que me da como duda, volviendo a esa frase de estableciendo relaciones entre las características de las funciones, entre lo algebraico y lo gráfico, es que no se si el reconocer patrones del comportamiento gráfico es como la forma adecuada porque sería como decir que la función tiene un comportamiento gráfico, y no, hay un gráfico que pone de manifiesto un comportamiento, es como al revés el razonamiento, no es que tenga un comportamiento gráfico y uno no gráfico, es ella no más.

P4, claro, eso también eso yo estaba mirando porque también es como sacar alguna conclusión, es como obtener una conjetura, por ejemplo, entonces al parecer eso está puesto para mirar un gráfico y uno conjetura y dice "ah va a pasar esto con la función, es como "extraerle información a la gráfica, pero no es que haya un comportamiento gráfico".

Ahora bien, al analizar en profundidad los comentarios realizados por estos profesores, quienes son los representantes del campo de las matemáticas, se obtienen entonces de acuerdo con el contexto del seminario y los elementos recolectados las siguientes observaciones:

- Hay una preocupación profunda sobre lo que matemáticamente significa cualquier enunciado, se nota en los comentarios de los profesores la necesidad de entender claramente lo que se está definiendo o lo que de manera formal se está solicitando al estudiante.

- Se crean fuertes enlaces entre el significado de una palabra y su implicación matemática, de ahí justamente que palabras como comportamiento gráfico, tendencia, cercanía, se entiendan dependiendo de una lógica formal en la cotidianidad pero se les de otro significado diferente desde una perspectiva de la ciencia, particularmente de la matemática.

- Se reconoce la formalidad y la exactitud como características claras del desarrollo matemático, pues se asume que únicamente en la medida en que un objeto matemático esté formalmente definido será entendido por un usuario en este caso por un estudiante, de modo que se requiere ser un poco “exagerado” (Según las palabras de uno de los representantes) a la hora de definir o indicar una acción en matemáticas, exageración que se justifica desde la necesidad de ser riguroso, claro y conciso.

- La matemática como campo se comporta de una manera particular, en las discusiones que se dan dentro del seminario se nota que los representantes escuchan atentamente las discusiones de sus compañeros, y al final de cada discusión proponen un elemento que se opone usualmente o desestima una aseveración, en esta medida al discutir por ejemplo sobre lo que el estudiante podría entender o aprender ellos se basan en la necesidad de la exactitud únicamente como forma de lograr que el estudiante aprenda lo que se le está pidiendo, de ahí la importancia del lenguaje.

- Aunque si hay una preocupación y se nombra el papel del estudiante, no es éste su centro de discusión, el campo de la matemática está siempre pendiente de que los objetos de su disciplina estén recibiendo el estatus adecuado, que se estén utilizando las palabras correctas y que en profundidad un elemento que se plantea de una forma esté recibiendo el tratamiento adecuado, es normal ver cómo se reconoce en la función por ejemplo que tiene diferentes representaciones pero no se evidencia una relación entre las mismas, sino que, por el contrario se desliga una de la otra, elemento que va efectivamente en contra de algunos postulados de por ejemplo la Matemática Educativa.

A modo de resumen es posible indicar que el campo de las matemáticas se entiende y se comporta dentro del seminario de acuerdo con la siguiente caracterización:

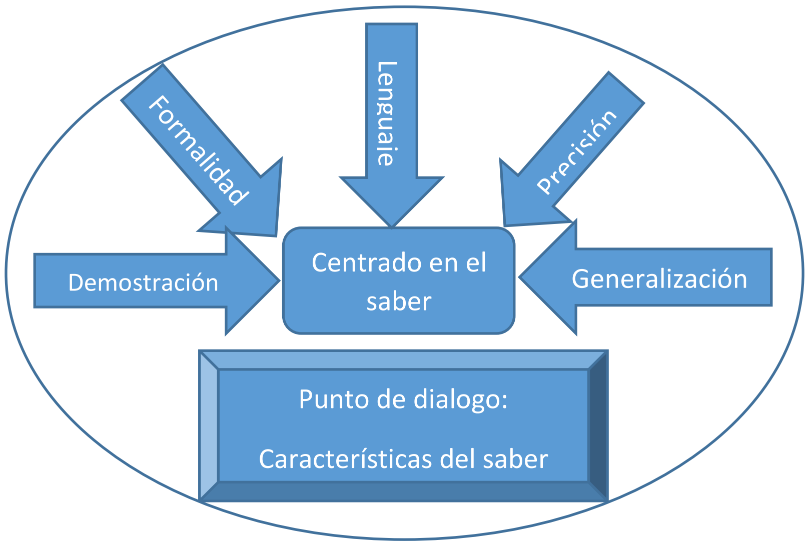


Ilustración 7. Caracterización campo de la matemática

Si bien es cierto que la matemática como campo difiere del campo de la educación y del campo de la matemática educativa, se puede reconocer que todos los representantes de cada uno de los anteriores tienen una particular preocupación por el saber y los objetos matemáticos, si bien, el objetivo de los otros campos dista bastante de una centración en los contenidos o en los objetos, si se es consciente que como elemento de estudio sus características y propiedades son fundamentales a la hora de construir un conocimiento, por lo tanto se puede entender que este punto: el saber cómo elemento participe dentro del proceso de formación de un estudiante se hace valioso a la hora de buscar un dialogo o un equilibrio con los demás campos.

En este saber diferenciamos claramente que no es un punto de centración de contenido, sino, por el contrario al referirse al saber se hace alusión a todas aquellas características que muchas veces se dejan de lado al estudiar un objeto matemático, su historia, su momento de creación, las propiedades y regularidades que cumple, desde allí, es decir, desde sus comportamientos y características la matemática entra en un dialogo con los demás campos y puede enseñar elementos que desde la formalidad y la precisión se hacen necesarios en el proceso formativo a cualquier nivel y a cualquier edad, éste elemento se denominará en adelante como "elemento cognitivo".

4.1.2 Campo de la educación:

La educación como campo y disciplina nace desde la época antigua del hombre, su origen se le debe particularmente a culturas como la India, la China, Egipcia y Hebrea, sin embargo el probable primer método organizado y estructurado educativo se le puede asignar al helenismo, particularmente al trabajo realizado por Cicerón principal impulsor de la *Humanitas romana*, desde esta época, varias entidades han sido las encargadas de construir el concepto que a la fecha se tiene de la educación y es así como en la edad media el cristianismo y en su cabeza la iglesia se convierte en uno de los mayores ejemplos de educación mediante su masificación de ideas y el convencimiento a las demás personas de una verdad absoluta.

Su origen de forma un poco extraña y diferente a lo que actualmente se le conoce le dio diferentes momentos y realidades, de forma que es fácil reconocer como la educación tuvo un primer momento en el que el profesor era el único conocedor de una teoría, la época clásica de la educación se ve marcado entonces por la centración de las prácticas en el "maestro" y sus métodos para la trasmisión de conocimientos a sus "alumnos" se reducían al típico enunciado de "acción-reacción", siguiendo la corriente de las nacientes disciplinas como la física y demás ciencias que entendían el conocimiento como algo acabado, transmisible y de carácter exacto.

La época clásica se ve amenazada y después modificada al masificarse su práctica y en el momento en que la psicología como ciencia social llega a reconocer que dentro del proceso educativo no únicamente se encontraba el maestro como ser dueño del conocimiento y único con la verdad, sino que, por el contrario el alumno también jugaba un papel importante dentro de dicho proceso; así, la educación entra en una época moderna en la que mediante muchos momentos claves en la historia de la humanidad se logra centrar el proceso de aprendizaje y enseñanza en el alumno y se pasa del modelo tradicional de maestro – alumno a la nueva propuesta de profesor – estudiante. En éste momento se es consciente que el estudiante debe ser protagonista de su aprendizaje, que es el estudiante quien debe decidir los conocimientos que va a adquirir y la forma en la que lo hace, se inicia un proceso de cambio de paradigmas, materiales, estrategias y demás elementos de la práctica educativa y se mantiene durante algunos años en la historia.

Sin embargo, la responsabilidad de los estudiantes y las diferentes corrientes filosóficas y pedagógicas que se fueron formando al liberarse de la carga impositiva de la época clásica se pasa a una edad contemporánea en la que se reconoce que el estudiante es un agente de la formación, pero que la palabra del profesor como conocedor del conocimiento también es clave para lograr los objetivos propuestos, en ésta última etapa del desarrollo de la educación se empieza a entender al docente como un problematizador del conocimiento, se diseñan nuevas metodologías en las que se entiende que cada uno de los participantes debe tener un rol definido y que dependiendo del mismo se le deben asignar ciertas tareas y actividades para lograr un objetivo en común denominado el aprendizaje, se habla de evaluación, modelos pedagógicos y se mantiene la libertad que con el cambio a la época moderna se obtuvo, pero con criterios y normas establecidas para evitar los errores de su anterior etapa.

Actualmente la educación es un campo ampliamente conocido, se desarrolla en todas las disciplinas que a la fecha existen y se entiende que es un profesor el que debe orientar los procesos de aprendizaje y enseñanza de sus estudiantes, se han logrado avances investigativos de la mano de la medicina, la psicología y las ciencias sociales, reconociendo que además los estudiantes tienen un contexto y un espacio en el que se desarrollan y que dependiendo de dichas características las prácticas en el aula deben cambiar.

El reconocimiento de dichos elementos ha determinado de igual forma algunas claves al hablar de éste campo, se sabe que sus procesos se centran en el estudiante como agente productor de conocimientos, se ve el proceso como una actividad que se realiza dentro de un aula y debido a la masificación de sus prácticas y al interés de la humanidad de preservar sus elementos históricos, su estatus cultural y el legado de las demás ciencias se han diseñado lugares especiales para sus prácticas como los colegios y escuelas que actualmente conocemos.

En el departamento de matemáticas y ciencias de la computación de la Universidad de Santiago de Chile se reconoce un amplio sector de trabajo educativo, en éste se han dedicado varias personas a la consolidación de programas de formación para nuevos profesores, particularmente en el área de matemáticas, reconociendo que el estudiante de una pedagogía debe ser una persona competente para afrontar los retos y solicitudes de una sociedad en constante cambio, el departamento posee su propio programa de pedagogía en matemáticas, en el cual se ha desarrollado la actual investigación y se cuentan con medios para la difusión de las actividades en la sociedad para la cual se desempeña, existen congresos, encuentros y demás reuniones que buscan mejorar este proceso de enseñanza aprendizaje y con el pasar de los años se han obtenido resultados que van de acuerdo con tal objetivo.

Del seminario diálogos, realizado como eje experimental de esta investigación se resaltará el siguiente fragmento, presentado en medio del desarrollo de una de las situaciones propuestas, discurso que realiza uno de los representantes del campo de la educación identificado con P2 y P6 un representante del campo de la Matemática Educativa, el discurso se desarrolla como se muestra a continuación:

P2: Entonces la primera observación, y al mirar lo que se tiene, empecé a mirar un poco las cuentas respectivas, entonces en el primer gráfico, ya tiene esta curva, después pone una línea, entonces que bueno, hay dos comportamientos tendenciales distintos, entonces para ponerlo secante, ¡está loco!, pero ¿por qué me estás hablando de secantes si estamos hablando de comportamiento tendencial?, hay una recta así y ahí otra recta así, porque es que en mi sistema de coordenadas rectangulares ¿dónde están X e Y? no hay nada, entonces ¿qué es lo que me está diciendo?

P6: Pero eso es lo que yo aclare al principio.

P2: claro pero para mí, mi enseñanza es intencionada, yo estoy definiendo claramente a donde quiero llegar, por lo tanto mis esfuerzos van a ser a llegar allá, y lo hago lo mejor posible y voy a tratar de estructuras y organizar experiencias con los estudiantes para que desde aquí lleguen allá, eso es lo que me propongo y ese es mi desafío. Entonces yo me puse a analizar desde esa perspectiva, ¿qué es lo que tú, qué es lo que quiere la secuencia?, entonces yo la hago y empecé así una lectura rápida, entonces por eso luego llegamos a la discusión de la parábola, del punto medio de este segmento, y llegamos a eso y nos fijamos en el alumno inicial que tengamos, y entonces ¿qué me paso? Cuando yo empiezo a mirar así, claro, cuando tu empiezas a vincular ya con un sistema de referencias como el cartesiano, la curva te va variando todo tu referente entonces dependiendo porque tú puedes mirar a un sistema de referencia distinta, entonces después como tu planteabas un poco las dificultades las posibilidades, los potenciales, un poco la utilización, obviamente que yo la primera dificultad que tenía que ver, era lo que decía: la experiencia previa, que tiene lenguajes conceptuales: intersección gráfica, concepto-recta paralela, distancia, busca de regularidades etc., o sea empecé a hacer un listado de elementos mirando las actividades y diciendo bueno a ver, ¿qué cosas hay que movilizar?, ¿Qué conceptos?, ¿qué procedimientos?, ¿qué cosas debo tener previamente para poder entender ahí?, entonces después de ahí me pase a las decisiones claves que tengo que tomar, la selección de las actividades, esta selección de las actividades, contribuye a los procesos cognitivos de resignificación y extensión de los conocimientos desde una perspectiva matemática por parte del estudiante, entonces ahí me puse a pensar qué es lo que estaban haciendo desde un punto de vista de los significados y claramente uno ve que hay una selección de pies a cabeza, hay formas de integración, formas de búsqueda, hay conceptualización, que no estamos todos de acuerdo, pero que hay de forma intrínseca, no están definidos los criterios, las formas de interacción social que van a haber ahí que también tiene que ver con los significados y la forma de construcción, o sea la selección de las actividades se hace de forma muy descontextualizada, son chispazos, que también tienen que ver con la conversación de antes, cómo se pensó la actividad, no solo por el conocimiento, sino cómo la selecciono con el desarrollo del pensamiento, en algunos casos uno tiene *que tener capacidades básicas, en otros casos va a tener unas estrategias algorítmicas, algunos casos va a tener que usar una estrategia heurística, en algunos casos va a tener que usar habilidad conceptuales de orden superior, porque me está pidiendo modelamiento, entonces el suplir esa conexión de las actividades, por una parte tiene que responder a estos procesos cognitivos y yo no puedo conjeturar si todo está absolutamente definido, pero también no voy a ser capaz de conjeturar si no tengo los elementos básicos que se necesitan para hacer transferencia.*

El dialogo fue bastante rico y estructurado a la hora de determinar elementos característicos de este campo como significados locales y globales, dentro de su caracterización y antes de concluir un poco sobre lo que se determinó sobre éste campo, se presenta a continuación la tabla (al igual que en el campo de las matemáticas) que resume lo hallazgos fundamentales y detonadores del análisis que acá se realizó:

<table>
<tr><td rowspan="2">Campo Educación</td><td>Significados locales</td><td>• Conocimientos previos
• Entender
• Estudiante
• Aprender
• Conocimiento
• Enseñanza
• Utilidad
• Inteligencia</td><td>• Filosofía
• Rol
• Profesor
• Situación
• Logro
• Unidad de aprendizaje
• Comunicación
• Educador</td></tr>
<tr><td>Significados globales</td><td colspan="2">• Un listado de conocimientos previos
• ¿el estudiante entendió el concepto?
• ¿Por qué hay que aprender matemáticas?
• ¿Qué matemática hay que aprender?
• Se debe empoderar a las personas de conocimiento
• Enseñanza – Aprendizaje -Utilidad
• EL papel de la inteligencia emocional en el aula
• La filosofía como un medio para el aprendizaje, ya que es un medio de hacer matemáticas vía el lenguaje
• La importancia del método disciplinario
• La importancia del rol del profesor
• Los procesos cognitivos de los estudiantes
• Situaciones de aprendizaje</td></tr>
</table>

		• Logro del alumno • Unidad de aprendizaje • Comunicador de la matemática • No se concibe la matemática sin el educador

Tabla 4. Significados campo de la educación

Ahora bien, de los elementos obtenidos y que sirvieron como evidencia para la definición de los campos y, en particular del campo de la educación se pueden obtener las siguientes afirmaciones:

- es claro que se concibe un proceso diferente al ya expuesto, en éste campo se entiende al estudiante y su proceso de aprendizaje como el centro de la actividad, constantemente se encuentra en el material que sus representantes tienen una fuerte preocupación sobre el objetivo de la actividad y el tipo de estudiante al cual está dirigido, esto en concordancia con lo que en el principio de este anexo se incluye sobre la historia de la pedagogía, los profesores encargados de este campo demuestran que dependiendo del tipo de estudiante modifica sus prácticas, teniendo siempre como objetivo principal la consolidación de los conocimientos en sus estudiantes aprovechando diferentes tipos de herramientas propias del ser y de la actividad que se está realizando.

- Hay un elemento característico en este proceso que demuestra una particular centración del proceso en el estudiante, los representantes del campo de la educación mantienen siempre en mente los pre-conceptos del estudiante, es decir aquellos elementos que, desde la matemática, son necesarios para que el estudiante afronte correctamente una actividad propuesta, tal como las del seminario; estos representantes encuentran en el proceso de aprendizaje-enseñanza una responsabilidad compartida en la que no solamente el concepto matemático es fundamental sino de igual forma, elementos de los estudiantes que se deben poner en juego a la hora de desarrollarla.

- Hay elementos que no se tenían en cuenta y no se habían discutido antes de la intervención de los pedagogos, su lenguaje está colmado de conceptos como criterios, evaluación, aprendizaje, inteligencias múltiples y se destaca la forma en la que ellos siguen centrando la mirada en el objeto, pero van más allá, al observar la forma en la que el estudiante y la práctica del docente se tiene que adaptar al objeto que se está tratando, de manera que por ejemplo al hablar de la parábola o la asintoticidad se entiende que hay un elemento matemático en juego pero que por encima de ello, hay una necesidad de saber lo que el estudiante entiende en un primer momento por cada uno de aquellos elementos , de forma que se pueda conducir al estudiante por un camino directo a la adquisición del aprendizaje esperado.

- Un elemento claro de dialogo entre los campos que aporta el campo de la educación es la contextualización y centración de la mirada en el momento y lugar en el que se desarrolla la actividad educativa; el campo de la educación plantea claramente que es a partir de los conocimientos del estudiante que se logran construir nuevos elementos y que tal ubicación del proceso significa para el docente el desarrollo de capacidades que no tiene en cuenta por ejemplo la matemática y que hablan del tipo de inteligencia que se quiere desarrollar en el estudiante, del proceso que se quiere realizar y del objetivo que se quiere alcanzar.

- La educación como campo, finalmente aporta elementos claves para la construcción del conocimiento y deja en evidencia la necesidad de incluir al estudiante en su propio proceso de aprendizaje, sabe que el estudiante es responsable del aprendizaje y que el profesor debe estar capacitado para responder a un sistema educativo, a una estructura definida en la que se ven inmersos tanto estudiantes como docentes y en la cual se deben ubicar los procesos; sin embargo y para dejar explicita una primera diferencia con el campo de la matemática educativa, deja de lado las diferentes epistemologías de los estudiantes y concibe el proceso como un momento único e igual para todos, estandarizando conocimientos, definiendo estrategias de enseñanza y aprendizaje y delimitando el saber que se quiere impartir.

De modo que dadas tales afirmaciones y de acuerdo con la caracterización que se está expresando anteriormente se propone el siguiente esquema clarificador y representante de los hallazgos encontrados:

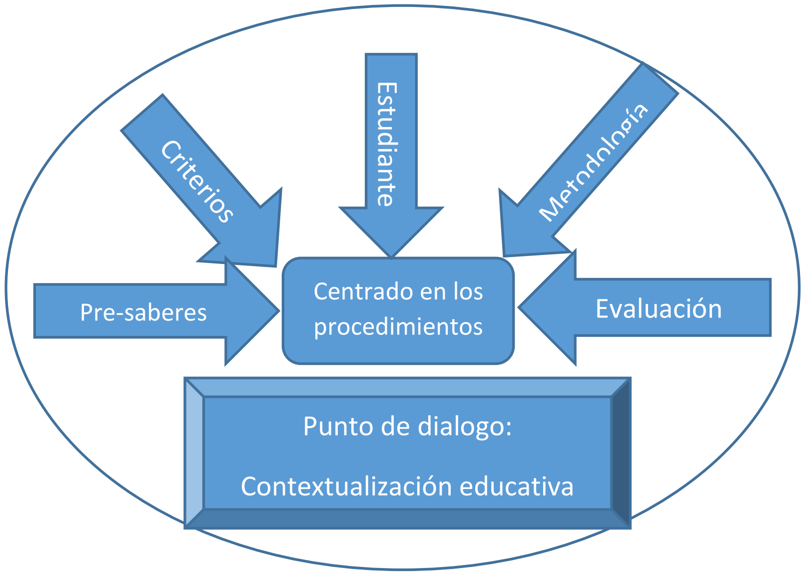


Ilustración 8. Caracterización campo de la educación

Como se hace evidente en los resultados acá presentados el campo de la educación presenta marcadas diferencias con los demás campos, particularmente con la centración de su discurso en los procedimientos y la forma en la que concibe el aprendizaje y la enseñanza; es de gran valor el hecho de reconocer que el estudiante es agente protagonista del proceso que acá se indica y como tal da elementos ricos para la discusión y el dialogo entre los campos al momento de proponer la ubicación de cualquier situación en un momento y lugar indicado.

El campo de la educación aporta particularmente un elemento clave para la consolidación de los aprendizajes y conocimientos esperados, y es el determinar el contexto educativo en el que se desarrolla cada elemento, un ejemplo de ello es la preocupación que se tiene por los diferentes tipos de inteligencias que hay en los estudiantes y la forma en la que se deberían potenciar, incluyendo por ejemplo representaciones no solo algebraicas sino también, gráficas o tabulares, que faciliten y den las mimas oportunidades a todos.

A modo de conclusión el punto de dialogo de este campo con los demás se denominó la contextualización educativa, en la medida en que se reconoce que todo proceso de aprendizaje debe estar situado en un momento y un lugar determinado, lo que indica que el docente debe responsabilizarse por encontrar aquellos elementos de la cotidianidad de sus estudiantes que le permitan vislumbrar los objetivos que se proponen, la construcción de los conocimientos esperados, a través de la inclusión de herramientas propias de ellos como criterios de evaluación y aprendizajes esperados; así como también, ser conscientes e incluir siempre los elementos de "pluralidad epistemológica" en la medida en que se reconozca que el estudiante puede acceder a un conocimiento no únicamente por la vía que propone su profesor o su escuela, sino que, de su cotidianidad y su contexto educativo, social y personal se rescaten elementos que faciliten la construcción que se plantea inicialmente; en adelante este punto se definirá como "elementos procedimentales".

4.1.3 Campo de la Matemática educativa

La matemática educativa es una disciplina relativamente joven cuyo objeto de estudio es la matemática escolar, entendiendo esta como la matemática que se desarrolla en las instituciones educativas con todas sus características, como el método de enseñanza y aprendizaje y particularmente la forma en la que se construye con los estudiantes, la matemática educativa además se conoce con diferentes nombres de acuerdo con la ubicación geográfica de la disciplina reconociéndose por ejemplo como la didáctica de las matemáticas en Europa o la educación matemática en varios países de habla hispana.

Históricamente como se mostró en el anterior apartado, la educación vivió distintos procesos de desarrollo y crecimiento, entre estos se encuentra un momento crucial denominado "la crisis de la matemática moderna", fue hacia los años sesenta y setenta que el auge tecnológico de los rusos desato en los estadounidenses la inquietud de tales resultados, a lo que se atribuyó que el gran avance de los primeros y la disminución en las producciones de los segundos se debía especialmente a los bajos resultados en la escuela de sus estudiantes, razón por la cual se buscó la modificación de las prácticas que hasta el momento se centraban en la libertad del estudiante y se solicitó a un grupo de matemáticos que diseñaran planes de estudio que incluyeran lo que se creía generaría mejores resultados académicos y por tanto científicos para el desarrollo del país.

Con el tiempo se entendió que tal estrategia era un fracaso, pues los planes de estudio y las metodologías y estrategias que se instauraron desconocían por completo el papel de los estudiantes en el proceso de aprendizaje y se centraba únicamente en una constante trasmisión de conocimientos que no dejo ningún resultado bueno; dada esta situación, diversas personas empezaron a realizar grupos de análisis y discusión en los que se preguntaban principalmente sobre un proceso conocido como enseñanza-aprendizaje, que hasta el momento había sido desconocido y reemplazado dentro de las matemáticas por demostraciones de teoremas, axiomas y definiciones de objetos matemáticos.

Con la determinación del nuevo enfoque y con la convicción que para su correcto funcionamiento se debía tener en cuenta al estudiante, además de las prácticas del conocimiento y las metodologías emergentes, se dio espacio a la disciplina que actualmente se conoce como matemática educativa, la cual efectivamente centró su atención en el diseño de estrategias, situaciones y métodos para un correcto aprendizaje de las matemáticas, que tuviera en cuenta elementos que hasta el momento era desconocidos como los procesos ancestrales y culturales desarrollados y estudiados por la etnomatemática; al igual que el proceso de aprendizaje y enseñanza mediante el reconocimiento de diferentes momentos y estrategias como lo propuesto por la Teoría antropológica de lo didáctico, o de igual forma las representaciones semióticas enfatizadas en el estudio de diferentes categorías de aprendizaje en las que se centra la atención en las representaciones que de un mismo objeto matemático puede armar un estudiante, y cómo mediante estrategias didácticas puede realizar una traducción o tránsito entre las mismas para apropiar correctamente los conocimientos.

La matemática educativa entonces llega en un momento particular de crisis en la educación a proponer que se deben tener en cuenta otros elementos para el desarrollo de los saberes en los estudiantes que hacen parte de sus propias vivencias y busca por consiguiente la funcionalidad de los conocimientos más allá del utilitarismo que hasta ese momento se había enfocado continuamente; actualmente cuenta con diversas teorías del aprendizaje y la enseñanza que centran su atención en alguno o algunas de las características y bases que se definen como fundamentales para la educación, esto es, un carácter académico, didáctico, social o epistemológico.

Dentro del departamento de Matemáticas y Ciencias de la Computación de la Universidad de Santiago de Chile se ha empezado su implementación desde hace algunos años atrás, con el trabajo investigativo e incluyente de varios doctores en la disciplina formados por la corriente Mexicana (promotora de la matemática educativa) y respondiendo a la necesidad de dar a la Pedagogía en Educación Matemática del departamento una nueva visión epistemológica que complemente y fortalezca los procesos formativos de los nuevos profesionales de la educación.

Actualmente el departamento de matemáticas tiene varios espacios académicos tanto de pregrado como de postgrado que buscan dar evidencias de la necesidad de fortalecer la disciplina, se han desarrollado algunos trabajos de investigación como propuestas finales de magister (como la que en este documento se presenta) y se desarrollan actividades de carácter nacional e internacional como el coloquio de matemática educativa y socioepistemología, así como el encuentro de educadores matemáticos de la USACH.

En el seminario de diálogos se contó con la presencia de dos de sus representantes, quienes además eran los creadores del proyecto de innovación: “Dialogo entre los campos que configuran la formación del profesor de matemáticas en la Universidad de Santiago de Chile: paradigmas dominantes e identidad disciplinar”, proyecto en el que se enmarca el presente documento, su actuar y pensamiento derivado de la corriente en la cual están formados se enmarca en la teoría socioepistemológica, la cual se constituye como representante de la matemática educativa dentro del departamento de matemáticas, que como bien se ha presentado en anteriores capítulos es una teoría igualmente nueva dedicada al estudio de la matemática escolar y el problema de la determinación de prácticas sociales que apoyen los procesos educativos y formen a los estudiantes con criterios de análisis y re-significación del conocimiento adquirido.

Para hacerse una idea del campo de la matemática educativa se presenta en éste momento al igual que con los otros campos el resumen de significados locales y globales que enmarcan a la disciplina:

Campo Matemática Educativa	Significados locales	• Finalidad • Funcionalidad • Sujeto • Construcción social • Auto regulación • Elementos de construcción • Postura epistemológica • Socioepistemología • Comportamiento • Ciudadanos • Transformar	• Integración social • Empoderamiento • Resistencia • Resignificación • Rediseño • Situaciones • Exclusión • Opacidad • Identidad disciplinar • Adherencia • Inclusión • Pluralidad
	Significados globales	• Finalidad del ejercicio • Funcionalidad del modelo • El sujeto no aprende solo • La rapidez de un pensamiento matemático no es de una sola persona, es una construcción social legitimada. • Combinar con lo social para poder entender elementos de auto regulación, sensitiva, mimética, perceptiva • Considerar la gráfica como un elemento de construcción y no mera representación de la función • La importancia de fondo es la postura epistemológica del programa en consonancia con la socio epistemología • Entender cómo se comportan las funciones para construir conocimiento • Que el profesor se sienta capaz de transformar el conocimiento que estudia • Un conocimiento reflexivo y crítico • Se van a formar ciudadanos • Es un medio para transformar a las personas que están aprendiendo, en cuanto a su integración social. Un medio para el empoderamiento	

Tabla 5. Significados del campo de la matemática educativa

Estos significados dan por si mismos una primera idea del carácter social que se concibe dentro del campo, es decir, el entender que la construcción del conocimiento matemático es una práctica social que incluye al sujeto en todas sus dimensiones y que reconoce no solo unos pre-conceptos como en el campo de la educación, sino, adicionalmente, un momento particular en su proceso de formación, una práctica situada que da sentido al aprendizaje y que lo convierte en un aprendizaje funcional para el lugar en el que se está desarrollando. Es importante recalcar que para la matemática educativa y en particular para la socioepistemología no se concibe como tal un proceso de enseñanza aprendizaje, pues no se cierra al aula regular, sino que, por el contrario se concibe la educación matemática como un proceso de construcción social del conocimiento, entendiendo que hay matemática que vive dentro de las comunidades y que como tal el estudiante convive a diario con ella desde los diferentes lugares en donde se desarrolla, esto es, hacer matemática dentro y fuera del aula, y permitir que la sociedad trascienda hasta dentro de las escuelas.

En el siguiente fragmento extraído de los vídeos resultantes del seminario diálogos, se podrá encontrar una discusión que se da entre un profesor del campo de la educación P2 y los dos profesores del campo de la matemática educativa P5 y P6, sobre la situación de la asintoticidad:

P5: La intencionalidad que tiene este diseño como un argumento de construcción, es como que aplica un principio ¿sí?, dar un poco esa mirada, entonces cuesta un poco a veces digerirlo, que significa eso de considerar a la gráfica como un argumento de construcción, en este caso de lo que significa la asintoticidad. En ese sentido yo veo una secuencia, un estado del arte que uno sabe, me imagino yo, en la segunda secuencia, introducir otro tipo de comportamiento que también cumple con esa idea de asintoticidad pero que no lo vamos a encontrar en el discurso. Aquí (en la actividad) es como más evidente y mucho más claro, lo vimos acá, que usted construya un tipo de asíntota. Entonces lo importante en el fondo creo que es esa postura epistemológica que busca dejar un programa que en este caso es la socioepistemología, porque si habláramos de otro tipo de teoría, por ejemplo de las *representaciones semióticas, quizás sería otro argumento y daría otro argumento de construcción.*

P2: eso se entiende, pero ¿cuál es el sello de lo social aquí?

P5: es que lo social difiere un poco de la concepción normal, lo social no es que si Juan o Pedro no tomo desayuno, o el profesor no tiene, no sé, recursos, entonces lo social aquí estaría vinculado a la construcción, a la construcción en este caso, de nuevo de resignificar en este caso a la concepción que uno puede tener de asintoticidad.

P2: Yo estoy de acuerdo contigo que esto (la actividad) representa una opción, yo echo de menos por ejemplo, pensando que hay estilos de aprendizaje distintos, por qué no haber trabajado también esto con unas tablas, porque también puedes llevarlo a que las funciones también tienen cierto acercamiento en términos numéricos.

P6: Claro, en eso estamos de acuerdo, pero es que el foco en esta actividad está centrado como argumento en el comportamiento tendencial de las funciones, esto porque históricamente, pareciera ser que el hombre construye primero a partir de lo gráfico de la matemática y después le adhiere toda la parte algebraica que claro se…

P2: Pero claro, ahí hay un supuesto.

P6: No, no, no, no es supuesto, es investigación.

P2: Claro, pero por supuesto no te dicen: el hombre construye de esta manera.

P6: Exacto, pero es que aquí hay investigación no supuesto, o sea, cuando uno analiza históricamente, la construcción del conocimiento matemático, uno se da cuenta que lo gráfico manda.

P2: No, si, si, si estamos de acuerdo en ese punto, sino, lo que pasa es que uno tiene una formación en el campo de la pedagogía, y la experiencia dice que los sujetos, algunos tienen estilos de aprendizaje distinto, entonces hay gente que lo visual le funciona muy bien, pero hay otra gente que no es visual, entonces ahí no puedo llegar y afirmar que todos aprenden de la misma manera; ese es un poco el punto.

Ahora, tal como se indicó antes del fragmento seleccionado, es evidente determinar ciertos elementos que hacen parte propiamente del campo de la matemática educativa y que salen a relucir a la hora de dialogar con los demás representantes, de éste análisis se pueden extraer las siguientes observaciones:

- El discurso de los representantes del campo de la matemática educativa es claro al entender que el aprendizaje de las matemáticas es un proceso de construcción social, en el que se deben tener en cuenta tanto el contexto de los estudiantes como las vivencias que dentro y fuera del aula el mismo tiene, de ahí que por ejemplo en la discusión se plantee un hecho histórico como desencadenante de una actividad matemática como la representación de una función y que tal argumento de construcción se vea rescatado en la situación actual.

- Se concibe que hay un carácter social dado por el proceso de construcción mediante el cual se accede al conocimiento, que difiere de la perspectiva sociológica y centra su atención en las actividades del ser humano derivadas a la educación, así por ejemplo se entiende que para construir en matemáticas se requieren de significados, argumentos y procedimientos que problematicen el saber y den al estudiante una mirada crítica sobre lo que se está estudiando, de modo que sea él mismo quien discierna sobre su conocimiento y resignifique los elementos que en cualquier lugar se crean con relación a las matemáticas.

- Los representantes del campo de la matemática educativa evidentemente no centran la atención en el objeto matemático, tampoco en los procedimientos para el aprendizaje o enseñanza, por el contrario se centran en el proceso de construcción y en la necesidad de que el estudiante signifique, resignifique, construya y reconstruya el saber, de modo que incluyen en este proceso elementos como los descritos en anteriores capítulos del análisis del discurso matemático escolar y los procesos de imposición que tradicionalmente se han dado en las aulas regulares, de ahí la característica y obligatoriedad de descentrar la enseñanza de las matemáticas de las instituciones y situarla en una práctica social, que aporte elementos claves para el entendimiento de los conceptos y tenga en cuenta la pluralidad epistemológica que se da al hacerlo.

- Como punto de dialogo entre los campos, la matemática educativa aporta a la discusión el carácter personalizado de la educación, esto hace que efectivamente se incluyan elementos de la epistemología de cada estudiante y a él mismo en su proceso de aprendizaje, es decir, la disciplina aporta con el elemento situacional de reconocer a cada agente del proceso de formación como un ser situado dentro de una sociedad de la cual rescata características y elementos propios que se reflejarán en su construcción matemática, se da un nuevo estatus a lo histórico y a lo funcional del conocimiento entendiendo que únicamente cuando el estudiante resignifica sus prácticas accede de forma real al conocimiento.

- Se entiende que el conocimiento tiene que ser vivencial y funcional para el estudiante, de forma que no se centra en una metodología como tal sino que, por el contrario se deja abierta la posibilidad a la construcción de argumentos que orienten el proceso, argumentos no usuales y que probablemente no reposan en el discurso matemático escolar como en sus libros de texto, sino que, por el contrario el estudiante rescata de sus tradiciones, sus experiencias y sus vivencias.

De esta forma podemos entender que el campo de la matemática educativa al igual que los otros campos se caracteriza de acuerdo con sus creencias y concepciones, particularmente al centrar su atención en las vivencias y situaciones del estudiante como argumento para la construcción del conocimiento matemático, estos serán entonces llamados "elementos argumentativos" de acá en adelante. En el siguiente esquema se plasman los principales elementos de caracterización que se cree se reflejan dentro del campo:

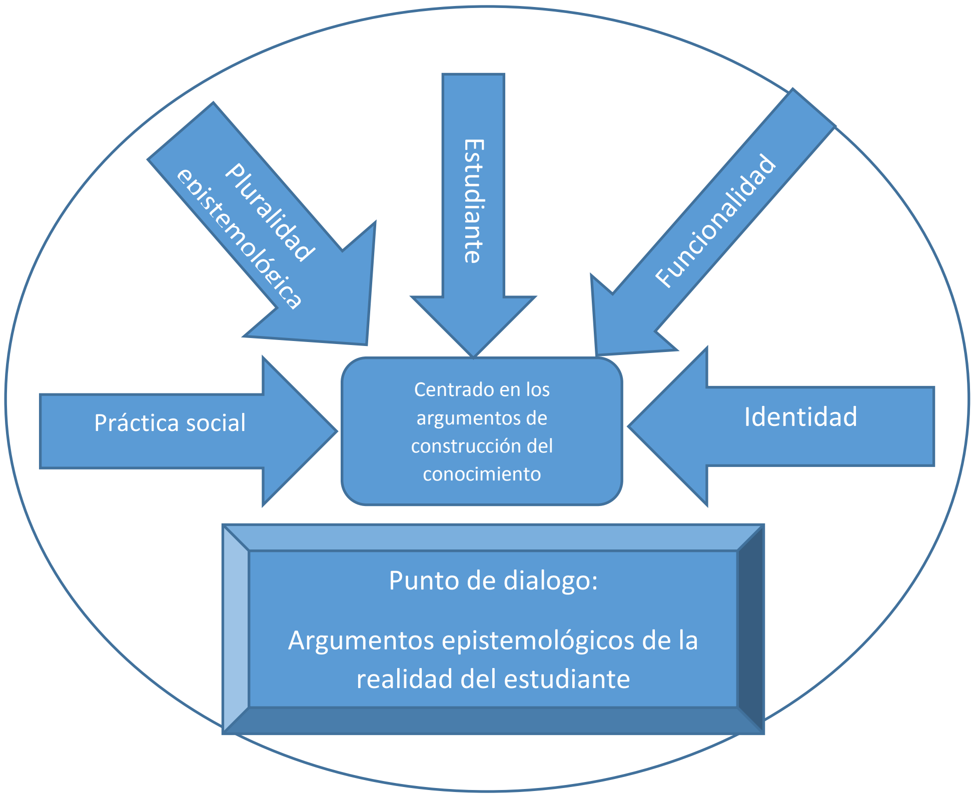


Ilustración 9. Caracterización del campo de la matemática educativa

Dada la caracterización que se reconoce dentro del campo de la matemática educativa se pueden plantear ciertos puntos de innovación en su discurso, en la medida en que se entiende que el estudiante es centro de la actividad educativa, pero que sin embargo no solo el estudiante como ser es protagonista sino que se logra tal estatus en la medida en que se incluya también su contexto y su identidad.

La palabra identidad entonces cobra un particular sentido de la mano de la matemática educativa en la medida en que reconoce que cada estudiante es un ser situado socialmente y como tal debe convertirse en un ciudadano responsable, entendiendo que desde la educación matemática deberá convivir con diversas situaciones en las que se pone a prueba la funcionalidad de los conocimientos que ha ido construyendo, de ahí que al pensar en los futuros profesores de matemáticas se entienda que además no se habla de cualquier identidad sino que, se aumenta el concepto dada la situación a la definición de una identidad disciplinar.

4.2 Análisis del curso de didáctica del álgebra y el cálculo

El curso de didáctica del álgebra y el cálculo es un espacio académico situado en el tercer año de la Pedagogía en Matemática y Ciencias de la Computación de la Universidad de Santiago de Chile, actualmente se encuentra liderado por una doctora en ciencias con mención en Matemática Educativa y se desarrolla de acuerdo a una modificación en los contenidos que se puede resumir en los siguientes esquemas.

En la ilustración 10 se encuentra un esquema que presenta lo que era el curso antes de la modificación realizada para la nueva malla del programa, en ésta primera instancia se buscaba que el estudiante reconociera el problema de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde el estudio de 4 teorías de la didáctica de las matemáticas: la teoría de representaciones semióticas, la teoría de situaciones didácticas, la transposición didáctica y la modelación y resolución de problemas, desde estas perspectivas se buscaba que el estudiante pudiera realizar una ingeniería didáctica y de tal forma obtuviera una visión general sobre el problema principal.

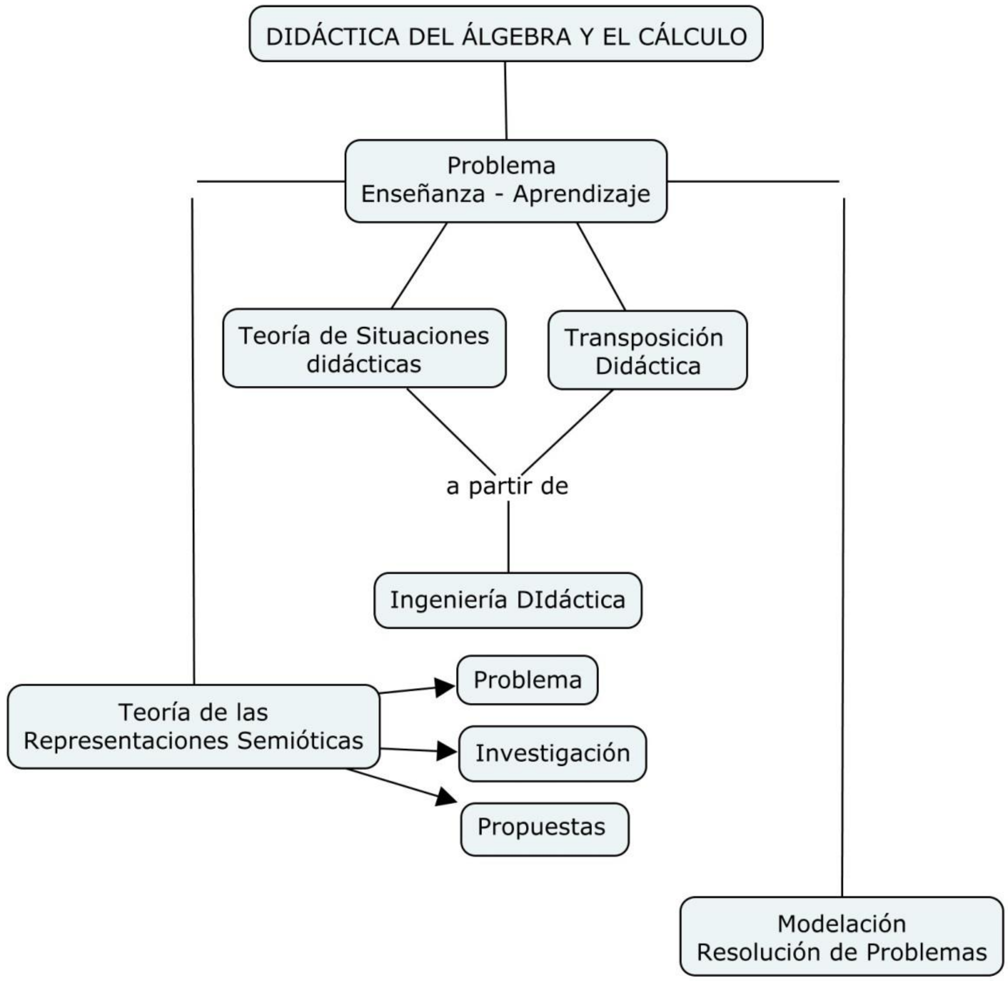


Ilustración 10. Esquema del curso Didáctica del álgebra y el cálculo, versión antigua.

Luego de reconocer que el estudiante además de identificar el problema de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, debía ser capaz de generar una mirada crítica sobre el mismo con la intención de formar la identidad del profesor de matemáticas, y bajo la convicción de que ubicarse dentro de una disciplina, seleccionar una teoría que oriente los juicios y análisis que se pueden realizar, permite al estudiante apropiarse de elementos que enriquecerán su discurso y prácticas pedagógicas se propuso una segunda mirada al mismo curso, que se resume a continuación.

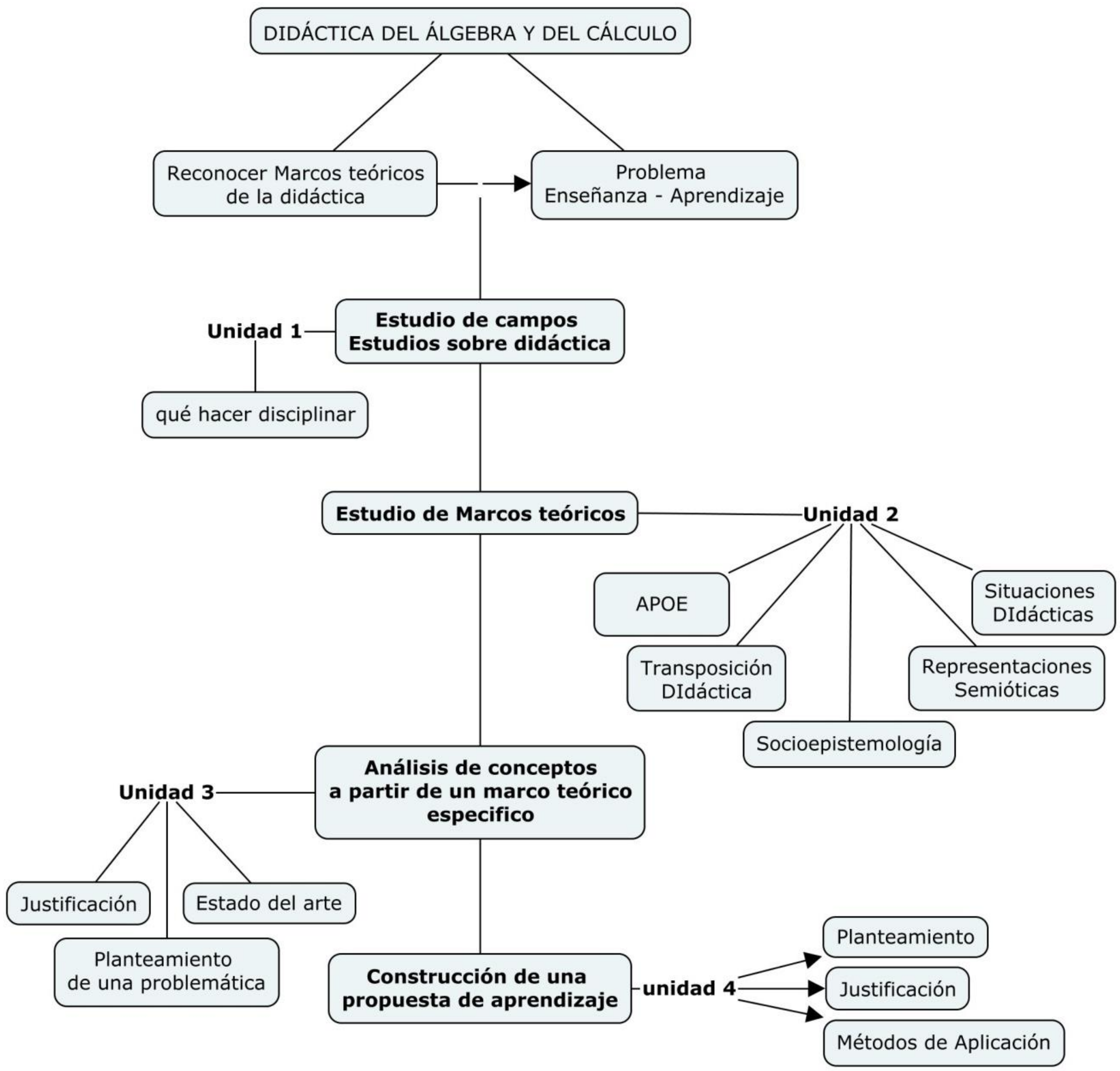


Ilustración 11. Esquema del curso Didáctica del álgebra y el cálculo, versión nueva.

En la ilustración 11 se puede observar que se generaron cambios en la estructura misma del curso, incluyendo ahora elementos que permitieran al estudiante no solo reconocer los marcos teóricos que existen, sino inicialmente, identificar a la matemática educativa como una disciplina, conocer su métodos y desde ahí las miradas epistemológicas que se han desarrollado; luego, se busca que el estudiante seleccione un objeto de la matemática escolar y lo problematice, generando finalmente una situación de aprendizaje que ataque al problema que identifica y proponga un análisis de su situación en la que resalte los aportes que hace a la disciplina y en general a la construcción del conocimiento matemático.

El presente proyecto de investigación plantea ahora una serie de actividades que van de acuerdo con las categorías que se definen para el avance y desarrollo de la identidad disciplinar del profesor de matemáticas, se incluyen dentro del estudio de los marcos teóricos de la matemática educativa y se proponen como actividades en el aula que generen discusión en los estudiantes y fortalezcan su reconocimiento como agentes problematizadores del saber, si bien no se quiere plantear una modificación al curso, se cree que con la implementación de las actividades que acá se proponen, se germinará en los estudiantes las ideas que se han desarrollado con el pasar de los capítulos.

Las actividades están desarrolladas como preguntas de tipo abierto que generan en los estudiantes análisis sobre los elementos de tipo cognitivo, procedimental y argumentativo que se consideran como generadores de identidad; en cada una de las mismas se parte una situación de aprendizaje y se proponen preguntas y análisis sobre elementos particulares de la matemática educativa.

4.3 Elementos de la identidad disciplinar.

El desarrollo de esta propuesta de investigación giró inicialmente en torno a la pregunta de ¿cuál es la disciplina del profesor de matemáticas?, entendiendo que por ejemplo para otras disciplinas la pregunta es de fácil y evidente respuesta, así entonces, es el caso de los abogados en los que instintivamente cualquier persona puede saber que su disciplina son las leyes y la jurisprudencia; otro ejemplo es el de los médicos de quienes no se necesita saber mucho para determinar que su disciplina es la medicina; no así con el profesor de matemáticas.

Tradicionalmente se ha creído que el profesor de matemáticas debería identificarse con la disciplina de las matemáticas, en la medida en que se tiene la concepción que es él quien debe manejar todos los contenidos y que en cuanto más sepa de la ciencia mejor hará su clase; esta teoría se puede demostrar que no es muy efectiva mediante el ejemplo que se planteó en anteriores párrafos sobre “la crisis de la matemática moderna” y la forma en la que al dejar la educación matemática en las manos de los matemáticos puros se generaron grandes problemas educativos.

Por lo tanto para intentar dar luces sobre lo que en este trabajo se plantea, se presenta a continuación un extracto de un dialogo entre varios representantes de los diferentes campos en torno a "la situación de la parábola", en la que además se examina un libro de texto de la educación escolar básica Chilena sobre la misma temática:

P1: La importancia de la pregunta que permiten jugar por varios lados, o lo otro, digámosle mejor que lo haga por un método especifico, es interesante y dará un salto matemático mayor pasar de una…, encontrar una función de ajuste a una demostración del teorema de clase, entonces aquí yo voy a echar la pregunta, ¿qué teorema de clase ocupo? Si lo encuentro un polinomio de newton que pasa por cuatro puntos, estoy pensando en esa actividad, sería encontrar el teorema que estoy planteando, ahora si lo dejo solamente como actividad, me nació el desafío que no lo puse aquí pero si está en un Word, que a lo mejor se podría sacar de partida también un ejercicio y a lo mejor eso es lo que quise entender en el fondo y esto con el profe lo estuvimos viendo, cada uno tiene su opinión al respecto, lo estuvimos viendo pero me parece súper…me parece súper interesante lo siguiente y a lo mejor eso es lo que pretendía el ejercicio como discusión, que yo encontrara una parábola como lugar geométrico, es decir, yo tengo ahí el plano cartesiano, que es la representación, no cierto?, tengo el punto "mb" que equidista al punto (0,-1/4), es (0, ¼)?

P6: (0,1/4) y la recta es -1/4

P1: entonces el punto m cuando es cero, entonces uno cae aquí, pero está pidiendo que equidiste, que equidiste para arriba y que equidiste para abajo.

P6: eso es como el punto que uno conoce

P1: claro y está bien, pero estoy pensando en el ejercicio en sí, con la información que es lo que quiero comentar, entonces, esta distancia va a ser D y esta va a ser G, entonces ¿ahí estaríamos bien, pero luego va a venir al ½ cierto?, para abajo, si se puede una distancia D, pero ¿para arriba?

P6: Claro, pero es que ahí te tomaste el (1/2,0)

P1: Claro

P6: y ese punto no se cumple.

P1: claro y ¿cuál es la idea?, ese es el que quiero: ½, ¿estoy trabajando con esta curva? Entonces ¿cuál es la recta de distancia ahí?, ¿cuál?, porque si tú me dices, supón que hay un punto m que equidista, aquí, encuentra las coordenadas, las coordenadas de él, con respecto a ¿quién?

P6: al dato que se da.

P1: si, pero ¿qué es el dato arriba?, ¿Cuál es el parámetro ahí? ¿Cuál es la aplicación que me está transformando al cero?

P6: Esa relación, que sea equidistante.

P1: Por eso, en el cero estamos de acuerdo que es el cero,

P6: o sea ese punto cumple, pero después le dice: "encuentra las coordenadas de M, ahí ¿cómo lo tome yo?, porque a todo esto, esta actividad yo no la, yo no, nosotros no la inventamos,

P2: acá estamos discutiendo un dato, veamos, porque si yo busco, con los datos ¿qué me están pidiendo? Que los puntos siempre equidisten, entonces vamos viendo la constante siempre como la directriz, por lo tanto este va a ser ¼ acá abajo, entonces siempre va a ser constante ahí, entonces para el valor ½, entonces empecé a buscar la ordenada, y ahí aplico Pitágoras, no queda otra que buscarla diagonal para tener la misma distancia.

P6: pero es que ahí se está asumiendo entonces que el punto es (1/2,0), o sea el punto puede estar en cualquier, hay que pensar en una recta que es el ½ así, y entonces pensar que el punto es movible.

P1: pero ¿en dónde dice eso que el punto sea movible?

Daniela, no, no lo dice.

P1: ah, se infiere

P6: no, no lo dice, pero cuando yo vi la tabla, porque a mí también me paso, porque yo lo hice, yo, uno entra en la misma discusión, y claro, después viene esto de la x e y, pero cuando yo vi eso y veo la tabla entonces a mí me costó entender que M me estaban pidiendo, porque había un punto que me cumplía, pero y entonces el M yo lo tengo que pensar como que es variable, porque la x se está corriendo, el M va a *tomar diferentes valores, pero va a tomar siempre cumpliendo una misma relación, que tuviera las distancias iguales.*

P1: pero es que si tu tuvieras eso que estás diciendo, que es demasiado válido, tu tendrías que poner un applet que te moviera el geogebra y te diera el dato exacto, porque aquí o sea, la gracia del ejercicio que me parece súper interesante, porque me está obligando a pensar a mí, como profesor, como mediador, en medio de este elemento, como que estoy comunicando la matemática, me ha hecho pensar bueno eso que tu dijiste "tengo que pensar que es movible", pero ¿por qué tengo que pensar que el cabro piensa que es movible?.

P6: no si yo, yo estoy de acuerdo con eso que ustedes dicen, o sea a mí me costó decir es movible, pero cuándo se logra digamos ese pensamiento, es cuando tú piensas que está tomando diferentes valores del x, tenía que cumplir una condición que el punto no puede ser fijo, incluso yo me había perdido de esta idea de la parábola, o sea ya me había perdido de esta idea como PROFE 2 LO PENSO de eso de la directriz y el punto fijo, sino que, yo repetí la condición y dije "un punto que me cumple esa característica es el (0,0) y después la otra actividad, lo que te está pidiendo es encontrar las coordenadas de ese punto, o sea ese punto puede ser muchos puntos de una familia de puntos que cumplan con esa condición.

P1: y fíjate que cuando tú ahora incluso viendo los que están aquí ya uno podría indicar una forma que hay dinámica, pero eso es buscándolo ya sutilmente la concepción de la palabra justa, entonces es interesante el ejercicio, pero yo creo que habría que meter algunas fuentes de comunicación para lo que yo quiero llegar.

P6: ¿cómo otra indicación?

P1: no, no, no como un poco más explícito, y lo otro que se nos ocurrió pensar un poco, en la definición de parábola con mediatriz y directriz, y eso el profe me lo decía pero uno no lo tiene en cuenta, así que habría que probarlo con los chiquillos, porque uno eso lo piensa pero yo no sé si ellos pensaran lo que yo pienso.

P6: claro, yo ayer lo probé con los del magister y ellos me decían lo mismo, esto que tu encuentras de que sea más explícito, sin embargo a mí, todavía, por como veo la actividad, yo devolví la pregunta, bueno, pero no pudieron llegar al acuerdo de cuál era la recta x y cuál era la y, porque al final igual es trabajo compartido, *porque al final tú tienes que buscar ciertas fuentes de significado para indicar, por eso te decía que el gráfico no vale la pena si no tiene lo de arriba, que te está determinando un punto (0,1/4) y la recta -1/4, claro entonces ahí, no tienes ningún eje x, entonces puedes determinar cualquier eje x pero te conviene que sea esta la recta x y la de abajo la recta -1/4 y el punto que tu tomaste lo ubicas arriba, entonces hay una fuente de significado que te va a permitir a ti determinar cuál es el eje x y el eje y sin la necesidad de que esté explicito dentro de cada una de las gráficas.*

P1: claro, eso dentro de lo que sucede con los chiquillos, que sería un acuerdo o sea un convenio consensuado, o sea pero yo no me quise ni poner ni en la matemática ni en la didáctica, sino me quise poner como en la actividad, que creo que por eso lo hice de esta forma.

P6: Porque si hubiese puesto la recta x como lo otro o sea la recta de abajo, entonces estaría mal, ya no tiene sentido,

P1: ehmm ésta ya está, ahora vamos un poquitito a la tercera…

Ahora bien, analizando esta situación, podemos encontrar algunos puntos que orienten la discusión que se quiere plantear sobre la identidad disciplinar del profesor de matemáticas, inicialmente se puede ver cómo cada uno de los participantes tiene una mirada sobre la actividad que se ha planteado, en ésta un representante del campo de la pedagogía insiste en que el estudiante puede tener problemas con las indicaciones, pues no son explicitas y evidentes, por lo tanto deja ver una situación en la que al modificar las coordenadas de uno de los puntos que le solicitan, la situación definitiva planteada no tendría sentido; de tal forma, coincide con la formalidad, que se reconoció como característica fundamental del campo de las matemáticas, para evitar justamente dicho tipo de ambigüedades, luego de ello la dificultad es entendida y corregida por un representante del campo de la matemática educativa quien evidentemente tiene un poco más de cercanía con la actividad.

Otro punto que se resalta en el dialogo es la participación del otro representante del campo de la educación, en este segundo momento de sus intervenciones se indaga mucho sobre el contexto para el que se está aplicando la actividad, es decir el tipo de estudiantes al cual está dirigida la misma, y ahí se abre la discusión sobre la necesidad de ubicar las prácticas educativas en un contexto global, que incluya elementos de la ubicación en la que está, por ejemplo, los lineamientos que desde el ministerio de educación se plantean para la ejecución de una actividad matemática como objetivos de aprendizaje, criterios de evaluación, elementos propios del nivel de los estudiantes y que en la actividad no están considerados, esta falta de consideración es para el representante de la educación un punto de dificultad al que tilda de “chispazos de la actividad” puesto que no encuentra un sentido (Desde su mirada epistemológica) a la actividad.

Por otra parte se debe reconocer que hay un punto de dialogo y convergencia entre los campos, que es la necesidad de desligar el discurso de los profesores del tradicional discurso que por ejemplo presenta la asintoticidad como únicamente un problema de las rectas que intervienen en la definición de asíntota, se entiende que los libros de texto, los materiales educativos y las mismas clases que se han desarrollado muestran un tipo de asintoticidad llamado “usual” el que se convierte en un problema de la cercanía de las funciones a una recta, pero que desconoce por completo el trabajo que se ha realizado también con aquellas funciones que por ejemplo cortan a la función en algún punto o no tienen un comportamiento lineal.

De todo esto entonces se plantea la siguiente idea que puede ayudar a esclarecer lo que se considera en éste trabajo como identidad disciplinar: Inicialmente se es consciente que la disciplina del profesor de matemáticas debe ser un compartir y un equilibrio entre los campos de formación que actualmente se desarrollan dentro de los programas de pedagogía en matemáticas, esto es que el profesor de matemáticas tenga un conocimiento de los objetos matemáticos que está problematizando en su actuar diario (saber), además de que conozca las metodologías y procedimientos que debería realizar dependiendo de su contexto (Procedimientos) y finalmente que se entienda y se reconozca como un agente problematizador del saber, es decir un representante del campo de la matemática educativa (argumentos).

Desde esta idea se pretende entonces que el profesor de matemáticas se identifique con el campo de la matemática educativa y desde el mismo haga una mirada crítica a los conceptos que se enseñan, así como a los procedimientos que se requieren para sus labores académicas, por lo tanto la identidad disciplinar se podría formar y potenciar en un estudiante de pedagogía en matemáticas en la medida en que se aborden los siguientes elementos:

1. **De tipo cognitivo (saber):** Proveniente del campo de la matemática, se debe reconocer que la formalidad y la exactitud son elementos fundamentales a la hora de hablar de matemáticas en el aula, se hace evidente que en la medida en que se dote a las situaciones de un leguaje adecuado y se dé el carácter demostrativo a las actividades el desarrollo de conocimientos será más claro para los estudiantes y se dará luces sobre el real objetivo de cada actividad; así por ejemplo se incluye dentro de los elementos del saber todo el complejo histórico que ha permitido el desarrollo de un objeto matemático en particular del cual se busca rescatar aquellos elementos como necesidades y argumentos que permitieron a la humanidad en un momento establecido trabajar el concepto.

2. **De tipo procedimental (procedimientos):** Provenientes éstos del campo de la educación en los que se incluyen todos aquellos elementos del contexto que se da dentro de la educación, entendiendo que los procesos educativos se encuentran normados y enmarcados en una sociedad ante la cual deben responder, acá se incluyen los elementos como criterios de aprendizaje, las forma de evaluación y las metodologías mediante las cuales se logra un aprendizaje; haciendo la acotación que sin embargo, no se cierra el marco del procedimiento al aula, sino que, por el contrario se debe abrir una perspectiva a la inclusión de nuevos procedimientos en los que se evidencien las vivencias de los estudiantes y los diferentes campos de acción del conocimiento, lugares en los que vive la matemática en la realidad del estudiante y actividades cotidianas mediante las cuales también se puedan por ejemplo evaluar y aprender.

3. **De tipo argumentativo (argumentos):** Propios del campo de la matemática educativa, los cuales orientan el proceso y realizan el enlace entre lo que se quiere saber y la forma en la que se hace incluyendo los elementos de la cultura, la historia, las vivencias y la funcionalidad del conocimiento que se está estudiando, son estos elementos los que permiten que el docente se convierta realmente en un agente problematizador y muestre al estudiante las estrategias y elementos de resignificación de los conocimientos; los argumentos de los que acá se hablan tienen un fuerte enlace con los elementos que se describen anteriormente en la medida en que se adecuan a la práctica pedagógica, modifican los conocimientos pre-existentes, activan los pre-saberes y norman los procesos de construcción del conocimiento, son elementos de carácter sugestivo y no de tipo impositivo pues rompen con la idea de priorizar un conocimiento por encima del otro y no presentan una matemática terminada sino que, por el contrario, una matemática que se puede enriquecer desde la mirada práctica de cada uno de los agentes participantes.

Con el desarrollo de estos elementos de distinta naturaleza se cree desde esta investigación que se llega a un consenso entre los campos y se da un elemento de identificación para el profesor de matemáticas, quien se siente situado dentro de una comunidad, responsable de la resignificación de ciertos conocimientos y además con la libertad de responder a un sistema educativo sin la necesidad de coartar sus prácticas o repetir un discurso que por demás se ha demostrado que genera exclusión y demás fenómenos que acá ya se han explicado.

A modo de síntesis se deja abierta la discusión sobre el posicionamiento del profesor de matemáticas como un representante del campo de la matemática educativa desde la cual se considera que se hace más fácil el vislumbramiento y la obtención de los elementos anteriormente descritos.

CAPÍTULO 5

5. Diseño de la propuesta de innovación

Uno de los mayores hallazgos de esta investigación consiste en el entendimiento que mediante el diseño y rediseño de situaciones de aprendizaje se logran incluir los elementos que se definieron para la consolidación y desarrollo de la identidad disciplinar del profesor de matemáticas, en tanto al crear, desarrollar y rediseñar situaciones de éste tipo se toma una posición desde la disciplina y se hace frente al problema que ya se ha delimitado, por lo tanto este capítulo entrega un ejemplo conciso de lo que se entiende como diseño y rediseño de una situación y de las implicaciones que trae esto para la formación de un profesor de matemáticas.

Desde la disciplina de la matemática educativa y con una mirada sociepistemológica, se presenta una propuesta en la que a través del análisis de una situación de aprendizaje, la solución de una serie de preguntas y el estudio de los elementos que están implícitos en la misma, un estudiante de Pedagogía podrá transitar por los momentos de desarrollo de la identidad disciplinar, fortaleciendo sus herramientas cognitivas, procedimentales y argumentativas, de lo cual, se logra un dialogo enriquecedor entre los campos de formación y se da una mirada general a la realidad educativa.

5.1 Definición de actividades.

De acuerdo con lo que se ha presentado en los anteriores capítulos, las actividades que se desarrollen en un curso como el de didáctica del álgebra y el cálculo, deben permitir que los estudiantes reflexionen y se cuestionen sobre la responsabilidad que asumen al escoger una pedagogía como su futura profesión, cada una de las actividades que se presentarán a continuación corresponden a cortos y puntuales ejemplos o situaciones sugeridas, que están propuestas desde alguno de los elementos que se definieron como parte de la identidad disciplinar, de forma que al implementarlas en las unidades del curso, generen reflexiones y permitan un ambiente de discusión y dialogo entre los participantes de la asignatura.

Para el diseño de las actividades que reflejan las categorías que se han discutido y encontrado, se utilizará una situación del cuadernillo titulado “Reproducibilidad de diseños de situaciones del cálculo en la aproximación Socioepistemológica", resultado de las prácticas de Laboratorio del curso de Actividades del Seminario Temas Especiales I, AES, Semestre I, 2004, Dirigido por el Dr. Francisco Cordero Osorio; desde éste documento se orientará el proceso de formación de los futuros profesores de matemáticas, de modo que se logre el tránsito entre las diferentes categorías y campos caracterizados.

En la situación se espera que los participantes puedan tener el documento en original así como las preguntas que se les realizan en cada uno de los momentos definidos, de forma que mediante la solución de las mismas se haga el recorrido completo por cada uno de los tres momentos definidos en el capítulo anterior.

- **Actividades con elementos de carácter cognitivo**

Momento 1.

Se ha presentado una actividad como la que muestra la gráfica a un grupo de estudiantes de pedagogía en matemáticas, el tiempo destinado a su solución es de 2 horas y se utilizaran algunos elementos como un software graficador, un computador y un data para la proyección de la actividad

La Situación de la Parábola

I. Establece características de cada una de las curvas que aparecen en las ventanas siguientes.

a) En esta ventana no hay ejes de coordenadas, sólo contamos con la curva que aparece en la figura *A*.

Figura *A*

b) En esta ventana contamos con una curva y un segmento horizontal *AB* como aparece en la figura *B*.

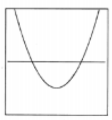


Figura *B*

c) En esta ventana aparecen los ejes de coordenadas *X* y *Y* y la curva como en la figura *C*

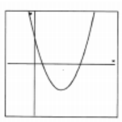


Figura *C*

II. En la ventana de la figura *D*, supón que hay un punto *M* que equidista al punto (0, $\frac{1}{4}$) y a la recta $y = -\frac{1}{4}$.

Figura *D*

a) Encuentra las coordenadas de *M* de acuerdo a la siguiente tabla

X	*y*
0	
$\frac{1}{2}$	
1	
5	

b) Ajusta una curva a los puntos encontrados en el inciso a.

c) Demuestra que de acuerdo a las condiciones del punto *M*, sólo existe una curva que pasa por esos puntos.

III. En la tabla anterior se incrementa a los datos una constante *a*:

x	*y*
$0+a$	
$\frac{1}{2}+a$	
$1+a$	
$5+a$	

Determina la función, y su gráfica, que exprese este hecho.

IV. En la figura *E* aparece la gráfica de la función $f = x^2 - 2x + 3$.

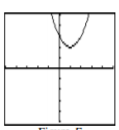


Figura *E*

a) Haz diferentes gráficas considerando diversos valores para *A, B, C* y *D* de la función $Y = Af(Bx+C)+D$.
b) ¿Qué comportamiento observas de las gráficas cuando multiplicas a la función y al argumento de ésta por una constante?
c) ¿Qué comportamiento observas de las gráficas cuando sumas a la función y al argumento de ésta por una constante?

V. La curva de la figura *D* es la gráfica de una función $f = Ax^2 + Bx + C$.

Determina los signos de los coeficientes *A, B* y *C*.

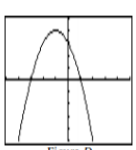


Figura *D*

VI. ¿Qué valores deben tomar los parámetros *A, B* y *C* de la función $Y = A(x+B)^2 + C$ para que su gráfica al cruzar el eje de las *y* se parezca a las siguientes funciones?

a) $y = 2$
b) $y = 3x - 1$
c) $y = -5x$

VII. ¿Qué le pasa a una parábola cuando se le suma una recta?

a) Haz algunas predicciones para una posible respuesta. Escribe todos los detalles posibles.

b) Organiza tus resultados en una tabla que registre las características de la recta y de la suma de ésta con la parábola.

c) Considera la función cuadrática $f = x^2 - 7x - 5$ y su gráfica (figura *F*). Identifica la parte lineal de la función en la gráfica.

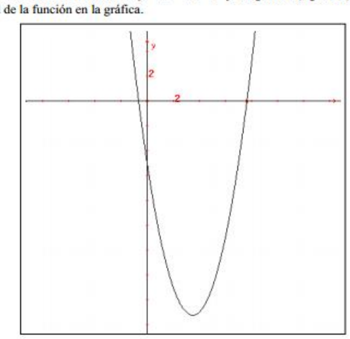


Figura *F*

d) Conjetura acerca de la pregunta ¿qué le pasa a una parábola cuando se le suma una recta?

1. Al leer cada una de las preguntas iniciales de la actividad, indique cuál o cuáles cree que son los objetos matemáticos que se pretenden abordar con el desarrollo de ésta.

2. En matemáticas se entiende que una parábola es la representación gráfica de una función cuadrática o el lugar geométrico que se define al encontrar todos los puntos que equidistan de un punto fijo llamado foco y una recta fija llamada directriz, así desde la primera definición se sabe que la función cuadrática puede ser definida en general como una función de la forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c; a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

   Conteste las siguientes preguntas:

   a. ¿al construir la gráfica de una función cuadrática qué interpretación puede darle al valor a de la ecuación?
   b. ¿qué interpretación puede darle al valor c?
   c. ¿ha visto alguna vez una interpretación para el valor b?
   d. Luego de resolver la actividad planteada, ¿qué interpretación se le puede dar al valor b?
   e. ¿Podría mostrar un tratamiento algebraico que verifique su anterior enunciado?

<u>Momento 2.</u>

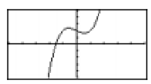
La actividad que se presentó a los estudiantes tiene una segunda fase, en la que se intentan generalizar ciertos hallazgos como se muestra a continuación:

VIII. Las rectas y las parábolas. Considera la parábola $f=x^2-2x-3$.

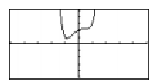
a) Determina la familia de rectas, $y_1=ax+b$, que tenga un punto de contacto con la parábola f.
b) Determina la familia de rectas, $y_2=cx+d$, que cruce a la parábola f en dos puntos.
c) Determina la familia de rectas, $y_3=\alpha x+\beta$, que no cruzan a la parábola f en ningún punto y no tienen punto de contacto con ésta.
d) Demuestra que si una recta corta en dos puntos a una parábola, las ramas de ésta siempre permanecen por arriba o por abajo de la recta.

IX. a) Para cada una de las gráficas de una función que aparecen en los siguientes incisos, bosqueja la gráfica de la función $g=x^2f(x)$:

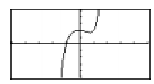
a)



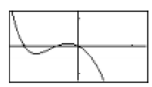
b)



c)



d)



b) En la figura G aparece la gráfica de la función $y=f(x)$

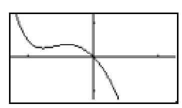


Figura G

Bosqueja la gráfica de $h=f(x^2)$.

X. Considera el polinomio $P=Kx^2+(K+1)x-(K+2)$, donde K es cualquier número entero positivo. Determina el comportamiento de la gráfica del polinomio P cuando K tiende a infinito.

3. ¿cuál cree usted que es el objeto matemático que se está intentando inducir en los estudiantes con el desarrollo de ésta actividad?
4. ¿cómo podría relacionar la demostración que se logró como conclusión del momento 1 de ésta actividad con el nuevo objeto a descubrir?
5. ¿qué tipo de modificación realizaría a la actividad para que los estudiantes tuvieran un primer acercamiento a la idea que plantea ésta actividad?

- **Actividades con elementos de carácter procedimental.**

Momento 3.

Ahora que usted conoce la actividad que se planteó a los estudiantes, y pensando en las afirmaciones que realizó con el desarrollo de los anteriores momentos, intente resolver las preguntas que se realizarán con la intención de visualizar el aspecto procedimental que se espera con el desarrollo de la actividad.

1. Escriba brevemente una caracterización de los estudiantes a los cuales usted dirigiría esta actividad, indique su rango etario, los preconceptos o prerrequisitos que considere necesarios para poder resolverla y enuncie la ubicación de la actividad dentro del currículo escolar chileno.

2. Escriba un aprendizaje esperado que usted considere se adecué a la situación que acá se plantea.

3. Enuncie cuáles serían los posibles errores que usted esperaría se sucedieran en el aula con el desarrollo de esta actividad.

4. ¿Cuál cree que debe ser el rol del profesor? Y ¿del estudiante?

5. Indique cuál cree usted que es el instrumento, la evidencia y el procedimiento que utilizaría para evaluar el alcance del aprendizaje esperado que tienen los estudiantes, argumente su respuesta.

6. Haga una breve revisión de los textos escolares en los que usted situó la actividad y determine el alcance de la misma en relación con los contenidos que en el texto seleccionado se plantean.

- **Actividades con elementos de carácter argumentativo.**

Momento 4.

Desde la disciplina de la matemática educativa se considera que el estudio de un objeto matemático debe entenderse no desde el objeto como tal sino de su interpretación dentro de la matemática escolar, teniendo en cuenta las corrientes de pensamiento que ha estudiado de ésta disciplina responda las siguientes preguntas:

1. ¿a qué teoría de la matemática educativa asignaría usted esta situación?
2. El diseñador de esta situación, indica que la corriente de pensamiento a la que se adhiere es a la socioepistemología, ¿cuáles considera usted que son los elementos de carácter social que se evidencian en la actividad?
3. Complete la siguiente tabla pensando en las actividades y momentos que presenta la situación, explicitando cada uno de ellos claramente

Argumentos	Procedimientos	Significados

4. Presente una posible solución a la actividad, determine dentro de la misma los elementos que se han encontrado en los momentos del 1 al 4 que ha desarrollado con las discusiones que hasta el momento se han realizado.

<u>Puesta en acción.</u>

Teniendo en cuenta las respuestas que usted ha dado a esta actividad, y entendiendo que un punto clave para la consolidación de los aprendizajes de un estudiante, desde la disciplina de la matemática educativa, realice un re-diseño de la situación en la que incluya los elementos que se han descubierto, los cuales llamaremos puntos de dialogo entre los campos desde los cuales se han tomado cada uno de ellos, esto es: la matemática con los elementos de formalidad y objetivación matemática, la educación con las variables de orden, estructura y ubicación en el marco educativo chileno y la matemática educativa con los elementos argumentativos encontrados como significados, procedimientos y argumentos.

5.2 Recomendaciones para su puesta a prueba

Si bien la anterior actividad es solo un ejemplo de lo que se buscaría con una situación de aprendizaje que enfocara al estudiante a dialogar con los elementos de cada uno de los campos que en su ejecución intervienen, se considera que la puesta a prueba es también un reto para la persona que lo realiza, de ahí que se presupone que quien realiza esta actividad con los estudiantes debe cumplir con ciertas características para orientar las discusiones y lograr los objetivos que se han planteado desde el desarrollo de ésta investigación.

5.2.1 Rol del docente

El docente que oriente el proceso tiene que ser conocedor de cada uno de los campos en los que está inmersa la situación, esto implica que debe haber una formación matemática que le permita entender el trasfondo de la actividad y el objeto matemático que se quiere abordar, además de que entienda el problema de la enseñanza y aprendizaje que se plantea desde el currículo escolar chileno.

Además del conocimiento de los campos en donde se está ubicando la actividad es importante que su papel sea de guía, orientador y problematizador de la actividad; si bien la mayoría de las preguntas que no pertenecen al campo de las matemáticas son de carácter abierto y poseen no única respuesta, es importante que el docente se ubique desde la disciplina de la matemática educativa y piense el proceso como un espacio de construcción de conocimiento, que en el fondo se encuentra mediado por un objeto matemático, pero en el cual se está centrando la atención en una práctica de modelamiento de una función y de la posible incorporación de la tecnología por parte de cada uno de los estudiantes.

Como elemento adicional sería interesante que se sugiriera a los estudiantes el análisis del momento histórico y cultural en el que se desarrolla la teoría que acá se pretende desarrollar, pues como se sabe, la teoría de las funciones cuadráticas y sus representaciones gráficas nace de situaciones comunes a la cotidianidad, una discusión interesante se puede dar en torno a la funcionalidad de éste concepto y la forma en la que los estudiantes creen que dicha concepción que tienen puede aportar a la formación de nuevos conceptos como una primera idea sobre los límites y las derivadas y su significado en la cotidianidad.

Es importante reconocer que el docente encargado de replicar esta situación debe tener los elementos de discusión entre los campos claros, de forma que entregue a cada uno el espacio y el tiempo adecuado para su solución, se debe reconocer que problematizar un conocimiento no es fácil, sin embargo, hay que darle a tal elemento de novedad una particular atención e importancia mediante la cual los futuros profesionales de la educación logren reconocer las posibilidades que tiene de rediseñar los discursos actuales, entendiendo estos como los ejercicios propuestos por los libros de texto, la idea con la que se les ha formado a través de su carrera profesional y la idea inicial que cada uno presenta sobre los conocimientos que acá se están poniendo en juego.

Es ideal que el docente encargado del desarrollo de esta actividad se identifique con la disciplina de la matemática educativa y conciba que en el dialogo que se puede entablar entre los campos de formación disciplinar de un profesor de matemáticas está la riqueza que hasta el momento no se ha implementado en la mayoría de las aulas y que desarrolla elementos de vital importancia para el futuro profesor de matemáticas.

5.2.2 Tipos de interacción

De acuerdo con Ileana Alfonso (2003):

> “un sujeto aprende de otros y con los otros; en esa interacción desarrolla su inteligencia práctica y reflexiva, construye e interioriza nuevos conocimientos o representaciones mentales a lo largo de toda su vida. De esta forma, los primeros favorecen la adquisición de otros y así sucesivamente. De aquí, que el aprendizaje pueda considerarse como un producto y un resultado de la educación y no un simple prerrequisito para que ella pueda generar aprendizajes: la educación devendrá, entonces, en el hilo conductor, el comando del desarrollo” (p.13)

De acuerdo con la idea anteriormente planteada se entiende que en el aula regular (lugar donde se desarrollará la actividad o cualquiera similar a esta), deben existir diferentes tipos de interacciones mayormente de carácter colaborativo, para ésta actividad se sugiere que el proceso tenga un momento de reflexión individual, en el que el estudiante pueda interiorizar los elementos que se ponen en juego, las evidencias y sus propios conocimientos, y que, a partir del dialogo que haya entablado con el docente de la asignatura logre poner a prueba todos los anteriores elementos.

Se cree que la interacción adecuada para esta actividad debe tener dos características o comportamientos:

1. La primera unidireccional, en la que el docente entregue los referentes teóricos mediante los cuales el estudiante sea capaz de discernir sobre las responsabilidades que como futuro educador va a adquirir, y que desde su propio posicionamiento en la disciplina entable las relaciones necesarias para tomar decisiones sobre su actuar, en ésta relación unidireccional se espera que el estudiante se identifique con la disciplina en la cual se encuentra enmarcada toda la situación y la actividad de

reflexión, así como que reconozca en el docente orientador los elementos que puedan aportar a su futura profesión.

2. La segunda será una interacción de tipo bidireccional, en la que a través del dialogo con sus demás compañeros y con el docente comprenda el valor de la argumentación y de poner a prueba los elementos cognitivos, argumentativos y procedimentales que se puedan reflejar en su práctica docente; es en este momento de interacción bidireccional que se pone además a prueba el ideal de carácter social que deben tener las situaciones de aprendizaje que se desean implementar, en donde se conciba que el conocimiento se construye de forma social, situado en un momento particular y dentro de una práctica que le da el carácter funcional a los conocimientos.

5.2.3 Tipo de actividades y formas de trabajo

Las actividades acá planteadas tienen la intencionalidad de mostrar al estudiante futuro profesional de la educación la responsabilidad que asume como representante de una disciplina, y en si un primer acercamiento a este papel, el rol del estudiante debe ser más que un receptor de los conocimientos que se dan sobre las diferentes teorías y miradas de la matemática educativa, de forma que asuma una perspectiva y empiece a identificarse con alguna de las mismas, de ahí el carácter abierto de la actividad que busca en el fondo generar una discusión promotora del pensamiento crítico en los estudiantes y que logre además la consolidación de los conocimientos que se tienen inmersos en el curso.

La forma de trabajo que se sugiere es de carácter colaborativo, como se indicó anteriormente en el espacio de interacciones, se requiere que el estudiante interiorice en un primer momento cada una de las inquietudes que surjan con el desarrollo, reflexione sobre los contenidos que ha obtenido en el curso que está tomando y finalmente comparta y dialogue con sus pares sobre el resultado que cree más acorde, de forma que cumpla con los objetivos de la actividad.

5.2.4 Distribución de tiempos

Las actividades acá propuestas, están enfocadas al rediseño de situaciones de aprendizaje por parte de los estudiantes de pedagogía en Matemáticas y ciencias de la computación, desde la convicción que es ésta una práctica que desde la matemática educativa genera profundas reflexiones sobre la identidad disciplinar que se debe crear y potenciar y sobre el reconocimiento que desde una disciplina deberían tener todos los profesores de matemáticas.

Desde esta perspectiva, los tiempos para el desarrollo de ésta actividad que se brindó como ejemplo no estarían determinados, dada la necesidad de una discusión continua y profunda sobre el contenido y las preguntas detonadoras de reflexiones; es importante hacer notar que este trabajo investigativo está convencido que la formación de profesores de matemáticas en pro del desarrollo de la identidad disciplinar debe ser un proceso constante, pues no solo con algunos cursos y reflexiones cortas se logra la identificación y posicionamiento de la disciplina, sino, por el contrario, con un proceso permanente de análisis y reflexión sobre las implicaciones que acá se han puesto de manifiesto.

El desarrollo de la situación de aprendizaje tiene considerado un tiempo de dos horas pedagógicas, sin embargo su análisis podría extenderse mucho más, entendiendo que desde tres perspectivas y elementos distintos se le analizaría, sin embargo, no se limita el proceso dentro de un rango determinado de tiempo pedagógico.

5.2.5 Materiales y recursos

Para el desarrollo de las actividades se harán necesarias las guías de desarrollo de los estudiantes que solucionaron la situación de aprendizaje, así como el material en el que podrán escribir sus reflexiones y conclusiones.

CAPÍTULO 6

6. Conclusiones

Luego de analizar los resultados obtenidos y desde la mirada profesional del autor de este documento, basándose en la experiencia vivida en el desarrollo del magister de educación matemática y con los hallazgos presentados en los capítulos anteriores, el presente trabajo de investigación concluye que:

- Los campos de formación del profesor de matemáticas al igual que los distintos campos en los que interactúa un ciudadano de la cotidianidad viven en constante lucha, en cuanto poseen un capital que de forma natural deben defender y determinar cómo significativo para el cumplimiento de sus objetivos, sin embargo, es posible determinar puntos de dialogo como los presentados en éste documento, que orienten la formación del profesional en educación a la consolidación de su identidad disciplinar y que permitan una constante reflexión sobre los elementos que son determinantes para una práctica pedagógica rica en elementos de análisis y discusión.

- La caracterización de los campos de formación del profesor de matemáticas permite la identificación y delimitación de tres elementos constitutivos de la identidad disciplinar; así, se entiende que para identificarse dentro de la disciplina de la Matemática Educativa es importante que el profesor se conciba como un problematizador del conocimiento, esto, en la medida en que su discurso y práctica incluyan elementos de carácter cognitivo, mediante el análisis profundo de las herramientas matemáticas que se quieren desarrollar en el aula, de carácter procedimental al entender que es un ser situado en una comunidad la cual se rige por procesos administrativos y organizacionales que dependen de su estructura curricular y finalmente, elementos de carácter argumentativo en la medida en que su posicionamiento como Matemático Educativo, le permitan reconocer elementos claves para el respeto por la pluralidad epistemológica, la identidad de cada participante dentro del proceso educativo y la necesidad de hacer del conocimiento un objeto de construcción social, incluyente y abierto a críticas y modificaciones dentro o fuera del aula.

- Cada uno de los campos de formación del profesor de matemáticas debe enfocar su actividad en los puntos de dialogo que fortalecen la identidad disciplinar, así se entiende que el campo de las matemáticas aporta constantemente a la formación del profesor elementos de formalidad y precisión que caracterizan al saber matemático, sin embargo, al centrar el interés en la definición de una disciplina propia se deberían incluir elementos de carácter procedimental y argumentativo para el enriquecimiento en las diferentes epistemologías que allí se hacen presentes, de forma que se desligue el conocimiento del objeto matemático y se pueda generar un equilibrio entre los elementos que hacen parte fundamental de la formación en matemáticas.

- Se entiende que la formalidad propia de los objetos matemáticos debe dialogar con los procesos organizativos que desde la pedagogía se proponen y aportar a que el profesor se reconozca como un ser situado en un sistema y en una comunidad por la cual debe responder, esto hará que finalmente se identifique, desde la didáctica de las matemáticas como un agente problematizador del saber y genere en sus estudiantes procesos de significación y resignificación de los saberes que a diario se viven dentro y fuera del aula, se presume que el desarrollo de los elementos que acá se nombran genera equilibrio en las actividades que se desarrollen dentro del aula, de forma tal, que se hace frente a los usuales fenómenos presentes en la actividad educativa dentro de las aulas.

- Entendiendo que desde el equilibrio entre los campos de formación del profesor de matemáticas, se obtiene un profesional identificado con la disciplina de la Matemática Educativa, se hace entonces necesario reconocer que éste campo debe rescatar elementos de formalidad y precisión que constituyen elementos cognitivos como los detectados en esta investigación, desde allí, aprovechar aquellos puntos con los cuales puede discutir y dialogar con los demás campos y fortalecer el crecimiento no solo argumentativo sino también, procedimental y cognitivo de los futuros profesionales de la educación, esto es, que desde el objeto matemático, se puedan rescatar elementos que con anterioridad han sido olvidados; un ejemplo es el trabajo que ya se ha realizado desde la socioepistemología con el comportamiento tendencial de las funciones y el uso de la gráfica no solo como representación de una función.

- Se presume que con el diseño actividades en el aula propias de la didáctica de la matemática, se desarrollan en los estudiantes capacidades que hasta el momento no han sido incluidas en los procesos de formación del profesor de matemáticas, por ejemplo: la identificación de una disciplina para el profesor de matemáticas y el desarrollo de una mirada crítica sobre la realidad de los docentes y su responsabilidad como agentes transformadores de los discursos tradicionales para el mejoramiento de los aprendizajes; además de la determinación del profesor como agente incluyente de los estudiantes en el proceso de construcción de sus conocimientos.

- El dialogo entre los campos de formación del profesor de matemáticas debe permitir la creación de un programa de formación permanente que aporte a la definición de la disciplina de dicho profesional y le brinde una mirada general del problema de la construcción del conocimiento matemático, además de las herramientas necesarias para implementarlo en su futuro profesional.

- El desarrollo de la identidad disciplinar del profesor de matemáticas debe considerarse como un proceso permanente en los programas de educación superior, se debe entender que una forma accesible a la adaptación a los contextos se puede lograr desde una mirada crítica sobre las realidades sociales de las poblaciones y no únicamente desde un saber matemático en particular, esto, entendiendo que cada estudiante tiene un contexto y requiere de la funcionalidad del saber para que su aprendizaje sea significativo y genere cambios en los procesos.

- La identidad disciplinar del profesor de matemáticas debe entenderse como un espacio de equilibrio y dialogo entre los campos, de forma que al intentar brindar elementos a los futuros profesionales de la educación las universidades entreguen a los mismos elementos de carácter cognitivo que fortalezcan su mirada particular sobre un objeto matemático, además de elementos de tipo procedimental que lo sitúen en su práctica dentro de un sistema y le permitan discernir sobre los procesos que realmente significan en la formación de sus estudiantes y finalmente elementos de carácter argumentativo que brinden a los profesores una mirada crítica de la realidad, lo desliguen de las prácticas tradicionales y le permitan entender la formación en matemática escolar como un problema de contexto y sociedad.

6.1 Proyecciones de la investigación

Esta investigación determina elementos clave para la construcción y desarrollo de la identidad del profesor de matemáticas, si bien uno de los objetivos se basa en la construcción de la propuesta de innovación en el aula, mediante su desarrollo se lograron aportes a la disciplina en la cual se encuentra enmarcada cumpliendo con los demás objetivos.

La determinación de las categorías: “elementos de carácter cognitivo”, “elementos de carácter procedimental” y “elementos de carácter argumentativo”, muestran la perspectiva que se debería seguir al intentar desarrollar una situación de aprendizaje desde la teoría de la socioepistemología y permitirán que futuras investigaciones sigan ahondando sobre los componentes que cada una de éstas categorías requieren y contienen para el logro de la construcción social del conocimiento en matemáticas.

Se espera que futuras investigaciones tengan en cuenta el marco referencial que acá se ha definido y que mediante el mismo se sigan construyendo los criterios que deberían incluirse al hacer frente al problema enunciado y se entienda la educación matemática escolar como un proceso de construcción y no como el proceso impositivo que hasta el momento se ha sucedido.

6.2 Elementos de la propuesta de innovación (ventajas y desventajas)

Si bien la propuesta que acá se entrega contiene elementos que orientan su preparación, aplicación y posterior análisis cuenta con un elemento de desventaja que es el tiempo; como se sabe, cada una de estas actividades requiere un amplio periodo de tiempo para que la discusión sea rica en elementos de carácter decisivo y logre entregar a quienes la realizan los elementos que se plantean como objetivos, éste tiempo se verá en riesgo al situarla en un contexto educativo, pues se debe ser consciente que en cada institución, bien sea universidad o colegio, hay momento definidos para tratar diferentes contenidos, y al implementarla probablemente se deban invertir momentos un poco más extensos que los planificados para abordar dichos contenidos. Sin embargo, se deja la reflexión que reposa dentro de una de las conclusiones, en la que se plantea que el proceso de formación del profesor de matemáticas debe ser un proceso permanente, en el que se le brinden elementos de cada uno de los campos acá definidos que permitan la discusión y el dialogo orientado a la consolidación de su propia identidad.

Las ventajas como ya se ha enunciado son bastantes y de igual forma variadas, pues el desarrollo de este tipo de situaciones entrega al estudiante una perspectiva crítica sobre la realidad de la educación en el contexto en el que se está desarrollando, pone en juego las concepciones que el estudiante tiene sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje y le abre las puertas a la disciplina de la matemática educativa, desde la que se intenta brindarle herramientas para su formación y para su futura dedicación a la profesión de matemático educativo.

Referencias Bibliográficas

Becher, T. (2001). *Tribus y territorios académicos. La indagación intelectual y las culturas de las disciplinas*. Barcelona, España: Gedisa.

Bishop, A. (2005). La Matemática Occidental: el aarma secreta del imperialismo cultural. En P. Perry, Aproximación sociocultural a la educación matemática (págs. 27-41). Valle del Cauca- Colombia: Universidad del Valle.

Bourdieu, J. (1987). The force of law - toward a sociology of the juridical field. . Hastings Law Journal, 805-853.

Bourdieu, J., & Passeron, J. (2005). La reproducción: elementos para una teoría del sistema de enseñanza. Ciudad de México: Fontamara: Traducción de Melendres J., Subirta M.

Bourdieu, P. (2003). Los usos Sociales de la ciencia. Argentina: Nueva Visión.

Calderón López-Velarde, Jaime (2000), Teoría y desarrollo de la investigación en educación comparada, México, Plaza y Valdés,.

Camacho Ríos, Alberto, Socioepistemología y prácticas socialesEducación Matemática [en linea] 2006, 18 (abril) : [Fecha de consulta: 24 de agosto de 2016] Disponible en:<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40518106> ISSN 1665-5826

Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D., & Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y realidad. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 91-116.

Cordero, F. y Solís, M (1995). Las representaciones gráfocas como elementos de didáctica del cálculo. En R. Farfán (Ed.), Publicaciones de la novena Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa.

Cordero, F, (1998). El entendimiento de algunas categorías del conocimiento del cálculo y análisis: el caso del comportamiento tendencial de las funciones.

Revista Oficial del Comité Latinoamericano de Matemática Educatíva. RElime Vol. 1, Núm 1, Marzo 1998, pp. 56-74. México

Cordero, F., Gómez K., SIlva-Crocci, H., Soto, D. (2015) El discurso matemático escolar: La adherencia, la exclusión y la opacidad. Editorial Gedisa, Ciudad de México, Septiembre de 2015

Cordero, F., Gómez, K. (2013) Matemática y el Cotidiano. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, CIudad de México, Enero de 2013

Danhke, G. (1989). Investigación y Comunicación. México: Mcgraw Hill.

Espinoza, L. (2009). Una evolución de la analiticidad de las funciones en el siglo XIX. Un estudio socioepistemológico. Ciudad de Mexico, Mexico: Tesis de Maestría.

Fortich, M.P., & Moreno, A. (2012). Elementos de la teoría de los campos de Pierre Bourdieu para una aproximación al derecho en América Latina: Consideraciones previas. Verba Iuris 27, pp. 47-62

Gomez, K. (Abirl de 2015). El fenómeno de opacidad y la socialización del conocimiento. Tesis de Doctorado no publicada. México, D.F.: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional CINVESTAV.

Gómez, K., Silva-Crocci, H., Cordero, F., & Soto, D. (2014). Exclusión, opacidad y adherencia. Tres fenomenos del discurso matemático escolar. En C. L. A.C., Aspectos socioepistemológicos en el análisis y rediseño del discurso matemático escolar (págs. 1457-1646). México.

Hernández, Fernández y Baptista (2004), Metodología de la Investigación, México, McGraw Hill

Ileana Sánchez, Alfonso (2003) “Elementos conceptuales básicos del proceso de enseñanza-aprendizaje”, en Acimed. Revista cubana de los profesionales de la información y la comunicación en salud, Núm. 6, Vol. 11, noviembre diciembre 2003. Artículo en línea, disponible en http://bvs.sld.cu/revistas/aci/vol11_6_03/aci17603.htm (Fecha de consulta: octubre 2006).

Lezama, Javier, Cantoral, Ricardo, Martínez-Sierra, Gustavo, Farfán, Rosa María, Socioepistemología y representación: algunos ejemplosRevista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa [en linea] 2006, (Sin mes) : [Fecha de consulta: 24 de agosto de 2016] Disponible en:<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33509905> ISSN 1665-2436

Moreno, A.; Ramírez, J. (2003). Introducción elemental a Pierre Bourdieu, Bogotá. Instituto Latinoamericano de altos estudios ILAE.

Olivé, L. (2009). Por una auténtica interculturalidad basada en el reconocimiento de la pluralidad epistemológica. En L. Tapia (Ed.) Pluralismo epistemológico. 19-30. La Paz: Muela del Diablo, Comuna, Consejo Latinoamericano de Ciencias Sociales y CIDES-UMSA.

Rizo Garcia, Marta (2007) Interacción y comunicación en entornos educativos: Reflexiones teóricas, conceptuales y metodológicas. Revista da Associação Nacional dos Programas de Pós-Graduação em Comunicação, Universidad autónoma de la Ciudad de México, Abril de 2007, pp. 1 - 16.

Sierra, R. (1985). Técnicas de investigación social. Teoría y ejercicios. Madrid : Editorial Paraninfo.

Silva-Crocci, H., & Cordero, F. (2014). Matemática educativa: Latinoamerica, adherencia e identidad. En C. L. Educativa, Acta del Comite Latinoamericano de Matemática Educativa 2014 (págs. 1449-1456). Mexico: Clame.

Solís, Miguel (2009). El comportamiento tendencial de las funciones en la resignificación de las ecuaciones diferenciales lineales: la relación entre predicción y simulación. En Lestón, Patricia (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (pp. 779-787). México DF, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C..

Soto, D., & Cantoral, R. (2014). Discurso Matemático Escolar y Exclusión. Una visión socioepistemológica. En prensa.

Soto, D., & Cantoral, R. (2014). Discurso Matemático Escolar y Exclusión. Una Visión Socioepistemológica. Obtenido de Bolema: Boletim de Educação Matemática: https://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a25

Soto, D. (2012). Los excluidos por el discurso Matemático Escolar. El caso del profesor en matemáticas en formación. Memoria Pre-Doctoral no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, D.F., México.

Torrellas, L. y Romano, E., (2003) Ña socioepistemología de la matemática educativa, una aproximación teórica para educar en valores. Revista red de investigación educativa REDINE, Volumen 1, Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado, Lara, Venezuela

Van Dijk, Teun A. (2003). La multidisciplinaridad del análisis crítico del discurso: un alegato en favor de la diversidad. en: RUth Wodak & Michael Meyer, Métodos de análisis crítico del discurso. Barcelona: Gedisa, 2003, pp. 143 - 177.

Van Dijk, Teun A. (2012) Discurso y Contexto, un enfoque sociocognitivo. Editorial Gedisa, Primera edición: Mayo de 2012, Barcelona, España.

Zanatta, Elizabeth, Yurén, Teresa, & Faz Govea, Jacobo. (2010). Las esferas de la identidad disciplinar, profesional e institucional en la universidad pública mexicana. Argumentos (México, D.F.), 23(62), 87-104. Recuperado en 03 de agosto de 2016, de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0187-57952010000100004&lng=es&tlng=es.

Anexos

Anexo 1. Situación de la parábola.

La Situación de la Parábola

I. Establece características de cada una de las curvas que aparecen en las ventanas siguientes.
a) En esta ventana no hay ejes de coordenadas, sólo contamos con la curva que aparece en la figura *A*.

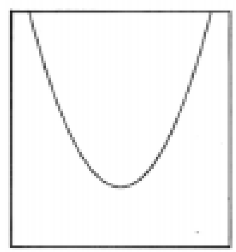


Figura *A*

b) En esta ventana contamos con una curva y un segmento horizontal *AB* como aparece en la figura *B*.

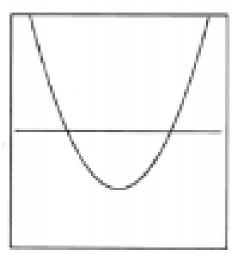


Figura *B*

c) En esta ventana aparecen los ejes de coordenadas *X* y *Y* y la curva como en la figura *C*

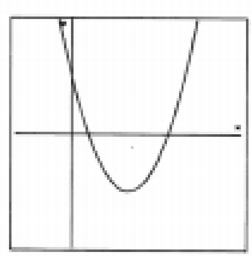


Figura *C*

II. En la ventana de la figura *D*, supón que hay un punto *M* que equidista al punto $(0, \frac{1}{4})$ y a la recta $y = -\frac{1}{4}$.

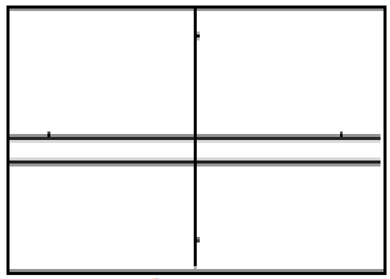


Figura *D*

a) Encuentra las coordenadas de *M* de acuerdo a la siguiente tabla

X	*y*
0	
$\frac{1}{2}$	
1	
5	

b) Ajusta una curva a los puntos encontrados en el inciso a.
c) Demuestra que de acuerdo a las condiciones del punto *M*, sólo existe una curva que pasa por esos puntos.

III. En la tabla anterior se incrementa a los datos una constante *a*:

x	*y*
$0+a$	
$\frac{1}{2}+a$	
$1+a$	
$5+a$	

Determina la función, y su gráfica, que exprese este hecho.

IV. En la figura *E* aparece la gráfica de la función $f=x^2-2x+3$.

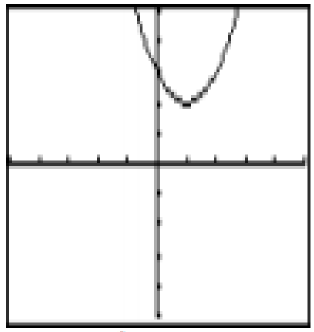


Figura *E*

a) Haz diferentes gráficas considerando diversos valores para *A, B, C* y *D* de la función $Y=Af(Bx+C)+D$.
b) ¿Qué comportamiento observas de las gráficas cuando multiplicas a la función y al argumento de ésta por una constante?
c) ¿Qué comportamiento observas de las gráficas cuando sumas a la función y al argumento de ésta por una constante?

V. La curva de la figura *D* es la gráfica de una función $f=Ax^2+Bx+C$.

Determina los signos de los coeficientes *A, B* y *C*.

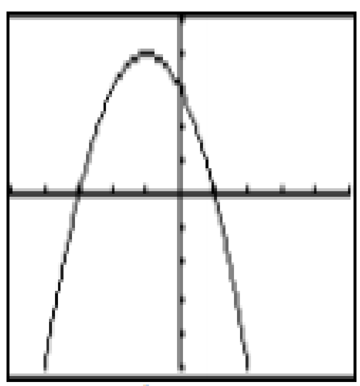


Figura *D*

VI. ¿Qué valores deben tomar los parámetros *A, B* y *C* de la función $Y= A(x+B)^2+C$ para que su gráfica al cruzar el eje de las *y* se parezca a las siguientes funciones?

a) $y=2$
b) $y=3x-1$
c) $y=-5x$

VII. ¿Qué le pasa a una parábola cuando se le suma una recta?

a) Haz algunas predicciones para una posible respuesta. Escribe todos los detalles posibles.

b) Organiza tus resultados en una tabla que registre las características de la recta y de la suma de ésta con la parábola.

c) Considera la función cuadrática $f = x^2 - 7x - 5$ y su gráfica (figura *F*). Identifica la parte lineal de la función en la gráfica.

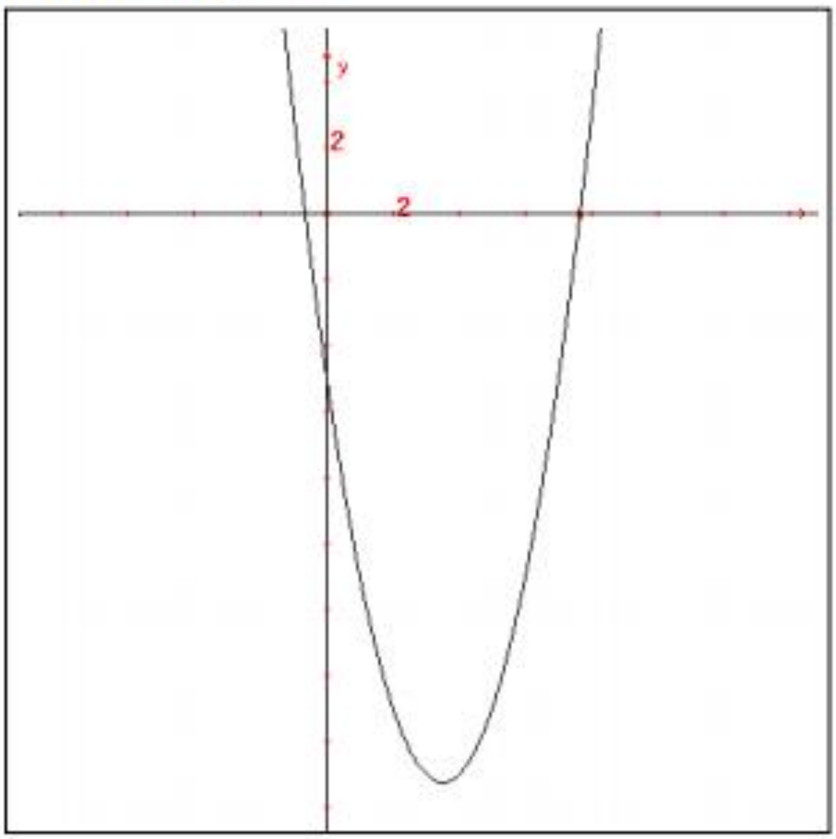


Figura *F*

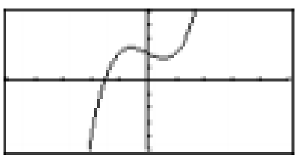
d) Conjetura acerca de la pregunta ¿qué le pasa a una parábola cuando se le suma una recta?

VIII. Las rectas y las parábolas. Considera la parábola $f=x^2-2x-3$.

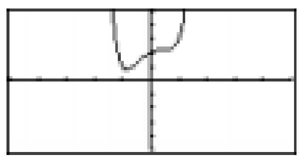
a) Determina la familia de rectas, $y_1=ax+b$, que tenga un punto de contacto con la parábola f.
b) Determina la familia de rectas, $y_2=cx+d$, que cruce a la parábola f en dos puntos.
c) Determina la familia de rectas, $y_3=\alpha x+\beta$, que no cruzan a la parábola f en ningún punto y no tienen punto de contacto con ésta.
d) Demuestra que si una recta corta en dos puntos a una parábola, las ramas de ésta siempre permanecen por arriba o por abajo de la recta.

IX. a) Para cada una de las gráficas de una función que aparecen en los siguientes incisos, bosqueja la gráfica de la función $g=x^2f(x)$:

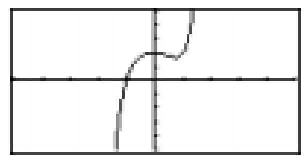
a)



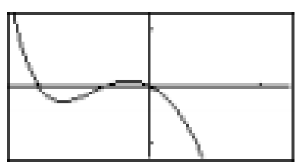
b)



c)



d)



b) En la figura G aparece la gráfica de la función $y=f(x)$

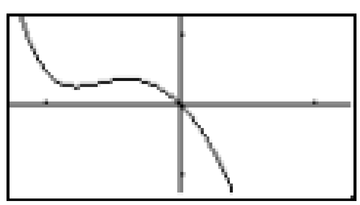


Figura G

Bosqueja la gráfica de $h=f(x^2)$.

X. Considera el polinomio $P=Kx^2+(K+1)x-(K+2)$, donde K es cualquier número entero positivo. Determina el comportamiento de la gráfica del polinomio P cuando K tiende a infinito.